УДК 621. 7:519.85

[1]Огородников В. А., д. т. н., проф., [2]Алиева Л. И., к. т. н., доц., [3]Деревенько И. А., ассист.
1 - Винницкий национальный технический университет, г. Винница, Украина
2 - Донецкая государственная машиностроительная академия, г. Краматорск, Украина
3 - Винницкий национальный аграрный университет, г. Винница, Украина

ПЛАСТИЧНОСТЬ МЕТАЛЛОВ ПРИ ОБЪЕМНОМ НАПРЯЖЕННОМ СОСТОЯНИИ

[1]Ogorodnikov V. A, DSc, Prof., [2]Alieva L. I., PhD, Assoc. Prof., [3]Derevenko I. A.
Vinnitsa National Technical University, Vinnitsa, Ukraine
Donetsk State Engineering Academy, Kramatorsk, Ukraine
Vinnitsa National Agrarian University, Vinnitsa, Ukraine

PLASTICITY OF METALS AT THE BY VOLUME TENSE STATE

Показано, что известные диаграммы пластичности, которые отображают зависимость накопленных деформаций до разрушения от безразмерных показателей напряженного состояния зависят от схемы напряженного состояния, в частности от третьего инварианта тензора или девиатора напряжений.

Влияние третьего инварианта тензора напряжений на пластичность объясняет факт "аномального" повышения пластичности в условиях двухосного и одноосного растяжения. Предложена методика получения диаграмм пластичности, которые учитывают относительное влияние третьего инварианта тензора напряжений на пластичность.

Ключевые слова: диаграмма пластичности, третий инвариант тензора напряжений, показатель напряженного состояния, объемное напряженное состояние.

Введение

Охватывающая весь мир тенденция роста требований потребителей к качеству изделий машиностроения находит свое отражение в металлообработке и, в частности, в обработке металлов давлением. Последние годы прошлого столетия дали убедительные доказательства возможности обеспечения качества и надежности машин с привлечением высоких технологий, включающих такие признаки, как наукоемкость, системность, моделирование, компьютеризацию и т.д.

Реализация указанных технологий осуществляется с применением достижений теории пластичности и ее развиваемого в последнее время раздела – теории деформируемости металлов при обработке давлением. Феноменологическая теория деформируемости металлов без разрушения базируется на экспериментальных данных о механических свойствах материала. Однако до настоящего времени оценка пластичности металлов при различных напряженных состояниях все еще является проблематичной.

Известные диаграммы пластичности, отражающие зависимость пластичности от безразмерных показателей напряженного состояния, составленных из инвариантов тензора и девиатора напряжений, используют как для прогнозирования ресурса пластичности в деформируемых заготовках при обработке металлов давлением, так и для оценки разрушения металла в зависимости от истории деформирования.

Как правило, эти диаграммы получают испытанием металлов и сплавов в условиях простого нагружения при линейном или плоском напряженном состояниях. Вопрос о том является ли диаграмма пластичности единой для различных напряженных состояний все еще остается открытым.

Цель

Целью настоящей работы является проверка гипотезы о единой для различных напряженных состояний диаграмме пластичности и разработка способов учета влияния объемной схемы напряженного состояния на пластичность.

Исследование

В работах [1, 2] получили широкое применение показатели напряженного состояния в виде:

$$\eta = \frac{I_1(T_\sigma)}{\sqrt{3I_2(D_\sigma)}} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{\sigma_i}, \qquad (1)$$

где $I_1(T_\sigma)$ - первый инвариант тензора напряжений, $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ - главные напряжения, $I_2(D_\sigma)$ - второй инвариант тензора напряжений или интенсивность напряжений:

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2+(\sigma_1-\sigma_3)^2}. \qquad (2)$$

Параметр η удобен при использовании диаграмм пластичности в координатах $\varepsilon_p = f(\eta)$, где

$$\varepsilon_p = \int d\varepsilon_{ij} \tag{3}$$

накопленная интенсивность деформаций к моменту разрушения - мера степени деформаций (длина дуги в n-мерном пространстве компонент тензора деформаций).

Диаграммы пластичности могут быть получены по результатам простейших испытаний на растяжение – показатель η нормирован на единицу (η = 1), одноосное сжатие - показатель η = -1, сдвиг (кручение) – показатель η = 0.

Как было показано раньше в работе [1] в случае изучения деформируемости заготовок в процессах обработки металлов давлением, сопровождающихся объемной схемой напряженного состояния диаграммы пластичности, построенные в условиях линейного или плоского напряженного состояния не отражают закономерности накопления повреждений в условиях объемного напряженного состояния, когда $I_3(T_\sigma) \neq 0$. В работе[1] введен показатель напряженного состояния, отражающий влияние третьего инварианта тензора либо девиатора напряжений:

$$\chi = \frac{\sqrt[3]{\mathrm{I}_3(\mathrm{T}\sigma)}}{\sqrt{3\mathrm{I}_2(\mathrm{D}\sigma)}} = \frac{\sqrt[3]{\sigma_1\sigma_2\sigma_3}}{\sigma_i} \tag{4}$$

или

$$\chi' = \frac{\sqrt[3]{\mathrm{I}_3(D\sigma)}}{\sqrt{3\mathrm{I}_2(\mathrm{D}\sigma)}} = \frac{\sqrt[3]{S_1S_2S_3}}{\sigma_i}, \tag{5}$$

где $S_1 = \sigma_1 - \sigma$, $S_2 = \sigma_2 - \sigma$, $S_3 = \sigma_3 - \sigma$ - главные девиаторы тензора напряжений, $\sigma = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$ - среднее напряжение.

Указанные диаграммы пластичности не учитывают механизм разрушение срезом, при этом накопление деформаций происходит преимущественно в условиях сдвига.

В работе [3] предлагается в случае изучения процессов, при которых реализуется механизм разрушения срезом представлять диаграммы пластичности в виде функций, в которой параметр вида напряженного состояния:

$$\theta = \frac{1 - \mathrm{k}\eta}{\omega}, \tag{6}$$

где

$$\omega = \frac{\tau_{\max}}{\sigma_i}. \tag{7}$$

В формуле (6) – k – параметр материала, определяемый экспериментально. Для сталей различных марок его можно принять равным k = 0,05, для алюминиевых сплавов k = 0,1 [3]. В случае растяжения θ=1,8, сдвига θ = √3, одноосного сжатия θ = 2,2, двухосного сжатия θ = 2,4, двухосного растяжения θ = 1,6.

При изучении процессов обработки давлением, в которых наблюдается механизм разрушения отрывом, когда плоскость разрушения близка к плоскости, на которой действуют максимальные нормальные напряжения в работе [3] предложено диаграммы пластичности представлять в виде единой для различных напряженных состояний функции $\varepsilon_p = \mathrm{f}(\beta)$ где:

$$\beta = \frac{1 - \mathrm{s}\eta}{\nu} \tag{8}$$

где η (см. формулу (3),

$$\nu = \frac{\sigma_1}{\sigma_i} \tag{9}$$

Здесь σ_1 – наибольшее из главных напряжений $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$, s – параметр материала.

В случае растяжения $\sigma_i = \sigma_1$, $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$, $\beta = \frac{[1 - \mathrm{s}(1)]\sigma_i}{\sigma_i} = 1 - \mathrm{s} = 0{,}95$.

При сдвиге $\sigma_1 = \tau$, $\sigma_2 = 0$, $\sigma_3 = -\tau$, $\beta = \sqrt{3}$, $\sigma_i = \sqrt{3}\tau$.

При сжатии $\sigma_1 = \sigma_2 = 0$, $\sigma_3 = -\sigma$, $\beta = \frac{[1 - \mathrm{s}(-1)]\sigma_i}{0} = \infty$.

Показатель напряженного состояния $\chi = 0$ в условиях растяжения, сжатия и кручения. Заметим, что введения показателя β связано с «аномальным» повышением пластичности в условиях одноосного и двухосного растяжения. При построении диаграмм пластичности стали 20 получены следующие значения предельных деформаций. В условиях растяжения $\varepsilon_p(\eta = 1) = 0,6$, в условиях плоской деформации $\varepsilon_p(\eta = 1,73) = 0,4$, в условиях двухосного растяжения $\varepsilon_p(\eta = 2) = 0,66$ (см. рис.1).

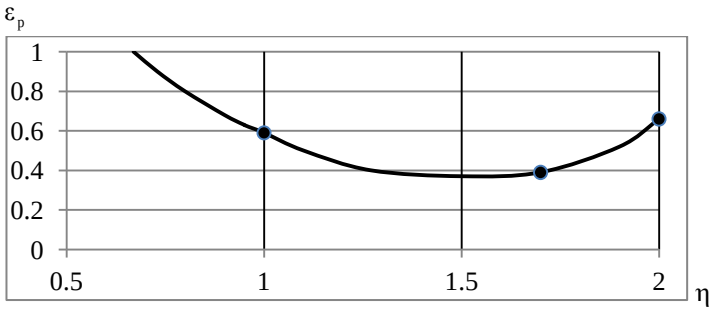


Рис. 1. Диаграмма пластичности стали 20 в координатах $\varepsilon_p = f(\eta)$

Такие результаты противоречат концепции – с ужесточением схемы напряженного состояния пластичность должна уменьшаться. Г. Д. Дель предлагает указанное противоречие устранить введением показателя β (см. формулу(8)). В этом случае получаем кривую, показанную на рис. 2. С возрастанием параметра β предельная деформация монотонно возрастает.

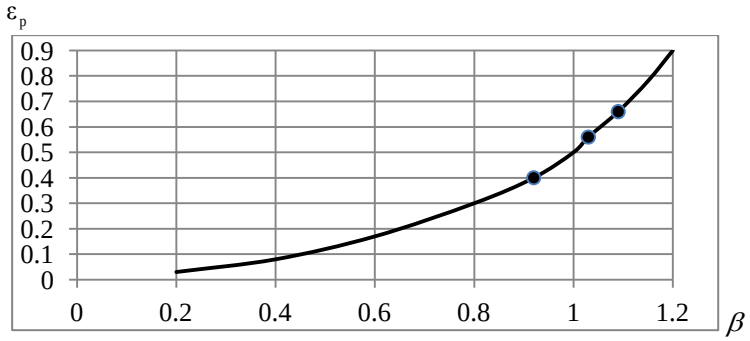


Рис. 2. Диаграмма пластичности стали 20 в координатах $\varepsilon_p = f(\beta)$

Недостатком данного подхода является зависимость показателя β от свойств материала, величину s в формуле (8) необходимо определять путем эксперимента.

«Аномальное» возрастание пластичности с ростом показателя η можно объяснить, во - первых, проявлением двух механизмов разрушения при растяжении образцов из материалов склонных к локальному утонению – механизмом отрыва в центре образца и механизмом среза вблизи периферии. Кроме того, возрастание пластичности может быть связано также с влиянием третьего инварианта тензора напряжений на пластичность. В работе [1] представлены экспериментальные данные, полученные испытанием материалов (сталей Р12, Р18, Р9, 40Х, 45, Р6М5, дюралюминия) в камере высокого давления. Максимальное давление, которое обеспечивала испытательная машина составляло 3000 МПа. Эксперименты проводили на образцах, подвергаемых кручению совместно с растяжением на фоне гидростатического давления. При этом реализовали программы деформирования, которые обеспечивают постоянство показателя напряженного состояния η = const, при этом связь между гидростатическим давлением q и углом закручивания φ должна соответствовать уравнению:

$$q = \sigma_i \frac{1 - \eta B}{3B}, \tag{10}$$

где

$$B = \sqrt{1 + \frac{r_0^2 4\pi^2}{3t^2 z}}, \tag{11}$$

$z = \frac{\Delta l}{a_0}$ - параметр удлинения, t – шаг винтовой нарезки винта – гайки. Осевое перемещение обеспечивается вращением винта на угол φ.

$$dl_z = \frac{dl}{l} = \frac{dz}{z} = \frac{\frac{t}{2\pi l_0} d\varphi}{1 + \frac{t}{2\pi l_0}\varphi} \tag{12}$$

где $z = z_0 + \frac{\varphi t}{2\pi}$. В опытах P + q, $\frac{dl_z}{dl_i} = 1$:

$$q = \frac{\sigma_i}{3}(1-\eta). \tag{13}$$

В случае опытов M+q:

$$q = -\frac{\sigma_i}{3}\eta. \tag{14}$$

Накопленная интенсивность деформаций:

$$\bar{\varepsilon}_i = \int \sqrt{1 + \frac{r_0^2 4\pi^2}{3t^2 z}} \frac{dz}{z} \tag{15}$$

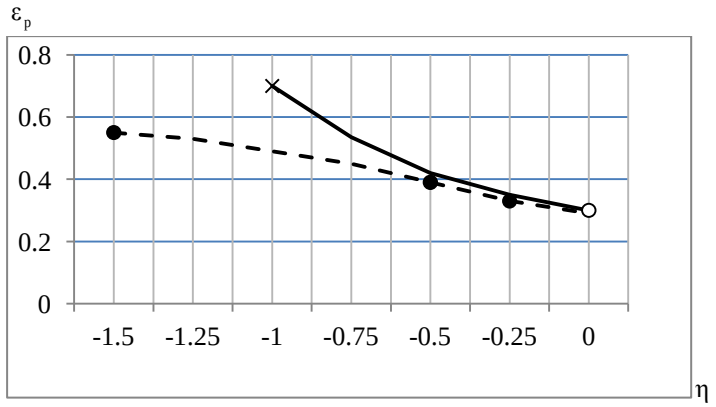
или после интегрирования:

$$\bar{\varepsilon}_i = -2B - \ln\left|\frac{1+B}{1-B}\right| + A, \tag{16}$$

где

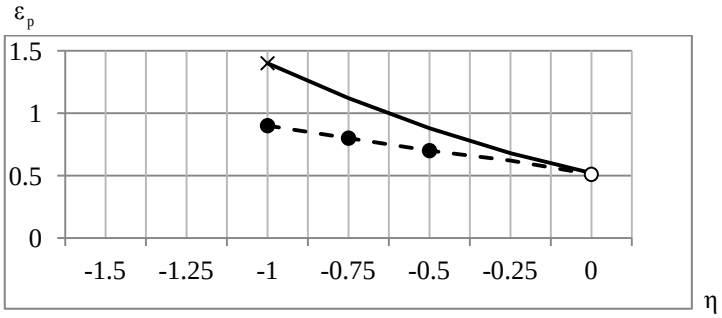
$$A = 2\sqrt{1 + \frac{r_0^2 4\pi^2}{t^2}} - \ln \frac{1 + \sqrt{1 + \frac{r_0^2 4\pi^2}{3t^2}}}{1 - \sqrt{1 + \frac{r_0^2 4\pi^2}{t^2}}} \tag{17}$$

На рис. 3 – 4 показаны экспериментальные данные полученные испытанием дюралюминия и стали Р18 по программам η = const, η = - 0,5, η = - 0,25 (дюралюминий) и η = - 1, η = - 0,75, η = - 0,5 для стали Р18.



● - разрушение при $I_3(T\sigma) \neq 0$,o - кручение, x – осадка, ---- $I_3(T\sigma) \neq 0$

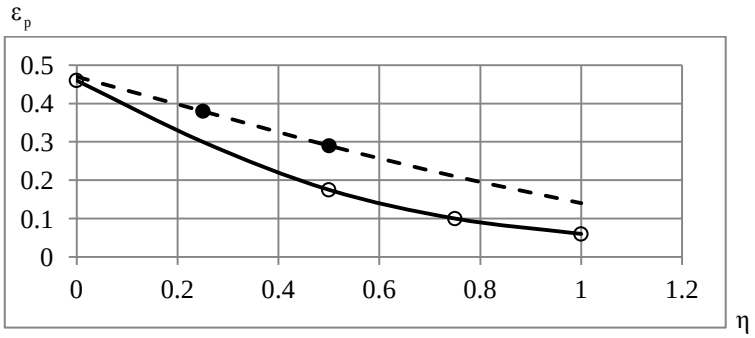
Рис. 3. Влияние $I_3(T\sigma)$ на пластичность (дюралюминий)



● - **разрушение при** $I_3(T\sigma) \neq 0$ **,о - кручение, х – осадка, ----** $I_3(T\sigma) \neq 0$

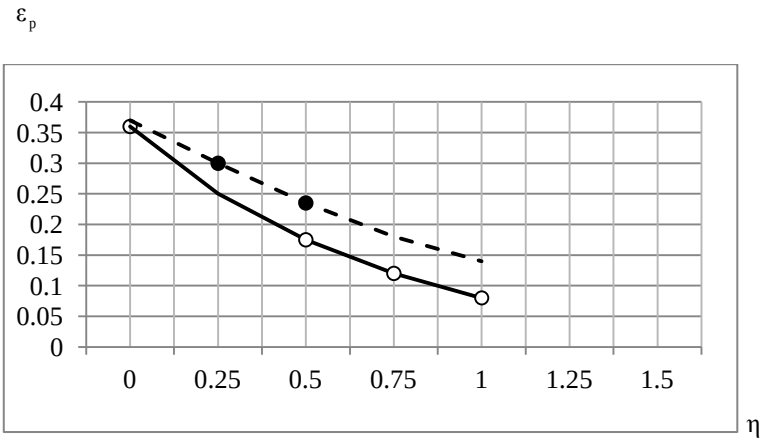
Рис. 4. Влияние $I_3(T\sigma)$ **на пластичность (сталь Р18)**

Сопоставление диаграмм пластичности, построенных в условиях плоского и линейного напряженных состояний позволило сделать вывод о том, что третий инвариант тензора напряжений подавляет пластичность в области $0 \geq \eta \geq -2$.Таким образом диаграмма пластичности не является единой для различных напряженных состояний. С уменьшением показателя η в области $0 \geq \eta \geq -1$ расхождение между $\varepsilon_p(I_3(T\sigma)) = 0$ и $\varepsilon_p(I_3(T\sigma)) \neq 0$ возрастает. Подобные эксперименты проведены также в камере высокого давления на сталях 45, Р6М5 и Р18. Опытами М+q, Р + М + q ($1 \geq \eta \geq 0$), показали, что в области изменения показателя $1 \geq \eta \geq 0$ пластичность выше при наличии третьего инварианта тензора напряжений. На рис. 5 - 7 сопоставлены диаграммы пластичности, построенные при линейном и плоском напряженном состояниях с диаграммой, полученной в условиях η = const ($I_3(T\sigma) \neq 0$).



---- $I_3(T\sigma) \neq 0$ **,** — $I_3(T\sigma) = 0$

Рис. 5. Влияние $I_3(T\sigma)$ **на пластичность (сталь Р18), опыты М+q, Р + М + q**



---- $I_3(T\sigma) \neq 0$ **,** — $I_3(T\sigma) = 0$

Рис. 6. Влияние $I_3(T\sigma)$ **на пластичность (сталь Р6М5), опыты М+q, Р + М + q**

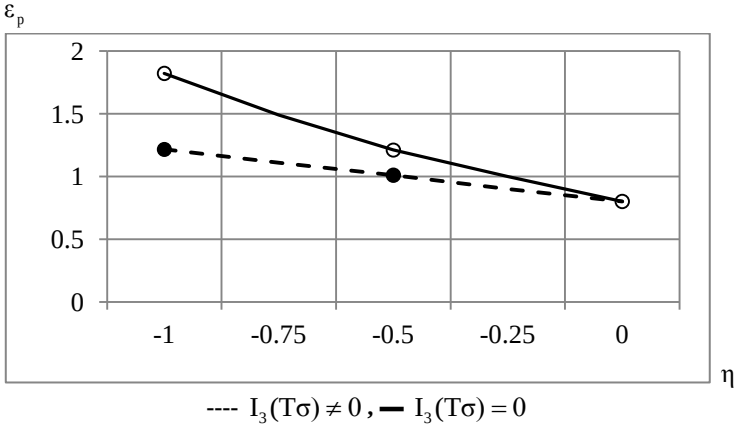


Рис. 7. Влияние $I_3(T\sigma)$ на пластичность (сталь 45), опыты М+q, Р + М + q

Таким образом, при изучении технологических процессов обработки металлов давлением, где реализуется объемное напряженное состояние необходимо пользоваться диаграммой пластичности, построенной с учетом третьего инварианта тензора напряжений. Представление диаграмм пластичности в трехмерном пространстве поверхностью $\varepsilon_p = f(\eta, \chi)$ трудоемко и зачастую невозможно из-за отсутствия экспериментальных данных. В связи с этим предлагается методика, позволяющая использовать обычные диаграммы пластичности путем введения поправки показателя η на диаграмме пластичности $\varepsilon_p = \varepsilon_p(\eta)$ с диаграммами полученными в условиях объемного напряженного состояния при η = const ($I_3(T\sigma) \neq 0$). Как следует из рисунка 6 пластичность в условиях объемного напряженного состояния выше по сравнению с пластичностью в условиях плоского напряженного состояния и с ростом показателя η эта разница возрастает. Таким образом, зависимость пластичности от показателей η и χ можно представить в общем случае в трехмерном пространстве поверхностью. Однако в технической литературе принято диаграммы пластичности представлять на плоскости. В связи с этим опишем показатель напряженного состояния в виде функции трех инвариантов тензора, выражая влияние $I_3(T\sigma)$ на пластичность путем поправки показателя η на диаграмме пластичности $\varepsilon_p = \varepsilon_p(\eta)$. Запишем выражение показателя напряженного состояния в виде:

$$\lambda = \frac{I_1(T_\sigma)}{\sqrt{3I_2(D_\sigma)}}\left[1 + f\left(\frac{I_1(T_\sigma)}{\sqrt{3I_2(D_\sigma}}\right)\frac{\sqrt[3]{I_3(T\sigma)}}{\sqrt{3I_2(D\sigma)}}\right], \tag{18}$$

где $f\left(\frac{I_1(T_\sigma)}{\sqrt{3I_2(D_\sigma)}}\right)$ - экспериментально определяемая функция. В наших обозначениях формулу (18) представим в виде:

$$\lambda = \eta\left[1 + f(\eta)\chi\right]. \tag{19}$$

Вид функции f(η) можно описать полиномом вида:

$$f(\eta) = A\eta^2 + B\eta + C, \tag{20}$$

где А, В, С – коэффициенты аппроксимирующего полинома. Значение функции f(η) определим из выражения:

$$f(\eta) = \frac{\lambda - \eta}{\eta\chi}. \tag{21}$$

Коэффициенты А, В, С аппроксимирующего полинома оказались равными: А = - 4,1, В = - 6.51, С = - 6,51 для стали 40Х и А = - 3,1, В = - 5,89, С = - 6,44 для стали 45. Таким образом, с помощью диаграмм пластичности $\varepsilon_p = \varepsilon_p(\eta)$ с привлечением формулы (19) можно оценить поправку связанную с влиянием $I_3(T\sigma)$ на величину ε_p. Предельную деформацию в случае изучения процессов объемного деформирования можно определить по разности показателей $(\eta - \lambda)$. Рассмотрим методику построения диаграмм пластичности в области $0 \leq \eta \leq 2$, учитывающей влияние третьего инварианта тензора напряжений. Аномальное повышение пластичности при растяжении пластичных сталей , образующих «шейку» связано в том числе с влиянием третьего инварианта тензора напряжений. В точке А растягиваемого образца по Бриджмену (см. рис. 8):

$$\sigma_1 = \sigma_i \left[1 + \ln\left(1 + \frac{d_ш}{4R} \right) \right], \tag{22}$$

$$\sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_r = \sigma_\varphi = \sigma_i \ln\left(1 + \frac{d_ш}{4R} \right). \tag{23}$$

Показатель

$$\eta = 1 + 3\ln\left(1 + \frac{d_ш}{4R} \right), \tag{24}$$

$$\sigma_i = \frac{4P}{\pi d_ш^2 \left(1 + \frac{d_ш}{8R} \right)}. \tag{25}$$

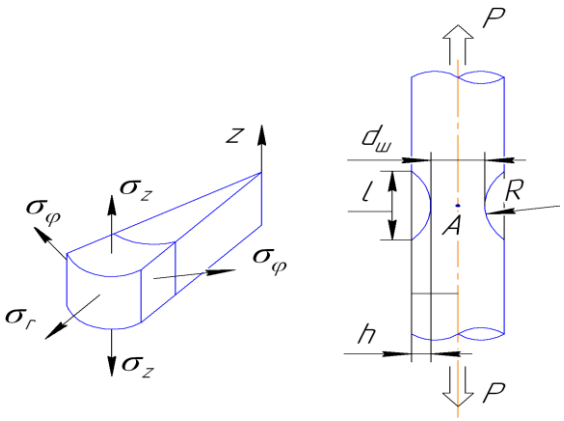
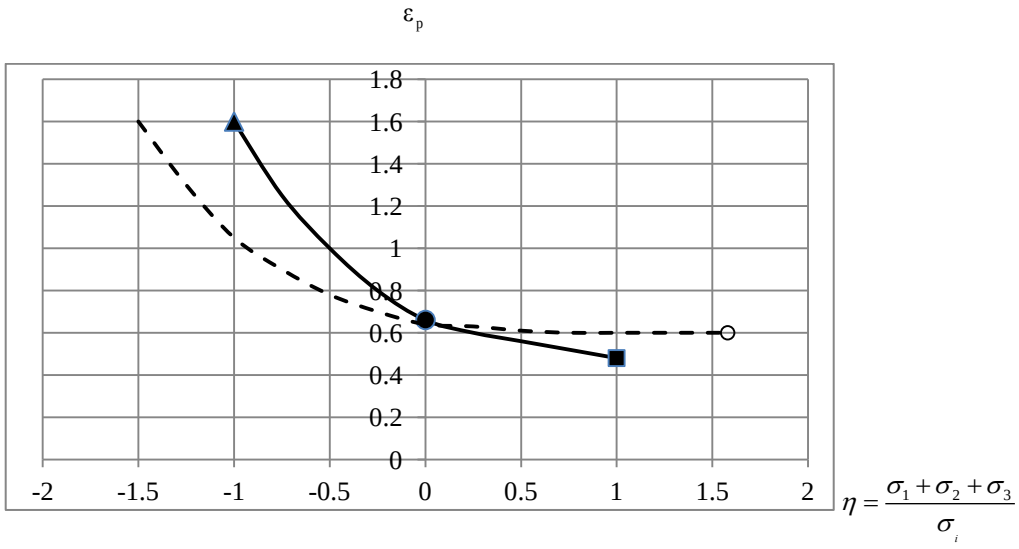


Рис. 8. Эскиз утонения цилиндрического образца при растяжении

В формулах (22 - 25) R определяем с помощью соотношения [2]:

$$R = \frac{l^2 + 4h^2}{8h} \tag{26}$$

На рис. 9 показана диаграмма пластичности, построенная с учетом третьего инварианта тензора напряжений. Заметим, что точки отражающие значение предельных деформаций при растяжении совпадают с предельными деформациями полученными расчетным путем с учетом третьего инварианта по выше приведенной методике.



---- $I_3(T\sigma) \neq 0$, — $I_3(T\sigma) = 0$, ■ –растяжение (η = 1). ▲ – сжатие (η = -1),● – кручение (η = 0), ○ – η =1,55

Рис. 9. Диаграмма пластичности стали 20

Выводы

1. Показано, что диаграмма пластичности в координатах $\varepsilon_p = f(\eta)$ не является единой для различных напряженных состояний.
2. На пластичность металлов в условиях объемного напряженного состояния оказывает влияние третий инвариант тензора напряжений. Его влияние предлагается учитывать параметром напряженного состояния в виде - $\chi = \frac{\sqrt[3]{I_3(T\sigma)}}{\sqrt{3I_2(D\sigma)}}$.
3. «Аномальное» повышение пластичности в условиях растяжения материалов образующих «шейку» связано с влиянием объемной схемы напряженного состояния.
4. Разработана методика построения диаграмм пластичности в условиях объемного напряженного состояния с помощью известных диаграмм пластичности.

Анотація. *Показано, що відомі діаграми пластичності, що відображають залежність накопичених деформацій до руйнування від безрозмірних показників напруженого стану залежать від схеми напруженого стану, зокрема від третього інваріанту тензора або девіатора напруги.*

Вплив третього інваріанту тензора напруги на пластичність пояснює факт "аномального" підвищення пластичності в умовах двовісного і одновісного розтягування. Запропонована методика отримання діаграм пластичності, що враховують відносний вплив третього інваріанта тензора напруг на пластичність.

Ключові слова: діаграма пластичності, третій інваріант тензора напружень, показник напруженого стану, об'ємний напружений стан.

Abstract. *Purpose. The purpose of the real work is hypothesis check about uniform for various intense conditions to the chart of plasticity and development of ways of the accounting of influence of the volume scheme of a tension on plasticity.*

Design/methodology/approach. Methodology of construction of diagrams of plasticity is offered taking into account relative influence of the third invariant of tensor of tensions on plasticity. It is shown that the known diagrams of plasticity, reflecting dependence of the accumulated deformations to destruction from the dimensionless indexes of the tense state depend on the chart of the tense state, in particular from the third invariant of tensor or stress deviator. Its influence is offered to be considered in tension parameter.Influence of the third invariant of tensor of tensions on plasticity explains the fact " of anomalous" increase of plasticity in the conditions of biaxial and monaxonic tension.

Findings. When studying technological processes of processing of metals by pressure where the volume tension is realized it is necessary to use the chart of the plasticity constructed taking into account the third invariant of a tensor of tension.

Keywords: diagram of plasticity, the third invariant of the stress tensor, indicator of stress, three-dimensional stress state

1. *Огородников В. А.* Оценка деформируемости металлов при обработке давлением. / В. А. Огородников. – К.: Вища шк., 1983. – 175 с.

2. *Диаграммы* пластичности и особенности их построения / В. А. Огородников, И. Ю. Кирица, В. И. Музычук // Удосконалення процесів і обладнання обробки тиском в металургії і машинобудуванні: Зб. наук. пр. – Краматорськ, 2006. – с. 251–255.

3. *Dell H.*;Gese H. Kepler L. Werner H. and Hooputra H.: Continuos Failure Prediction Model for Nonlinear Load Paths in Successive Stamping and Crash Processes, SAE – Paper 2001 – 01-1131, New Sheet Steel Produkts and Steet Metal Stamping (SP – 1614), SAE 2001 world Congress, Michigan, march 5-8,2001, pp. 113–122.

REFERENCES

1. Ogorodnikov V. A. Ocenka deformiruemosti metallov pri obrabotke davleniem [Assessment of deformability of metals when processing by pressure]. Kiev, 1983. 175 p.

2. V. A. Ogorodnikov, I. Ju. Kirica, V. I. Muzychu. Udoskonalennja procesiv i obladnannja obrobki tiskom v metalurgiї i mashinobuduvanni: Zb. nauk. pr. [An improvement of processes and equipment of treatment pressure are in metallurgy and engineer: Collected papers]. Kramators'k, 2006. – p.p. 251–255.

3. Dell H.;Gese H. Kepler L. Werner H. and Hooputra H.: Continuos Failure Prediction Model for Nonlinear Load Paths in Successive Stamping and Crash Processes, SAE – Paper 2001 – 01-1131, New Sheet Steel Produkts and Steet Metal Stamping (SP – 1614), SAE 2001 world Congress, Michigan, march 5-8,2001, pp. 113–122.