

УДК 004.75

ЗАСТОСУВАННЯ ГІПЕРБОЛІЧНИХ ФУНКЦІЙ ДЛЯ РОБОТИ З ТУРБОКОДАМИ У РОЗПОДІЛЕНИХ КОМП'ЮТЕРНИХ СИСТЕМАХ РІЗНОГО ФУНКЦІОНАЛЬНОГО ПРИЗНАЧЕННЯ

Д. т. н. А. Я. Кулик, Ю. Ю. Іванов

Вінницький національний технічний університет
Україна, м. Вінниця
YuraII@yandex.ru

Розглядаються питання, пов'язані з сучасними методами оброблення інформації за допомогою турбо-кодів у розподілених комп'ютерних системах. Показано принцип використання математичного апарату алгебри логарифма функції правдоподібності для декількох статистично незалежних інформаційних бітів із застосуванням гіперболічних функцій для спрощення обчислень.

Ключові слова: турбо-код, логарифм функції правдоподібності, гіперболічні функції, система передавання інформації.

Для боротьби із завадами в системах передавання даних застосовується завадостійке кодування, яке дозволяє здійснити захист даних в лініях зв'язку, накопичувачах інформації [1]. Перспективним в таких системах є застосування турбо-кодів (ТК), які є класом методів, що визначають ітеративне кодування з виправленням помилок, які виникають під час передавання інформації в каналі зв'язку з шумами. Цей сучасний метод корекції помилок удосконалюється в напрямі підвищення швидкості та надійності передавання даних. Важливі недоліки ТК – порівняно невелика кодова відстань (велика вхідна ймовірність помилки – висока ефективність ТК); складність декодування [2].

Серед сучасних методів завадостійкого кодування ТК найближче підходять до теоретичної межі максимальної пропускної здатності зашумленого каналу та дозволяють збільшити швидкість передавання інформації, не вимагаючи збільшення потужності передавача. Суттєвими недоліками ТК є відносно висока складність декодування і велика затримка, що іноді робить їх використання недоцільним. Але останній недолік несуттєвий для застосування в системах супутникового та мобільного зв'язку, бездротового широкосмугового доступу і цифрового телебачення (ViaSat, HDTV). Даний код затверджено в стандарті супутникового зв'язку DVB-RCS [3], в якому пропонується прямий канал, що забезпечує швидкість передавання до 110 Мбіт/с, і зворотний канал на основі режиму з використанням багаточастотного доступу з розподілом за часом, що передбачає швидкість до 8 Мбіт/с. ТК знайшли застосування в мобільних мережах 3G (W-CDMA, CDMA2000), які мають в основі технологію з множинним доступом з кодовим розподілом каналів, передаючи дані зі швидкістю 3,6 Мбіт/с. Перспективним є застосування ТК в бездротових атмосферних оптичних лініях зв'язку для покращення характеристик систем, оскільки ТК компенсує втрати і шуми в лінії [2, 4].

Компанія Advanced Hardware Architectures (www.aha.com) – світовий лідер у розробці мікросхем для блокових кодів-добутків (БКД), які розроблялися разом з Efficient Channel Coding (www.eccincorp.com), що працювала над простими високоефективними алгоритмами декодування. Практичного поширення набули алгоритми декодування SOVA (Soft-Output Viterbi Algorithm – алгоритм Вітербі з “м'яким” виходом), MAP (Maximum A posteriori Probability – алгоритм декодування по максимуму апостеріорної ймовірності) та модифікації для зниження обчислювальної складності (log-MAP, max-log-MAP) [3]. Мікросхеми, які реалізують ці алгоритми, створені Advanced Hardware Architectures (АНА). Виділяються кодери АНА4501, АНА4540, які дозволяють працювати з дво- та тривимірними БКД довжиною до 4096 біт зі швидкістю 36 Мбіт/с та довжиною 16384 біт зі швидкістю 155 Мбіт/с відповідно. Моделювання показує найкращі результати для MAP та log-MAP алгоритмів, для яких ймовірність помилки декодування мінімальна ($BER \approx 10^{-8}$). Далі знизити BER для ТК можливо шляхом збільшення довжини інформаційного блоку. Отже, ТК застосовують для

кодування великих інформаційних повідомлень та високошвидкісного передавання даних із великою завадостійкістю [4].

Актуальними проблемами є приймання та формування ТК з використанням обчислювальної потужності технічних пристроїв, реалізація розроблених обчислювальних процедур для роботи з даним кодом в техніці, аналіз математичних операцій для алгебри логарифма функції правдоподібності, дослідження ймовірнісно-енергетичних характеристик сигналів.

Метою даної роботи є аналіз алгебри логарифма функції правдоподібності та перехід в область гіперболічних функцій для роботи з ТК у розподілених комп'ютерних системах різного функціонального призначення.

Усі операції математичного апарату алгебри логарифма функції правдоподібності, який використовується для роботи з ТК, виконуються над кінцевим полем Галуа GF(2) з елементами {+1, -1} [5, 6]. Нехай +1 – це логічний нуль ("нуль" – елемент), а -1 — логічна одиниця ("одиничний" елемент). Операція додавання за модулем два (XOR) для роботи з цими значеннями представлена в таблиці.

Застосування операції XOR для роботи з бінарними інформаційними символами

$x_1 \oplus x_2$	$x_2 = +1$	$x_2 = -1$
$x_1 = +1$	+1	-1
$x_2 = -1$	-1	+1

Для спрощення обчислень використовується обчислювальна процедура, яка має назву «логарифм відношення правдоподібності» (Log-Likelihood Ratio – LLR). Вона визначає "м'які" рішення на виході турбо-декодера за формулою [5]

$$LLR(x) = \ln \left(\frac{p(x = +1)}{p(x = -1)} \right), \quad (1)$$

де x – прийнятий інформаційний символ (статистично незалежний інформаційний біт).

Використовуючи формулу (1), при заміні $x = x_1 \oplus x_2$, а також при виконанні підстановок, які засновані на операціях з імовірнісними величинами, можна знайти вираз для обчислення логарифма відношення правдоподібності у формі

$$LLR(x_1 \oplus x_2) = \ln \left(\frac{p(x_1 \oplus x_2 = +1)}{p(x_1 \oplus x_2 = -1)} \right) = \frac{1 + \exp(LLR(x_1)) \cdot \exp(LLR(x_2))}{\exp(LLR(x_1)) + \exp(LLR(x_2))}. \quad (2)$$

Необхідно зазначити, що [5]

$$LLR(x_1)[+]LLR(x_2) = LLR(x_1 \oplus x_2), \quad (3)$$

де [+] – операція суми двох LLR.

Аналіз формул (1) — (3) та використання математичного означення логарифма дозволяє отримати аналог виразу (2) для багатьох статистично незалежних інформаційних бітів у вигляді

$$\sum_{i=1}^{N} LLR(x_i) = LLR \left(\sum_{i=1}^{N} x_i \oplus \right) = \ln \left(\frac{\prod_{i=1}^N (\exp(LLR(x_i)) + 1) + \prod_{i=1}^N (\exp(LLR(x_i)) - 1)}{\prod_{i=1}^N (\exp(LLR(x_i)) + 1) - \prod_{i=1}^N (\exp(LLR(x_i)) - 1)} \right). \quad (4)$$

Якщо використати формулу гіперболічного тангенса для половинного кута $\frac{\varphi}{2}$ та вираз для аретангенса, то (4) буде мати вигляд

$$\sum_{i=1}^N LLR(x_i) = 2 \operatorname{arth} \left(\prod_{i=1}^N \operatorname{th} \left(\frac{LLR(x_i)}{2} \right) \right). \quad (5)$$

Отже, рівняння (5) можна використовувати, щоб спростити розрахунки LLR для ТК у випадку розв'язання складної задачі, коли дано багато статистично незалежних інформаційних бітів. Для отриманої формули (5) доцільно знайти апроксимацію, а також отримати зв'язок між тригонометричними та гіперболічними функціями без застосування комплексних чисел, що дозволить спростити обчислення. Таким чином, ТК — перспективний метод роботи з інформацією, який дозволяє підвищити ефективність та завадостійкість декодування при проектуванні сучасних завадостійких систем передавання цифрової інформації, дослідження яких є актуальним.

ВИКОРИСТАНІ ДЖЕРЕЛА

1. Sripimanwat K. Turbo Code Applications: A Journey From a Paper to Realization.— New York: Springer, 2005.
2. Hanzo L., Yang L-L., Kuan E-L., Yen K. Single- and Multi-Carrier CDMA. Multi-User Detection, Space-Time Spreading, Synchronisation and Standards.— New York: John Wiley & Sons Ltd, 2003.
3. Кулик А. Я., Кривогубченко Д. С., Иванов Ю. Ю. Декодування та реалізація алгоритму BCJR для турбокоду стандартизованого в DVB-RCS // Вісник Сумського державного університету. Серія: Технічні науки. — Суми: СУМДУ, 2012.— Т. 4.— № 1.— С. 84—93.
4. Иванов Ю. Ю., Кулик А. Я. Застосування турбо-кодів у розподілених комп'ютерних системах різного функціонального призначення // Матеріали VI Міжнар. конфер. з оптико-електронних інформаційних технологій "Photonics-ODS 2012".— Україна, Вінниця: ВНТУ, 2012.— С. 31.
5. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение.— Москва: Вильямс, 2003.
6. Moon T.K. Error Correction Coding: Mathematical Methods and Algorithms. — New York: John Wiley & Sons Ltd, 2005.

A. Y. Kulyk, Y. Y. Ivanov

The use of hyperbolic functions for working with turbo-codes in distributed computer systems of different functional purpose.

Problems associated with modern methods of information processing with the use of turbo-codes in distributed computer systems are considered. The authors demonstrate the principle of mathematical apparatus of the algebra of logarithmic likelihood function for multiple statistically independent information bits with the use of hyperbolic functions to simplify the calculations.

Keywords: turbo-code, logarithmic likelihood function, hyperbolic functions, information transfer system.