

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ВІННИЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

НІСОНСЬКИЙ ВОЛОДИМИР ПАВЛОВИЧ

УДК-534.121 – 047.58

**МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ВІБРОАГРЕГАТА З ЛАНЦЮГОВО-
РОЗГАЛУЖЕНИМ СПОСОБОМ З'ЄДНАННЯ ТВЕРДИХ ТІЛ**

Спеціальність 01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи

АВТОРЕФЕРАТ
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата технічних наук

Вінниця – 2017

Дисертацією є рукопис

Робота виконана в Івано-Франківському національному технічному університеті нафти і газу Міністерства освіти і науки України

Науковий керівник: кандидат технічних наук, доцент, старший науковий співробітник

Шопа Василь Михайлович,
Інститут прикладних проблем механіки і математики
НАН України ім. Я.С.Підстригача, м. Львів,
завідувач відділом моделювання демпфуючих систем

Офіційні опоненти: доктор технічних наук, професор
Ткачук Микола Анатолійович,
Національний технічний університет
«Харківський політехнічний інститут»,
завідувач кафедрою теорії і систем
автоматизованого проектування механізмів і машин

доктор технічних наук, професор
Усов Анатолій Васильович,
Одеський національний політехнічний університет,
завідувач кафедрою вищої математики та моделювання систем

Захист відбудеться 03 листопада 2017 р. о 12 годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 05.052.01 Вінницького національного технічного університету за адресою: 21021, м. Вінниця, вул. Хмельницьке шосе, 95, ауд. 210, ГНК.

З дисертацією можна ознайомитись у бібліотеці Вінницького національного технічного університету за адресою: 21021, м. Вінниця, вул. Хмельницьке шосе, 95, ГНК.

Автореферат розісланий 02 жовтня 2017 р.

Учений секретар
спеціалізованої
вченої ради Д 05.052.01

С. М. Захарченко

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Значення вібраційних технологій у багатьох галузях практичної діяльності людини зростає. Машини і агрегати, в яких використовується вібрація, знаходять все більш широке використання. Це обумовлено поширенням застосування вібраційних технологій, зокрема, в техніці, медицині, будівництві та інших галузях людської діяльності. Як і в теоретичних дослідженнях про вібрацію, так і в практичному її використанні є багато недосліджених моментів. Вібраційні, а також віброударні технології широко застосовуються в ливарному виробництві для вибивки ливарних форм, транспортування технологічних сумішей та ін. Велике значення у впровадженні вібраційних технологій мають віброагрегати (віброударні машини) – механізми, в яких відбувається контактна ударна взаємодія між окремими частинами чи ланками. Тому нагально постає питання важливості вивчення роботи таких віброударних машин, що обумовлюється ще й тим, що у багатьох технологічних процесах віброударні явища є більш ефективними, ніж суто вібраційні. Наприклад, це віброагрегати (вибивні гратки) для ливарного виробництва, віброударні інструменти, транспортні засоби і грохоти, вібромайданчики для ущільнення бетонної суміші та ін.

Велике практичне використання у ливарному виробництві мають саме віброагрегати. Використання віброударної дії є ефективним саме тому, що дає можливість одержати значний результат за допомогою мінімальних технологічних засобів. В багатьох технологічних процесах віброударні технології є більш ефективними і раціональними, ніж чисто вібраційні (це будівельні машини, віброінструменти, транспортні засоби і грохоти, вібромайданчики для ущільнення бетонної суміші, машини для ливарного виробництва та інші). Для деяких технологічних процесів віброударні режими є єдино можливими (вібровідбійний інструмент тощо). Вібрація виникає і при бурінні свердловин, але тут вона відіграє шкідливу роль, тому що приводить до руйнування інструмента (долота) і зниження техніко-економічних показників.

З теорії і практики використання віброударної дії в системах і механізмах існує значна кількість публікацій, теоретичні та практичні дослідження на цю тему проводяться постійно. Значний вклад у моделюванні віброударних динамічних систем з використанням чисельних методів, а також методів комп'ютерного моделювання, внесли такі вчені: К. М. Рагульскіс, В. П. Франчук, І. І. Герєга, В. М. Шопа, І. С. Лозовий, М. Р. Козулькевич, М. А. Ткачук, Р. В. Чубик, В. М. Боровець, В. С. Шенбор, А. П. Беспалов, О. С. Ланець, Я. В. Шпак, Ю. П. Шоловій, А. Н. Марюта, Т. С. Ярошевич, З. А. Стоцько, Б. І. Сокіл, В. Г. Топільницький, Р. Д. Іскович-Лотоцький та інші.

Моделювання динамічного режиму роботи віброударних систем відіграє велику роль при конструюванні нових машин і агрегатів, а також при чисельних розрахунках динамічних параметрів. При математичному моделюванні динамічного режиму роботи потрібно враховувати багато факторів – варіювання механічних параметрів динамічної системи (маси твердих тіл системи, наявність чи відсутність пружних зв'язків, що з'єднують тверді тіла,

постійна чи змінна маса технологічного навантаження), а також наявність чи відсутність в'язкого опору, наявність сухого тертя, динамічні характеристики електродвигунів та ін. Треба також враховувати явище демпфування енергії в наслідок сухого тертя та в'язкого опору.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Результати дисертаційної роботи використовувались при проведенні наукових досліджень в рамках науково-дослідної держбюджетної теми: «Механіко-математичне моделювання контактної взаємодії в оболонково-стрижневих системах з урахуванням сухого тертя та закриття тріщин.». Державний реєстраційний номер теми 0197 U 008957. Держбюджетна тема відповідає науково-дослідній тематиці відділу моделювання демпфуючих систем Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України.

Мета і завдання дослідження. Метою досліджень дисертаційної роботи є побудова математичної моделі віброударних агрегатів з ланцюгово-розгалуженим способом з'єднання твердих тіл, що дозволяє проводити чисельні розрахунки динамічного режиму роботи промислових віброграток для ливарного виробництва та інших вібромашинах.

Для досягнення поставленої мети були визначені **завдання:**

- побудова математичної моделі динамічного режиму роботи віброударних агрегатів з ланцюгово-розгалуженим способом з'єднання твердих тіл;
- побудова математичної моделі контакту робочих органів технологічного навантаження з робочими органами опорної рами віброагрегата;
- експериментальне дослідження явища синхронізації дебалансних мас і віброударних граток в динамічному режимі роботи;
- чисельні розрахунки динамічного режиму роботи простіших моделей віброграток з ланцюгово-розгалуженим способом з'єднання твердих тіл, розрахунок власних частот (ВЧ), амплітуди та прискорення технологічного навантаження;
- побудова графіків залежностей амплітуди та віброприскорення від часу та фазових портретів руху технологічного навантаження при динамічному режимі роботи та дослідження залежності власних частот ВЧ технологічного навантаження від механічних параметрів системи;
- дослідження питання про стійкість отриманих розв'язків розглянутої механічної віброударної системи;
- розроблення наукової класифікації віброударних агрегатів з ланцюговим та ланцюгово-розгалуженим способом з'єднання твердих тіл.

Об'єктом дисертаційного дослідження є динамічний режим роботи віброударних агрегатів з ланцюгово-розгалуженим способом з'єднання твердих тіл.

Предметом дисертаційного дослідження є математичне моделювання взаємодії твердих тіл та механічних параметрів системи при динамічному режимі роботи віброударних агрегатів з ланцюгово-розгалуженим способом з'єднання твердих тіл.

Методи дослідження. Методика проведення досліджень дисертаційної роботи являє собою комплекс теоретичних, експериментальних та числових досліджень.

В основу покладені методи математичного моделювання; методи аналітичної механіки – використання системи рівнянь Лагранжа II роду, з допомогою якої виведені основні математичні співвідношення при побудові математичної моделі; методи матричного числення; методи обчислювальної математики для чисельного розв'язування системи звичайних нелінійних диференціальних рівнянь II порядку та отримання значень параметрів складної віброударної системи при динамічному режимі роботи. Використовувалися методи комп'ютерного моделювання для побудови фазових портретів при коливаннях твердих тіл системи. Проводилися патентні дослідження для створення винаходу для дослідження явища самосинхронізації об'єктів, що коливаються.

Наукова новизна одержаних результатів. Проведені дисертаційні дослідження дозволили отримати низку нових результатів, а саме:

1. Вперше запропоновано математичну модель руху твердих тіл та дії технологічного вантажу в механічних системах з ланцюгово-розгалуженим способом з'єднання мас на основі рівнянь Лагранжа II роду, що дозволяє одержати аналітичні залежності для опису характеристик об'єктів такого класу та проводити чисельні розрахунки параметрів динамічного режиму роботи.

2. Вперше розроблено математичну модель процесу взаємодії технологічного вантажу з робочими органами механічних систем з ланцюгово-розгалуженим способом з'єднання твердих тіл, що дозволяє одержати аналітичні залежності для знаходження зусиль в зоні контакту.

3. Удосконалено підхід до моделювання динамічного режиму роботи віброударної ґратки, що, на відміну від існуючих підходів, дозволяє одержати фазові портрети та графічні залежності між амплітудами коливань та амплітудами віброприскорень, залежність власних частот, фазових портретів та амплітуд і віброприскорення технологічного вантажу від механічних параметрів віброґратки, дослідити питання механічної стійкості досліджуваної системи з використанням її фазових портретів.

4. Дістали подальший розвиток методи дослідження розсіювання енергії в механічних системах з ланцюгово-розгалуженим способом з'єднання твердих тіл, що, на відміну від існуючих методів, дозволяє врахувати взаємодію технологічного вантажу з робочими органами при наявності різних типів контакту, сил сухого та в'язкого тертя.

5. Удосконалено теоретичні підходи для оцінки точності розв'язання задачі моделювання процесів роботи віброударного агрегату з ланцюгово-розгалуженим способом з'єднання твердих тіл та перевірки адекватності моделей на основі аналізу точності використаних чисельних методів та методів імітаційного моделювання для віброґратки типу 31327, що, на відміну від існуючих підходів, дозволяє оптимізувати вибір математичного апарату для вирішення поставленої задачі.

Новизна отриманих автором результатів, які викладено в дисертаційній роботі, підтверджується експериментальними дослідженнями і патентами.

Практичне значення одержаних результатів. Практична цінність дисертаційної роботи полягає в тому, що побудована математична модель віброагрегатів з ланцюгово-розгалуженим способом з'єднання твердих тіл,

яка враховує пружні зв'язки між тілами, сухе позиційне тертя при взаємодії тіл, демпфування енергії в системі, може застосовуватись у виробництві для розрахунків параметрів динамічного режиму роботи вибивних віброграток, а також при створенні нових видів вибивних віброграток та віброударних агрегатів. Розроблено низку практичних рекомендацій, що дозволять оптимізувати параметри динамічного режиму роботи для конкретних типів віброагрегатів. На основі розробленої математичної моделі були проведені чисельні розрахунки динамічного режиму роботи для простіших віброагрегатів, механічні параметри яких відповідають параметрам віброгратки моделі 31327. Показано, що при деяких значеннях механічних параметрів можна при відносно невеликих значеннях амплітуди коливань та прискоренні ударної віброгратки можна досягнути значних, на порядок вищих, значень амплітуди коливань та прискорення технологічного навантаження, що може мати практичне значення для розрахунків динамічного режиму роботи діючих віброагрегатів, а також використовувати одержані результати при проектуванні віброагрегатів.

Для вивчення явища самосинхронізації твердих тіл при коливальних процесах був спроектований пристрій, який захищено Патентом України на винахід, який може використовуватись у виробництві та у різноманітних віброударних технологіях.

Достовірність основних наукових результатів забезпечується обґрунтованістю математичних викладок і фізичних посилок, що покладені в основу моделі, строгою математичною побудовою моделі, а також перевіркою одержаних результатів з допомогою методів чисельного та імітаційного комп'ютерного моделювання. Теоретичні результати та практичні рекомендації, що одержані в даній роботі при побудові математичної моделі, застосовувались при експлуатації вибивної інерційно-ударної гратки типу 31327, а також використовуються при виготовленні віброударних граток на ПАТ «Азовзагальмаш», м. Маріуполь.

Особистий внесок здобувача. Основні теоретичні та прикладні результати, що складають зміст дисертаційної роботи, отримані автором самостійно, а саме: в механічних системах з ланцюгово-розгалуженим способом з'єднання твердих тіл, що розглядаються, знайдено аналітичні залежності, що визначають умови контакту технологічного вантажу з робочими органами – [6,9], виведені аналітичні залежності для знаходження зусиль в зоні контакту [7,8,16], побудова загальної моделі динамічного режиму роботи при наявності в'язкого опору [12,13,22], проведено імітаційне комп'ютерне моделювання [23]. У роботах, опублікованих у співавторстві, здобувачеві належать: виведення основних аналітичних залежностей для математичного опису руху твердих тіл і технологічного навантаження в механічних системах з ланцюгово-розгалуженим способом з'єднання [1,4,5,14,17,25,26]; виконання чисельних розрахунків, на підставі яких побудовані фазові портрети та графіки залежностей амплітуди коливань та віброприскорень від часу та від механічних параметрів системи для динамічного режиму роботи віброударної гратки розглянутої моделі [10, 20]; дослідження питання механічної стійкості розглянутої динамічної системи на підставі дослідження фазових портретів твердих тіл – розроблено здобувачем у співавторстві [11,21]; дістало подальший

розвиток питання розсіювання енергії в механічних системах з ланцюгово-розгалуженим способом з'єднання твердих тіл, що враховує моделювання контакту технологічного вантажу з робочими органами при наявності сил сухого тертя, а також в'язкого опору – розроблено здобувачем у співавторстві [2,3,15,18,19]; винайдено пристрій для дослідження явища самосинхронізації в вібраційних машинах [24].

Апробація дисертаційної роботи. Основні результати дисертації доповідались і обговорювались на наступних конференціях та наукових семінарах: - на Всесоюзній конференції з математичного та машинного моделювання (Воронеж, 1991 р.); 16 Конференції з питань розсіювання енергії при коливаннях механічних систем (Івано-Франківськ, 1992 р.); 4 Міжнародній конференції з механіки неоднорідних структур (Тернопіль, 1995 р.); Всеукраїнській науковій конференції «Розробка та застосування математичних методів в науково-технічних дослідженнях» (Львів, 1995 р.); VII Міжнародній науково-технічній конференції «Вібрації в техніці та технологіях» (Львів, 2006 р.); XVI Міжнародній науково-технічній конференції «Прикладні задачі математики і механіки» (Севастополь, 2008); 2-ій Міжнародній науково-технічній конференції «Теорія та практика раціонального проектування, виготовлення і експлуатації машинобудівних конструкцій» (Львів, 2010); Всеукраїнській науковій конференції «Прикладні задачі математики» (Яремче, 2011); щорічних науково-технічних конференціях професорсько-викладацького складу університету (ІФНТУНГ, Івано-Франківськ, 2000-2016 р.); постійно діючому семінарі відділу моделювання демпфуючих систем ІППММ НАН України ім. Я. С. Підстригача (м. Івано-Франківськ, 2005 – 2012 рр.); розширеному семінарі кафедри математичних методів в інженерії ІФНТУНГ (грудень 2014 р.); на міжнародній науково-технічній конференції «Фундаментальні та прикладні проблеми сучасних технологій», присвяченої 55-річчю заснування ТНТУ та 170-річчю з дня народження І. Пулюя (Тернопіль, травень 2015 р.); Другій Всеукраїнській науковій конференції «Прикладні задачі математики» (Івано-Франківськ, 13-15 жовтня 2016 р.).

В повному обсязі робота доповідалася на розширеному міжкафедральному науковому семінарі кафедри математичних методів в інженерії ІФНТУНГ (грудень 2016 р.).

Публікації основних результатів дисертаційної роботи. Основні результати за темою дисертації опубліковано в 26 наукових працях, в тому числі тринадцять статей у наукових виданнях (чотири без співавторів), 2 роботи задепоновано; 10 тез доповідей міжнародних та всеукраїнських наукових конференцій (три без співавторів). 3 статті входять до наукометричної бібліографічної бази SCOPUS, 13 до фахових видань. За результатами дисертаційних досліджень одержано один Патент України на винахід.

Структура та обсяг дисертаційної роботи. Дисертація складається з титульного аркушу, анотації на українській та англійській мовах, змісту, вступу, п'яти розділів основної частини, списку використаних джерел та чотирьох додатків. Повний обсяг дисертації складає 191 сторінку, основний текст складає 146 сторінок. Список використаних джерел містить 183 найменувань на 22 сторінках. Дисертація містить 59 рисунків та 2 таблиці.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі подано загальну характеристику роботи; подається обґрунтування вибору теми дослідження, зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Сформульовано мету, об'єкт, предмет та завдання дослідження, показано наукову новизну та практичне значення отриманих результатів.

У першому розділі викладено огляд та проведено аналіз літератури за темою дисертаційної роботи. Визначено місце дисертаційних досліджень у розв'язанні науково-технічних завдань розробки нових математичних моделей віброударних агрегатів.

При побудові математичної моделі віброударного агрегату використовуються енергетичні принципи. При цьому виникає задача визначення кінетичної енергії та узагальнених сил для всіх тіл механічної системи, визначити реакцію пружних в'язів, а також врахувати розсіювання енергії в системі.

Питаннями моделювання віброударних агрегатів займалися багато науковців. На початку проблем математичного моделювання таких механічних систем були вчені Г. М. Орлов, А. О. Співаковський, І. Ф. Гончаревич, О. І. Горський, Л. І. Сердюк, В. П. Франчук, К. М. Рагульскіс, Є. Г. Голоскоков, І. Ф. Гончаревич, К. В. Фролов, М. С. Комаров, А. Є. Кобринський та А. А. Кобринський, В. Н. Потураєв, А. Г. Червоненко, В. Н. Пономарьов, Y. Rocard, R. Mazet та ін. Цими вченими були закладені основи математичного моделювання складних механічних систем та віброагрегатів. Проблемами математичного моделювання віброагрегатів спеціального типу – з ланцюговим (послідовним) способом з'єднання твердих тіл займалися і зробили значний внесок І. І. Герєга, В. М. Шопа, І. С. Лозовий, М. Р. Козулькевич, С. В. Величкович.

Розробці та створенням важконавантаженої вібраційної машини з неоднорідними коливаннями робочого органа присвячені праці О. С. Ланеця, Я. В. Шпака, Ю. П. Шоловія. Моделюванню вибивних інерційних агрегатів, теоретичному та експериментальному дослідженню динамічних процесів присвячена значна кількість робіт, створених останнім часом науковцями з НТУ «ХПІ» (м. Харків) під керівництвом М. А. Ткачука. Серед них можна назвати Є. Н. Барчана, А. В. Грабовського, В. М. Боровця, В. С. Шенбора, А. П. Беспалова та ін. Близькими за тематикою проблемами математичного моделювання різних типів віброударних систем займалися також Р. В. Чубик, І. І. Назаренко, В. О. Повідайло, Р. Д. Іскович-Лотоцький, М. М. Вірник та Н. Р. Веселовська, А. С. Громадський, В. Й. Засельський, В. М. Гурський, І. В. Кузьо, А. Б. Білоус, Т. С. Ярошевич, С. А. Таянов, а також З. А. Стоцько, Б. І. Сокіл, В. Г. Топільницький та ін.

Недостатньо розглянутою залишається проблема математичного моделювання віброагрегатів з ланцюгово-розгалуженим (паралельно-послідовним) способом з'єднання твердих тіл.

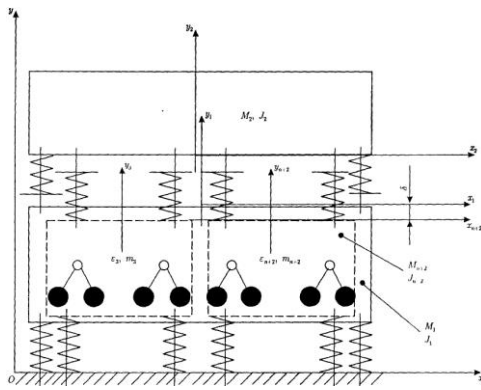


Рисунок 1 – Загальна динамічна схема віброударної ґратки моделі 31327

Другий розділ присвячений власне побудові математичної моделі динамічного режиму роботи віброударного агрегату з ланцюгово-розгалуженим методом з'єднання твердих тіл. Для побудови математичної моделі вибрано енергетичний підхід – модель будується з допомогою системи рівнянь Лагранжа II роду. Математична модель будується для віброагрегата загального типу з довільною кількістю віброударних елементів (вібраторів), як показано на рис. 2.

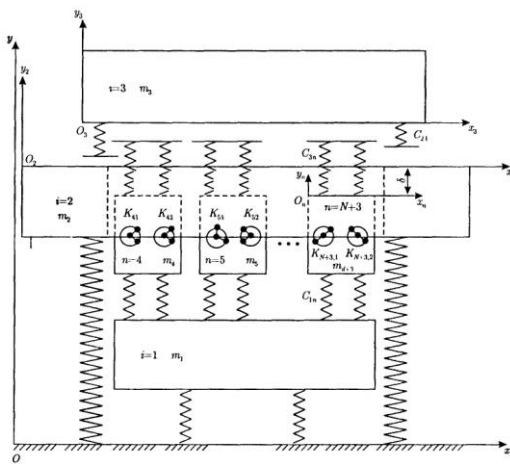


Рисунок 2 – Загальна схема між багатосекційного віброагрегата

Такі віброагрегати є найбільш ефективними в ливарному виробництві. Наприклад, віброґратка моделі 31327 має саме такий спосіб компоновки твердих тіл (рис. 1). Тому математичне моделювання віброагрегатів з ланцюгово-розгалуженим способом з'єднання тіл має теоретичний інтерес та практичне значення для виробництва.

На загальній фундаментній рамі ($i=1$) встановлено паралельно N -ну кількість вібраційних вибивних ґраток, з'єднаних з рамою пружними зв'язками жорсткістю C_{1n} (для n -ої ґратки). Технологічний вантаж ($i=3$) встановлене на опорній рамі ($i=2$). Фундаментна і опорна рами з'єднані з основою (фундаментом) з допомогою пружних або абсолютно жорстких в'язів.

Жорсткість пружних в'язів, що з'єднують фундаментну і опорну рами з основою, позначимо відповідно C_{01} і C_{02} .

В положенні статичної рівноваги технологічним вантажем і робо-

чими органами ґратки передбачено зазор δ . Амплітуда A коливань робочих органів більша за відстань δ : $A > \delta$. На рис. 2 вибивні ґратки ($i = 4, \dots, N + 3$), що виконують коливальний рух, руйнують формотворну суміш в ливарній формі ($i=3$) за рахунок ударів, що наносяться знизу по хрестовинам опоки. Повторне руйнування суміші здійснюється шляхом удару ливарної форми з робочими органами опорної рами. В запропонованій моделі віброагрегата вибивні ґратки складають блок і коливаються в одній вертикальній площині.

Рівняння руху інерційних елементів розрахункової схеми складається з допомогою рівнянь Лагранжа 2-го роду :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i, \quad (1)$$

де T - кінетична енергія системи; q_i - i -та узагальнена координата; Q_i - i -та узагальнена сила, $i=1, \dots, s$. Кількість узагальнених координат s у формулі (1) визначається

$$s = 3 \cdot [N + 1 + \sigma(\xi_1) + \sigma(\xi_2)] + \sum_{n=4}^{N+3} [K_n + \sum_{k=1}^{K_n} P_{nk} + L_n], \quad (2)$$

де $\sigma(\xi_1), \sigma(\xi_2)$ - одинична функція Хевісайда: $\sigma(\xi)=1$ при $\xi \geq 0$; $\sigma(\xi)=0$ при $\xi < 0$.

У нас $\xi_{1,2}=+1$ при пружному з'єднанні відповідної рами з фундаментом (основою) та $\xi_{1,2}=-1$ при жорсткому з'єднанні відповідної рами з фундаментом (основою); K_n - кількість віброзбудників, встановлених на віброгратці; P_{nk} - кількість рухомих дебалансних мас, з'єднаних з валом віброзбудника пружними зв'язками; L_n - кількість привідних електродвигунів, які встановлено разом з віброзбудником або на нерухомій рамі. За узагальнені координати системи прийняті x_i, y_i - координати початку системи координат $X_i O_i Y_i$, жорстко зв'язаної відповідно з i -тим інерційним тілом, відносно нерухомої системи координат XOY ; x_n, y_n - координати початку системи координат $X_n O_n Y_n$ точки O_n , жорстко зв'язаною відповідно з n -ною граткою, відносно системи координат XOY ; φ_i, φ_n - кути повороту відповідно інерційного елемента і робочого органа вібраційного агрегата (гратки); φ_{nk}, β_{nl} - кути повороту відповідно вала віброзбудника і привідного двигуна; ψ_{nkp} - кут повороту дебалансної маси. Кути $\varphi_i, \varphi_n, \varphi_{nk}, \beta_{nl}, \psi_{nkp}$ відраховуються проти руху годинникової стрілки від позитивного напрямку вісі OX .

При розробці математичної моделі динамічного режиму роботи віброагрегата прийняті наступні допущення: пружні елементи неінерційні; маси, що входять в систему, є жорсткими інерційними тілами, що виконують плоскопаралельний рух; враховується жорсткість пружних елементів на розтяг і зсув.

Введемо наступні позначення: T_1 - кінетична енергія твердих тіл; T_2 - кінетична енергія валів віброзбудників; T_3 - кінетична енергія рухомих відносно вала віброзбудників дебалансних мас; T_4 - кінетична енергія привідних електродвигунів. Тоді $T = \sum_{i=1}^4 T_i$ де T - загальна (сумарна) кінетична енергія системи.

Приймемо наступні позначення для досліджуваної моделі: m_i, I_i, m_n, I_n - відповідно маси і моменти інерції i -го та n -го твердих тіл, $i = 1, 2, 3$; $n = 4, 5, \dots, N + 3$; m_{nk}, I_{nk} - відповідно маса і момент інерції вала k_n -го віброзбудника, встановленого на n -му твердому тілі (гратці); m_{nkp}, I_{nkp} - відповідно маса і момент інерції відносно вісі вала віброзбудника p_{nk} -го дебаланса, встановленого на n -му тілі; $x_{ic}, y_{ic}, x_{nc}, y_{nc}$ - координати центра ваги відповідно i -го та n -го твердих тіл в системі координат XOY ; m_{nl}, I_{nl} - відповідно маси і моменти інерції l_n -го електродвигуна, встановленого на n -ному тілі; x_{nk}, y_{nk} - координати осі обертання вала віброзбудника, в системі координат XOY ; x_{nl}, y_{nl} - координати осі обертання вала електродвигуна, встановленого на n -ному тілі, в системі координат XOY ; x_{nkp}, y_{nkp} - координати центра ваги p_{nk} -го дебаланса в системі координат XOY ; a_i, b_i - координати центра ваги i -го твердого тіла в системі координат $X_i O_i Y_i$; a_n, b_n - координати центра ваги n -

го твердого тіла в системі координат $X_n O_n Y_n$; u_k, v_k – координати центра ваги вала k_n -го віброзбудника, в системі координат $X_n O_n Y_n$; c_l, d_l – координати осі обертання вала l_n -го електродвигуна, в системі координат $X_n O_n Y_n$; ε_{nkp} – ексцентриситет p_{nk} -тої дебалансної маси k_n -го віброзбудника, що знаходиться на n -му тілі. Кінетична енергія системи складається із суми кінетичних енергій всіх складових тіл системи, причому треба враховувати кінетичну енергію при лінійному та обертальному русі складових тіл.

Побудована математична модель віброударного агрегата, що являє собою систему звичайних диференціальних рівнянь, в матричному поданні має вигляд:

$$\begin{array}{cccccccc}
 M_n & 0 & -S_{n\Sigma,x} & & S_{n11x} \dots S_{n1px} S_{n21x} & \dots & S_{n2px} \dots S_{nkpx} & \\
 0 & M_n & S_{n\Sigma,y} & 0 & S_{n11x} \dots S_{n1px} S_{n21x} & \dots & S_{n2py} \dots S_{nkpy} & 0 \\
 S_{n\Sigma,x} & S_{n\Sigma,y} & I_{n\Sigma} & & -I_{n11x} \dots -I_{n1px} -I_{n21x} \dots -I_{n2px} \dots -I_{nkpx} & & & \\
 & & & I_{n1} & & & & \\
 & & 0 & \dots & & & & \\
 & & & & I_{nk} & & & \\
 S_{n11x} S_{n11y} - I_{n11x} & & & I_{n11} & & & 0 & \\
 \dots & & & \dots & & & & \\
 S_{n1px} S_{n1py} - I_{n1px} & & & & I_{n1p} & & & \\
 S_{n21x} S_{n21y} - I_{n21x} & & & & & I_{n21} & & \\
 \dots & & & & & \dots & & \\
 S_{n2px} S_{n2py} - I_{n2px} & & & & & & I_{n2p} & \\
 \dots & & & 0 & & & \dots & \\
 S_{nkpx} S_{nkpy} - I_{nkpx} & & & & & & & I_{nkp} \\
 & & & & & & & I_{n1}^{\ddot{A}} \\
 & & 0 & & & & & \dots \\
 & & & & & & & I_{nl}^{\ddot{A}}
 \end{array}
 \times
 \begin{array}{c}
 \ddot{x}_n \\
 \ddot{y}_n \\
 \ddot{\varphi}_n \\
 \ddot{\varphi}_{n1} \\
 \dots \\
 \ddot{\varphi}_{nk} \\
 \ddot{\psi}_{n11} \\
 \dots \\
 \ddot{\psi}_{n1p} \\
 \ddot{\psi}_{n21} \\
 \dots \\
 \ddot{\psi}_{n2p} \\
 \dots \\
 \ddot{\psi}_{nkp} \\
 \ddot{\beta}_{n1} \\
 \dots \\
 \ddot{\beta}_{nl}
 \end{array}
 =
 \begin{array}{c}
 B_{nzn} \\
 B_{nyy} \\
 B_{n\varphi n} \\
 B_{n\varphi n1} \\
 \dots \\
 B_{n\varphi nk} \\
 B_{n\psi n11} \\
 \dots \\
 B_{n\psi n1p} \\
 B_{n\psi n21} \\
 \dots \\
 B_{n\psi n2p} \\
 \dots \\
 B_{n\psi nkp} \\
 B_{n\beta n1} \\
 \dots \\
 B_{n\beta nl}
 \end{array}
 \quad (3)$$

У третьому розділі розглядається взаємодія технологічного вантажу з робочими органами. В контактнo-ударних коливальних системах взаємодія технологічного вантажу з робочими органами суттєво впливає на динаміку робочого режиму.

Точки контакту технологічного вантажу з робочим органом n -ної вибивної гратки позначимо відповідно A_{3n} і B_{3n} , а з опорною рамою ($i=2$)- відповідно A_{32} і B_{32} . Точки A_{3n} і B_{3n} знаходяться на робочій поверхні n -ної вибивної гратки, а точки A_{32} і B_{32} - на робочій поверхні технологічного навантаження. Для вивчення взаємодії технологічного навантаження з робочими органами введемо таку систему позначень: координати точок технологічного навантаження і робочих органів в системі координат $X_n Y_n Z_n$ позначені зірочкою, а в системі координат XOY - без зірочки. Координати $X_{A3n}, Y_{A3n}, X_{B3n}, Y_{B3n}$ точок A_{3n} та B_{3n} відносно нерухомої системи координат XOY визначаються виразами

$$\begin{aligned}
 x_{A_{3n}} &= x_n + x_{A_{3n}}^* \cos \psi_n, \\
 y_{A_{3n}} &= y_n + x_{A_{3n}}^* \sin \psi_n, \\
 x_{B_{3n}} &= x_n + x_{B_{3n}}^* \cos \psi_n, \\
 y_{B_{3n}} &= y_n + x_{B_{3n}}^* \sin \psi_n.
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

Загальним критерієм оцінки наявності контакту є величина відстані між робочими поверхнями технологічного вантажу і поверхнями робочих органів. Будемо вважати, що відбувається або односторонній бічний контакт (ліво- або правосторонній), або прямий контакт (тобто контакт по лінії).

Варіанти можливого контакту робочих органів (робочих поверхонь) (рис. 3):

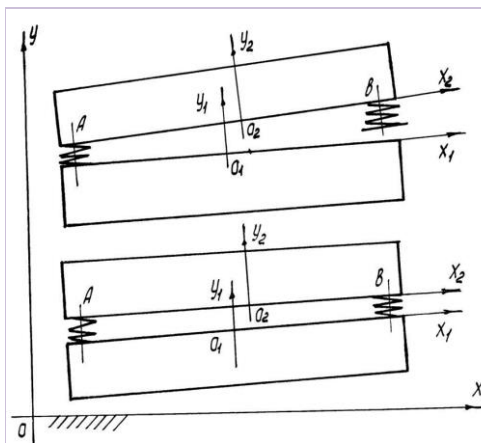


Рисунок 3 – Можливі варіанти контакту робочих органів

Умова контакту технологічного вантажу з робочим органом n -ої вибивної ґратки шукаємо з умови перетину двох прямих. Враховуючи рівняння прямої, що проходить через дві точки, умова контакту буде:

$$(x_3 - x_{A_{3n}}) \sin \varphi_3 + (y_{A_{3n}} - y_3) \cos \varphi_3 - \delta \leq 0 \quad \text{або}$$

$$(x_3 - x_n) \sin \varphi_3 - (y_3 - y_n) \cos \varphi_3 + x_{A_{3n}}^* \sin(\psi_n - \varphi_3) - \delta \leq 0.$$

В багатосекційних агрегатах можливі випадки одночасного контакту робочих поверхонь технологічного вантажу, опорної рами і вибивних ґраток.

Умова такого контакту в випадку жорсткого зв'язку опорної рами з фундаментом визначається такими виразами:

$y_3 - y_2 + x_{A_{32}}^* \sin \varphi_3 = 0$, $(x_3 - x_n) \sin \varphi_3 - (y_3 - y_n) \cos \varphi_3 + x_{A_{3n}}^* \sin(\psi_n - \varphi_3) - \delta \leq 0$, при $y_2 = \text{const}$. В випадку пружного зв'язку:

$$(x_3 - x_n) \sin \varphi_3 - (y_3 - y_n) \cos \varphi_3 + x_{A_{3n}}^* \sin(\psi_n - \varphi_3) - \delta \leq 0,$$

$$(x_3 - x_2) \sin \varphi_2 - (y_2 - y_3) \cos \varphi_2 + x_{A_{32}}^* \sin(\varphi_3 - \varphi_2) \leq 0. \tag{5}$$

Деформацію пружного зв'язку визначаємо по значенням координат точок A_{3n} і C_{3n} , B_{3n} і D_{3n} . Розв'язавши систему рівнянь

$$(y - y_3) \cos \varphi_3 - (x - x_3) \sin \varphi_3 = 0,$$

$$(y - y_{A_{3n}}) \sin \psi_n + (x - x_{A_{3n}}) \cos \psi_n = 0, \tag{6}$$

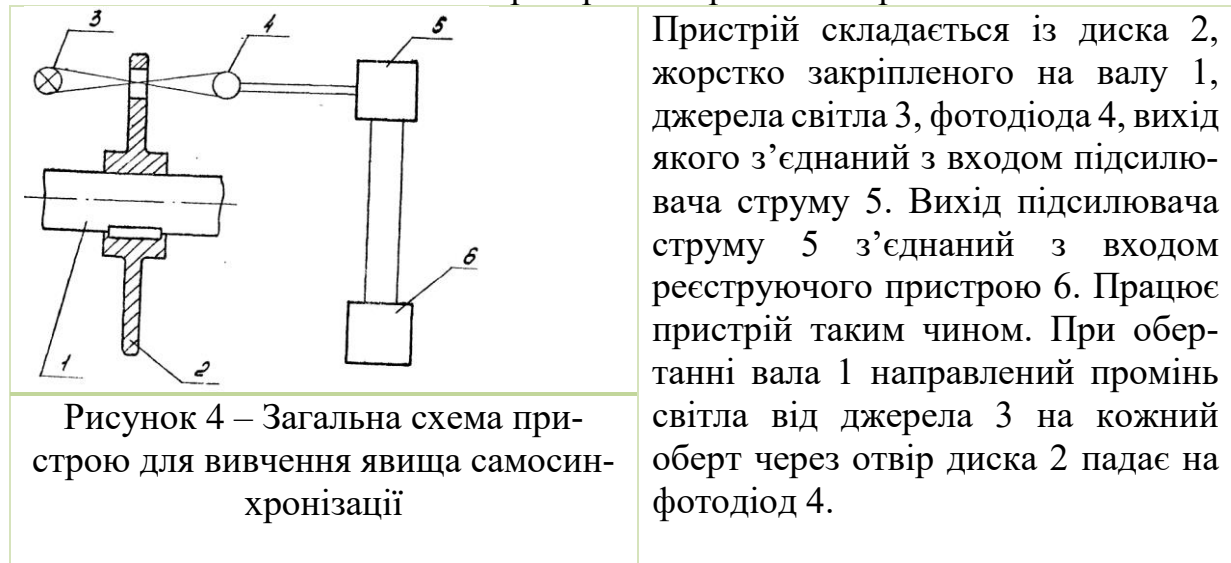
одержимо вирази для визначення координат точки C_{3n} в вигляді

$$\begin{aligned}
 x_{C_{3n}} &= [(x_3 \sin \varphi_3 - x_3 \cos \varphi_3) \sin \psi_n + (x_{A_{3n}} \cos \psi_n + \\
 &+ y_{A_{3n}} \sin \psi_n) \cos \varphi_3] \cos^{-1}(\varphi_3 - \psi_n), \\
 y_{C_{3n}} &= [(x_{A_{3n}} \cos \psi_n + y_{A_{3n}} \sin \psi_n) \sin \varphi_3 + (-x_3 \sin \varphi_3 + \\
 &+ y_3 \cos \varphi_3) \cos \psi_n] \cos^{-1}(\varphi_3 - \psi_n).
 \end{aligned}
 \tag{7}$$

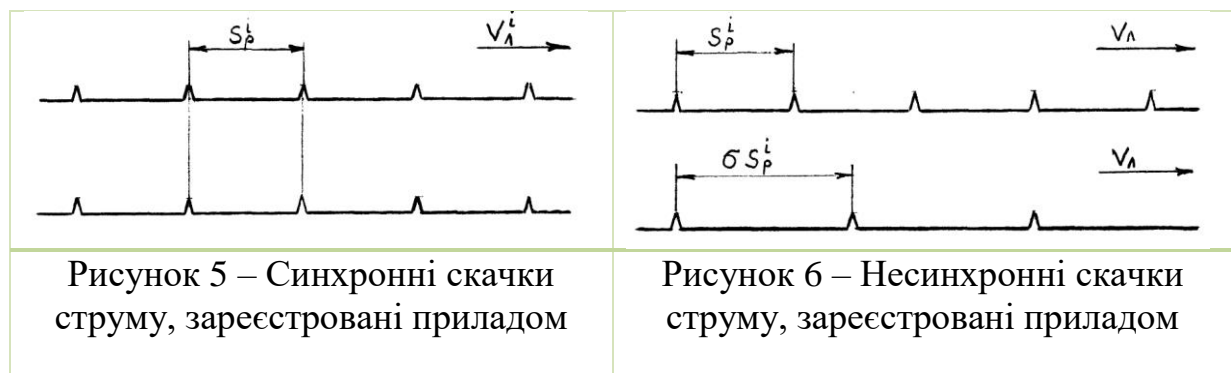
Деформації пружних зв'язків в проекціях на осі координат OX і OY дорівнюють:

$$\Delta x = x_{C_{3n}} - x_{A_{3n}}; \Delta y = y_{C_{3n}} - y_{A_{3n}}.$$

Запропоновано пристрій для вивчення явища синхронізації в динамічних системах. Загальна схема пристрою зображена на рис. 4:



Струм, що при цьому виникає в фотодіоді, подається на підсилювач струму 5 і реєструється приладом 6 у вигляді скачка струму. Ці скачки струму записуються у вигляді діаграм, зображених на рис.5 (синхронні скачки струму) і рис. 6 (несинхронні скачки струму):



Таке виконання пристрою дає можливість проводити експериментальні дослідження простої і кратної самосинхронізації складних динамічних систем, встановити час, коли настає синхронізація з моменту запуску системи, миттєву швидкість та фазу обертання вала кожного збудника вібрації, а також їх середні значення. Даний прилад може застосовуватись для експериментальних та теоретичних досліджень при вивченні явища самосинхронізації, захищений Патентом України на винахід.

У четвертому розділі виконані чисельні розрахунки динамічного режиму роботи віброагрегата для простіших схем. Розрахунки проводилися з урахуванням в'язкого опору або без нього. Схема без в'язкого опору показана на рис. 7. На нерухомій фундаментній рамі ($i=1$) за допомогою пружних зв'язів пружністю C_{13} встановлена інерційна віброударна гратка ($i=3$). Технологічний вантаж ($i=2$) в початковому стані (стані рівноваги) має з віброударною граткою технологічний проміжок δ . Для даної механічної системи

(рис. 7) маємо систему рівнянь:

$$\begin{aligned}
 M_3 \ddot{x}_3 - S_{3,x} \ddot{\phi}_3 + S_{311,x} \ddot{\psi}_{311} + S_{321,x} \ddot{\psi}_{321} - S_{3,y} \dot{\phi}_3^2 - S_{311,y} \dot{\psi}_{311}^2 - S_{321,y} \dot{\psi}_{321}^2 &= Q_{x_3}, \\
 M_3 \ddot{y}_3 + S_{3,y} \dot{\phi}_3^2 + S_{311,y} \dot{\psi}_{311}^2 + S_{321,y} \dot{\psi}_{321}^2 - S_{3,x} \dot{\phi}_3^2 + S_{311,x} \dot{\psi}_{311}^2 + S_{321,x} \dot{\psi}_{321}^2 &= Q_{y_3}, \\
 I_{0,3} \ddot{\phi}_3 - S_{3,x} \ddot{x}_3 + S_{3,y} \ddot{y}_3 - I_{\varepsilon,x}^{11} (\phi_3 - \psi_{311}) \ddot{\psi}_{311} - I_{\varepsilon,x}^{21} (\phi_3 - \psi_{321}) \ddot{\psi}_{321} + \\
 + I_{\varepsilon,y}^{11} (\phi_3 - \psi_{311}) \dot{\psi}_{311}^2 + I_{\varepsilon,y}^{21} (\phi_3 - \psi_{321}) \dot{\psi}_{321}^2 &= Q_{\phi_3}, \\
 I_{0,311} \ddot{\psi}_{311} + S_{3,y}^{311} \ddot{x}_3 + S_{3,x}^{311} - I_{\varepsilon,x}^{11} (\phi_3 - \psi_{311}) \ddot{\phi}_3 - I_{\varepsilon,y}^{11} (\phi_3 - \psi_{311}) \dot{\phi}_3^2 &= M_1, \\
 I_{0,321} \ddot{\psi}_{321} + S_{3,y} \ddot{x}_3 + S_{3,x} \ddot{y}_3 - I_{\varepsilon,x}^{21} (\phi_3 - \psi_{321}) \ddot{\phi}_3 - I_{\varepsilon,y}^{21} (\phi_3 - \psi_{321}) \dot{\phi}_3^2 &= M_2, \\
 M_2 \ddot{x}_2 &= Q_{x_2}, \\
 M_2 \ddot{y}_2 &= Q_{y_2}, \\
 I_{0,2} \ddot{\phi}_2 &= Q_{\phi_2}.
 \end{aligned} \tag{8}$$

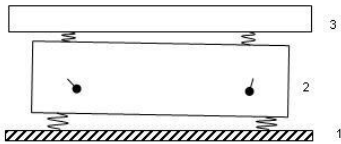


Рисунок 7 – Модель двосекційного агрегату з послідовним з'єднанням твердих тіл з пружними в'язями

Для системи (8) після спрощень отримали характеристичне рівняння для знаходження перших власних частот:

$$\begin{vmatrix} m_2 \cdot \lambda^2 + 2C_{23} & -2C_{23} \\ -2C_{23} & m_3 \cdot \lambda^2 + 2C_{13} + 2C_{23} \end{vmatrix} = 0 \tag{9}$$

Розв'язки рівняння (9) мають вигляд:

$$\lambda_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - ac}}{a}.$$

Тут $a = m_2 m_3$, $b = m_2 (C_{12} + C_{13})$, $c = 4C_{13} C_{23}$.

Розглянуто такі варіанти маси ТН, для яких обчислено перші власні частоти:

$$M_2 = 2000: \lambda_1 = 19,786; \lambda_2 = 71,474 \quad M_2 = 4000: \lambda_1 = 14,069; \lambda_2 = 71,078.$$

$$M_2 = 6000: \lambda_1 = 11,508; \lambda_2 = 70,952 \quad M_2 = 8000: \lambda_1 = 9,975; \lambda_2 = 70,891.$$

Побудовано графіки залежності амплітуд від часу фазові криві коливань технологічного вантажу (рис. 8, рис.9), а також залежності віброприскорення коливань технологічного вантажу від часу.

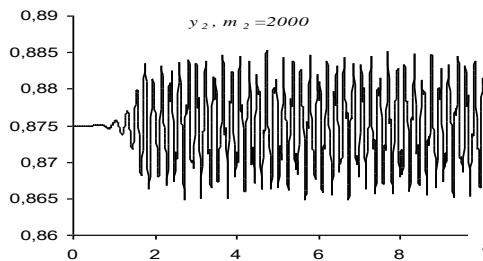


Рисунок 8 – Залежність амплітуди коливань технологічного вантажу від часу при масі вантажу 2000 кг

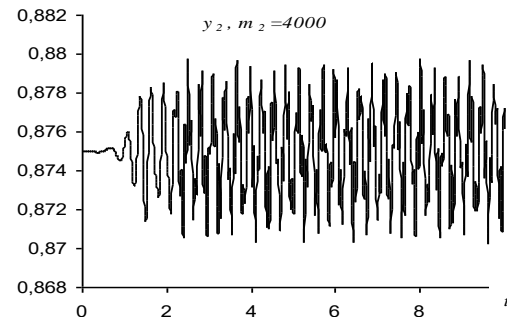
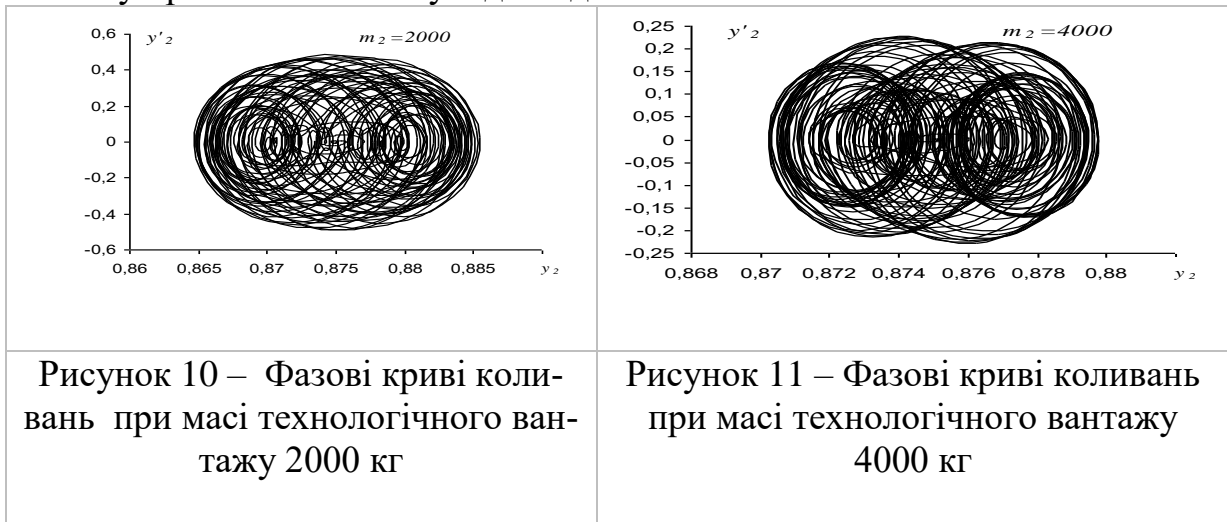


Рисунок 9 – Залежність амплітуди коливань технологічного вантажу від часу при масі вантажу 4000 кг

На рис. 10 та рис.11. показані фазові портрети коливань технологічного вантажу при масах вантажу відповідно 2000 та 4000 кг.



Розглядалася математична модель динамічного режиму роботи динамічного віброагрегата, коли технологічний вантаж віброагрегата взаємодіє з робочими органами інерційно-ударних вибивних ґраток при наявності в'язкого опору (рис. 12). Для даної моделі вперше виконані чисельні розрахунки динамічного режиму роботи віброагрегата при різних механічних параметрах.

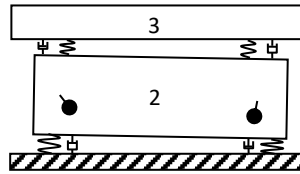


Рисунок 12 – Модель двосекційного агрегату з урахуванням пружного-в'язкого опору

На підставі рівнянь Лагранжа II-го роду для розглянутої механічної системи маємо систему рівнянь:

$$\begin{aligned}
 M_3 \ddot{x}_3 - S_{3,x} \ddot{\varphi}_3 - S_{3,y} \dot{\varphi}_3^2 + \sum_{j=1}^2 (S_{3j1,x} \ddot{\psi}_{3j} - S_{3j1,y} \dot{\psi}_{3j}^2) &= Q_{x_3}, \\
 M_3 \ddot{y}_3 + S_{3,y} \ddot{\varphi}_3 - S_{3,x} \dot{\varphi}_3^2 + \sum_{j=1}^2 (S_{3j1,y} \ddot{\psi}_{3j} + S_{3j1,x} \dot{\psi}_{3j}^2) &= Q_{y_3}, \\
 I_{0,3} \ddot{\varphi}_3 - S_{3,x} \ddot{x}_3 + S_{3,y} \ddot{y}_3 + \sum_{j=1}^2 (I_{\varepsilon,y}^j (\varphi_3 - \psi_{3j}) \dot{\psi}_{3j}^2 - I_{\varepsilon,x}^j (\varphi_3 - \psi_{3j}) \ddot{\psi}_{3j}) &= Q_{\varphi_3}, \\
 I_{0,3j} \ddot{\psi}_{3j} + S_{3,y}^{3j} \ddot{x}_3 + S_{3,x}^{3j} - I_{\varepsilon,x}^j (\varphi_3 - \psi_{3j}) \ddot{\varphi}_3 - M_2 \ddot{y}_2 + 2\gamma_{32} (\dot{y}_2 - \dot{y}_3) + 2C_{32} (y_2 - y_3) &= 0, \\
 I_{\varepsilon,y}^j (\varphi_3 - \psi_{3j}) \dot{\varphi}_3^2 = M_{\psi_j}, \quad (j = 1, 2), \quad M_2 \ddot{x}_2 = Q_{x_2}, \quad M_2 \ddot{y}_2 = Q_{y_2}, \quad I_{0,2} \ddot{\varphi}_2 = Q_{\varphi_2}.
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

Експлуатація віброустановки здійснюється переважно в умовах усталеного режиму. Тоді момент приводу двигуна урівноважується з моментом опору руху і, як наслідок, швидкість обертання валів дебалансів мало змінюється ($\dot{\psi}_{3j} = const$), а прискорення обертання – мала величина ($\ddot{\psi}_{3j} \approx 0$). У цьому випадку коливання системи спричинюють лише складові інерційних

сил дебалансів. Рух такої системи за умови зрівноваженого синхронного обертання двигунів зі сталою швидкістю Ω буде здійснюватися лише у вертикальному напрямку та моделюється з високою точністю наступною системою рівнянь:

$$\begin{aligned} M_2 \ddot{y}_2 + 2\gamma_{32}(\dot{y}_2 - \dot{y}_3) + 2C_{32}(y_2 - y_3) &= 0, \\ M_3 \ddot{y}_3 + 2\gamma_{32}(\dot{y}_3 - \dot{y}_2) + 2C_{32}(y_3 - y_2) + 2\gamma_{13}\dot{y}_3 + 2C_{13}y_3 &= 2m_d r \Omega^2 \cos(\Omega t). \end{aligned} \quad (11)$$

Частинний розв'язок системи диференціальних рівнянь (11) буде:

$$y_i(t) = A_i \cos(\Omega t + \psi_o), \quad i = 2, 3, \quad (12)$$

де A_i – амплітуди коливань та прискорення відповідно ТН та віброгратки, які визначаються виразами:

$$A_2 = \frac{2m_d \varepsilon \Omega^2 \sqrt{C_{32}^2 + \Omega^2 \gamma_{32}^2}}{\sqrt{\Delta}}, \quad A_3 = \frac{m_d \varepsilon \Omega^2 \sqrt{(-M_2 \Omega^2 + 2C_{32})^2 + 4\Omega^2 \gamma_{32}^2}}{\sqrt{\Delta}}, \quad A_{w_i} = \Omega^2 A_i, \quad i = 2, 3. \quad (13)$$

Характеристичне рівняння системи (11) для знаходження перших власних частот матиме вигляд:

$$\begin{vmatrix} M_2 \cdot \lambda^2 + 2\gamma_{32} \cdot \lambda + 2C_{32} & -2\gamma_{32} \cdot \lambda - 2C_{32} \\ -2\gamma_{32} \cdot \lambda - 2C_{23} & M_3 \cdot \lambda^2 + 2(\gamma_{13} + \gamma_{32}) \cdot \lambda + 2(C_{13} + C_{32}) \end{vmatrix} = 0, \quad (14)$$

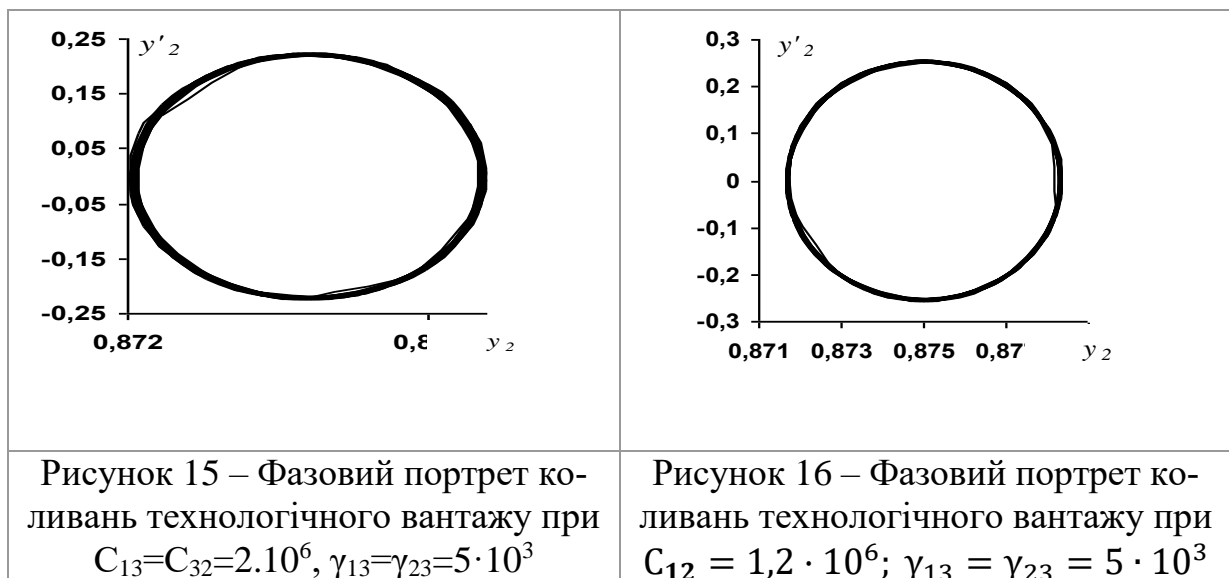
тут λ – корені характеристичного рівняння (14), що відповідають власним частотам коливань системи. Порівняльні результати обчислень амплітуд та власних значень частот наведено у таблиці 1.

Таблиця 1 – Амплітуди (м), віброприскорення ($\text{м}/\text{с}^2$) і власні частоти (1/рад) технологічного вантажу та віброгратки при різних механічних параметрах системи

	C_{13}	C_{32}	γ_{13}	γ_{32}	λ_2	λ_3	ε	A_3	A_2	A_{w_2}	A_{w_3}
1.	$2 \cdot 10^6$	$2 \cdot 10^6$	0	0	29,61	95,51	0,1	$2,9 \cdot 10^{-3}$	$5,5 \cdot 10^{-3}$	16,78	32,26
2.	$2 \cdot 10^6$	$2 \cdot 10^6$	$5 \cdot 10^3$	$5 \cdot 10^3$	29,59	94,83	0,1	$2,59 \cdot 10^{-3}$	$4,9 \cdot 10^{-3}$	15,08	28,61
3.	$1,4 \cdot 10^6$	$1,2 \cdot 10^6$	0	0	24,02	76,31	0,1	0,25	0,89	1409	5455
4.	$1,4 \cdot 10^6$	$1,25 \cdot 10^6$	$5 \cdot 10^3$	$5 \cdot 10^3$	24,22	76,46	0,1	$3,3 \cdot 10^{-3}$	$1,2 \cdot 10^{-2}$	19,75	68,45
5.	10^6	$5,8 \cdot 10^6$	10^3	10^3	24,85	137	0,2	$4 \cdot 10^{-3}$	$6,1 \cdot 10^{-5}$	23,43	0,3

Отримані аналітичні результати добре узгоджуються з чисельними розрахунками. Графіки фазових портретів для розглянутих випадків для різних значень пружного та в'язкого опору, рис. 13 – 16.





Фазові портрети на рис. 13 – 16 показують, що рух ТН є стійким, причому стійкість покращується, як видно на рис. 15 – 16, з введенням в'язкого опору. Певним підбором параметрів системи можна добитися необхідного динамічного режиму роботи технологічного вантажу, віброгратки та системи в цілому для забезпечення її ефективної роботи. З останнього рядку табл. 1 можна зробити висновки, що для відповідних механічних параметрів при незначній амплітуді коливань віброзбудника (ударної гратки) отримується на два порядки вища амплітуда коливань технологічного вантажу, що дає можливість досягнути необхідного ефекту вибивки при економії електроенергії та зменшенні амортизації віброагрегата.

Чисельні розрахунки проводилися з кроком $h=0,01$ (с), використовувалася 4-крокова схема Адамса. При цьому вибиралася скінченно-різницева схема

$$y_j - y_{j-1} - h \sum_{i=0}^m b_{-i} f(x_{j-i}, y_{j-i}) = 0. \quad (15)$$

Відповідна розрахункова формула має вигляд:

$$y_j - y_{j-1} = h \sum_{i=0}^m \bar{\gamma}_i \Delta^i f_i. \quad (16)$$

Для такої схеми отримаємо

$$y_j - y_{j-1} = h f_{j-1} + \frac{h^2 \Delta^1 f_{j-1}}{2} + \frac{5h^3 \Delta^2 f_{j-1}}{12} + \frac{3h^4 \Delta^3 f_{j-1}}{8}. \quad (17)$$

Залишковий член цієї формули дорівнює

$$r_j = \frac{251}{750} h^5 f^{IV}(x). \quad (18)$$

Графіки залежності амплітуди коливань та амплітуди віброприскорень від часу дозволяють зробити висновки, що графіки амплітуд коливань та амплітуд віброприскорень при квазігармонічних коливаннях, що характеризують усталений гармонічний режим роботи, є обмеженими, і $f^{IV}(x) \leq 10$ при даному кроці $h = 0,01$ (с). Таким чином, похибка метода Адамса на одному кроці $\approx 10^{-9}$. Чисельні розрахунки проводилися на інтервалі 100 с при усталеному динамічному режимі. Враховуючи, що було прораховано 10^4 кроків, можна стверджувати, що похибка метода складає $\approx 10^{-9} \cdot 10^4 = 10^{-5}$.

При обчислювальному процесі на комп'ютері задавалася точність 10^{-8} для одного кроку інтегрування. Враховуючи 10^4 кроків обчислення, можна стверджувати, що точність обчислення $\approx 10^{-8} \cdot 10^4 = 10^{-4}$.

Таким чином, загальна похибка обчислювального процесу, яка складається із суми похибок метода обчислення та похибки комп'ютерного обчислення, складає $10^{-5} + 10^{-4} \approx 10^{-4}$. Похибка обчислення фізичних параметрів механічної системи (геометричних розмірів твердих тіл та дебалансних мас, мас твердих тіл та дебалансів, моментів інерції твердих тіл та ін.) складає $\approx 10^{-3}$. Таким чином можна стверджувати, що загальна похибка при обчисленні складає $\approx 10^{-3}$. Така похибка є цілком допустимою для фізичних процесів такого роду. Тому загальний алгоритм та його реалізація на комп'ютері вносять похибки, які не чинять суттєвий вплив на результат обчислення, і тому відповідають фізичній картині процесу.

У п'ятому розділі подається імітаційна модель динамічного режиму роботи віброгратки типу 31327. Імітаційне моделювання динамічного режиму роботи проводилося для таких даних параметрів віброгратки моделі 31327: дебалансні маси $m_{31} = 20$ кг; $m_{32} = 20$ кг; $C_{31} = 2000000 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$, $C_{23} = 500000 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$ – жорсткість амортизаторів; де C_{31} – амортизатори, що знаходяться між фундаментом та вибивною граткою ($i = 3$), C_{23} – амортизатори, що стоять між вибивною граткою ($i = 3$) та технологічним вантажем ($i = 2$). Початкові умови вибираємо для положення рівноваги системи. Розглянуто такі варіанти маси технологічного вантажу, для яких обчислено перші власні частоти (розділ 4): $M_2 = 2000_{\text{кг}}$; $M_2 = 4000_{\text{кг}}$; $M_2 = 6000_{\text{кг}}$; $M_2 = 8000_{\text{кг}}$. Геометричні розміри тіл: $L_2 = 2,00$; $H_2 = 1,00$; $L_3 = 1,500$; $H_3 = 1,00$; $\delta_3 = 0,15$; $\delta_{23} = 0,100$ (розміри в метрах). Координати валів дебалансів ($i = 311$, $i = 321$) в системі координат $X_3O_3Y_3$: $u_{31} = -0,40$, $u_{32} = 0,40$ (в метрах). Геометричний ексцентриситет дебалансів: $\varepsilon_{311} = 0,20$; $\varepsilon_{321} = 0,20$ (м).

Моменти інерції твердих тіл бралися: $I_2 = 20000$; $I_3 = 10000$; $I_{311} = 100$; $I_{321} = 100$ (в $\text{кг} \cdot \text{м}^2$). Початкові умови (в початковому положенні рівноваги системи) бралися наступні: $x_{0,2} = 0,75$; $y_{0,2} = 0,65$; $x_{0,3} = 0,75$; $y_{0,3} = 0,65$ (в метрах); початкові швидкості всіх твердих тіл бралися нульові. Жорсткість амортизаторів: $C_{31} = 2000000$, $C_{23} = 500000$; де C_{31} – амортизатори, що знаходяться між фундаментною рамою ($i = 1$) та вибивною граткою ($i = 3$), C_{23} – амортизатори, що стоять між вибивною граткою ($i = 3$) та технологічним вантажем ($i = 2$).

За допомогою пакета прикладних програм MAPLE змодельовані положення технологічного вантажу, дебалансних мас та віброударної гратки для $M_2 = 2000$ кг, $\lambda_1 = 19,786$; $\lambda_2 = 71,474$. Рух дебалансних мас почався з розміщення дебалансних мас у найнижчому положенні. При цьому технологічний вантаж та віброударна гратка знаходяться у вільному стані і розміщені паралельно основі (фундаменту) (рис. 17):

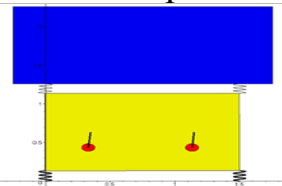


Рисунок 17 – Початкове розміщення твердих тіл динамічної системи

При подальшому динамічному процесі вибибки дебалансні маси рухаються за годинниковою стрілкою, при цьому змінюється і взаємне розміщення технологічного вантажу та віброударної гратки. При цьому дебалансні маси виконують повний оберт і повертаються в початкове положення.

Далі динамічний процес циклічно продовжується; дебалансні маси при кожному одному повному циклі виконують повні оберти за годинниковою стрілкою. Деякі проміжні положення твердих тіл системи при динамічному режимі роботи показані на рис. 18:

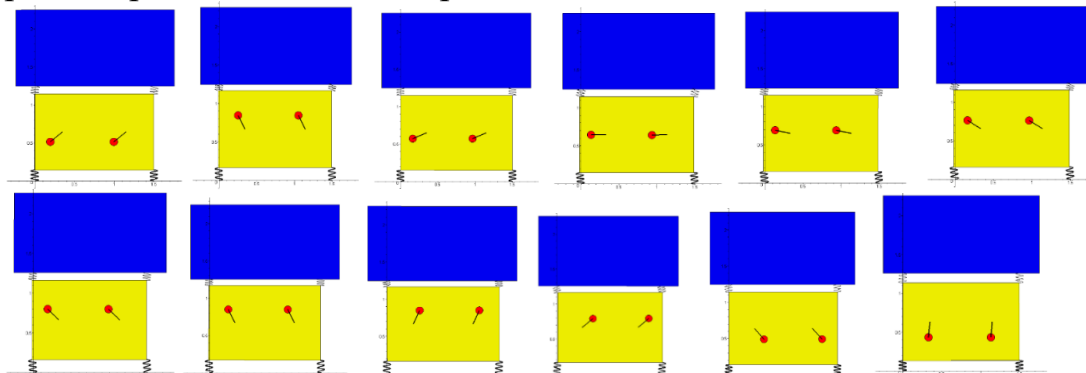


Рисунок 18 – Розміщення твердих тіл віброгратки при повному циклі динамічного режиму роботи при $M_2 = 2000$ кг

Проводилися розрахунки для $M_2 = 6000$ кг, $C_{23} = C_{24} = 2,0 \cdot 10^6$. Власні частоти системи, які при цьому обчислювалися, дорівнюють $\lambda_1 = 11,508$, $\lambda_2 = 70,952$. Таким чином, моделювався динамічний режим роботи для ланцюгово-розгалуженого способу з'єднання твердих тіл. Математична модель динамічного режиму роботи таких віброударних агрегатів була побудована у розділі 2. Модель контактної взаємодії при динамічному режимі роботи побудована в розділі 3. Власні частоти обчислені за методикою, показаною в розділі 4.

Комп'ютерне моделювання з допомогою пакета прикладних програм MAPLE надало наступні результати побудови одного динамічного циклу роботи віброагрегату (дебалансні маси при одному динамічному циклі роблять повний оберт проти годинникової стрілки), рис. 19.

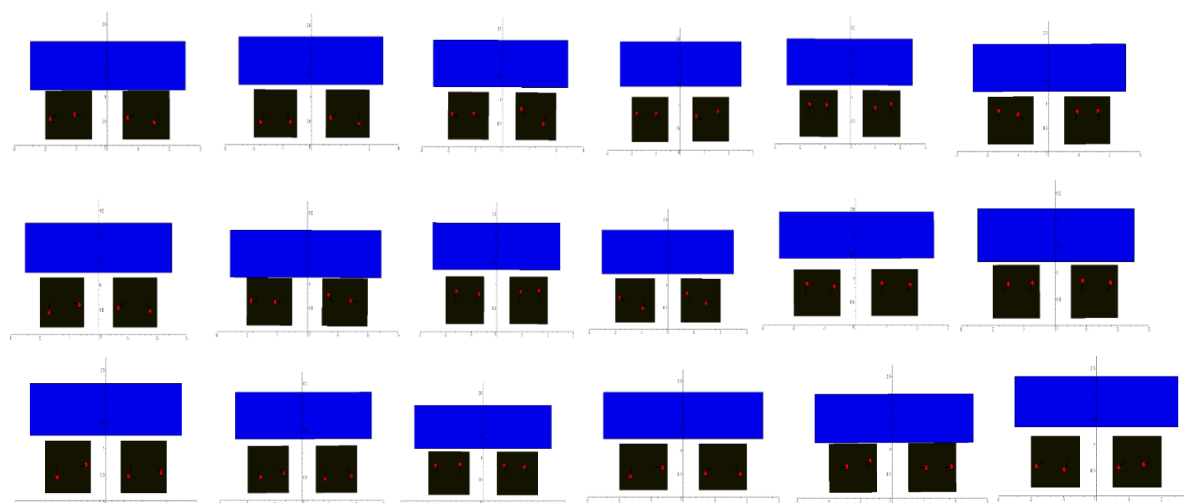


Рисунок 19 – Розміщення твердих тіл віброгратки при повному циклі динамічного режиму роботи при $M_2 = 6000$ кг, $M_3 = M_4 = 1000$ кг.

ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі розв'язана науково-технічна задача побудови математичної моделі динамічного режиму роботи віброагрегата з ланцюгово-розгалуженим способом з'єднання твердих тіл з допомогою пружних в'язів шляхом складання системи диференціальних рівнянь та чисельного розв'язування простіших систем з аналізом отриманих результатів. Отримано наступні наукові результати:

1. З використанням рівнянь Лагранжа II роду запропоновано математичну двовимірну модель руху твердих тіл та дії технологічного вантажу в механічних системах з ланцюгово-розгалуженим способом з'єднання мас, в якій інерційні тіла з'єднані пружними в'язями, враховується змінна маса та змінні моменти інерції технологічного вантажу, що, на відміну від існуючих методів моделей, дозволяє одержати аналітичні залежності для опису характеристик об'єктів такого класу; в рамках вибраної моделі виведено рівняння руху та рівняння для узагальнених сил. Математична модель, що побудована, може використовуватись для опису динамічного режиму роботи всіх видів віброагрегатів з ланцюгово-розгалуженим способом з'єднання твердих тіл.

2. Вперше запропоновано новий метод математичного моделювання процесу контактної взаємодії технологічного вантажу з робочими органами механічних систем з ланцюгово-розгалуженим способом з'єднання твердих тіл, що дозволяє, на відміну від існуючих методів, одержати умови взаємодії технологічного вантажу з робочими органами збудованих віброграток, а також аналітичні залежності для знаходження зусиль та деформацій в зоні контакту.

3. Дістали подальший розвиток методи дослідження розсіювання енергії в механічних багатосекційних системах з ланцюгово-розгалуженим способом з'єднання твердих тіл, що, на відміну від існуючих підходів, дозволяє врахувати взаємодію технологічного вантажу з робочими органами при наявності різних типів контакту, сил сухого та в'язкого тертя.

4. Удосконалено підхід до моделювання процесу динамічного режиму роботи віброударної гратки, що, на відміну від існуючих методів, дозволяє одержати фазові портрети руху технологічного вантажу та графічні залежності між амплітудами коливальних, амплітудами віброприскорень та часом, залежність власних частот, фазових портретів та амплітуд і віброприскорення технологічного вантажу від механічних параметрів віброгратки, а також дослідити питання механічної стійкості досліджуваної системи з використанням її фазових портретів.

5. Удосконалено теоретичні підходи для оцінки точності розв'язання задачі моделювання процесів роботи віброударного агрегату з ланцюгово-розгалуженим способом з'єднання твердих тіл та перевірки адекватності моделей на основі аналізу точності використаних чисельних методів та методів імітаційного моделювання, які проводилися для віброгратки типу 31327, що,

на відміну від існуючих підходів, дозволяє оптимізувати вибір математичного апарату для вирішення поставленої задачі.

6. Проведено імітаційне комп'ютерне моделювання динамічного режиму роботи віброагрегата, що відповідає параметрам віброгратки 31327, та побудовано діаграми взаємного розміщення технологічного вантажу та збурюючого тіла (гратки) для одного циклу динамічного режиму роботи.

7. Розроблено пристрій для вибивки ливарних форм, в якому використовується розроблена модель контакту, який може застосовуватись на підприємствах ливарного виробництва.

8. Розроблено пристрій для вивчення явища самосинхронізації в динамічних системах, показано принцип роботи цього приладу та деякі результати експериментальних досліджень, а також застосування приладу для дослідження динамічних систем. Розроблений пристрій може застосовуватись для експериментальних та теоретичних досліджень при вивченні явища самосинхронізації, що дозволить більш ефективно контролювати явище резонансу віброграток, які комплектують віброагрегати. Пристрій захищений Патентом України на винахід.

9. Запропоновано нову класифікацію віброударних агрегатів по способу компоновки тіл, що коливаються; вібромашини (коливальні системи) по способу компоновки тіл можна класифікувати як ланцюгові або ланцюгово-розгалужені.

Математична модель віброагрегата, що побудована, та отримані чисельні розрахунки мають практичне застосування, а саме – можуть використовуватись для знаходження оптимальних параметрів роботи віброударних агрегатів, що використовуються в ливарному виробництві, а також для обчислення важливих механічних параметрів (власних частот, амплітуд коливань та амплітуд віброприскорень, побудови фазових портретів та ін.) для великого спектру віброколивальних та віброударних механічних систем, що використовуються у машинобудуванні та промисловості.

Результати дисертаційної роботи впроваджені на ПАТ «Азовзагальмаш», м. Маріуполь, акт впровадження від 24 лютого 2016 р., а також в навчальному процесі в Івано-Франківському національно-технічному університеті нафти і газу.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Нисонский В. П. Математическое моделирование многосекционного агрегата для выбивки крупных форм / В. П. Нисонский, И. И. Гергега, М. Р. Козулькевич // Литейное производство. – 1991. №12. – С. 18.

2. Нисонский В. П. Математическое моделирование многосекционных агрегатов для литейного производства / В. П. Нисонский, И. И. Гергега, М. Р. Козулькевич // Вестник машиностроения. – 1994. №6. – С. 22 – 24.

3. Герєга І. І. Математична модель ланцюгово-розгалуженої віброударної коливальної системи / І. І. Герєга, В. П. Нісонський // Доповіді НАН України. – 1994. - №5. – С. 58 – 63.
4. Математическая модель многосекционных выбивных агрегатов с учётом рассеяния энергии / В. П. Нисонский, И. И. Герєга, М. Р. Козулькевич, Ю. В. Гуцуляк // Пробл. прочности. 1994. - №10. – С. 30 – 36.
Є англійський переклад:
Nisonskii V. P. Mathematical model for multisectional shakeout assemblies taking into account energy dissipation / V. P. Nisonskii, I. I. Gerega, R. M. Kozul'kevich, Yu. V. Gutsulyak // Strength of Materials, October 1994, Volume 26, Issue 10, pp 734 – 738.
5. Нісонський В. П. Математична модель багатосекційного вібраційного агрегату / В. П. Нісонський, І. І. Герєга, В. М. Шопа // Доповіді НАН України. – 2000. – №6. – С. 62 - 65.
Є англійський переклад:
V. P. Nisons'ky. Mathematical model of a multisectional vibration unit / V. P. Nisons'ky, I. I. Gerega, V. M. Shopa // National Academy of Sciences in Ukraine. Kiev .Ukraine January 2000.
6. Нісонський В. П. Математична модель контактної взаємодії елементів багатосекційних агрегатів / В. П. Нісонський // Доповіді НАН України.- 2003. №12. – С. 51 – 57.
7. Нісонський В. П. Математичне моделювання динамічного режиму роботи віброударних агрегатів з ланцюгово-розгалуженим способом з'єднання твердих тіл / В. П. Нісонський // Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні. Український міжвідомчий науково-технічний збірник. Випуск 40. – Львів: Львівська Політехніка. – 2006. – С. 170 - 177.
8. Нісонський В. П. Математичне моделювання віброударних агрегатів із ланцюгово-розгалуженим способом з'єднання твердих тіл / В. П. Нісонський, В. М. Шопа, І. І. Герєга // Прикарпатський вісник НТШ. Число 1(1). – 2008. – Івано-Франківськ: Плай ЦІТ. – С. 56 – 63.
9. Нісонський В.П. Модель контакту технологічного навантаження з робочими органами вибивного багатосекційного агрегату / В.П. Нісонський, Т. Г. Лавинюкова // Методи та прилади контролю якості. Випуск 20. – Івано-Франківськ: ІФНТУНГ. – 2008. – С. 81 - 84.
10. Даляк Т. М., Дослідження динамічного режиму роботи віброгратки з урахуванням сил в'язкого опору / Т. М. Даляк, В. П. Нісонський, В. М. Шопа // Вісник ХПІ, серія «Машинознавство та САПР». – Вип. №22. – 2011 р. – С. 40 – 45.
11. Нісонський В. П. Числові розрахунки динамічного режиму роботи віброагрегата / В. П. Нісонський, Т. Г. Даляк, В. М. Шопа // Машинознавство. – 2011. - №9-10. – С. 31 – 35.
12. Нісонський В. П. Розрахунки динамічного режиму роботи віброгратки при наявності в'язкого опору / В. П. Нісонський // Прикарпатський вісник НТШ. Число. – 2016. – 1(33)-2016. – С. 46 – 60.

13. Нісонський В. П. Математичне моделювання агрегатів для ливарного виробництва / В. П. Нісонський // *Методи та прилади контролю якості.* – №1 (36), 2016. – С. 100 –106.
14. Лозовой И. С. Математическое моделирование динамики технологических вибрационных машин [Электронный ресурс]. / И. С. Лозовой, И. И. Гергега, В. П. Нисонский // *Математическое и машинное моделирование: Тез. докл. Всесоюз. Науч. конф. – ВТИ, Воронеж, 1991. – Сборник выпущен на магнитных дискетах 19.08.91 (CD ROM).* – С. 208.– Систем. вимоги: Pentium 32 Mb RAM; Windows 95; 98; 2000; XP; MS Word 97-2000. – Назва з титул. екрану.
15. Рассеивание энергии в многосекционных выбивных агрегатах / В. П. Нисонский, И. И. Гергега, М. Р. Козулькевич, Ю. В. Гуцуляк // *XVI конференция по вопросам рассеяния энергии при колебаниях механических систем (Ивано-Франковск, июнь 1992 г.): Тез. докл. – К.: Ин-т проблем прочности АН Украины, 1992. – С. 27 - 28.*
16. Нісонський В. П. Математичне моделювання робочого режиму в механічних системах з ланцюгово-розгалуженим способом з'єднання мас / В. П. Нісонський // *Всеукр. наук. конф. «Розробка та застосування математич. метод. в наук.-техн. дослідженнях» (Львів, 5-7.10.1995 р.) – Тез. доп., част. 3– Львів: 1995. – С. 53 – 54.*
17. Гергега І. І. Дослідження взаємодії робочих органів коливальних систем з технологічним навантаженням неоднорідної структури. / І. І. Гергега, В. П. Нісонський // *Матеріали 4 Міжнар. конф. з механіки неоднорідних структур (Тернопіль 19-22.09.95).* Тез. доп.– Тернопіль: 1995. – С. 53 – 54.
18. Лавинюкова Т. Г. Взаємодія технологічного навантаження з робочими органами багатосекційного вібраційного агрегату / Т. Г. Лавинюкова, В. П. Нісонський // *Тези науково-технічної конференції професорсько-викладацького складу університету– ІФДТУНГ, Івано-Франківськ, 2000. – С. 160.*
19. Нісонський В. П. Модель контакту технологічного навантаження з робочими органами вибивного багатосекційного агрегату / В. П. Нісонський, Т. Г. Лавинюкова // *Прикладные задачи математики и механики. Материалы XVI международной научно-технической конференции. Севастополь, 15– 19 сентября 2008 г.— Севастополь: Издательство СевНТУ. – 2008. – С. 192 – 196.*
20. Даляк Т. Числові розрахунки динамічних характеристик математичної моделі віброгратки / Т. Г. Даляк, В. П. Нісонський, В. М. Шопа // *Теорія та практика раціонального проектування, виготовлення і експлуатації машинобудівних конструкцій. Праці 2-ої Міжнарод.наук.-техн. конф., 11-13 листопада 2010 р. – Львів: КІНПАТРІ ЛТД. –С. 152 - 153.*
21. Нісонський В. П. Математична модель динамічного режиму роботи віброагрегату з урахуванням сил в'язкого опору. / В. П. Нісонський, Т. М. Даляк, В. М. Шопа // *Матеріали Всеукр. наук. конф. «Прикл. задачі математики», присв. 50-річчю каф. вищ. мат. ІФНТУНГ. – Тез. доп. – Івано-Франківськ, 2011 р. – С. 78 – 79.*

22. Нісонський В. Дослідження динамічного режиму роботи віброгратки при наявності сил в'язкого опору / Володимир Нісонський // Тези доп. Міжнарод. наук.-техн. конференції «Фундамент. та прикл. проблеми сучасних технологій», присвяч. 55-річчю заснування ТНТУ та 170-річчю з дня народження Івана Пулюя 19–21 травня 2015 р. – Тернопіль, 2015. – С. 20 – 21.

23. Нісонський В. Імітаційне комп'ютерне моделювання динамічного режиму роботи простішої віброгратки / Володимир Нісонський // Прикладні задачі математики. Матеріали Другої всеукраїнської наук. конф., присвяченої 55-річчю кафедри вищої математики ІФНТУНГ. Івано-Франківськ, 13-15 жовтня 2016 р. – С. 63 – 65.

24. Патент України на винахід №21024 А від 07.10.1997 р. Пристрій для дослідження явища самосинхронізації в динамічних системах / В. М. Іньшин, І. І. Герєга, І. С. Лозовий, В. П. Нісонський; заявл. 25.07.94, пріоритет 07.10.97; опубл. 27.02.98, Бюл. № 1.

25. Нисонский В. П. Уравнения движения инерционных элементов обобщенной модели вибромашины с комбинированным способом соединения масс / В. П. Нисонский, И. И. Герєга, И. С. Лозовой. – Івано-Франковск, Львов, 1989. – 20 с. – Деп. в ВИНТИ 12.10.89. №6248-В 89.

26. Нисонский В. П. Обобщенные силы, действующие на инерционные элементы вибромашины с комбинированным способом соединения масс / В.П.Нисонский, И.И. Герєга, И.С. Лозовой – Івано-Франковск, Львов, 1990.–41 с. Деп в ВИНТИ 11.07.90, №3886 – В 90.

АНОТАЦІЯ

Нісонський В. П. Математична модель віброагрегата з ланцюгово-розгалуженим способом з'єднання твердих тіл. – На правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи. – Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу, Івано-Франківськ. – Вінницький національний технічний університет, Вінниця, 2017.

Метою досліджень дисертаційної роботи є розроблення та практична реалізація математичної моделі процесу роботи віброударного агрегату з ланцюгово-розгалуженим способом з'єднання твердих тіл, що дозволить підвищити ефективність та надійність роботи вибивних віброударних ґраток для ливарного виробництва та проводити чисельні розрахунки динамічного режиму роботи промислових віброграток, у яких тверді тіла з'єднуються ланцюгово-розгалуженим способом.

У дисертаційній роботі розв'язана науково-технічна задача побудови математичної моделі динамічного режиму роботи віброагрегата з ланцюгово-розгалуженим способом з'єднання твердих тіл з допомогою пружних в'язів шляхом складання системи диференціальних рівнянь та чисельного розв'язування простіших систем з аналізом отриманих результатів. При побудові математичної моделі динамічного режиму роботи віброударного агрегата використовуються енергетичні принципи.

Для досягнення мети у дисертаційній роботі з використанням рівнянь Лагранжа II роду запропоновано математичну двовимірну модель руху твердих тіл та дії технологічного вантажу в механічних системах з ланцюгово-розгалуженим способом з'єднання мас, в якій інерційні тіла з'єднані пружними в'язями, враховується змінна маса та змінні моменти інерції технологічного вантажу, що, на відміну від існуючих методів моделей, дозволяє одержати аналітичні залежності для опису характеристик об'єктів такого класу.

Удосконалено підхід до моделювання процесу динамічного режиму роботи віброударної гратки, що, на відміну від існуючих методів, дозволяє одержати фазові портрети руху технологічного вантажу та графічні залежності між амплітудами коливань, амплітудами віброприскорень та часом, залежність власних частот, фазових портретів та амплітуд і віброприскорення технологічного вантажу від механічних параметрів віброгратки, а також дослідити питання механічної стійкості досліджуваної системи з використанням її фазових портретів.

Запропоновано новий метод математичного моделювання процесу контактної взаємодії технологічного вантажу з робочими органами механічних систем з ланцюгово-розгалуженим способом з'єднання твердих тіл, що дозволяє, на відміну від існуючих методів, одержати умови взаємодії технологічного вантажу з робочими органами збурюючих віброграток, а також аналітичні залежності для знаходження зусиль та деформацій в зоні контакту. Удосконалено теоретичні підходи для оцінки точності розв'язання задачі моделювання процесів роботи віброударного агрегату з ланцюгово-розгалуженим способом з'єднання твердих тіл та перевірки адекватності моделей на основі аналізу точності використаних чисельних методів та методів імітаційного моделювання, що, на відміну від існуючих підходів, дозволяє оптимізувати вибір математичного апарату для вирішення поставленої задачі. Проведено імітаційне комп'ютерне моделювання динамічного режиму роботи віброагрегата, що відповідає параметрам віброгратки 31327, та побудовано діаграми взаємного розміщення технологічного вантажу та збурюючого тіла (гратки) для одного циклу динамічного режиму роботи. Розроблено пристрій для вивчення явища самосинхронізації в динамічних системах, показано принцип роботи цього приладу та деякі результати експериментальних досліджень, а також застосування приладу для дослідження динамічних систем. Пристрій захищений Патентом України на винахід.

Результати дисертаційної роботи впроваджені на ПАТ «Азовзагальмаш», м. Маріуполь, акт впровадження від 24 лютого 2016 р., а також в навчальному процесі в Івано-Франківському національно-технічному університеті нафти і газу.

Ключові слова: математична модель, імітаційне моделювання, рівняння Лагранжа II роду, динамічна система, віброударний процес, багатосекційний віброагрегат, віброгратка, динамічний режим роботи, модель контакту, демпфування енергії, пружні в'язи, явище самосинхронізації, в'язке тертя.

ABSTRACT

Nisonskiy V. P. The vibro-machine mathematical model with chain-branch solid's connection. –On the rights of the manuscript.

Thesis for the scientific degree of the Candidate of Technical Sciences in speciality 01.05.02 – mathematical modeling and calculation methods. – Ivano-Frankivsk National Technical University of Oil and Gas, Ivano-Frankivsk. – Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, 2017.

The thesis is dedicated to solving of science-technical task of mathematical model building for vibro-machine's dynamic operation mode using chain-branched the compounds manner solids' elastic connection by building of the system of differential equations and the numerical solving of the simple system with the analysis of results.

Energy principles have been used by building of the mathematical model of the vibro-impact machine.

A science result had given. Using Lagrange equation II-nd order it is prompted a mathematical two-dimensional model of solid's motion and technological loading actions in the mechanical system with masses chain connection in which inertial bodies are connected with elastic connections and the variable of mass and the variable of technical loading's inertia taken to account. That against the existent models is made possible to get analytical dependences for the descriptions of the object by that class. In this model a motion equation and an equation of generalized powers is shown out. Built mathematical model can be used for the description of the mode of all types of vibro-machine with the chain-branch solid's connection. It is first offered the new mathematical modeling method for the process of the pin co-operation of the technological loading by working bodies of the mechanical system with chain-branch solid's connection. This method against the existent methods made it possible to get the condition of the co-operation for the technological loading with the working bodies of the revolving lattices and the analytical dependences for the solving of the loading and deformation in the contact zone. A method of the dispersion of energy in the mechanical multi-sectional systems with chain-branch solid's connection had been developed.

It is against existent approach allows to take account the co-operation technological loading with working bodies at the different types of contacts, the forced of dry and viscid friction. We consider approach for the modeling process of the vibro-impact lattice dynamic mode. It is against existent methods allows to get the technical loading motion phase portraits and the graph dependences between the vibration amplitudes, the vibro-acceleration amplitude and time, the eigenfrequencies dependence, phase portraits and amplitudes, the technological loading vibro-acceleration by mechanical parameters of vibro-lattice. Also it made possible to solve the question of mechanical firmness of the prospected system with the phase portraits using. It was considered theoretical approach for the evaluation of model's adequacy of vibro-impact machine with chain-branch solid's unit models and for the evaluation of exactness numerical method and the simulation modeling method, which has been done for the industrial lattice type 31327.

It is developed the device for impacting molds, in which developing contact model for the using in foundry manufacture has been used. It is developed the de-

vice for researching self-synchronization at the dynamic system. The working principles of that device and some experimental explores results, also as using of device for the exploring of dynamical systems have been shown. The developing principles can be used for self-synchronization experimental and theoretical exploring that makes it possible to control the resonance of lattices which are complete the vibro-machine; the patent of Ukraine is got on an invention.

Keywords: mathematical model, imitation modeling, equation Lagrange's II order, dynamic system, vibro-impact process, multi-sectional vibro-machine, vibro-lattice, dynamic mode, contact's model, energy damping, elastic connections, self-synchronization, viscid resistance.

АННОТАЦИЯ

Нисонский В. П. Математическая модель виброагрегата с цепочно-разветвлённым способом соединения твёрдых тел. – На правах рукописи.

Диссертация на соискание учёной степени кандидата технических наук по специальности 01.05.02 – математическое моделирование и вычислительные методы. – Ивано-Франковский национальный технический университет нефти и газа, Ивано-Франковск. – Винницкий национальный технический университет, Винница, 2017.

Целью исследований диссертационной работы является разработка и практическая реализация математической модели динамического режима работы виброагрегата с цепочно-разветвлённым способом соединения твёрдых тел, что позволит улучшить эффективность работы выбивных виброрешёток для литейного производства, а также производить числовые расчёты параметров динамического режима работы.

В диссертационной работе решена научно-техническая задача построения математической модели виброагрегата с цепочно-разветвлённым способом соединения твёрдых тел с учетом упругих связей путём составления системы дифференциальных уравнений на основе уравнений Лагранжа 2-го рода, а также числового решения простейших систем с анализом полученных результатов. При построении математической модели использовались энергетические принципы.

Предложена двухмерная математическая модель движения твердых тел и технологического груза в механических системах с цепочно-разветвлённым способом соединения твёрдых тел, в которых инерционные тела соединены упругими связями. Учитывается переменная масса и переменные моменты инерции технологического груза, что, в отличие от существующих методов моделирования, позволяет получить аналитические соотношения для описания характеристик объектов такого класса.

Усовершенствован подход к моделированию процесса динамического режима работы виброрешётки, что, в отличие от существующих методов, позволяет получить фазовые портреты движения технологического груза и графические зависимости между амплитудами колебаний, амплитудами виброускорений и временем, а также зависимость собственных частот, фазовых портретов и виброускорений технологического груза от механических

параметров виброрешётки. При построении фазовых портретов исследуется также вопрос механической стойкости системы.

Предложен новый метод математического моделирования процесса контактного взаимодействия технологического груза с рабочими органами механических систем с цепочно-разветвлённым способом соединения твёрдых тел, что, в отличие от существующих методов, позволяет получать условия контакта технологического груза с рабочими органами возмущающих виброрешёток, а также аналитические зависимости для нахождения возникающих усилий и деформаций в зоне контакта.

Усовершенствованы теоретические подходы для оценки точности решения задачи моделирования процесса динамического режима работы виброагрегата с цепочно-разветвлённым способом соединения твёрдых тел, а также проверки адекватности модели на основе анализа точности использованных числовых методов и методов имитационного компьютерного моделирования, что, в отличие от существующих методов, позволяет оптимизировать выбор математического аппарата для решения поставленной задачи. Проведено имитационное компьютерное моделирование динамического режима работы виброагрегата, соответствующего параметрам выбивной виброрешётки типа 31327, а также построены диаграммы взаимного расположения технологического груза и возмущающего твердого тела (виброрешётки) для одного цикла динамического режима работы.

Разработано устройство для изучения явления самосинхронизации, показан принцип работы этого устройства и некоторые результаты экспериментальных исследований. Устройство защищено Патентом Украины на изобретение.

Результаты диссертационной работы внедрены в ПАО «Азовобщемаш», г. Мариуполь, акт о внедрении от 24 февраля 2016 г., а также в учебном процессе в Ивано-Франковском национальном техническом университете нефти и газа.

Ключевые слова: математическая модель, имитационное моделирование, уравнения Лагранжа 2-го рода, динамическая система, виброударный процесс, многосекционный виброагрегат, виброрешётка, динамический режим работы, модель контакта, демпфирование энергии, упругие связи, явление самосинхронизации, вязкое трение.