

ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНІ АНАЛОГІЇ І ЗАСТОСУВАННЯ ПРИНЦИПУ НАЙМЕНШОЇ ДІЇ

Вінницький національний технічний університет;

Анотація

Розглянуто застосування принципу найменшої дії в електроенергетиці. Досліджено аналогії між процесами в механічних і електричних системах, які зумовлені наявністю в природі принципу найменшої дії.

Ключові слова: принцип найменшої дії, електрична система, аналогія.

Abstract

The application of the principle of least action in the electricity sector is considered. Analogies between the processes in the mechanical and electrical systems that are caused by the presence in nature of the principle of least action are explored.

Keywords: principle of least action, electrical system, analogy.

Вступ

За своєю природою ЕЕС є неоднорідними, тому у даних системах завжди виникають додаткові втрати на транспортування і розподіл електроенергії. Оптимізувати роботу ЕЕС можна тільки примусово. Для вирішення задач самоорганізації та самооптимізації функціонування електродинамічних систем у відповідності з заданим критерієм оптимальності – втратами електроенергії використовують принцип найменшої дії. Завдяки роботам Фейнмана, Еддінгтона, Гельмгольца, Пуанкаре [1–4]. ПНД як суто механічний принцип було поширено на істотно немеханічні процеси [5].

Результати дослідження

ПНД зумовлює оптимальність функціонування будь-якої системи, а також розвиток, що скерований на підвищення міри її ідеальності. Для природних систем прояв цього явища є очевидним і необмеженим. Перенесення закономірностей довільних систем на електроенергетичну систему дозволяє стверджувати, що у будь-який момент часу функціонування для поточної сукупності параметрів системи та незалежних параметрів режиму вона перебуває в оптимальному стані з погляду технологічних втрат електроенергії, але глибина цього оптимуму зумовлена мірою ідеальності самої системи. Таким чином сприяння природному розвитку ЕЕС, тобто підвищенню міри її ідеальності, дозволяє завдяки механізмам самооптимізації забезпечувати зниження технологічних втрат електроенергії, незалежно від її навантаження. Саме це є істотною перевагою цього підходу порівняно з класичною оптимізацією [6]

По аналогії з механічною системою, для електричного кола можна ввести потенційну і кінетичну енергію, дисипативну функцію Релея, узагальнені сили, що відповідають непотенційним і недисипативним силам, тобто, іншими словами, вводять електромеханічні аналогії. На основі введених функцій для електричної системи записуються рівняння Лагранжа, які є рівняннями її стану [7].

Як приклад, розглянемо, як можна застосувати рівняння аналітичної механіки не тільки до механічних, але і до електричних і електромеханічних систем. Розглянемо електричне коло, в якому активний опір R , індуктивність L і ємність C з'єднані послідовно (конденсатор попередньо не заряджений). Тоді, згідно із законом Кірхгофа, якщо в контурі є ерс, будемо мати:

$$L \frac{di}{dt} + Ri + \frac{1}{C} \int idt = e(t) \quad (1)$$

або

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = e(t). \quad (2)$$

Це рівняння є аналогічним до рівняння механічних коливань.

де Q – сила, прикладена до механічної системи;

a – маса;

b – коефіцієнт дисипації (розсіювання) енергії;

d – коефіцієнт пружності;

q – узагальнена координата, що визначає положення механічної системи, на яку накладені зв'язки .

$$a \frac{d^2q}{dt^2} + b \frac{dq}{dt} + dq = Q(t), \quad (3)$$

З рівняння (3) видно, що індуктивності L відповідає інерційний коефіцієнт (узагальнена маса) a , активному опору R – дисипативний коефіцієнт b , коефіцієнту $1/C$ відповідає приведений коефіцієнт пружної сили d , заряд q відповідає узагальненій координаті q , е.р.с. $e(t)$ – узагальненій силі $Q(t)$.

Розглянемо електричне коло, в якому активний опір R , індуктивність L і ємність C з'єднані паралельно. Тоді, згідно із законом Кірхгофа, маємо:

$$\frac{u}{R} + \frac{1}{L} \int_0^t u dt + C \frac{du}{dt} = i(t). \quad (4)$$

Почленно диференціюючи останній вираз, отримуємо

$$C \frac{d^2u}{dt^2} + \frac{1}{R} \frac{du}{dt} + \frac{1}{L} u = \frac{di}{dt}. \quad (5)$$

В результаті отримуємо іншу систему аналогій в якій координаті s відповідає напруга u і механічні коефіцієнти a , b , d замінюються на C , $1/R$, $1/L$. Узагальненій силі $Q(t)$ тут відповідає величина di/dt .

Дві електричні системи, що мають однакові (з точністю до позначень) рівняння, є двома різними електричними моделями однієї і тієї ж механічної системи. Кінетичній (K) і потенційній (Π) енергіям, функції Релея (\tilde{R}), узагальненій силі механічної системи з одним ступенем свободи в першій і другій системі аналогій відповідають величини, приведені в таблиці 1.

Таблиця 1 Аналогії механічної і електричної систем

Механічна система	a	b	c	Q	$K = \frac{1}{2} a \dot{q}^2$	$\tilde{R} = \frac{1}{2} b \dot{q}^2$	$\tilde{\Pi} = \frac{1}{2} \tilde{n} q^2$
Аналогія «сила-напруга»	L	R	$\frac{1}{C}$	e	$\frac{1}{2} L \dot{q}^2$	$\frac{1}{2} R \dot{q}^2$	$\frac{1}{2C} q^2$
Аналогія «сила-струм»	C	$\frac{1}{R}$	$\frac{1}{L}$	$\frac{di}{dt}$	$\frac{1}{2} C \dot{u}^2$	$\frac{1}{2R} \dot{u}^2$	$\frac{1}{2L} u^2$

Таким чином, за допомогою таблиці 1 можна визначити системи електромеханічних аналогій.

Висновки

Для оптимального керування нормальними режимами ЕЕС може бути використаний принцип найменшої дії.

Наслідком системного принципу найменшої дії є аналогії між процесами в електричних і механічних системах. Виходячи з принципу найменшої дії можуть бути встановлені закони електротехніки, зокрема закони Кірхгофа. Отже, якщо при переході системи з одного стану в інший ці закони виконуються, то така зміна стану здійснюється з найменшими втратами електроенергії.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Мякишев Г.Я. Динамические и статистические закономерности в физике / Мякишев Г.Я. – М.: Наука, 1973. – 272 с.
2. Вариационные принципы механики: [Сб. ст. / ред. Л.С. Полак]. - М.: Гос. издательство физ.-мат. лит., 1959. – 932 с.
3. Фейнман Р. Фейнмановские лекции по физике: [в 12 т.] / том 6. Электродинамика. Глава 19. Принцип наименьшего действия / Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс – М., : Мир, 1966.– С. 94–119.
4. Пуанкаре Анри. Избранные труды: том 3 / Пуанкаре Анри – М.: Наука, 1974.– 771 с.
5. Самарский А.А. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры / Самарский А.А., Михайлов А.П. – М.: Физматлит, 2001. – 320 с.
6. Методы оптимизации режимов энергосистем / В.М. Горнштейн, Б.П. Мирошниченко, А.В. Пономарев и др.; Под ред. В.М. Горнштейна. – М.: Энергия, 1981. – 336 с
7. Пентегов И.В. Лагранжиан электрической цепи с сосредоточенными параметрами и его применение / Пентегов И.В., Волков И.В. // Электричество. – 1969. – №5. – С. 59–63.

Костяєва Марія Сергіївна — студентка групи ЕС-16м, факультет електроенергетики та електромеханіки, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, e-mail: kostayevamaria@gmail.com

Науковий керівник: **Петро Демянович Лежнюк** — доктор технічних наук, професор кафедри електричних станцій та систем, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця.

Kostayeva Maria S. – Faculty electricity and electromechanics, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: mariakostayeva@gmail.com

Supervisor: **Lezhnyuk Petro D.** - Doctor of Science Professor, Department of Electric Stations and Systems, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia