

Міністерство освіти і науки України  
Вінницький національний технічний університет

**А. С. Моргун**  
**О. В. Франчук**

**МЕТОД ГРАНИЧНИХ ЕЛЕМЕНТІВ  
В РОЗРАХУНКАХ  
КІЛЬЦЕВИХ ФУНДАМЕНТІВ**

**Монографія**

Вінниця  
ВНТУ  
2016

УДК 519.635:624.044:624.15

ББК 22.193:38.112:38.58

М79

Рекомендовано до друку Вченою радою Вінницького національного технічного університету Міністерства освіти і науки України (протокол № 5 від 30.11.2015 р.)

Рецензенти:

**О. А. Савицький**, доктор технічних наук, провідний наук. спеціаліст

**М. Ф. Друкований**, доктор технічних наук, професор

**Моргун, А. С.**

Метод граничних елементів в розрахунках кільцевих фундаментів : монографія / А. С. Моргун, О. В. Франчук – Вінниця : ВНТУ, 2016. – 90 с.

ISBN 978-966-641-664-6

В роботі розглянуто актуальне питання прогнозування поведінки під навантаженням кільцевих фундаментів, подано аналіз робіт, в яких прослідковуються основні розрахункові моделі механіки ґрунтів. Закони поведінки ґрунтових основ під навантаженням з метою їх практичного прикладання мають бути сформульовані у вигляді рівняння стану.

Робота буде корисною для інженерів, що працюють в області механіки ґрунтів та її прикладань, а також аспірантам та студентам будівельних спеціальностей.

**УДК 519.642:624.044:624.15**

**ББК 22.193:38.112:38.58**

**ISBN 978-966-641-664-6**

© А. Моргун, О. Франчук, 2016

## ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ .....	4
ВСТУП.....	5
Розділ 1 ОГЛЯД ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ТА ТЕОРЕТИЧНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ НЕСУЧОЇ СПРОМОЖНОСТІ КІЛЬЦЕВИХ ФУНДАМЕНТІВ.....	7
Розділ 2 МЕТОДОЛОГІЧНІ ОСНОВИ РОЗРАХУНКУ КІЛЬЦЕВИХ ФУНДАМЕНТІВ ЧИСЛОВИМ МЕТОДОМ ГРАНИЧНИХ ЕЛЕМЕНТІВ .....	27
2.1 Компонування визначальних рівнянь стану при використанні числового МГЕ в розрахунках кільцевих фундаментів .....	27
2.2 Обґрунтування вибору поверхні текучості.....	31
2.3 Показники текучості матеріалу ґрунту .....	37
2.4 Моделювання процесу деформування ґрунту .....	40
2.5 Математичний апарат реалізації розрахунку кільцевих фундаментів за МГЕ.....	42
2.6 Компонування матриці впливу МГЕ кільцевого фундаменту .....	49
Розділ 3 ЧИСЛОВІ ДОСЛІДЖЕННЯ КІНЕТИКИ ПРОЦЕСУ ДЕФОРМУВАННЯ КРУГЛОГО ТА КІЛЬЦЕВОГО ФУНДАМЕНТІВ .....	56
3.1 Особливості роботи під навантаженням пористого середовища ґрунту. ....	56
3.2 Проектування за МГЕ круглої фундаментної конструкції силосу для зберігання зерна.....	57
3.3 Прогнозування за МГЕ технічних ресурсів кільцевого пальового поля силосу зерносушарки.....	63
3.4 Числова діагностика поведінки кільцевого фундаменту споруди баштового типу з МГЕ.....	69
3.5 Розрахунок за МГЕ круглої в плані фундаментної конструкції .....	73
3.6 Діагностування роботи кільцевого фундаменту за МГЕ.....	77
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ .....	83

## **ПЕРЕЛІК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ**

ДБНіП – державні будівельні норми і правила  
МГЕ – метод граничних елементів  
МСЕ – метод скінченних елементів  
НДС – напружено-деформований стан  
ПК – програмний комплекс  
САПР – системи автоматизованого проектування  
СЕ – скінченний елемент  
СЛАР – система лінійних алгебраїчних рівнянь  
СПФ – стрічковий пальовий фундамент

## ВСТУП

Об'єми будівництва складних та відповідальних комплексних багатовисотних об'єктів, що постійно зростають як у нас в країні, так і у всіх розвинених країнах, приводять до необхідності глибокого вивчення і наукового обґрунтування накопиченого досвіду з метою створення більш досконалої теорії розрахунку круглих в плані та кільцевих фундаментних конструкцій і напрацювання нових сучасних теорій та перспективних напрямків, підкріплених вимогами часу. Сьогодні Україна має гостру потребу у збільшенні кількості елеваторів для зберігання зерна. Великі навантаження на фундаменти таких споруд потребують особливої уваги до їх проектування. Тому на зміну аналітичним рішенням задачі прогнозування напружено-деформованого стану (НДС) основ будівель прийшли сучасні числові методи.

Потужний сучасний метод досліджень – числовий експеримент – об'єднує фізичний зміст задачі, її математичне формулювання і числовий спосіб розв'язку. У будівельній практиці проектування з'явилися нові технології розрахунку – сучасний числовий метод скінчених елементів (МСЕ) та метод граничних елементів (МГЕ). МСЕ лежить в основі сучасних проектних комплексів (ПК) проектування будівельних конструкцій.

Будівля в процесі свого спорудження та існування знаходиться в постійному контакті та взаємодії з ґрунтовою основою, яка сприймає навантаження від наземної частини споруди. Ґрунтова основа споруд є дисперсним середовищем, тому виникає потреба врахування його особливостей – неоднорідності, дисперсності, анізотропії та збалансування вимог проектувальника з результатами наукових розробок. Наявність в масі однорідного ґрунту включень в формі підземної фундаментної конструкції приводить до перерозподілу і викривленню поля напружень в ґрунті. Природа перерозподілу визначається формою і характером навантаження підземної конструкції та залежить від властивостей ґрунту, геометрії, жорсткості фундаментної конструкції. Явище перерозподілу напружень спричиняє до зменшення тиску на елемент, що переміщується, та збільшення діючих навантажень на сусідні частини. Таким чином, дослідження явища перерозподілу напружень в ґрунтовій основі є актуальним, особливо для фундаментів такої складної конструкції, як кругові та кільцеві, оскільки від вели-

чини перерозподілу напружень залежить несуча спроможність фундаменту.

Сучасне будівництво потребує використання в розрахунках нових алгоритмів для визначення деформацій ґрунту, нових пружно-пластичних моделей ґрунту, заснованих на асоційованому чи неасоційованому законах пластичної течії з метою прогнозування дійсної картини роботи ґрунтової основи, оскільки в ґрунтах уже при помірних навантаженнях з'являються залишкові пластичні деформації, які викликають перерозподіл зусиль. Вибір конкретного виду фундаменту проводиться з економічних міркувань на основі варіантного проектування з урахуванням специфічних природних умов будівельного майданчика та з залученням сучасних досягнень механіки ґрунтів. В порівнянні із задачами теорії пружності складність у визначенні НДС пластичних тіл значно зростає, при цьому з'являються нові специфічні проблеми. Однією із таких проблем є пошук пружно-пластичних границь (межі коли ґрунт починає працювати в пластичній стадії). При цьому необхідне урахування того фактора, що в пластичній стадії розрахункові рівняння стану ґрунту є нелінійними і навіть неголомомними (диференціальними і неінтегрованими).

В роботах багатьох вчених, а саме А. О. Бартоломій, І. П. Бойко, Ю. Л. Винников, В. М. Голубков, Б. І. Далматов, М. Л. Зоценко, А. С. Моргун, О. С. Трофимчук розглядалось вивчення взаємодії круглих та кільцевих фундаментних конструкцій з ґрунтовою основою. Та ці дослідження потребують подальшого вивчення, оскільки прямі рекомендації в діючих державних будівельних нормах (ДБН) відсутні. Рациональне проектування круглих та кільцевих фундаментних конструкцій може дати значний економічний ефект (оскільки біля 40 % кошторисної вартості споруди складають фундаментні конструкції).

В основі сучасних ДБН лежить принцип лінійного деформування ґрунтового середовища, що здійснюється в межах пружних деформацій, що унеможлиблює відображення реальної роботи ґрунтової основи. Використання нелінійних моделей в поєднанні з сучасним МГЕ дає можливість скорегувати розв'язок цієї актуальної задачі.

## РОЗДІЛ 1 ОГЛЯД ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ТА ТЕОРЕТИЧНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ НЕСУЧОЇ СПРОМОЖНОСТІ КІЛЬЦЕВИХ ФУНДАМЕНТІВ

Прогнозування осідань основ – першочергова задача при проектуванні фундаментів споруд. Висотні споруди створюють суттєві локальні навантаження через значні маси залізобетонних конструкцій і велику парусність стін.

Будівництво споруд круглої форми в плані викликало необхідність напрацювання надійного, економічно ефективного варіанта кільцевого фундаменту з урахуванням його роботи в складних інженерно-геологічних умовах.

Найбільш широке використання кільцеві фундаменти мають в промисловому та аграрному будівництві:

- елеватори зберігання зерна;
- зерносушарки;
- фундаменти вентиляційних та димових труб в атомних реакторах (висота труб  $> 100$  м), в теплоелектростанціях (висота труб 330–420 м).
- баштові градирні для охолодження води при зворотній системі водопостачання в комплексах АЕС, ТЕС (біля 150 м висоти та діаметром 100 м);
- сталеві циліндричні резервуари для зберігання води, рідини, нафти.

На теперішній час існують унікальні споруди, побудовані на кільцевих фундаментах:

- Пізанська вежа висотою 55 м, діаметром 20 м і кільцевим фундаментом висотою 2 м. Через вимивання ґрунту має відхилення 6 м по горизонталі на висоті 55 м;
- Канадська національна вежа висотою 554 м. Висота кільцевого фундаменту 6,8 м;
- Останкінська вежа висотою 538 м. Висота кільцевого фундаменту 9,5 м, діаметр 61 м. В її основу закладено 40 глибинних марок для контролю осідань;
- залізобетонні труби висотою до 500 м з діаметром кільцевого фундаменту до 70 м.

Експериментальних даних про НДС основ і кільцевого фундаменту недостатньо. Методи, що пропонуються в нормативній літературі, далеко не в повній мірі відображають реальну поведінку кільцевих фундаментів під навантаженням. Складна структура природних ґрунтів приводить до необхідності заміни її розрахунковою моделлю (лінійно-деформований півпростір, стиснутий шар кінцевої товщини, модель Вінклера). НДС ґрунтів в різних точках масиву під фундаментом суттєво різний.

Сучасні фундаменти вищеназваних споруд в своїй більшості проєктуються у вигляді фундаментів мілкового закладання, якщо в основі ґрунти з  $E < 10$  МПа та високий рівень підземних вод під кільцевим фундаментом чи під всією площею забудови, застосовують палі.

Застосування забивних паль по периметру резервуара порівняно з пальовим полем під всією площею забудови здешевлює будівництво фундаментів, а палі зменшують нерівномірність осідання ґрунту під стінами резервуарів. Практика проєктування фундаментів споруд баштового типу базується на спрощених розрахункових передумовах. В роботі запропоновано більш строгу систему передумов, яка точніше описує поведінку фундаментів та дозволяє зменшити матеріальні витрати на їх спорудження. Враховується сумісність роботи основи і фундаменту, нелінійність роботи ґрунту.

Застосування кільцевого пальового фундаменту обмежує бокові переміщення ґрунту, кільцевий монолітний ростверк виконує роль жорсткої обійми, що обмежує витіснення ґрунту із-під днища та зменшує бокове переміщення основи.

Згідно з натурними експериментальними дослідженнями [16] встановлено, що концентрація основної частини горизонтальних переміщень здійснюється на глибині  $0,13-0,2D$  під вертикальною стіною. Це дозволяє визначити необхідну глибину кільцевої обійми під резервуар.

Знаходження оптимального вирішення більш рівномірного осідання можна досягнути за рахунок зміни положення зовнішнього навантаження на фундамент чи шляхом цілеспрямованої зміни форми підшви. Використання кільцевих фундаментів відноситься саме до другого напрямку прийняття оптимального рішення.



Ю. Ф. Тугаєнко та С. І. Кушак [63] виконали експериментальне дослідження розвитку деформацій в основах фундаментів з рівною площею підшви – одного круглого і трьох кільцевих. Було встановлено, що при рівних тисках по підшві в міру збільшення внутрішнього діаметра  $d$  і зменшення ширини кільця  $(D - d)/2$  знижується глибина зони деформації і осідання фундаменту.

При рівному осіданні на кільцевий фундамент можна передавати на 30–40 % більше навантаження ніж на суцільний.

В [6] М. О. Бородін отримав теоретичні рішення визначення НДС в кільцевих фундаментах та прийшов до висновку, що розподіл напружень у основі фундаментів із кільцевою формою підшви має кількісні та якісні відмінності від аналогічних в основі фундаментів із суцільною підшвою (круглих, прямокутних, стрічкових). Тому до розрахунку їхніх осідань варто використовувати методику розрахунку, яка б враховувала відзначену специфіку НДС основ фундаментів із кільцевою формою підшви. Із результатів модельних досліджень осідань кільцевих фундаментів М. О. Бородін робить висновок, що середні осідання стрічкових фундаментів в 4–5 разів більші від осідань фундаментів із круглою формою і на 20–50 % більші ніж осідання фундаментів кільцевого обрису. Найбільш економічними згідно з його дослідженнями є конструкції фундаментів з кільцевою формою при  $r/R$ , що лежить в інтервалі 0,7–0,9. Складено таблицю безрозмірного коефіцієнта, що залежить від часу для діапазону  $r/R$  від 0,1–0,9. Наведено також модельні дослідження, в яких варіювались:

- вид основи (поліуретанова, піщана, тришарова);
- кільцеві фундаменти із співвідношенням  $d/D = 0; 0,5$  і  $0,8$  та модель стрічкового.

Згідно з модельними дослідженнями для всіх трьох видів основ менші осідання мають:

- кільцеві з  $d/D = 0,8$ ;
- кільцеві з  $d/D = 0,5$ ;
- круглі;
- стрічкові.

Е. В. Городнова [16] розглядає можливість застосування кільцевих фундаментів як захисних конструкцій кільцевих обойм для зменшення

осідання фундаментів, а також використання кільцевого фундаменту з несиметричною формою внутрішнього вирізу для зменшення крену чи зміни його знаку на протилежний.

А. В. Худяков [70] досліджує переваги кільцевих фундаментів з несиметричною формою внутрішнього вирізу. Відмічається, що кільцеві фундаменти мають більш високу питому несучу спроможність, ніж суцільні фундаменти. Значний ефект досягається застосуванням захисних стінок. Величина руйнівного навантаження збільшується в 2–3 рази.

В [28] Б. В. Латишевим викладено розрахунок основ силосних залізобетонних корпусів та наведено рекомендації з призначення розрахункових моделей основ при дії сейсмічних впливів. Підкреслено необхідність удосконалення існуючих методик розрахунку.

В [12] О. С. Головка отримано коефіцієнти матриці піддатливості для пружного лінійного середовища.

Досліджено вплив на розвиток кренів співвідношення внутрішнього та зовнішнього діаметрів кільцевого фундаменту в рамках моделі основи у вигляді пружного лінійного ізотропного водонасиченого повзучого середовища.

В роботі [73] А. Б. Черкашевим, С. І. Дружкіним, В. М. Струльовим підкреслюється, що впровадження прогресивних проектних рішень може забезпечити зниження витрат залізобетону на 10...50 % при виготовленні кільцевих та круглих фундаментів споруд.

Досліджувалася експериментально на моделях поведінки кільцевих фундаментів із такими співвідношеннями  $d/D$ : 0; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8. Базовий розмір круглого штампа 264 мм, рис. 1.1. Штampi мають рівну контактну площу під підшоною з основою з піску ( $\rho = 1,7 \text{ г / см}^3$ ).

Аналіз даних досліджень на рис. 1.2 дозволив зробити висновок, що при однаковій площі контакту мінімальну несучу спроможність має штамп з відношенням  $d/D = 0,8$ , максимальна несуча спроможність у ФЗ з відношенням  $d/D = 0,4$ . По відношенню до базового штампа Ф1 його несуча спроможність більша на 28 %. Основною причиною зменшення несучої спроможності у штампів з відношенням  $d/D = 0,8$  та з відношенням  $d/D = 0,6$  автори вважають зменшення ширини кільця.

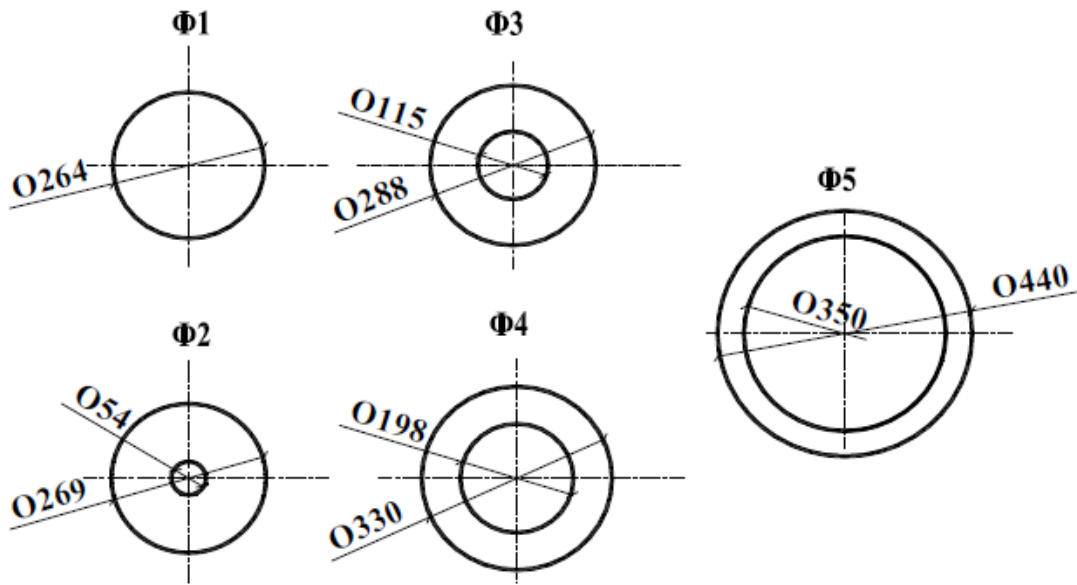


Рисунок 1.1 – Зразки штампів при модельних дослідженнях:  $\Phi 1 - d/D = 0$ ;  $\Phi 2 - d/D = 0,2$ ;  $\Phi 3 - d/D = 0,4$ ;  $\Phi 4 - d/D = 0,6$ ;  $\Phi 5 - d/D = 0,8$

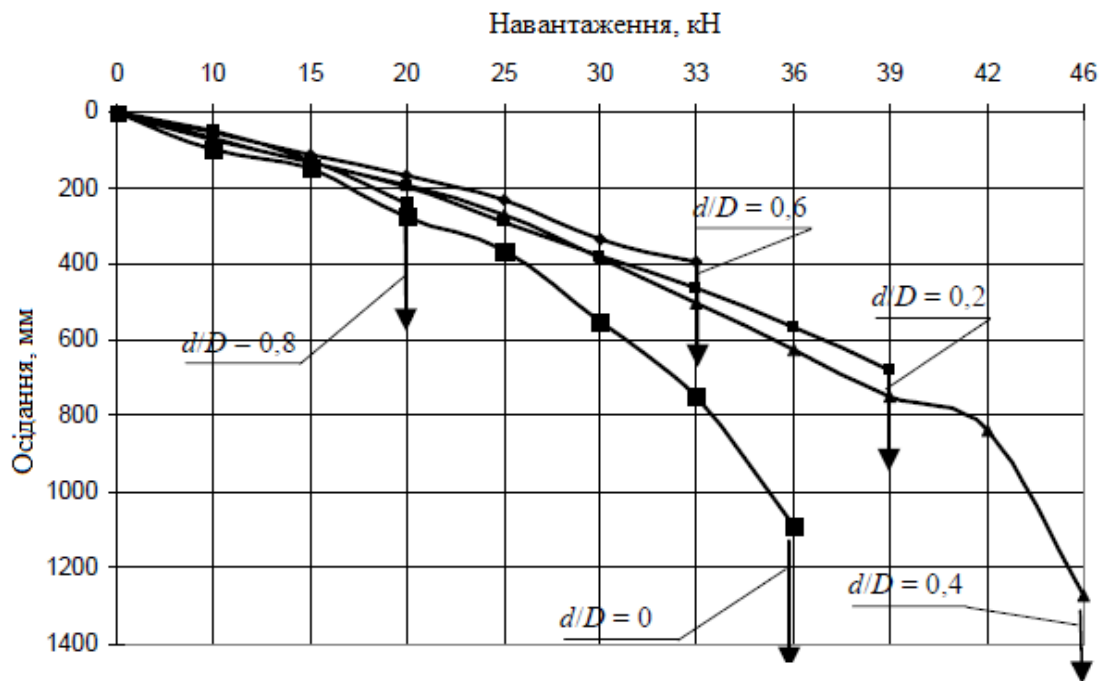


Рисунок 1.2 – Залежність «навантаження–осідання» при дослідженнях штампів з однаковою площею контакту, але з різними відношеннями  $d/D$

З метою залучення в роботу частини ґрунту, що знаходиться в середині порожнини кільця були введені сітки із арматури А-III з різним кроком арматури в  $\Phi 5$ . Введення таких арматурних сіток дозволило збільшити несучу спроможність  $\Phi 5$  з  $d/D = 0,8$  з 18 кН до 48 кН (тобто

на 167 %) при збільшенні площі контакту на 88 %. Автори пояснюють це більш повним використанням об'єму ґрунту, що знаходиться в більшому просторі кільця.

В діючих ДБН для визначення НДС ґрунтів від дії зовнішніх навантажень використовується розв'язки теорії пружності, які дійсні для дисперсного ґрунту на невеликій ділянці, яку можна вважати лінійною.

Виразити стан довільної системи та дати кількісну оцінку властивостей системи дозволяють *рівняння стану* – математичні співвідношення. Кількісні характеристики властивостей системи називають параметрами системи.

Основою сучасних будівельних норм при проектуванні ґрунтових основ є моделі:

- лінійно-деформованого середовища;
- теорія граничного стану.

Лінійно-деформований півпростір (термін запропонований М. М. Герсівановим в застосуванні до механіки ґрунтів теорії пружності) передбачає, що однорідний ґрунт має безмежне розповсюдження в межах півпростору. Деформації такого ґрунту визначаються методом теорії пружності. При цьому стисливість ґрунту оцінюється модулем деформацій  $E$ , який визначається із загальних осідань без поділу їх на пружні і залишкові. Приймається, що:

- ґрунт – однорідне, ізотропне суцільне тіло;
- розвиток  $\sigma - \varepsilon$  обмежується стискуваною товщею (межею), де  $\sigma_{zp} = 0,2 \cdot \sigma_{zq}$ .

- враховується лише осьове максимальне стискальне напруження тобто, деформації ґрунту визначаються при неможливості його бокового розширення.

Всі ці припущення приводять до того, що фактичний розрахунок реального ґрунтового середовища замінюється розрахунком умовної ідеалізованої розрахункової схеми.

При використанні цієї моделі задача зводиться до розв'язання рівнянь рівноваги, геометричних, фізичних, що дає в сукупності 15 диференціальних рівнянь в частинних похідних. Недоліки цієї моделі: її можна використовувати для однорідних напластунків і при невеликих розмірах фундаментів.

Модель граничної рівноваги заснована на припущенні, що у всіх точках середовища виконується умова граничної рівноваги (напрацювання В. В. Соколовського, В. Г. Березанцева).

Важливо оцінити область застосування кожної моделі.

Розв'язуючи задачі фундаментобудування, інженер-будівельник шукає результативного вирішення між двома протиріччями:

- основи і фундаменти мають бути надійними, забезпечувати нормальні умови експлуатації будівель та споруд на весь нормативний термін їх існування;

- в той же час необхідно знижувати їхню вартість та матеріалоємність, використовуючи сучасні теоретичні та технічні досягнення.

Це потребує при проектуванні земляних споруд якісної інженерної оцінки основ для повного використання їх властивостей та створення нових надійних та економічних конструкцій і прогресивних технологій їх спорудження.

Будь-яке будівництво є втручанням в натуральний стан ґрунтів. Прогнозування поведінки ґрунту під навантаженням потребує розвитку математичних розрахункових моделей, які дають можливість проведення числового аналізу.

Ні один з будівельних матеріалів, в тому числі і бетон, не мають такого рівня стохастичної змінності своїх фізико-механічних властивостей в просторі і часі, як ґрунти. До сьогоднішнього дня стоїть питання створення розрахункової моделі ґрунтів, яка б обіймала всю множину його природних властивостей.

Будь-яке уточнення методики розрахунку, ускладнення математичної моделі може бути ефективним лише за умови підняття точності визначення характеристик деформативності ґрунту.

Від прогнозування осідань основ залежать питання надійності та економічності споруди. Деформаційні властивості основ визначає модуль деформацій, який є одним із найважливіших кількісних вхідних параметрів абсолютно всіх існуючих моделей розрахунку НДС основ.

На теперішній час для прогнозу осідань споруд використовується теорія лінійно-деформованих середовищ. При цьому стисливість ґрунту оцінюється модулем деформацій  $E$ , який визначається з загальних осідань, без поділу їх на пружні і залишкові. А між тим  $E$  різниться як за своєю природою, так і за характером виявлення.

Фундаментна конструкція на ґрунтовій основі – важко формалізована задача, однією із причин є те, що ґрунт – різнорідне слабо вивчене середовище з нерегулярною фізичною структурою. При розрахунках фундаментних конструкцій важливо оцінити жорсткісні властивості ґрунтів.

На сьогоднішній день для проведення цієї оцінки напрацьовано:

- модель Вінклера (коефіцієнт постелі  $C_1$ );
- модель Пастернака (коефіцієнт постелі  $C_1$ , коефіцієнт зсуву  $C_2$ .  $C_2$ , зазвичай, визначається як функція  $C_1$ );
- моделі пружного (чи непружного) півпростору.

Безумовно, ці моделі є дуже спрощеними, тому потребують введення низки передумов. Цим пояснюється наявність великої кількості методик з визначення  $C_1$ ,  $C_2$ .

В існуючих пружно-пластичних моделях використовується така сукупність достовірних характеристик деформативності ґрунту:

$E$  – модуль деформацій;

$c$  – зчеплення;

$\varphi$  – кут внутрішнього тертя;

$\rho$  – щільність;

$\rho^{min}$  – щільність мінімальна;

$\rho^{max}$  – щільність максимальна;

$\nu$  – коефіцієнт поперечного розширення Пуассона;

$\rho_0$  – напруження гідростатичного тиску в октаедричній теорії міцності, коли ґрунт працює як суцільне середовище, при виборі критерію Мізеса—Шлейшера—Боткіна;

$e$  – пористість.

Врахування більшої кількості факторів в розрахунку конструкції робить цей розрахунок більш адекватним. Конструкції вміють прилаштовуватись, тобто самостійно за рахунок нелінійних деформацій знімати зусилля ( $\sigma$ ) з найбільш навантажених елементів, передаючи на менш напружені.

Цей ефект можна виявити лише на основі урахування фізичної нелінійності в роботі конструкції.

Неоднорідність основи, що обумовлена нашаруванням ґрунтів та змінністю їх властивостей, є однією із причин розвитку нерівномірних осідань споруд.

Механічні властивості ґрунтів (міцність, пружність, пластичність) визначають їх здатність чинити опір деформаціям і руйнуванню. Вони безпосередньо пов'язані із будовою ґрунту, силами зчеплення між частинками.

Як відомо, ґрунтам властиві відносно мала міцність і велика деформативність, що обумовлює їх велику стискуваність по відношенню до деформацій самої фундаментної конструкції (останніми в розрахунку часто нехтують, вважаючи фундаментну конструкцію абсолютно жорсткою).

Визначення осідань – кінцевий етап розрахунку споруд і передбачає обмеження деформацій надфундаментних конструкцій такими межами, які передбачають появу в наземних конструкціях недопустимих для нормальної експлуатації тріщин та пошкоджень. При цьому  $S < S_u$ .

Ґрунтові умови на будівельному майданчику, як правило, нестійкі. Вони змінюються як в глибину, так і в плані. При цьому вони змінюються в результаті зміни вологості ґрунту, умов їхньої завантаженості.

Існуючі методи розрахунку кільцевих фундаментів не мають досі надійного нормативного забезпечення, що суттєво обмежує можливості їх раціонального проектування та використання.

Створення надійних, науково обґрунтованих методів визначення осідань фундаментів є актуальною задачею фундаментобудування.

Саме урахування зсувних деформацій ґрунтових основ суттєво підвищують точність і достовірність розрахунків при прогнозуванні фундаментів.

Існуючі розрахункові моделі, що базуються на уявленні про континуальність (суцільність) ґрунтового середовища, широко розповсюджені в механіці ґрунтів. Та ґрунти – дисперсні системи на макрорівні і застосування до них моделей суцільних середовищ обмежена, оскільки ґрунти мають свої особливості деформування.

Складність властивостей ґрунтів та численність визначальних факторів, що впливають на їх механічну поведінку, були бар'єром, перед яким були безсилі сучасні математичні методи механіки суцільних середовищ, адже ґрунтам не властиві ідеальні пружні деформації. Вже при дії експлуатаційних навантажень в них з'являються пластичні деформації, які викликають суттєвий перерозподіл зусиль.

Прихід граничного стану в точках ґрунту залежить головним чином від його опору зсуву. Граничний напружений стан в точці ґрунту – це стан, коли порушується рівновага між частинками ґрунту та його агрегатами, виникають площадки ковзання, ґрунт переходить в стан пластичної течії.

При граничному рівні напружень в ґрунтах з'являються макроструктурні зміни. При досягненні граничної стадії по деформаціях (II граничний стан згідно з ДБН), починають в ґрунті розвиватись незворотні деформації зсувів, несуча спроможність ґрунту при цьому знижується.

В деяких точках досягається межа по напруженнях (I перший граничний стан згідно з ДБН), до якої можливий об'ємно розподільний зсув та виникає суттєвий рівень напружень. При подальшому пошкодженні зсув локалізується по поверхнях ковзання, здійснюється розкриття тріщин з одночасною релаксацією напружень – елемент ґрунту «скидає» з себе навантаження [4].

Сучасний етап розвитку механіки ґрунтів характеризується активним переходом до нових розрахункових моделей, які повніше відображають реальні властивості ґрунтів.

Особливість ґрунтів накопичувати пластичні (залишкові) деформації при навантаженні обумовила гострий інтерес дослідників до моделей теорії пластичності, особливо до моделей найбільш складного її варіанту, – теорії пластичної течії. Використання вказаних моделей стало можливим з одного боку, завдяки експериментальним дослідженням ґрунтів, з іншого – завдяки появі ЕОМ, які практично знімають вимогу використання спрощених розрахункових схем та ідеалізації властивостей ґрунтів.

Саме великий розкид інженерно-геологічних умов ґрунтової основи та різноманіття конструкцій споруд виключають стандартний підхід до проектування фундаментів споруд баштового типу і потребують творчого осмислення.

По різноманіттю і мінливості ґрунти не мають аналогів серед матеріалів, які використовуються в будівництві людиною. Вони завжди неоднорідні та анізотропні. Ґрунти – природна субстанція, яку інженер-будівельник може змінити не завжди і в дуже обмежених межах.

Вирішення проблеми міцності та деформативності фундаментів тісно пов'язане з аналізом їх НДС.



Зміни в НДС від навантажень, що діють на масу ґрунту приводить до зміни об'єму та форми цієї маси. Переміщення ґрунту в результаті зміни напружень здійснюють вплив на споруду. Таким чином, взаємодія основи і споруди проявляється в деформаціях, які можна виміряти і які є тільки наслідком, а причиною є зусилля.

Прогноз деформацій основ споруд є пріоритетною задачею механіки ґрунтів, оскільки умови роботи інженерної споруди в значній мірі залежить від НДС ґрунтової основи.

Для описання та прогнозування деформативності ґрунтів (деформація – це зміна форми, реакція чи відповідь ґрунту на прикладені навантаження) використовуються математичні моделі основою яких, як правило, слугують диференціальні рівняння в частинних похідних, точний розв'язок яких вдається отримати лише в окремих випадках і зазвичай використовуються сучасні числові методи (МСЕ, МГЕ).

МГЕ дає можливість розчленувати розрахункову систему рівнянь на основі розгляду кожного окремого граничного елемента, що є дуже зручно в реалізації і є особливістю методу. В роботі використано кусково-лінійну апроксимацію. Числове інтегрування проводилось за схемою Гауса з автоматичним вибором точок інтегрування, що дає можливість отримати числовий розв'язок нелінійної задачі механіки ґрунтів.

Щоб отримати однакову з МСЕ точність розрахунку в МГЕ потрібно задавати значно менше число вузлів на поверхні тіла, ніж число вузлів в МСЕ. Це пояснюється хорошою збіжністю визначальних формулювань МГЕ.

Математична модель системи дає основу для числового аналізу, за допомогою якого можна отримати дані не лише описового, але й прогнозного характеру, що обумовлює актуальність роботи. Математична модель найкомпактніше подає наукову інформацію про досліджуваний об'єкт. Задача моделі – аналогічно моделювати (імітувати) поведінку оригіналу та прогнозувати його реакцію на ті, чи інші впливи.

Розвиток нових розрахункових моделей з використанням ЕОМ став одним із найбільш економічних прийомів прикладного дослідження задач фундаментобудування, оскільки зберігає час і витрати на проведення коштовних натурних експериментів.

Розвиток ЕОМ сприяє також ускладненню розрахункових схем і моделей. До розрахунків ставляться вимоги видачі повної інформації

про роботу конструкції (чи моделі) в великому діапазоні деформування, включаючи етап руйнування.

За наявності надмірно великих областей розвитку граничного стану розв'язання задачі в пружній постановці є неприйнятним і потрібно розглядати пружно-пластичну задачу.

Прикладні задачі з пружно-пластичності є суттєво нелінійними. Розв'язання подібних задач потребують використання достатньо ефективних методів лінеаризації нелінійної проблеми і розв'язку лінеаризованих задач.

Ґрунтова основа не зовсім відповідає пружній роботі, це не ізотропний матеріал (ґрунти за К. Терцагі – трифазний композитний матеріал), графік навантаження ґрунтової основи в осях  $s = f(P)$  зовсім інший, ніж графік його розвантаження. Та в процесі будівництва здійснюється лише процес навантаження. В діючих ДБН при розрахунках ґрунтової основи прийнято, що ґрунт – пружне середовище, яке характеризується параметрами:

-  $E$  – модуль деформацій для розтягу-стиснення в напрямку площини ізометрії,  $\varepsilon = \frac{\sigma}{E}$ ;  $\varepsilon E = \sigma$ ;  $E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$  – градієнт  $\sigma$  по  $\varepsilon$ ;

-  $\nu$  – коефіцієнт Пуассона – характеризує поперечний розтяг-стиснення в цій площині;

-  $G = \frac{E}{[2 \cdot (1 + \nu)]}$  – модуль зсуву для площини ізометрії.

При наближенні стискаючого навантаження до границі сили тертя між частинками ґрунту в ґрунті з'являються розтягуючі зусилля та проявляється проковзування, – ґрунт при цьому починає працювати нелінійно. Шаровий тензор напружень та девіаторний тензор напружень мають особливе значення в механіці суцільного середовища. При  $\sigma > \sigma_{\text{текучість}}$  здійснюється перетворення структурованої дисперсної системи ґрунту. За перехід із пружного стану роботи ґрунту в пластичний відповідає девіатор напружень, і з'являються дотичні напруження  $\tau = \sqrt{I_2(D)}$ , де  $I_2(D)$  – II інваріант девіатора напружень.

Шаровий тензор напружень  $T\sigma$  змінює лише об'єм (шаровий тензор, бо поверхня, що йому відповідає, – це сфера).

Прикладання стискаючого навантаження до матеріалу, що ущільнюється (ґрунтів), приводить до зміни його об'єму.

Зміна об'єму може йти лише при дисипації механічної енергії. В процесі в'язкого затікання пор зменшується їх поверхня, і як наслідок, – виділяється частина поверхневої енергії.

Зменшення частки вільної поверхні тіла сприяє більш інтенсивному ущільненню, що збільшує похибку застосування класичних уявлень.

Процес ущільнення ґрунту охоплює два явища протилежних за своїм впливом на опір ґрунту деформаціям:

- зміцнення за рахунок ущільнення;
- роззміцнення (дилатансія) за рахунок внутрішніх зсувів і поперечного розширення.

В процесі ущільнення ґрунт отримує нову структуру і в подальшому (щільність –  $\rho$ ) змінюється мало. Зміна щільності і структури примежового шару в достатній мірі не вивчена.

В ґрунтах об'ємні незворотні деформації виникають одночасно від дії як інтенсивності дотичних напружень, так і від гідростатичного тиску, які є інваріантами девіатора та шарового тензора напружень. Зміна об'єму ґрунту може йти лише при дисипації енергії, яку враховує дилатансійна теорія пористих середовищ.

Нелінійність роботи ґрунту обумовлює використання в розрахунках ґрунтових основ покрокових ітераційних рішень.

Дискретизація та квантування неперервних процесів – це складові прийняття рішень в багатьох складних системах.

Крокова процедура була і залишається невід'ємною частиною скінченно-елементного аналізу. Крокова процедура це не тільки спосіб отримання розв'язку задач, але й інструмент аналізу властивостей конструкції. При цьому навантаження розбивається на невеликі кроки. В цілому доцільніше використовувати комбінацію доволі не великих кроків навантаження з ітераціями на кожному кроці.

При кроковому методі на кожному кроці навантаження розв'язується лінеаризована задача і, припускаючи, що цей розв'язок є досить точним, реалізується перехід до наступного кроку навантаження, на наступному кроці використовуються попередні розв'язки задачі. Практично, ця процедура відповідає простішому способу розв'язання розрахункової системи диференціальних рівнянь, заснованому на побудові ломаної замість дійсної криволінійної залежності між  $\sigma$  –  $\epsilon$ . Похибка такого розв'язку буде тим меншою чим меншим буде крок числового інтегрування.

Важливою особливістю крокової процедури, її привабливою відмінністю від інших методів розв'язання нелінійних рівнянь є те, що лінеаризована в околі деякого навантаження система може аналізуватись звичайними методами будівельної механіки.

При використанні в роботі методу пружних розв'язків А. А. Ільюшина на кожному кроці розв'язувалась пружна задача з різними правими частинами.

Метод пружних розв'язань А. А. Іллюшина широко використовується для розв'язання різних прикладних задач теорії малих пружно-пластичних деформацій. Зазвичай достатньо декількох наближень, щоб отримати достатню для цілей практики точність.

В математиці аналогом цього методу служить модифікований метод Ньютона. Фізичний зміст методу пружних розв'язань – це ітераційний пошук таких додаткових компенсуючих навантажень, які надають лінійно-деформованому тілу переміщень, рівних переміщенням при заданому навантаженні. У зв'язку з цим метод часто називають метод компенсуючих навантажень.

Руйнування основ будівель проходить в основному в результаті зсуву частинок ґрунту. Мала міцність ґрунту на зсув та розтяг приводить до цього. Ще задовго до включення в роботу зони стиснення і появи пластичних явищ розтягнута зона ґрунту буде на порозі руйнування. Деформації в ґрунтах неминучі, та коли вони переходять відомі межі, споруді загрожує аварія.

Для прогнозування нелінійної поведінки дисперсних ґрунтів в роботі залучено теорію пластичної течії. Саме пружно-пластичні моделі приводять до таких концентрацій напружень, що спостерігаються в натурі.

В теорії пружності є дві визначальні умови:

- повне відновлення початкового стану при розвантаженні;
- залежність зміни стану тільки від кінцевих напружень, а не від попередньої історії навантаження чи траєкторії деформування.

В теорії пластичності ці дві умови не виконуються. Задача формулювання фізичних співвідношень при пластичній течії є складною. Складність обумовлюють нелінійність і незворотність пластичного деформування матеріалу.

Характеристики критичного стану багатьох матеріалів визначаються швидкістю деформування.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Алейников С. М. Метод граничных элементов в контактных задачах для упругих пространственно-неоднородных оснований / С. М. Алейников. – М. : АСВ, 2000. – 754 с.
2. Алейников С.М. Контактная задача с управляющими параметрами для жёсткого штампа на упругом слое переменной толщины / С. М. Алейников // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 1994. – № 3. – С. 54–56.
3. Бенерджи П. Методы граничных элементов в прикладных науках / П. Бенерджи, Р. Баттерфилд, К. Телес. – М. : Мир, 1984. – 494 с.
4. Бойко І. П. Наружено-деформований стан ґрунтового масиву при побудові нових фундаментів поблизу існуючих будинків / І. П. Бойко, В. О. Сахаров // Основи і фундаменти : міжвідомчий науково-технічний збірник. – К. : КНУБА. – 2004. – Вип. 28. – С. 3–10.
5. Бородачев М. Н. Вдавливание кольцевого штампа в упругое полупространство / М. Н. Бородачев, Ф. Н. Бородачева // Механика твёрдого тела. – 1966. – № 4. – С. 158–161.
6. Бородин М. А. Исследования осадок основания кольцевых фундаментов / М. А. Бородин, В. Г. Шаповал, В. Б. Швец // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 2001. – № 1. – С. 12–15.
7. Бородин М. О. Розробка методик розрахунку осідань для фундаментів із кільцевою формою подошви : автореф. дис. ... канд. техн. наук / М. О. Бородин. – Дніпропетровськ : ПДАБтаА, 2002. – 24 с.
8. Бреббия К. Методы граничных элементов / К. Бреббия, Ж. Теллес, Л. Вроубел. – М. : Мир, 1987. – 525 с.
9. Бреббия К. Применение метода граничных элементов в технике / К. Бреббия, С. Уокер. – М. : Мир, 1982. – 249 с.
10. Бугров А. К. Решение смешанных задач теорий упругости и пластичности грунтов для различных схем оснований / А. К. Бугров, А. А. Зархи // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 1979. – № 2. – С. 16–19.
11. Вялов С. С. Реологические основы механики грунтов / С. С. Вялов. – М. : Высшая школа, 1978. – 652 с.
12. Головки О. С. Крени фундаментів з кільцевою формою подошви на водонасиченому ґрунтовому шарі кінцевої товщини : автореф.

дис. ... канд. техн. наук / О. С. Головки. – Дніпропетровськ : ПДАБ-таА, 2010. – 24 с.

13. Голубков В.Н. Исследование процесса формирования зоны деформаций в основаниях одиночных свай / В. Н. Голубков // Основания и фундаменты. – 1971. – № 4.

14. Гольштейн М. Н. Расчеты осадок и прочности оснований зданий и сооружений / М. Н. Гольштейн, С. Г. Кушнер, М. И. Шевченко. – К. : Будівельник, 1977. – 208 с.

15. Горбунов-Посадов М. И. Расчет конструкций на упругом основании / М. И. Горбунов-Посадов, Т. А. Маликова, В. И. Соломин. – М. : Стройиздат, 1984. – 679 с.

16. Городнова Е. В. Оценка осадок кольцевых свайных фундаментов на неоднородном основании : автореф. дис. ... канд. техн. наук. / Е. В. Городнова ; Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет. – С. Пб., 2005. – 18 с.

17. ДБН В 2.1-10-2009. Основи та фундаменти споруд. Зміна 1. Основні положення проектування. – К. : МІНБУД України 2011. – 55 с.

18. ДБН В 2.1-10-2009. Основи та фундаменти споруд. Основні положення проектування. К. : МІНБУД України, 2009. – 101 с.

19. Долматов Б. И. Механика грунтов, основания и фундаменты / Б. И. Долматов. – М. : Стройиздат, 1981. – 319 с.

20. Зарецкий Ю. К. Вязко-пластичность грунтов и расчеты сооружений / Ю. К. Зарецкий. – М. : Стройиздат, 1988. – 320 с.

21. Зенкевич О. К. Метод конечных элементов в технике / О. К. Зенкевич. – М. : МИР, 1971. – 542 с.

22. Інженерна геологія. Механіка ґрунтів, основи та фундаменти / М. Л. Зоценко, В. І. Коваленко, А. В. Яковлев [та ін.]. – Полтава, 2004. – 562 с.

23. Иллюшин А. А. Пластичность. Основы общей математической теории / А. А. Иллюшин. – М. : Изд-во АН СССР, 1963. – 272 с.

24. Иллюшин А. А. О методе последовательных приближений в задачах неустановившейся ползучести / А. А. Иллюшин, И. Н. Поспелов. // Инженерный журнал МТТ. – 1964. – Т. 4. – С. 697–704.

25. Клепиков С. Н. Расчет сооружений на деформируемом основании / С. Н. Клепиков. – К. : НИИСК, 1996. – 202 с.

26. Колкунов М. А. Прикладная механика деформируемого твёрдого тела / М. А. Колкунов, А. С. Кравчук, В. П. Майборода. – М. : В. Ш., 1983. – 352 с.
27. Кушнер С. Г. Расчет деформаций оснований зданий и сооружений / С. Г. Кушнер. – Запорожье, 2008. – 496 с.
28. Латышев Б. В. Практические методы расчета железобетонных силосных корпусов / Б. В. Латышев. – Л. : Стройиздат, 1985. – 192 с.
29. Луча А. А. О повышении эффективности и экономичности свайных фундаментов / А. А. Луча // Транспортное строительство. – 1978. – № 8. – С. 12–14.
30. Миндлин Р. Сосредоточенная сила в упругом полупространстве / Р. Миндлин, Д. Чень // Механика. Сборник сокращенных переводов иностранной периодической литературы. – 1952. – № 4 (14).
31. Миронов В. А. Прочность и деформируемость грунтов при сложном напряженном состоянии / В. А. Миронов, О. Е. Софьин, А. Н. Гудий // ОФимГ. – 2007. – № 4. – С. 5–9.
32. Михлин С.Г. Вариационные методы в математической физике. М.: Наука, 1970.
33. Моргун А. С. Комп'ютерні технології розрахунку фундаментних конструкцій на основі методу граничних елементів : монографія / А. С. Моргун, І. М. Меть, А. В. Ніцевич. – Вінниця : ВНТУ, 2009. – 162 с.
34. Моргун А. С. МГЕ в розрахунках паль / А. С. Моргун. – Вінниця: «УНІВЕРСУМ – Вінниця», 2000. – 132 с.
35. Моргун А. С. Метод граничних елементів в розрахунках несучої спроможності кільцевих та круглих в плані фундаментних конструкцій / А. С. Моргун, О. В. Франчук, // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2012. – № 5. – С. 11–14.
36. Моргун А. С. Моделювання ефекту взаємодії системи «будівля-фундамент-основа» числовим методом граничних елементів / А. С. Моргун, І. М. Меть, А. В. Ніцевич. – Вінниця : ВНТУ, 2010. – 132 с.
37. Моргун А. С. Підготовка первинної інформації про параметри геологічної ситуації основи / А. С. Моргун, О. В. Франчук, О. О. Єжов // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2011. – № 3. – С. 17–20.
38. Моргун А. С. Прогнозування за методом граничних елементів технічних ресурсів кільцевого пального поля силосу зерносушарки /

А. С. Моргун, О. В. Франчук, Д. С. Довгопол // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2013. – № 4. – С. 13–16.

39. Моргун А. С. Розрахунок за методом граничних елементів круглої в плані фундаментної конструкції / А. С. Моргун, О. В. Франчук // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2012. – № 3. – С. 13–15.

40. Моргун А. С. Теоретические основы расчета фундаментных конструкций за численным методом граничных элементов / А. С. Моргун, О. В. Франчук, И. М. Меть, А. Д. Балатюк // Вісник Одеської Державної академії будівництва і архітектури. – 2013. – № 49. – С. 185–191.

41. Моргун А. С. Числова діагностика поведінки кільцевого фундаменту споруди баштового типу за методом граничних елементів / А. С. Моргун, О. В. Франчук, О. С. Підгорний, // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2015. – № 4. – С. 16–19.

42. Моргун А. С. Застосування МГЕ у розрахунках паль в пластичному середовищі ґрунту / А. С. Моргун. – Вінниця : УНІВЕРСУМ – Вінниця, 2001. – 64 с.

43. Моргун А. С. Теорія пластичної течії в механіці ґрунтів : монографія / А. С. Моргун. – Вінниця : ВНТУ, 2013. – 108 с.

44. Мусхалишвили Н. И. Сингулярные интегральные уравнения. / Н. И. Мусхалишвили. – М. : Наука, 1968.

45. Николаевский В. Н. Дилатансия и законы необратимого деформирования грунтов / В. Н. Николаевский // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 1979. – № 5. – С. 29–31.

46. Николаевский В. Н. Современные проблемы механики грунтов / В. Н. Николаевский // Определяющие законы механики грунтов. – М. : Стройиздат, 1975. – С. 210–227.

47. Николаевский В. Н. Механика пористых и трещиноватых сред / В. Н. Николаевский. – М. : Недра, 1984. – 232 с.

48. Одэн Дж. Конечные элементы в нелинейной механике сплошных сред / Дж. Одэн. – М. : Мир, 1976. – 464 с.

49. Пастернак П. Л. Основы нового метода расчета фундаментов на упругом основании при помощи двух коэффициентов постели / П. Л. Пастернак. – М. : Госстройиздат, 1954. – 268 с.



50. Перельмутер А. В. Расчетные модели сооружений и возможности их анализа / А. В. Перельмутер, В. И. Сливкер. – К. : Сталь, 2002. – 600 с.
51. Пилягин А. В. К вопросу определения расчетного давления на грунты основания фундаментов кольцевой формы / А. В. Пилягин // Пути повышения эффективности и качества строительства. – Йошкар-Ола, 1981. – С. 104–105.
52. Пилягин А. В. Практические методы расчета оснований фундаментов с использованием нелинейных методов // Проблемы механики грунтов и фундаментостроения в сложных грунтовых условиях : труды международной научно-техн. конф. – Уфа, 2006. – Т. 3. – С. 210–216.
53. Проектирование и устройство оснований и фундаментов зданий и сооружений. – СП 50-101-2004. – М., 2005. – 129 с.
54. Рекомендации по расчету оснований кольцевых фундаментов дымовых труб. – М. : НИИОСП, 1976. – 18 с.
55. Руководство по проектированию свайных фундаментов. – М. : Стройиздат, 1980. – 150 с.
56. Розин Л. А. Задачи теории упругости и численные методы их решения / Л. А. Розин. – СПб. : Изд-во СПбГТУ, 1998. – 530 с.
57. Руководство по проектированию плитных фундаментов каркасных зданий и сооружений башенного типа. / НИИОСП Госстрой СССР. – М. : Стройиздат, 1984. – 264 с.
58. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов / Л. Сегерлинд. – М. : Мир, 1979. – 392 с.
59. СНиП 2.02.01–83. Основания зданий и сооружений. – М. : Стройиздат, 1984. – 100 с.
60. Соколовский В. В. Теория пластичности / В. В. Соколовский. – М. : Высшая школа, 1969. – 608 с.
61. Стренг Г. Теория метода конечных элементов / Дж. Фикс, Г. Стренг. – М. : Мир, 1977. – 349 с.
62. Струлев В. М. Исследование осадки круглых и кольцевых штампов на влажном песчаном основании / В. М. Струлев, В. Ю. Воеводкин, Зайцев А. А, Попов Е. В. // Современные проблемы науки глазами будущих ученых. – 2005. – Вып. 3. – С. 81–85.

63. Тугаенко Ю. Ф. Деформации оснований кольцевых фундаментов. / Ю. Ф. Тугаенко, С. И. Кушак // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 1985. – № 4.

64. Терцаги К. Механика грунтов в инженерной практике / К. Терцаги, Р. Пек. – М. : Гос. изд. лит. по строит., арх. и строит. матер., 1958. – 607 с.

65. Улицкий В. М. Геотехнические проблемы строительства высотных зданий. Мировой опыт и отечественная практика / В. М. Улицкий, А. Г. Шашкин, К. Г. Шашкин // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 2003. – № 5. – С. 17–24.

66. Флорин В. А. Основы механики грунтов : в 2 т. / В. А. Флорин. – Л. ; М. : Госстройиздат, 1959. – Т. 1. – 357 с.; – Л. ; М. : Госстройиздат, 1961. – Т. 2. – 544 с.

67. Франчук О. В. Дослідження НДС за методом граничних елементів круглої в плані фундаментної конструкції / О. В. Франчук // ХЛІ регіональна науково-технічна конференція професорсько-викладацького складу, співробітників та студентів університету з участю працівників науково-дослідних організацій та інженерно-технічних працівників підприємств м. Вінниці та області : тези студентських доповідей. – Режим доступу: <http://conf.vntu.edu.ua/allvntu/2012/inbtegp/>.

68. Франчук О. В. Лінійна задача механіки ґрунтів від дії одиничного навантаження всередині масиву / О. В. Франчук // ХЛ регіональна науково-технічна конференція професорсько-викладацького складу, співробітників та студентів університету з участю працівників науково-дослідних організацій та інженерно-технічних працівників підприємств м. Вінниці та області : тези студентських доповідей. – Режим доступу: <http://conf.vntu.edu.ua/allvntu/2011/inbtegp/>.

69. Харр М. Е. Основы теоретической механики грунтов. / М. Е. Харр. – М. : Издат. лит. по строительству, 1971. – 320 с.

70. Худяков А. В. Экспериментальные исследования перемещений и несущей способности кольцевых фундаментов при действии плоской системы сил : автореферат дисс. ... канд. техн. наук / А. В. Худяков. – Волгоград : Тамбовский государственный технический университет, 2003. – 16 с.

71. Худяков А.В. Экспериментальные исследования характера разрушения песчаного основания кольцевых штампов / А. В. Худяков // Труды Тамбовского гос. техн. ун-та. – 2000. – Вып. 5. – С. 247–251.
72. Цытович Н. А. Инженерный метод прогноза осадок фундаментов / Н. А. Цытович. – М. : Стройиздат, 1988. – 118 с.
73. Черкашин А.Б., Дружкин С.И., Струлев В.М. Экспериментальные исследования осадки круглых и кольцевых штампов на песчаном основании / А. Б. Черкашин, С. И. Дружкин, В. М. Струлев // Труды Тамбовского гос. техн. ун-та, 2000. – Вып. 5. – С. 37–39.
74. Шапиро Д. М. Практический метод расчета оснований и грунтовых сооружений в нелинейной постановке / Д. М. Шапиро // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 1985. – № 5. – С. 19–21.
75. Betti E. Teoria dellaelasticita. – 11 Nuovo Cimento. 1972. t. 7–10.
76. Bishop W. Discussion of Mea Surement of Shear Strength of Soils // Geotechnique. – 1950. – № 2. – P. 113–116.
78. 77. Boyko I. P. Finite element simulation of the loss of stable resistance in a foundation-soil system / I. P. Boyko, V. S. Boyandin, A. E. Delnik // Archive of Applied Mechanics. – 1992. – № 62. – P. 316–328.
79. Melan E. Die Druckverteilung durch eine elastische Schicht / E. Melan // Beton Und Eisen. – 1919. – Heft 7/8. – S. 83–85.
79. Mindlin R. D. Force at a Point Interior of a Semi-Infinite Solid / R. D. Mindlin // Physics. – May 1936. – V. 7. – P. 195–202.
80. Skempton A. W. Contribution to the Settlement Analysis of Foundations on Clay / A. W. Skempton, L. A. Bjerrum. // Geotechnique. – 1957. – V. 7, № 4. – P. 168–178.

*Наукове видання*

**Моргун Алла Серафимівна  
Франчук Ольга Василівна**

**МЕТОД ГРАНИЧНИХ ЕЛЕМЕНТІВ  
В РОЗРАХУНКАХ  
КІЛЬЦЕВИХ ФУНДАМЕНТІВ**

Монографія

Редактор С. Малішевська  
Оригінал-макет підготовлено О. Франчук

Підписано до виготовлення 16.05.2016 р.

Системні вимоги:  
процесор Pentium; 512 Mb RAM;  
Windows XP,7,8; Acrobat Reader 6.0.  
Один електронний оптичний диск (CD-ROM); Обсяг даних 2,7 Мб.  
Наклад 100 (1-й запуск 1–30) прим. Зам. № E2016-03

Видавець та виготовлювач – Вінницький національний технічний університет,  
Комп'ютерний інформаційно-видавничий центр Хмельницьке шосе, 95, ВНТУ,  
ГНК, к. 114, м. Вінниця, 21021, тел.: (0432) 59-85-32, 59-81-59.  
**publish.vntu.edu.ua**; *email*: kivc.vntu@gmail.com.

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи  
серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.