

Т.О. Савчук, С.І. Петришин

Вінницький національний технічний університет

## ВИКОРИСТАННЯ ІЄРАРХІЧНИХ МЕТОДІВ КЛАСТЕРИЗАЦІЇ ДЛЯ АНАЛІЗУ НАДЗВИЧАЙНИХ СИТУАЦІЙ НА ЗАЛІЗНИЧНОМУ ТРАНСПОРТІ

*Проаналізовано використання ієрархічних методів кластеризації для аналізу надзвичайних ситуацій на залізничному транспорті.*

*In article parsed usages of hierarchic methods of clusterization for the analysis of extraordinary situations on a railway transportation.*

Ключові слова: метод кластеризації, залізничний транспорт.

### Постановка проблеми

На сьогоднішній день залізничний транспорт є найпоширенішим в Україні. Ним здійснюється біля 46 % вантажоперевезень (включаючи перевезення шкідливих та небезпечних вантажів) по території держави [1].

Для забезпечення сталих тенденцій розвитку залізничного транспорту, що використовується для перевезення небезпечних вантажів, необхідно поєднувати технічний розвиток рухомого складу залізниць з розвинутою системою реагування на надзвичайні ситуації, які можуть виникнути під час їх перевезення. Такі системи повинні базуватись на новітніх інформаційних технологіях, що будуть використовуватись для аналізу означених надзвичайних ситуацій, з метою запобігання/зменшення їх виникнення/можливих наслідків.

Використання стандартних математичних методів для синтезу вирішального правила для ідентифікації надзвичайної ситуації, що виникла при перевезенні небезпечних вантажів залізницею, базується на концепції усереднення вибірки, що є неприйнятним для аналізованої предметної області та, як наслідок, приводить до операцій над неіснуючими величинами. Крім того, при цьому не враховується складність і багаторівневий принцип взаємодії складових інтелектуальних систем означеного типу, а аналіз надзвичайних ситуацій орієнтовано на перевірку наперед сформованих гіпотез (verification-driven data mining) або на "грубий" розвідувальний аналіз. Проте, при аналізі надзвичайних ситуацій, які можуть виникнути при перевезенні небезпечних вантажів, необхідно оперувати реальними значеннями, організувати пошук неясних *закономірностей в даних*, самостійну побудову гіпотез про взаємозв'язки параметрів й характеристик таких ситуацій [1].

У відомих методах аналізу є велика ймовірність отримати недостовірні рішення, які збільшують ризик виконання недоцільних дій при ліквідації поточної швидкоплинної надзвичайної техногенної ситуації. Тому, синтез вирішального правила, за яким визначаються ознаки поточної надзвичайної ситуації на залізничному транспорті з метою її ідентифікації, є актуальною задачею при розробці інтелектуальних систем їх аналізу.

### Аналіз сучасних засобів розв'язання задачі ідентифікації надзвичайних ситуацій, що відбулись на залізничному транспорті

Серед сучасних засобів аналізу і ідентифікації надзвичайних ситуацій, що широко використовуються на практиці, слід відзначити такі.

1) Система «Crisis Management System» (CMS) російської компанії «Транзас», яка призначена для аналізу надзвичайних ситуацій та прийняття рішень щодо їх ліквідації, і може бути використана як великими державними антикризовими центрами, так і малими приватними підприємствами, які зацікавлені в посиленій безпеці своїх об'єктів. Система здійснює аналіз із врахуванням погодних та геофакторів. В процесі використання системи в базі даних накопичується статистика, на основі якої можуть бути сформовані рекомендації для керівника ліквідаційного підрозділу, що будуть основою для прийняття швидких і ефективних рішень при аналогічній надзвичайній ситуації в майбутньому. Але вона є найбільш ефективною при аналізі вже відомих надзвичайних ситуацій, а в разі її використання у непередбачених ситуаціях система може спрацювати некоректно [2].

2) Система «PC ARC/INFO» фірми «ESRI» (США), що призначена для введення, редагування, друку та аналізу географічної інформації. Її можна ефективно використовувати як самостійний інструмент створення геоінформаційної системи для будь-якої надзвичайної ситуації. Основним недоліком даної системи є те, що вона аналізує лише погодні фактори та фактори місцевості, не вдаючись до причин надзвичайної ситуації та умов її протікання [3].

3) Система «ArcGIS ArcView» фірми «ESRI» (США), що є потужним засобом для створення, управління, відображення та аналізу просторових даних. До її функцій відносяться: прийом і обробка інформації, накопичення архівних даних про надзвичайну ситуацію, відображення отриманих даних у вигляді картографічних покриттів, підготовка даних аналізу в проект управлінських рішень. Для аналізу надзвичайних ситуацій система самостійно практично не використовується, вона найчастіше застосовується із програмою «PC ARC/INFO»,

що дає якісний аналіз надзвичайної ситуації і є запорукою для прийняття правильних рішень керівником ліквідаційної служби. Але вимоги до аналізу надзвичайної ситуації з використанням системи «ArcGIS ArcView» передбачають обов'язкове використання додаткових програмних продуктів або модулів, тобто сама система не є самостійним засобом аналізу [4-5].

4) Геоінформаційна система оперативно-диспетчерського управління пожежної охорони «ГЕОВАРТА», яка призначена для автоматизації основних функцій диспетчерів центру управління та зв'язку пожежної охорони в процесах оперативної висилки сил та засобів на пожежі, збору оперативної інформації про стан пожежної техніки і засобів та їх застосування на пожежах, під час ліквідації надзвичайних ситуацій, ведення інформаційних баз даних і формування інформаційних і статистичних звітів. Але аналітичні задачі системою ГЕОВАРТА не розв'язуються, що є визначальним недоліком, оскільки саме результати аналізу інформації є джерелом майбутніх дій, спрямованих на ефективне функціонування ліквідаційних підрозділів [6].

Отже, виявлені переваги та недоліки проаналізованих засобів, дають підстави стверджувати про актуальність проблеми розробки інформаційної системи з такими вимогами:

- легко налаштуватися для використання на різних за масштабом надзвичайних ситуаціях на залізничному транспорті;
- масштабованість (незалежність від масштабу надзвичайної ситуації);
- розширюємість (можливість введення додаткових факторів з метою підвищення якості аналізу);
- що здійснювала б якісний аналіз із врахуванням погодних факторів та факторів місцевості;
- історичність, що передбачає статистику вже наявної практики ідентифікації надзвичайних ситуацій;
- універсальність (здатність системи розрізняти як основні типи аварій, так і їх комбінації)
- можливість уточнення типу надзвичайної ситуації в процесі аналізу за рахунок використання інформаційних інтелектуальних технологій, що дасть можливість розпізнавати їх різноманітні комбінації.

В формалізованому вигляді ідентифікація надзвичайної ситуації зводиться до задачі визначення належності її поточного стану (причини, умови та фактори) до одного з формалізованих станів  $D_i$  з множини  $D$ . При цьому аналізуються фактори ситуації  $X_i$ , які широко використовуються на практиці та відображають поточний  $j$ -й стан  $i$ -ї надзвичайної ситуації  $S_{ij}$ .

Моделі ідентифікації надзвичайних ситуацій, що можуть виникнути при перевезенні вантажів залізницею, а також процесів вироблення рекомендацій щодо їх ліквідації доцільно будувати на основі кластерного підходу [7], що забезпечить одночасне дотримання означених вимог при їх аналізі.

Кластерний аналіз застосовується для вирішення таких основних задач [7]:

- розробка типології та класифікації;
- дослідження концептуальних схем групування об'єктів;
- породження гіпотез на основі дослідження даних;
- перевірка гіпотез або дослідження щодо встановлення присутності груп, що виділені тим чи іншим способом, в отриманих даних.

Погляд на кластеризацію, як на модель, зумовлює застосування в ході кластерного аналізу прийомів теорії самоорганізації на основі групового врахування аргументів та таких базових принципів, як: багатоетапність пошуку оптимального результату, використання наборів методів утворення кластерів і вибору інформативних ознак та мір схожості між двома об'єктами, об'єктом і кластером, двома кластерами [8].

Отже, розвиток залізничного транспорту, а також збільшення кількості перевезень небезпечних вантажів залізницею зумовило застосування новітніх технологій до аналізу та ідентифікації надзвичайних ситуацій, що виникають в таких ситуаціях, в основі яких виявився кластерний аналіз — сукупність математичних методів, що дозволяють формувати відносно «віддалені» один від одного групи «близьких» між собою об'єктів за інформацією про відстані або зв'язки (міри схожості) між ними. Головними перевагами кластерного аналізу є побудова науково обґрунтованої класифікації багатовимірних спостережень на підставі сукупності відібраних показників та виявлення внутрішніх зв'язків між одиницями сукупності об'єктів, що аналізуються.

#### Мета роботи

Використання кластерного аналізу з метою розробки вирішального правила з декомпозицією недостовірних рішень і переходом до альтернативного дерева рішень в процедурі ідентифікації надзвичайної ситуації, що виникла при перевезенні небезпечних вантажів залізницею та уточнення її поточного стану.

**Підхід до синтезу вирішального правила з декомпозицією недостовірних рішень для аналізу надзвичайних ситуацій на залізничному транспорті з використанням ієрархічних методів кластерного аналізу**

Всі методи кластеризації поділяють на дві групи: ієрархічні та неієрархічні. Хоча неієрархічні методи можуть працювати з потужними базами даних, вони є складними, тому що потрібно до початку кластеризації визначити приблизну кількість кластерів та кількість ітерацій. На відміну від попередніх, ієрархічні методи не тільки ураховують особливості реальних об'єктів дослідження, а й дозволяють знайти найкращі варіанти утворення кластерів, орієнтуючись на задані критерії оптимізації без побудови повного дерева, вони є наочними та простими, при їх допомозі можливо отримати детальну структуру даних. Отже, проаналізувавши позитивні та негативні сторони обох груп методів, а також оцінивши всі критерії, які мають бути задоволені після виконання кластеризації було обрано ієрархічний метод кластеризації для аналізу надзвичайних ситуацій з метою їх ідентифікації [8].

Достовірність класифікації надзвичайних ситуацій залежать від розміщення еліпсоїдів розсіювання об'єктів, що належать вказаним кластерам. З урахуванням відмічених вище особливостей об'єкта дослідження, можна стверджувати те, що еліпсоїди розсіювання кластерів кінцевого стану ситуації мають більш тонку структуру, яка складається з підмножин станів різних її підсистем на різних рівнях взаємодії, як показано на рисунку 1.

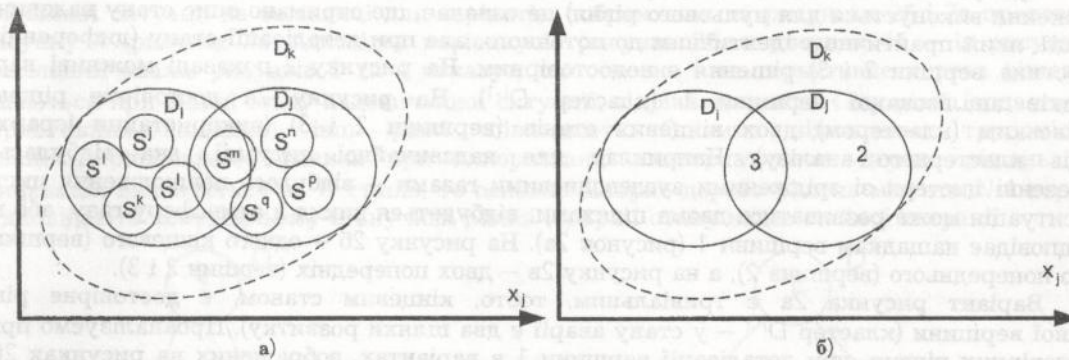


Рис. 1. Еліпсоїди розсіювання кластерів в просторі ознак при ідентифікації надзвичайної ситуації на залізничному транспорті: а) ієрархія внутрішніх станів підсистем і станів різних рівнів взаємодії; б) ієрархія внутрішніх станів підсистем і станів на вищих рівнях взаємодії

Стани одного рівня ( $D_i \mid D_j$ ) (рис. 1, а), які визначають стан однієї з підсистем надзвичайної ситуації на залізничному транспорті, під якими можна розуміти наприклад, температуру повітря та атмосферний тиск входять в кластер стану більш високого рівня  $D_k$  наприклад, який можна назвати «кліматичні умови», а кожен із них включає множини умов та причин надзвичайної ситуації, причому деякі умови та причини можуть одночасно включатися в декілька станів (на прикладі умова  $S^m$  одночасно включається в стани  $D_i \mid D_j$ ), що призводить до перетину еліпсоїдів розсіювання. В випадку перетинання еліпсоїдів розсіювання станів надзвичайної ситуації, в кожному еліпсоїді можна умовно виділити область достовірної і область недостовірної рішення. На рисунку 1б цифрами 1 та 2 позначені області достовірного рішення для станів  $D_i \mid D_j$  відповідно, а цифрою 3 – область недостовірного рішення. Різні варіанти вирішального правила мінімізують область 3 по різних критеріях оцінки  $R_{(D)}$  надзвичайної ситуації на залізничному транспорті [10].

Якщо в вирішальному правилі використовується ітераційна процедура оптимізації  $R_{(D)}$  з аналізом достовірності, та процес постановки уточненого стану надзвичайної ситуації є послідовністю достовірних рішень при підвищенні рівня ієрархії станів.

Проте, з врахуванням рисунка 1б, на кожному  $i$ -му кроці уточненого стану, для конкретної надзвичайної ситуації можна отримати достовірне рішення щодо запобігання наслідків даної ситуації (точка потрапляє в область 1 або 2), або ж недостовірне (точка потрапляє в область 3). В роботі ставиться завдання розробки такої ідентифікаційної процедури, при якій не тільки мінімізується ризик недостовірних рішень, які будуть використовуватись при ліквідації надзвичайних ситуацій на залізничному транспорті, але і при їх виникненні, буде отримуватись достовірне рішення на максимально можливому рівні ієрархії. Якщо буде відомо такий стан системи то начальнику ліквідаційної служби це дозволить зробити певні висновки: 1) множини відомих умов та причин недостатньо і потрібно детальніше дослідити місце надзвичайної ситуації; 2) прийме заходів щодо усунення надзвичайної ситуації; 3) ситуація може викликати певні ускладнення при виконанні рятувально-ліквідаційних робіт.

Розглянемо різні приклади бінарних дендрограм ієрархічних станів надзвичайної ситуації, які представлені на рисунку 2.

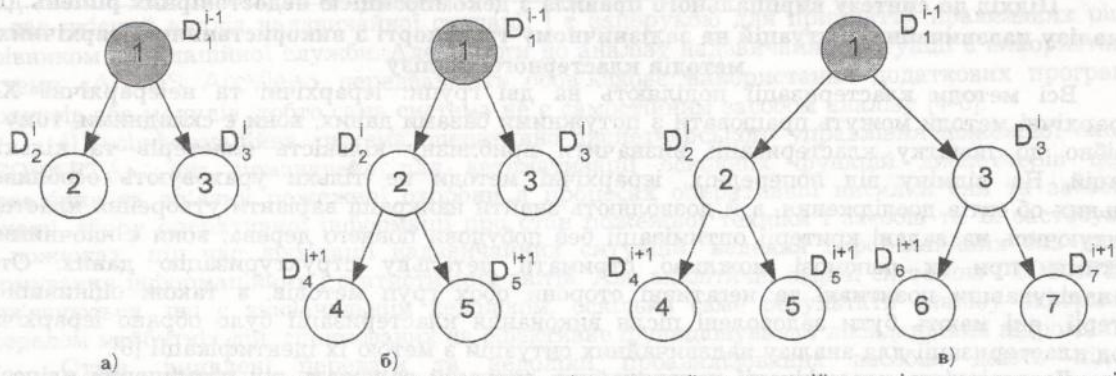


Рис. 2 Приклади бінарних деєдрограм ієрархічних станів надзвичайних ситуацій на залізничному транспорті: а) аналізована вершина є батьківською для двох кінцевих станів; б) аналізована вершина є батьківською для одного кінцевого стану і для попереднього стану, який має нащадків, що є кінцевими станами; в) аналізована вершина є батьківською для двох попередніх станів, які мають нащадків, що є кінцевими станами

Припустимо, що на  $(i-1)$ -му рівні (вершина 1) отримане достовірне рішення (дане твердження виконується для нульового рівня) це означає, що отримано опис стану надзвичайної ситуації, який практично є ідентичним до поточного, але при деталізації стану (диференціальна діагностика вершин 2 і 3) рішення є недостовірним. На рисунку 2 показані можливі варіанти нащадків аналізованої вершини 1 (кластер  $D_1^{i-1}$ ). На рисунку 2а достовірне рішення є батьківським (кластером) двох кінцевих станів (вершини 2 і 3) (використання ієрархічних методів кластерного аналізу). Наприклад для надзвичайної ситуації, яка відбулась при перевезенні цистерн зі зрідженими вуглеводневими газами – відбулось пошкодження цистерни, така ситуація може розвиватись двома шляхами: відбудеться викид в атмосферу газу, або вибух, що відповідає нащадкам вершини 1 (рисунок 2а). На рисунку 2б – одного кінцевого (вершина 3) і одного попереднього (вершина 2), а на рисунку 2в – двох попередніх (вершин 2 і 3).

Варіант рисунка 2а є тривіальним, тобто, кінцевим станом, є достовірне рішення вказаної вершини (кластер  $D_1^{i-1}$  – у стану аварії є два шляхи розвитку). Проаналізуємо причину недостовірних рішень при деталізації вершини 1 в варіантах, зображених на рисунках 2б і 2в, еліпсоїди розсіювання яких зображені на рисунку 3 (рисунок 3а відповідає варіанту із рисунка 2б, а рисунок 3б – із рисунку 2в).

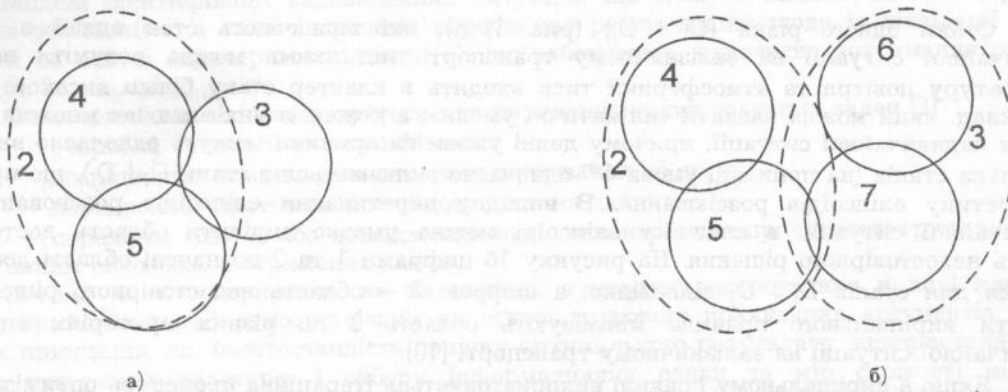


Рис. 3. Розміщення еліпсоїдів розсіювання ієрархічних структур аварії на залізничному транспорті: а) еліпсоїд розсіювання, що відповідає бінарному дереву ієрархічних станів, зображеному на рисунку 2б; б) еліпсоїд розсіювання, що відповідає бінарному дереву ієрархічних станів, зображеному на рисунку 2в

Результатом кластеризації вершин 2 і 3 на рисунках 3а і 3б в значенні критерію  $R_{(D)} = R_{(23)}$  є область перетину вершин 2 та 3  $\Omega_{23}$  є мінімальною при всіх можливих варіантах розбиття кінцевого стану надзвичайної ситуації на залізниці. Проте, причиною недостовірності рішень є належність точки, яка характеризує досліджувану надзвичайну ситуацію на залізничному транспорті, в область  $\Omega_{23}$ , тобто  $Y \in \Omega_{23}$ . Розглянемо детальніше структуру  $\Omega_{23}$ , використовуючи рисунок 3а. Вершина 2 є кластером вершин 4 і 5, через це  $\Omega_{23}$  є об'єднанням  $\Omega_{34}$  та  $\Omega_{35}$ , тобто  $\Omega_{23} = \Omega_{34} \cup \Omega_{35}$ . Так як  $Y \in \Omega_{23}$ , то  $\Omega_{23}$  є не пустою множиною, через те можна стверджувати, що хоча б одна з областей  $\Omega_{34}$  або  $\Omega_{35}$  є не пустою множиною і припустити, що точка, яка відповідає поточній надзвичайній ситуації належить одній із них. З вищесказаного слідує, що найбільш ймовірною причиною недостовірного рішення, що стосується рисунка 3а є потрапляння точки в область  $\Omega_{ij} = \max\{\Omega_{34}, \Omega_{35}\}$ , яка отримана при мінімальному критерії кластеризації певної надзвичайної ситуації

$$\Omega_{ij} = \arg \min \{R_{\{23\}}, R_{\{35\}}\}. \quad (1)$$

Після визначення  $\Omega_{ij}$  за формулою (1), починаючи з вершини 1, будується альтернативне дерево рішень щодо стану поточної надзвичайної ситуації на залізниці, в якому вершини  $i$  та  $j$  об'єднуються в один кластер (на рисунку 3а об'єднуються вершини 4 та 5). При цьому, з ймовірністю  $P = \Omega_{ij}/\Omega_{23}$  недостовірне рішення при деталізації вершини 1 на альтернативні нащадки стає достовірним, а недостовірним рішенням альтернативного дерева стає деталізація вершини 2, яка знаходиться на  $(i+1)$ -му рівні (розчеплення недостовірного рішення і зміщення його на один рівень донизу, тобто це означає, що значення даного недостовірного рішення для поточної надзвичайної ситуації на порядок зменшується). Якщо такі дії виконувати велику кількість разів то можна дійти до такого  $\Omega_{ij}$ , що практично не впливатиме на рішення, що будуть прийматись начальником ліквідаційної служби щодо зменшення наслідків надзвичайної ситуації. До отриманої деталізованої вершини далі застосовується розглянута нижче процедура (аналіз вершини 1). Аналогічним чином будується альтернативне дерево для варіанту зображеного на рисунку 2в, але в даному випадку вираз (1) перепишеться у вигляді:

$$\Omega_{ij} = \arg \min \{R_{\{46\}}, R_{\{47\}}, R_{\{56\}}, R_{\{57\}}\}. \quad (2)$$

Приклади побудови альтернативних дерев рішень щодо ідентифікації стану надзвичайної ситуації на залізниці для варіантів, зображених на рисунках 2б і 2в представлені на рисунку 4 (рисунок 4а відповідає варіанту із рисунка 2б, а рисунок 4б – із рисунка 2в). Порівняльний аналіз рисунків 2 та 4 показує, що основне і альтернативне дерева рішень, що приймаються при оцінці стану надзвичайної ситуації, відрізняються на  $i$ -му рівні (додається два альтернативних нащадки), інші рівні співпадають. Оцінимо підвищення трудомісткості реалізації вирішального правила при використанні альтернативного дерева рішень. Якщо ідентифікація виконується на  $N$  станів, то основне бінарне дерево рішень містить  $N-1$  вершину, які відповідають попередньому стану всіх рівнів ієрархії стану надзвичайної ситуації.

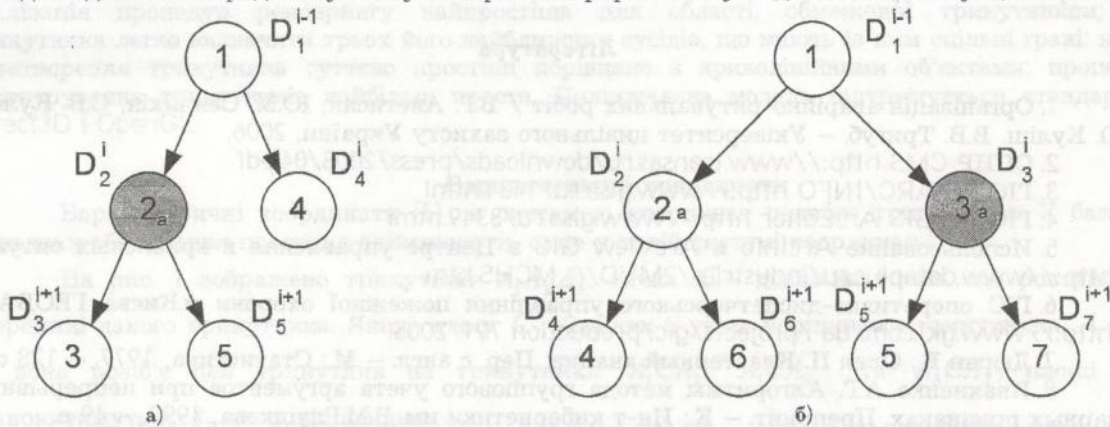


Рис. 4. Приклади альтернативних дерев рішень під час ідентифікації стану надзвичайної ситуації на залізничному транспорті: а) альтернативне дерево рішень, що відповідає дендрограмі, зображеній на рисунку 2б, б) альтернативне дерево рішень, що відповідає дендрограмі, зображеній на рисунку 2в

Для кожної вершини основного дерева рішень формується матриця умовних ймовірностей інформативних ознак, що стосуються певної надзвичайної ситуації на залізничному транспорті відносно аналізованих нащадків. В кожній вершині для розчеплення недостовірного рішення використовуються альтернативні нащадки, для диференційної ідентифікації яких необхідно сформулювати матрицю умовних ймовірностей появи тих чи інших ознак. Виключивши тривіальні випадки (рисунок 2а), кількість яких рівна  $N/2$ , остаточно отримаємо число додаткових матриць умовних ймовірностей

$$N_d = N/2 - 1.$$

Якщо в аналізованій вершині певного стану надзвичайної ситуації виконується диференціальна ідентифікація основних нащадків з сумарною помилкою класифікації  $\gamma = \alpha + \beta$ , то ймовірність достовірних рішень  $P_0 = 1 - \gamma$ , а ймовірність недостовірних рішень  $P_1 = \gamma$ . Таким чином, важлива частина надзвичайних ситуацій ідентифікується при аналізі основного дерева рішень і тільки невелика частина – при переході на альтернативне дерево рішень.

В свою чергу ієрархічні методи кластерного аналізу поділяються на агломеративні та дивізивні. Перші характеризуються послідовним об'єднанням вихідних елементів і відповідним зменшенням числа кластерів. Другі – є логічною протилежністю попередніх, тобто на початку роботи алгоритму всі об'єкти належать одному кластеру, який на кожному кроці ділиться на менші кластери. Вибір методу кластерного аналізу визначається такими особливостями предметної області:

- складність вибору характеристик, на основі яких проводиться кластеризація, що

визначає коректність рішення задачі ідентифікації надзвичайної ситуації залежно від прийнятого розбиття на кластери;

- складність вибору методу кластеризації, що визначається розглядом наслідків множини надзвичайних ситуацій, які різних між собою, й перемішують їх представників випадковим чином. Далі проводиться кластеризація для відновлення початкового розбиття на кластери. Частка збігів об'єктів у виявлених та вихідних множини є показником ефективності роботи методу.

Проте, на сьогоднішній день кількість найменувань небезпечних речовин, що перевозяться залізничним транспортом постійно збільшується, в результаті цього почали з'являтися надвеликі об'єми інформації, що призвело до появи нових вимог, які повинен задовольняти алгоритм кластеризації. Основною із них є масштабованість алгоритму.

Відмітимо також інші властивості, які повинен задовольняти алгоритм кластеризації: незалежність результатів від порядку вхідних даних. Тобто це означає, що дані можуть вводитись в різних діапазонах: від долі одиниці, до десятків мільйонів.

Отже, при ідентифікації надзвичайної ситуації, що виникає на залізничному транспорті, доцільним є використання модифікованих ієрархічних алгоритмів кластеризації, що поєднують переваги як дивізивних так і агломеративних підходів залежно від особливостей небезпечних вантажів, які можуть спричинити надзвичайну ситуацію при їх перевезенні.

#### Висновки

Таким чином, використання ієрархічних методів кластеризації для аналізу надзвичайних ситуацій на залізничному транспорті дає можливість їх ідентифікувати за розробленим вирішальним правилом, яке в випадку появи недостовірного рішення при постановці уточненого стану здійснює перехід на альтернативне дерево рішень задачі ідентифікації такої ситуації. При цьому виконується розчеплення недостовірних рішень і його зміщення донизу на один рівень ієрархії станів надзвичайної ситуації, що дозволяє підвищити достовірність її стану.

#### Література

1. Організація аварійно-рятувальних робіт / В.Г. Аветисян, Ю.М. Сенчихін, С.В. Кулаков, Ю.О. Куліш, В.В. Тригуб. – Університет цивільного захисту України, 2006.
2. СППР CMS <http://www.transas.ru/downloads/press/2008/04.pdf>
3. ГІС PC ARC/INFO <http://www.gisa.ru/1454.html>
4. ГІС ArcGIS ArcEditor <http://www.gisa.ru/3349.html>
5. Использование ArcInfo и ArcView GIS в Центре управления в кризисных ситуациях // [http://www.dataplus.ru/industries/2MVD/6\\_MCHS.htm](http://www.dataplus.ru/industries/2MVD/6_MCHS.htm)
6. ГІС оперативно-диспетчерського управління пожежної охорони м.Києва ГЕОВАРТА // <http://www.gki.com/ua/projects/gic/production/791/2005>.
7. Дюран Б., Одел П. Кластерный анализ: Пер. с англ. – М.: Статистика, 1977. – 128 с.
8. Ивахненко А.Г. Алгоритмы метода группового учета аргументов при непрерывных и бинарных признаках. Препринт. – К.: Ин-т кибернетики им. В.М.Глушкова, 1992. – 49 с.
9. Гитис П.Х. Статистическая классификация и кластерный анализ. – М.: Московский государственный горный университет, 2003. – 157 с.
10. Айвазян С.А., Бухштабер В.М., Енюков И.С. Прикладная статистика: Классификация и снижение размерности. – М.: Финансы и статистика, 1989. – 607 с.

Надійшла до редакції  
11.11.2009 р.

УДК 681.31

**О.В. Романюк, В.В. Войтко**

Вінницький національний технічний університет

### ВИКОРИСТАННЯ БАРИЦЕНТРИЧНИХ КООРДИНАТ ДЛЯ РОЗРАХУНКУ ВЕКТОРІВ У ДОВІЛЬНІЙ ТОЧЦІ ТРИКУТНИКА

*У ході дослідження було отримано формулу, яка дозволяє знайти вектор у будь-якій точці площини, обмеженої трикутником. При цьому вихідними є лише значення векторів у вершинах трикутника та барицентричні координати внутрішньої точки трикутника. Отримано апроксимаційні формули, які дозволяють зменшити обчислювальну складність розрахунку векторів.*

*In work, we got a mathematics formula to evaluate vector at any point of area, which are limited by rectangle. Initial values are coordinates of edges of triangle and bicentral point of triangle. A received formula reduces to us difficulty of calculation.*

Ключові слова: трикутник, координати, вектор, площина.