



УКРАЇНА

(19) UA (11) 80562 (13) C2
(51) МПК (2006)
G06K 9/52
G06K 9/62

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ
І НАУКИ УКРАЇНИ

ДЕРЖАВНИЙ ДЕПАРТАМЕНТ
ІНТЕЛЕКТУАЛЬНОЇ
ВЛАСНОСТІ

ОПИС ДО ПАТЕНТУ НА ВІНАХІД

(54) СПОСІБ КЛАСИФІКАЦІЇ ОБРАЗІВ

1

2

(21) a200503825

(22) 22.04.2005

(24) 10.10.2007

(72) МАРТИНЮК ТЕТЯНА БОРИСІВНА, UA,
БІТЮКОВА ЖАННА ОЛЕКСІВНА, UA, КОСТЮК
СЕРГІЙ ВОЛОДИМИРОВИЧ, UA

(73) ВІННИЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ, UA

(56)	RU	2024939	C1,	15.12.1994
	US	5995660	A,	30.11.1999
	US	5392364	A,	21.02.1995
	SU	1287203	A1,	30.01.1987
	SU	1388915	A1,	15.04.1988
	JP	2002183664,		28.06.2002
	US	6668084	B1,	23.12.2003

WO 03105071 A1, 18.12.2003

(57) Спосіб класифікації образів, в якому виконують множення кожного елемента вхідного векторного масиву даних (образу) на відповідні вагові коефіцієнти вагової матриці, формують векторні масиви зважених елементів, який

відрізняється тим, що визначають мінімальний елемент серед однойменних елементів всіх векторних масивів зважених елементів, формують різниці зрізи шляхом віднімання значення мінімального елемента від однойменних елементів всіх векторних масивів зважених елементів, виконують транспозицію нульових елементів у кожному векторному масиві зважених елементів праворуч, перевіряють умову отримання векторного масиву зважених елементів, всі елементи якого мають нульові значення, що визначають як наявність мінімальної суми елементів відповідного векторного масиву зважених елементів серед оброблюваних векторних масивів, далі послідовність вищезазначених операцій повторюють до отримання векторного масиву зважених ненульових елементів, який є останнім серед оброблюваних векторних масивів, що визначають як належність вхідного векторного масиву даних (образу) до відповідного класу образів.

Винахід відноситься до автоматики та обчислювальної техніки і може бути використаний для класифікації біоелектричних сигналів.

Відомий спосіб виділення об'єкта на зображенні [патент РФ 2024939, кл. G06K9/00, 1994р.], який містить проєкціювання зображення на фотоприймальну матрицю, вимірювання величини сигналу з кожного елемента фотоприймальної матриці, що відповідає одному елементу зображення, віднесення елемента зображення до об'єкта чи фону за ступенем його зв'язності із сусідніми елементами зображення, після вимірювання величин сигналів зі всіх елементів фотоприймальної матриці формують послідовні зрізи зображення у вигляді сукупності величин сигналів шляхом зменшення величин сигналів зі всіх елементів фотоприймальної матриці на першу задану величину, виділяють в кожному зрізі сигнали з нульовою величиною шляхом порівняння величин всіх сигналів зрізу з нульовим рівнем, формують для поточного зрізу сигнал внутрішньо-зрізової зв'язності шляхом

підррахунку для кожного елемента зображення з сигналом нульової величини в поточному зрізі кількості сусідніх з ним елементів зображення з сигналами нульової величини, формують для поточного зрізу сигнал міжзрізової зв'язності шляхом підррахунку для кожного елемента зображення з сигналом нульової величини в поточному зрізі кількості сусідніх з ним елементів зображення з сигналом нульової величини в попередньому та наступному зрізах, виділяють зріз з максимальною величиною сигналу внутрішньо-зрізової зв'язності та сукупність сусідніх з ним зрізів, для кожного з яких величина сигналу міжзрізової зв'язності перевищує другу задану величину, до об'єкта відносять елементи зображення з сигналом нульової величини як з виділеного зрізу з максимальною величиною сигналу внутрішньо-зрізової зв'язності, так і з кожного зрізу виділеної сукупності сусідніх з ним зрізів.

Недоліком даного способу є звужена область застосування через те, що він застосовується для

(13) C2

(11) 80562

(19) UA

виділення об'єкта на зображенні і не може бути застосований для класифікації образів.

Найбільш близьким за технічною суттю є спосіб класифікації образів [Распознавание биоэлектрических сигналов. Зарубежная радиоэлектроника, 1996, №12, с. 50, рис.2], в якому виконують множення кожного елемента вхідного векторного масиву даних (образу) на відповідні вагові коефіцієнти вагової матриці, формують векторні масиви зважених елементів, підсумовують зважені елементи у кожному векторному масиві з формуванням сум зважених елементів, які відповідають конкретним класам розпізнавання образів, порівнюють отримані суми між собою для визначення максимальної за величиною суми серед тих, що є ознакою належності вхідного векторного масиву даних (образу) до відповідного класу образів.

Недоліком цього способу є звужена область застосування через неможливість використання його для сортування отриманих сум елементів векторних масивів зважених даних.

В основу винаходу поставлена задача створення способу класифікації образів, в якому за рахунок введення нових дій досягається можливість порівняння однойменних елементів в усіх масивах зважених даних із визначенням і вилученням найменшого (ненульового) серед них і наступної транспозиції елементів у кожному масиві зважених даних до послідовного формування масивів з нульовими елементами, причому останній масив з ненульовими елементами є масивом з максимальною сумою його елементів, що дозволяє розширити область застосування цього способу за рахунок можливості виконання не тільки класифікації образів у вигляді векторних масивів даних, але й сортування векторних масивів зважених елементів за сумою цих елементів, що може бути використано в подальшому для кластеризації образів.

Поставлена задача вирішується тим, що у способі класифікації образів, в якому виконують множення кожного елемента вхідного векторного масиву даних (образу) на відповідні вагові коефіцієнти вагової матриці, формують векторні масиви зважених елементів, в подальшому визначають мінімальний елемент серед однойменних елементів всіх векторних масивів зважених елементів, формують різниці зрізи шляхом віднімання значення мінімального елемента від однойменних елементів всіх векторних масивів зважених елементів, виконують транспозицію нульових елементів у кожному векторному масиві зважених елементів праворуч, перевіряють умову отримання векторного масиву зважених елементів, всі елементи якого мають нульові значення, що є ознакою наявності мінімальної суми елементів відповідного векторного масиву зважених елементів серед оброблюваних векторних масивів, далі послідовність вищезазначених операцій повторюють до отримання векторного масиву зважених ненульових елементів, який є останнім серед оброблюваних векторних масивів, що є

ознакою належності вхідного векторного масиву даних (образу) до відповідного класу образів.

На кресленні зображена блок-схема пристрою, який реалізує спосіб класифікації образів.

Пристрій, що реалізує даний спосіб класифікації образів, містить помножувач 1, на входи 2_j ($j = \overline{1, n}$) якого подають значення елементів вхідного векторного масиву даних Z (n -вимірний образ), а на входи 3_{ij} ($i = \overline{1, m}$) відповідні вагові коефіцієнти w_{ij} (які утворюють вагову матрицю W розмірністю $m \times n$). Виходи 4_{ij} помножувача 1 з'єднані з входами 5_{ij} матриці 6 обчислювальних комірок, виходи j -х комірок кожного i -го рядку якої з'єднані з входами i -го елемента 7_i групи елементів АБО-НІ $7_1, \dots, 7_m$, вихід якого є виходом 8_i ознаки наявності мінімальної суми елементів i -го масиву зважених елементів ($i = \overline{1, m}$) і з'єднаний з входами заборони обчислювальних комірок i -го рядку матриці 6. Група виходів $8_1, \dots, 8_m$, ознаки підключена до

першої групи входів вузла 9, який містить лічильник 10 і m -вхідний елемент АБО, входи якого з'єднані з першою групою входів вузла 9, а вихід підключений до входу зворотної лічби лічильника 10, інформаційні входи

якого з'єднані з другою групою входів $12_1, \dots, 12_p$ вузла 9 ($p = \log_2 m$), вхід скиду з'єднаний з настановним входом 13 пристрою, а його вихід ознаки нуля є виходом 14 вузла 9, який є виходом сигналу "Кінець" пристрою.

Класифікацію образів виконують таким чином. Спочатку встановлюють у нульовий стан лічильник 10 вузла 9 за сигналом на настановному вході 13 пристрою. При поданні на входи 2_j ($j = \overline{1, n}$)

помножувача 1 вхідного векторного масиву

$$Z = (z_1, \dots, z_j, \dots, z_n), \quad (1)$$

а на його входи 3_{ij} ($i = \overline{1, m}$) матриці вагових коефіцієнтів

$$W = \begin{pmatrix} w_{11} \dots w_{1n} \\ \vdots \\ w_{i1} \dots w_{in} \\ \vdots \\ w_{m1} \dots w_{mn} \end{pmatrix} \quad (2)$$

він виконує векторно-матричне перетворення. В результаті на його виходах 4_{ij} формують векторні масиви зважених елементів виду:

$$A_i^0 = (a_{i1}^0 \dots a_{ij}^0 \dots a_{in}^0) \quad (3)$$

які записують у відповідні обчислювальні комірки матриці 6 по її входах 5_{ij} . Одночасно у лічильник 10 вузла 9 записують величину $(m-1)$, яку подають у двійковому коді по входах $12_1, \dots, 12_p$ вузла 9 ($p = \log_2 m$).

Сукупність векторних масивів A_i^0 у матриці б обчислювальних комірок подають у вигляді двовимірної матриці розміром $m \times n$:

$$A^0 = \begin{pmatrix} a_{1,1}^0 & a_{1,2}^0 & \dots & a_{1,j}^0 & \dots & a_{1,n}^0 \\ a_{2,1}^0 & a_{2,2}^0 & \dots & a_{2,j}^0 & \dots & a_{2,n}^0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{i,1}^0 & a_{i,2}^0 & \dots & a_{i,j}^0 & \dots & a_{i,n}^0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m,1}^0 & a_{m,2}^0 & \dots & a_{m,j}^0 & \dots & a_{m,n}^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1^0 \\ A_2^0 \\ \vdots \\ A_i^0 \\ \vdots \\ A_m^0 \end{pmatrix} \quad (4)$$

де A_i^0 - і-й рядок матриці A^0 .

Ітераційний процес оброблення матриці A^0 у матриці б обчислювальних комірок має такий вигляд.

Спочатку для кожного стовпця матриці A^{t-1} ($t = \overline{1, N}$) виконують визначення найменшого елемента ($\min_j^{t-1} = \min_i a_{ij}^{t-1}$). В результаті, формують вектор-рядок з n мінілементів вигляду:

$$\text{Min}^{t-1} = (\min_1^{t-1}, \min_2^{t-1}, \dots, \min_j^{t-1}, \dots, \min_n^{t-1}). \quad (5)$$

Потім виконують паралельне віднімання кожного мінілементу \min_j^{t-1} ($j = \overline{1, n}$) від кожного і-го елемента відповідного j -стовпця матриці A^{t-1} і формують невпорядковану матрицю чисел \bar{A}^t , яка має вигляд:

$$\bar{A}^t = \begin{pmatrix} a_{1,1}^{t-1} - \min_1^{t-1} & a_{1,2}^{t-1} - \min_2^{t-1} & \dots & a_{1,j}^{t-1} - \min_j^{t-1} & \dots & a_{1,n}^{t-1} - \min_n^{t-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{i,1}^{t-1} - \min_1^{t-1} & a_{i,2}^{t-1} - \min_2^{t-1} & \dots & a_{i,j}^{t-1} - \min_j^{t-1} & \dots & a_{i,n}^{t-1} - \min_n^{t-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m,1}^{t-1} - \min_1^{t-1} & a_{m,2}^{t-1} - \min_2^{t-1} & \dots & a_{m,j}^{t-1} - \min_j^{t-1} & \dots & a_{m,n}^{t-1} - \min_n^{t-1} \end{pmatrix}$$

або

$$\bar{A}^t = \begin{pmatrix} \bar{a}_{1,1}^t & \bar{a}_{1,2}^t & \dots & \bar{a}_{1,j}^t & \dots & \bar{a}_{1,n}^t \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{a}_{i,1}^t & \bar{a}_{i,2}^t & \dots & \bar{a}_{i,j}^t & \dots & \bar{a}_{i,n}^t \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{a}_{m,1}^t & \bar{a}_{m,2}^t & \dots & \bar{a}_{m,j}^t & \dots & \bar{a}_{m,n}^t \end{pmatrix} \quad (7)$$

Де

$$\bar{a}_{i,j}^t = a_{i,j}^{t-1} - \min_j^{t-1}. \quad (8)$$

Після виконання таких дій в кожному стовпці отриманої матриці \bar{A}^t є хоча б один нульовий

елемент. Відповідно, в кожному рядку може бути один, декілька, всі або не бути взагалі нульових елементів.

Перевіряють умову наявності $m-1$ нульових рядків, тобто:

$$\bar{A}_1^t = \bar{A}_{l-1}^t = \bar{A}_{l+1}^t = \dots = \bar{A}_m^t = 0, \bar{A}_l^t \neq 0, t = \overline{1, N} \quad (9)$$

Якщо умова (9) виконується, то оброблення закінчують, у протилежному випадку виконують наступні дії.

Для всіх рядків матриці паралельно виконують транспозицію елементів з просуванням праворуч усіх нульових елементів і формують впорядковану матрицю A^t , яка має вигляд:

$$A^t = \begin{pmatrix} a_{1,1}^t & a_{1,2}^t & \dots & a_{1,j}^t & \dots & a_{1,n}^t \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{i,1}^t & a_{i,2}^t & \dots & a_{i,j}^t & \dots & a_{i,n}^t \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m,1}^t & a_{m,2}^t & \dots & a_{m,j}^t & \dots & a_{m,n}^t \end{pmatrix} \quad (10)$$

Далі для отриманої матриці A^t повторюють цикли оброблення, які складаються з вищезазначеної послідовності операцій.

У деякому циклі t у двовимірній матриці A^t з'являється деякий рядок k з усіма нульовими елементами. Цей рядок вказує на k -й масив чисел A_k^0 ($k = \overline{1, m}$), який є мінімальним серед початкових масивів $A_1^0, A_2^0, \dots, A_m^0$ тобто:

$$A^t = \begin{pmatrix} a_{1,1}^t & a_{1,2}^t & \dots & a_{1,j}^t & \dots & a_{1,n}^t \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{k,1}^t & a_{k,2}^t & \dots & a_{k,j}^t & \dots & a_{k,n}^t \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{i,1}^t & a_{i,2}^t & \dots & a_{i,j}^t & \dots & a_{i,n}^t \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m,1}^t & a_{m,2}^t & \dots & a_{m,j}^t & \dots & a_{m,n}^t \end{pmatrix} \text{ мінімальний масив } A_k^0 \quad (11)$$

де

$$a_{k,j}^t = 0, j = \overline{1, n}.$$

Цей нульовий рядок в подальшому обробленні участі не приймає і значення його елементів не беруть до уваги при визначенні мінілементів кожного стовпця матриці, тобто:

$$A^t = \begin{pmatrix} a_{1,1}^t & a_{1,2}^t & \dots & a_{1,j}^t & \dots & a_{1,n}^t \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{i,1}^t & a_{i,2}^t & \dots & a_{i,j}^t & \dots & a_{i,n}^t \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m,1}^t & a_{m,2}^t & \dots & a_{m,j}^t & \dots & a_{m,n}^t \end{pmatrix} \quad (12)$$

Кожний наступний нульовий рядок, який з'явиться у двовимірній матриці A^t , вказує на набір чисел, який є мінімальним серед тих масивів (відповідних рядків), які ще приймають участь в обробленні. Такий нульовий рядок також виключають і оброблення продовжують над тими рядками, які ще мають ненульові елементи.

Оброблення двовимірної матриці триває до тих пір, поки не виконається умова (9) наявності $m-1$ нульових рядків. Тобто, поки не залишиться один єдиний рядок, який буде містити хоча б один ненульовий елемент, а решта рядків будуть виключені з оброблення як нульові. Матриця у цьому циклі ($t = N$) буде мати вигляд:

$$A^N = \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{i,1}^N & a_{i,2}^N & \dots & a_{i,j}^N & \dots & a_{i,n}^N \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} \quad (13)$$

де серед $a_{i,j}^N$ є щонайменше один ненульовий елемент, тобто $\exists a_{i,j}^N \neq 0$. Цей рядок вказує на деякий l -й масив чисел A_l^0 ($l \in \overline{1, m}$), який є максимальним серед початкових масивів чисел $A_1^0, A_2^0, \dots, A_m^0$. Величина N дорівнює кількості циклів оброблення, виконаних в процесі пошуку максимального масиву чисел серед масивів $A_1^0, A_2^0, \dots, A_m^0$.

Всі дії, що виконують послідовно у кожному циклі, реалізують у матриці 6 обчислювальних комірок. Виконання умови $\overline{A}_i^t = 0$ фіксують наявністю одиничного сигналу на виході i -го елемента АБО-НІ 7; у групі елементів АБО-НІ 7_{1, ..., 7_m}. Цей же сигнал, поданий на вхід заборони

обчислювальних комірок i -го рядка матриці 6, ініціює виключення змісту цих комірок з подальшого оброблення. Одночасно всі сигнали з виходів групи елементів АБО-НІ 7_{1, ..., 7_m}, подають на входи елемента АБО 11 вузла 9 і формують одиничний сигнал на його виході тільки у разі

наявності одиничного сигналу хоча б на одному виході групи елементів АБО-НІ 7_{1, ..., 7_m}, тобто при обнуленні відповідного рядка у матриці 6 обчислювальних комірок. Одиничний сигнал з виходу елемента АБО 11 вузла 9 подають на вхід зворотної лічби лічильника 10 вузла, що викликає зменшення на одиницю його вмісту. Це відбувається до тих пір, поки вміст лічильника не стане нульовим, тобто буде виконуватись умова (9). В результаті з'явиться одиничний сигнал на його виході ознаки нуля, а отже, на виході 14 вузла 9, який є виходом сигналу "Кінець" пристрою.

Розглянемо приклад реалізації класифікації і сортування векторних масивів чисел.

Нехай маємо чотири ($i = \overline{1, 4}$) масиви чисел A_i^0 по чотири ($j = \overline{1, 4}$) числа a_{ij}^0 в кожному, тобто

$$A_1^0 = (14 \ 9 \ 6 \ 3),$$

$$A_2^0 = (10 \ 21 \ 8 \ 2),$$

$$A_3^0 = (24 \ 18 \ 30 \ 11),$$

$$A_4^0 = (23 \ 10 \ 10 \ 22),$$

які складають початкову двовимірну матрицю:

$$A^0 = \begin{pmatrix} 14 & 9 & 6 & 3 \\ 10 & 21 & 8 & 2 \\ 24 & 18 & 30 & 11 \\ 23 & 10 & 10 & 22 \end{pmatrix}$$

Цикли оброблення цієї матриці представлено у вигляді таблиці 1. Загальний час T класифікації і сортування векторних масивів чисел розраховують таким чином:

$$T_0 = N \cdot T_u = N \cdot (T_{\min} + T_{\text{sub}} + T_{\text{tr}}) = N \cdot ((m-1) \cdot t_{\text{com}} + m \cdot t_{\text{sub}} + t_{\text{tr}}),$$

де T_u - час виконання циклу оброблення; $T_{\min}, T_{\text{sub}}, T_{\text{tr}}$ - час визначення мінімального значення, віднімання у стовпцях і транспозиції у рядках матриці A^{t-1} ($t = \overline{1, N}$) відповідно; $t_{\text{com}}, t_{\text{sub}}, t_{\text{tr}}$ - час порівняння, віднімання і транспозиції двох чисел відповідно.

У випадку, якщо $t_{\text{com}} \sim t_{\text{sub}} \sim t_{\text{tr}} = t$, формула (14) має вигляд:

$$T_0 = 2mtN \quad (15)$$

Мінімальна кількість циклів, яка необхідна для визначення максимального масиву чисел, складає:

$$N_{\min} = m-1 \quad (16)$$

Формула (16) виконується за умови, що елементи кожного вектор-стовпця матриці A^0 відсортовані в одному напрямку (або всі за збільшенням, або всі за зменшенням). Тобто:

$$a_{1,j}^0 > a_{2,j}^0 > \dots > a_{i,j}^0 > \dots > a_{m,j}^0$$

або

$$a_{1,j}^0 < a_{2,j}^0 < \dots < a_{i,j}^0 < \dots < a_{m,j}^0$$

Тоді, підставивши (16) у (15), розраховують мінімальний час визначення максимального масиву чисел:

$$T_0^{\min} = 2m \cdot (m-1) \cdot t = 2 \cdot (m^2 - m) \cdot t \quad (17)$$

Але за умови послідовного виконання у межах кожного стовпця

матриці A^{t-1} ($t = \overline{1, N}$) віднімання мінелементів \min^{t-1} , а також суміщення виконання віднімання мінелементів і транспозиції нульових елементів, що передбачає вираз (14), можлива організація конвеєрного оброблення значень матриці A^0 , що дозволить майже вдвічі скоротити цей процес, а саме:

$T_0^{\min} = (m-1) \cdot t_{com} + (m \cdot t_{sub} + t_{tr}) \cdot N_{min} =$ $= (m-1) \cdot t + (m+1)(m-1) \cdot t = (m^2 + m - 2) \cdot t.$	(18)
---	------

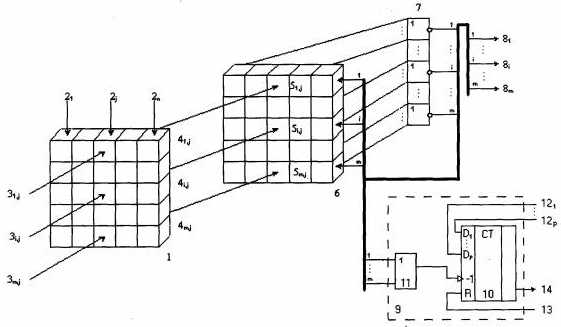
3/3	$A^3 = \begin{pmatrix} - & - & - & - \\ - & - & - & - \\ 2 & 7 & 24 & 9 \\ 1 & 3 & 20 & 0 \end{pmatrix}$ <p>Формування впорядкованої матриці (транспозиція елементів у рядках з просуванням нульових елементів праворуч).</p>
4/1	$\min^3 = (1 \ 3 \ 20 \ 0)$ Формування рядка мінелементів (пошук найменшого елемента стовпця).

\bar{A}^4	$\bar{A}^4 = \begin{pmatrix} - & - & - & - \\ - & - & - & - \\ 2 & -1 & 7 & -3 & 24 & -20 & 9 \\ 1 & -1 & 3 & -3 & 20 & -20 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} - & - & - & - \\ - & - & - & - \\ 1 & 4 & 4 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ мінімальний масив A_3^0, A_4^0 . Цей рядок вказує на те, що масив чисел A_3^0 є максимальним серед масивів A_3^0, A_4^0 . Цей рядок виключають з подальшого оброблення.
-------------	---

Цикл/Операція	Результат (числова матриця або вектор)	Опис операції
1/1	$\min^0 = (10 \ 9 \ 6 \ 2)$	Формування рядка мінелементів (пошук найменшого елемента стовпця).
1/2	$\bar{A}^1 = \begin{pmatrix} 14 & -10 & 9 & -9 & 6 & -6 & 3 & -2 \\ 10 & -10 & 21 & -9 & 8 & -6 & 2 & -2 \\ 24 & -10 & 18 & -9 & 30 & -6 & 11 & -2 \\ 23 & -10 & 10 & -9 & 10 & -6 & 22 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 12 & 2 & 0 \\ 14 & 9 & 24 & 9 \\ 13 & 1 & 4 & 20 \end{pmatrix}$	Формування неупорядкованої матриці (віднімання мінелементів у кожному стовпці матриці A^0). Отримано перший нульовий рядок двовимірної матриці.
1/3	$A^1 = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 & 0 \\ 12 & 2 & 0 & 0 \\ 14 & 9 & 24 & 9 \\ 13 & 1 & 4 & 20 \end{pmatrix}$	Формування впорядкованої матриці (транспозиція елементів у рядках з просуванням нульових елементів праворуч).

2/1	$\min^1 = (4 \ 1 \ 0 \ 0)$	Формування рядка мінелементів (пошук найменшого елемента стовпця).
-----	----------------------------	--

2/2	$\bar{A}^2 = \begin{pmatrix} 4 & -4 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 12 & -4 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 14 & -4 & 9 & -1 & 24 & 9 \\ 13 & -4 & 4 & 20 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 8 & 1 & 0 & 0 \\ 10 & 8 & 24 & 9 \\ 9 & 0 & 4 & 20 \end{pmatrix}$	<p>Формування неупорядкованої матриці (віднімання мінелементів у кожному стовпці матриці A^1). Отримано перший нульовий рядок двовимірної матриці.</p> <p>A_1^0 є мінімальним серед масивів $A_1^0, A_2^0, A_3^0, A_4^0$. Цей рядок виключають з подальшого оброблення.</p>
-----	--	--



2/3	$A^2 = \begin{pmatrix} - & - & - & - \\ 8 & 1 & 0 & 0 \\ 10 & 8 & 24 & 9 \\ 9 & 4 & 20 & 0 \end{pmatrix}$	Формування впорядкованої матриці (транспозиція елементів у рядках з просуванням нульових елементів праворуч).
3/1	$\min^2 = (8 \ 1 \ 0 \ 0)$	Формування рядка мінелементів (пошук найменшого елемента стовпця).

3/2	$\bar{A}^3 = \begin{pmatrix} - & - & - & - \\ 8 & -8 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 10 & -8 & 8 & -1 & 24 & 9 \\ 9 & -8 & 4 & -1 & 20 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} - & - & - & - \\ 8 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 7 & 24 & 9 \\ 1 & 3 & 20 & 0 \end{pmatrix}$	<p>Формування неупорядкованої матриці (віднімання мінелементів у кожному стовпці матриці). Отримано наступний нульовий рядок двовимірної матриці. Цей рядок вказує на те, що масив чисел A_2^0 є мінімальним серед масивів A_2^0, A_3^0, A_4^0. Цей рядок виключають з подальшого оброблення.</p>
-----	--	---