

## УЗАГАЛЬНЕНЕ ЕЛЕКТРИЧНЕ КОЛО З УРАХУВАННЯМ ФІЗИЧНОГО ЯВИЩА ГІПЕРВАЛЕНТНОЇ ВЗАЄМОДІЇ

*В роботі представлені розв'язки ряду важливих наукових задач, кожний з яких має не тільки спеціально-технічне, але і загально-природничє значення. Насамперед виявлено і описано фізичне явище гіпервалентної взаємодії, яке виникає або може виникнути поміж структурними ланками в фізичних та технічних динамічних системах із зосередженими параметрами підчас їх континуального руху в фазовому просторі. Водночас в топологічний простір таких динамічних систем введено поняття типової елементарної ланки як найменшої і структурно неподільної частки. Їх сукупність формує одну із множин такого простору, а множина підмножин цієї множини, яка визначає топологічну структуру на ній, доповнює пару під час його формування. На основі таких структурних ланок та їх гіпервалентної взаємодії в теорію введено два основних вихідних положення – принцип типових елементарних ланок та принцип їх гіперзв'язності. Перший визначає правило поділу та побудови динамічних систем, а другий – формування топологічної структури у разі наступного узагальнення таких об'єктів. Остання обставина дозволила сформуувати узагальнену структурну схему динамічної системи, незалежно від її фізичного походження та призначення. Зазначене залишається чинним як для фізичних, так і для технічних систем однорідної або змішаної фізичної природи їх типових елементарних ланок. Вищенаведені теоретичні основи використано під час дослідження одного з класів електротехнічних систем – електричних кіл. Це дозволило ввести і сформуувати поняття узагальненого електричного кола як абстрагованого об'єкта, який дедуктивно охоплює всі інші класи електричних кіл. На основі математичного аналізу структури рівнянь Лагранжа-Максвела та з урахуванням явища гіпервалентної взаємодії отримано диференціальні рівняння руху узагальненого електричного кола в першій та другій системах узагальнених електричних координат, побудовано його узагальнену структурну та електричну схеми. З-поміж відомих наведені базисні елементи мають наразі найвищий рівень узагальненості і дозволяють формалізувати процес математичної та фізичної ідентифікації вищезазначених динамічних систем у разі довільної їх фізичної природи.*

*Ключові слова: динамічна система, топологічна структура, типова елементарна ланка, явище гіпервалентної взаємодії, узагальнене електричне коло, рівняння Лагранжа-Максвела, структурні рівняння, багатовимірні узагальнені сили.*

Y. G. VEDMITSKYJ  
Vinnitsa National Technical University

## THE GENERALIZED ELECTRIC CIRCUIT AND THE NATURAL PHENOMENON OF THE HYPERVALENCE INTERACTION

*The paper presents solutions to a number of important scientific problems, each of which has not only special-technical but also general-natural value. First of all, the physical phenomenon of a hyper-valence interaction was discovered and described, which arises or may arise between structural links in physical and technical dynamic systems with lumped parameters during their continuum motion in phase space. At the same time, in the topological space of such dynamic systems, the concept of a typical elementary link is introduced as the smallest and structurally indivisible part of it. Their set forms one of the sets of such space, and the plurality of subsets of this set, which determines the topological structure on it, complements the pair during its formation. On the basis of such structural units and their interference in the theory, two basic starting positions are introduced - the principle of the typical elementary units and the principle of their hypersensitivity. The first determines the rule of division and construction of dynamic systems, and the second - the formation of a topological structure in the event of a subsequent generalization of such objects. The last circumstance allowed to form a generalized structural scheme of a dynamic system, regardless of its physical origin and purpose. The above remains valid for both physical and technical systems with homogeneous or mixed physical nature of their typical elementary units. The aforementioned theoretical bases were used during the study of one of the classes of electrical systems - electric circuits. This allowed us to introduce and formulate the notion of a generalized electric circle as an abstract object, which deductively covers all other classes of electric circles. On the basis of the mathematical analysis of the structure of the Lagrange-Maxwell equations and taking into account the phenomenon of the hyper-valence interaction, differential equations of the motion of a generalized electric circuit are obtained in the first and second systems of generalized electric coordinates, and its generalized structural and electrical schemes are constructed. Among the known basic elements received at present are the highest level of generalization and allow to formalize the process of mathematical and physical identification of the above-mentioned dynamic systems for different physical nature.*

*Key words: dynamic system, topological structure, typical elementary link, the phenomenon of the hyper-valence interaction, the generalized electric circuit, the Lagrange's-Maxwell equations, structural equations, multidimensional generalized forces.*

**Передмова.** Однією з фундаментальних задач теоретичної електротехніки є побудова узагальненої за числом ступенів вільності континуальної у часі динамічної системи із зосередженими параметрами, яка здатна формалізувати (!) процес математичної та фізичної ідентифікації однорідних або змішаних за своєю природою фізичних та технічних динамічних систем як суто електричного, так і суміщеного (змішаного) фізичного походження [1-5].

Для теорії електричних кіл такою дедуктивно-спроможною абстрагованою динамічною системою є узагальнене електричне коло, відносно якого всі інші електричні кола, якими б складними вони не були, є лише окремими його виявами за дії окремих умов.

Побудова узагальненого електричного кола, в першу чергу, передбачає знаходження загальних закономірностей в його топологічній структурі (топології) та формування системи диференціальних рівнянь руху, де останні біективно взаємопов'язані з цією топологією як на логічному, так і на фізичному рівнях. Це означає, що і в самій структурі диференціальних рівнянь зазначені закономірності мають виявляти себе схожим чином, що дозволяє отримати шукану структуру узагальненого електричного кола і вибудувати його топологічний простір через систему диференціальних рівнянь, тобто здійснюючи пошуковий рух в зворотному напрямку.

Саме такий підхід був реалізований в роботі [4]. Це дозволило розробити і ввести у вихідний базис теорії електричних кіл структурну та електричні схеми узагальненого кола в першій та другій системах узагальнених електричних координат. Наразі першу з них наведено на рис. 1, а.

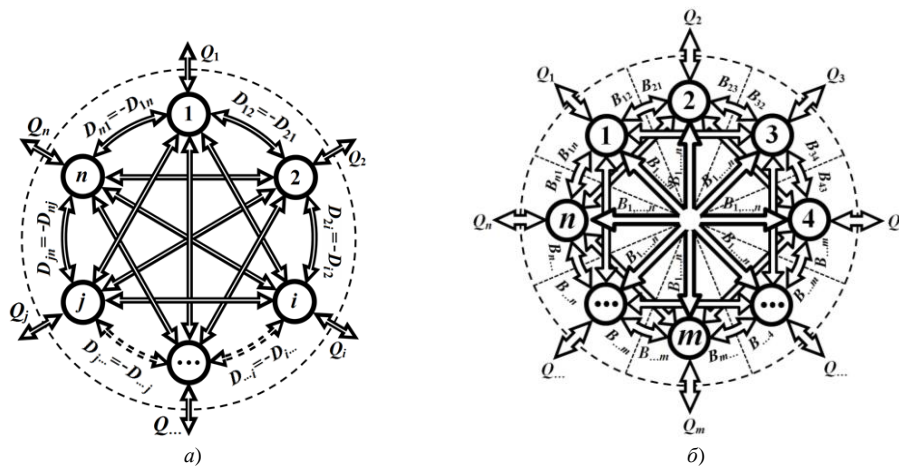


Рис. 1. Структурні схеми узагальненого електричного кола (динамічної системи) без урахування (а) та з урахуванням (б) явища гіпервалентної взаємодії

Оскільки побудова динамічної системи водночас передбачає і її поділ на окремі складові частини, то важливою в успішному розв'язанні поставленої задачі в роботі [4] стала обставина, що і побудову, і поділ узагальненого електричного кола, як і будь-якої іншої з вищезазначених динамічних систем, пропонується проводити за *принципом типових елементарних ланок*. Сам принцип введено і докладно описано в роботах [4, 5].

Як наслідок, отримані в роботі [4] базисні елементи мають надзвичайно високий рівень узагальненості і дедуктивно охоплюють широкі класи електричних кіл.

Водночас дослідження цих базисних елементів та співвіднесення їх з іншими відомими або можливими топологіями електричних кіл доводить, що, всупереч значній логічній силі, зазначені елементи мають *недостатню дедуктивну дієздатність*.

Найбільш прикро, що їх така обмеженість виразно виявляє і проявляє себе, як показано в роботі [5], на численних класах доволі важливих і затребуваних на сьогодні топологій динамічних систем електричного, неелектричного та суміщеного походження.

Варто наголосити, що суттєвим чином посилити дедуктивну дієспроможність поняття узагальненого електричного кола наразі *принципово неможливо*, якщо тільки не брати до уваги загально-природниче *явище гіпервалентної взаємодії*, яке притаманне будь-яким динамічним системам із зосередженими параметрами, незалежно від їх фізичної природи. Електричним колам – зокрема [5].

На превеликий жаль, представлена в роботі [4] сутність абстрагованого поняття узагальненого електричного кола (див. рис. 1, а) не враховує та не виявляє зазначене загально-природниче явище жодним чином, що, природно, позначається на дієздатності як самого поняття, так і розробленої на його основі теоретичної системи, помітно обмежуючи їх загальні потенційні можливості та область застосування.

Наразі пропонується дещо інший підхід, який в змозі усунути наявні недоліки та протиріччя.

Відтак *метою роботи* є насамперед розкриття та опис фізичного явища гіпервалентної взаємодії, яке спостерігається між типовими елементарними структурними ланками фізичних і технічних динамічних систем із зосередженими параметрами довільної однорідної або суміщеної фізичної природи, та розробка на цій основі абстрагованого поняття узагальненого електричного кола з можливо найвищим з-поміж відомих рівнем узагальненості та побудова його топологічної структурної схеми і диференціальних рівнянь руху в першій та другій системах узагальнених електричних координат.

**Принцип типових елементарних ланок.** Типова елементарна ланка динамічної системи із зосередженими параметрами – це найменша і структурно неподільна її частина, енергетичний стан якої за умови відсутності силової взаємодії (обміну енергією) з іншими такими ж ланками залежить тільки від

однієї (власної) узагальненої координати і узагальненої швидкості (узагальненого імпульсу), а у разі взаємодії – ще і від узагальнених координат та швидкостей відповідних суміжних взаємодіючих ланок.

Відтак сутність вищезазначеного принципу полягає в тому, що будь-яка із зазначених динамічних систем, незалежно від її фізичної природи, може бути представлена уніфіковано – поділеною на взаємодіючі поміж собою типові елементарні ланки, де кожна з них співвідноситься з власними узагальненою координатою та узагальненою швидкістю (або узагальненим імпульсом) біективно (взаємно-однозначно).

Останні ж, як відомо, в своїй сукупності визначають поточний стан (положення та рух) системи в цілому і безпосередньо пов'язані з її числом ступенів вільності  $n$ : кількість типових елементарних ланок системи має строго відповідати цьому числу, область визначення якого – вся множина цілих чисел  $n \in \mathbb{Z}$ .

Для електричних кіл в *першій системі* узагальнених координат типовими елементарними ланками є *незалежні замкнені контури*, за узагальнені координати слугують *контурні заряди*, узагальненими швидкостями є *контурні струми*, узагальненими імпульсами – *магнітні потокозчеплення*, а узагальненими силами – *електричні напруги* та *е.р.с. джерел* енергії у разі зовнішньої дії.

В *другій системі* узагальнених координат типовими елементарними ланками є *незалежні вузлові пари*, узагальненими швидкостями – *напруги* поміж вузлами зазначених пар, їх *інтеграл* (або *магнітні потокозчеплення*) визначають узагальнені координати, а *електричні заряди* суть узагальнені імпульси, узагальненими силами слугують *електричні струми* та *струми джерел зі струмами*.

**Принцип гіперзв'язності.** Узагальненість електричного кола вимагає *найвищу ступінь зв'язності* кожної з його  $n$  типових елементарних ланок в системі.

Відтак взаємодія будь-якої окремо взятої типової елементарної ланки з іншими ланками динамічної системи має охоплювати *всі можливі комбінаторні сполучення*

$$S_n^k = C_{n-1}^{k-1},$$

а саме  $\{S_n^2 = C_{n-1}^1; S_n^3 = C_{n-1}^2; \dots; S_n^m = C_{n-1}^{m-1}; \dots; S_n^n = C_{n-1}^{n-1}\}$ , де кожне з чисел  $S_n^k$  – це *кількість комбінаторних сполучень з  $n$  по числу  $k$*  зазначеної типової елементарної ланки з іншими ланками

динамічної системи, а числа  $C_{n-1}^{k-1} = \frac{(n-1)!}{(k-1)!(n-k)!}$  – біноміальні коефіцієнти.

Вищеведену умову, яка є істотною ознакою узагальненості електричного кола як динамічної системи, називатимемо *принципом гіперзв'язності* типових елементарних ланок.

Зауважимо, що для динамічних систем, запропонованих в роботі [4] (див. рис. 1, а), тобто для систем *попарної взаємодії*, всі можливі комбінаторні сполучення будь-якої окремої ланки обмежені тільки числом  $k = 2$  і їх можлива кількість не перевищує  $S_n^2 = C_{n-1}^1 = n - 1$ .

Однак наразі пропонується більш узагальнена інтерпретація поняття силової взаємодії (взаємозв'язку) між структурними елементами динамічної системи, відповідно до якої число  $k \geq 2$ !

**Явище гіпервалентної взаємодії.** Поняття *сили* як міри взаємодії глибоко пронизує фундамент усієї науки і має надзвичайно важливе методологічне значення. З цим поняттям невід'ємно пов'язана більшість явищ і процесів, які виокремлені і описані природничими, технічними та суспільно-економічними науками.

Як відомо, *внутрішніми силами взаємодії* в динамічній системі називають сили взаємодії між її структурними складовими. В нашому випадку такими складовими системи є найменші і структурно неподільні типові елементарні ланки, кожна з яких здатна взаємодіяти з іншими та утворювати не тільки попарні, але і *гіпервалентні зв'язки* (рис. 1, б). На рисунку показані всі внутрішні сили, які з'являються або можуть з'явитися в системі під час її руху внаслідок гіпервалентної взаємодії поміж її ланками. Цим силам притаманний *різний порядок вимірності*. *Багатовимірними внутрішніми силами взаємодії* в динамічній системі будемо називати всі  $k$ -вимірні внутрішні сили або їх рівнодійні, де  $2 \leq k \leq n$ .

Таким чином, *явище гіпервалентної взаємодії* – це природниче явище, яке спостерігається в фізичних та технічних динамічних системах різної природи і вияв якого відображає здатність типових елементарних ланок взаємодіяти (або встановлювати взаємозв'язки поміж собою) *багатовимірними внутрішніми узагальненими силами взаємодії, незалежними* поміж собою і *залежними* від узагальнених координат або (та) швидкостей ланок системи в *різних комбінаторних сполученнях з  $n$  по числу  $k$*  за умов, що число  $k$  належить області  $2 \leq k \leq n$ , а  $n$  – число ступенів вільності системи.

Додамо, що в узагальненому колі всі узагальнені сили (зовнішні і внутрішні), що діють на типові елементарні ланки, мають бути рівнодійними *трьох* типів сил водночас – *інерційних, потенціальних та дисипативних*. Для електричного кола в *першій системі* узагальнених електричних координат перші дві

пов'язані з накопиченням електромагнітної енергії нарізно в магнітному та електричному полях, відповідно, індуктивного та ємнісного елементів, а третя визначає незворотні втрати електромагнітної енергії в резистивному елементі. В другій системі координат – зворотно: інерційні сили пов'язані з електричною компонентою електромагнітного поля, а потенціальні – з магнітною.

**Структурна схема узагальненого електричного кола (як динамічної системи) з урахуванням явища гіпервалентної взаємодії.** Така структурна схема узагальненої за числом ступенів вільності гіперзв'язної динамічної системи довільної однорідної або змішаної фізичної природи наведена на рис. 1, б.

На рисунку показано  $n$  взаємодіючих типових елементарних ланок системи (пронумеровані кола) та виявлено сукупність всіх зовнішніх і внутрішніх узагальнених сил взаємодії, які з'являються або можуть з'являтися в динамічній системі під час її еволюційного руху. З-поміж таких сил наразі важливо виокремити *внутрішні сили*, які, власне, і відображають поточну або можливу взаємодію (взаємозв'язок) між типовими елементарними ланками системи.

Внаслідок прояву явища гіпервалентної взаємодії внутрішнім силам притаманний *різний порядок вимірності* – від 2 до  $n$  в загальному випадку.

Це означає, що для узагальненого електричного кола, наприклад, побудованого в першій системі координат з урахуванням явища гіпервалентної взаємодії, загальна кількість рівнодійних внутрішніх сил взаємодії (напруг), які можуть діяти водночас між всіма типовими елементарними ланками системи, тобто між незалежними замкненими контурами через *спільні* вітки, буде дорівнювати

$$N(n) = \sum_{k=2}^n C_n^k = \sum_{k=2}^n \frac{n!}{k!(n-k)!} = 2^n - n - 1,$$

в той час як для узагальненого кола, представленого в роботі [4] (див. рис. 1, а), де враховані тільки двовимірні (або попарні) внутрішні сили взаємодії  $k = 2$ , така кількість є значно меншою і дорівнює лише

$$\text{одній із груп складових формули (1), а саме } C_n^2 = \frac{n!}{2!(n-2)!}.$$

Тоді, у разі урахування явища гіпервалентної взаємодії в узагальненому колі, загальне число  $S(n)$  гіпервалентних сполучень кожної типової елементарної ланки з іншими буде дорівнювати

$$S(n) = \sum_{k=2}^n S_n^k = \sum_{k=2}^n C_{n-1}^{k-1} = 2^{n-1} - 1,$$

на відміну від систем лише попарної взаємодії (див. рис. 1, а), для яких це число  $S_n^2 = C_{n-1}^1 = n - 1$ .

**Рівняння руху гіперзв'язного узагальненого електричного кола в першій системі узагальнених координат.** Для розв'язування поставленої задачі скористаємося *рівняннями Лагранжа-Максвелла*, які підпорядковують рух узагальненого електричного кола з довільним числом ступенів вільності  $n$ .

1) В *першій системі* узагальнених координат рівняння Лагранжа-Максвелла мають вигляд

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial W_m}{\partial i_m} + \frac{\partial W_e}{\partial q_m} + \frac{\partial \Phi_e}{\partial i_m} = e_m, \quad m = 1, 2, \dots, n, \quad (1)$$

де  $W_m$ ,  $W_e$  та  $\Phi_e$  – енергетичні функції електричного кола [4, 5].

2) Загальна енергія магнітного поля  $W_m$  електричного кола визначається як сукупна енергія всіх магнітних полів індуктивних елементів, які входять до складу цього кола [6]. Відразу ж зазначимо, що в дослідженні ми не розглядаємо електричні кола з індуктивно-зв'язаними елементами, позаяк кожне з них може бути еквівалентно зведене до розглядуваного класу електричних кіл [7].

Отже, для енергетичної функції  $W_m$  з урахуванням явища гіпервалентної взаємодії маємо:

$$W_m = \frac{1}{2} \sum_{s_1=1}^n L_{s_1} i_{s_1}^2 + \frac{1}{2} \sum_{s_1=1}^{n-1} \sum_{s_2=s_1+1}^n L_{s_1, s_2} (i_{s_1} \pm i_{s_2})^2 + \frac{1}{2} \sum_{s_1=1}^{n-2} \sum_{s_2=s_1+1}^{n-1} \sum_{s_3=s_2+1}^n L_{s_1, s_2, s_3} (i_{s_1} \pm i_{s_2} \pm i_{s_3})^2 + \dots + \frac{1}{2} \sum_{s_1=1}^1 \sum_{s_2=s_1+1}^2 \dots \sum_{s_n=s_{n-1}+1}^n L_{s_1, s_2, \dots, s_n} (i_{s_1} \pm i_{s_2} \pm \dots \pm i_{s_n})^2,$$

де кожний елемент з множини  $L_{s_1, \dots, s_\nu}$ ,  $2 \leq \nu \leq n$  – це  $\nu$ -контурна взаємна індуктивність, яка спільно належить  $s_1, \dots, s_\nu$  незалежним контурам, внаслідок чого через цей елемент проходять декілька контурних струмів  $i_{s_1}, \dots, i_{s_\nu}$ . Що ж до індуктивностей з множини  $L_{s_1}$ , то кожна з них називатимемо власною індуктивністю відповідного  $s_1$ -го незалежного контуру, оскільки її параметр характеризує власні інерційні властивості відповідної типової елементарної ланки.

Тоді після математичних перетворень для довільного  $m$ -го незалежного контуру, де  $1 \leq m \leq n$ , остаточно можемо записати

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial W_m}{\partial i_m} = & L_m \frac{di_m}{dt} + \sum_{\substack{s_1=1 \\ s_1 \neq m}}^n L_{m, s_1} \frac{d}{dt} (i_m \pm i_{s_1}) + \sum_{\substack{s_1=1 \\ s_1 \neq m}}^{n-1} \sum_{\substack{s_2=s_1+1 \\ s_2 \neq m}}^n L_{m, s_1, s_2} \frac{d}{dt} (i_m \pm i_{s_1} \pm i_{s_2}) + \\ & + \sum_{\substack{s_1=1 \\ s_1 \neq m}}^{n-2} \sum_{\substack{s_2=s_1+1 \\ s_2 \neq m}}^{n-1} \sum_{\substack{s_3=s_2+1 \\ s_3 \neq m}}^n L_{m, s_1, s_2, s_3} \frac{d}{dt} (i_m \pm i_{s_1} \pm i_{s_2} \pm i_{s_3}) + \dots + \\ & + \sum_{\substack{s_1=1 \\ s_1 \neq m}}^2 \sum_{\substack{s_2=s_1+1 \\ s_2 \neq m}}^3 \dots \sum_{\substack{s_{n-1}=s_{n-2}+1 \\ s_{n-1} \neq m}}^n L_{m, s_1, s_2, \dots, s_{n-1}} \frac{d}{dt} (i_m \pm i_{s_1} \pm i_{s_2} \pm \dots \pm i_{s_{n-1}}). \end{aligned} \quad (2)$$

3) Структуру енергетичної функції  $W_e$  дослідимо схожим чином.

Загальна енергія електричного поля узагальненого кола дорівнює сумі енергій всіх електричних полів створених в ємнісних елементах, які входять до складу шуканого кола,

$$\begin{aligned} W_e = & \frac{1}{2} \sum_{s_1=1}^n \frac{q_{s_1}^2}{C_{s_1}} + \frac{1}{2} \sum_{s_1=1}^{n-1} \sum_{s_2=s_1+1}^n \frac{(q_{s_1} \pm q_{s_2})^2}{C_{s_1, s_2}} + \frac{1}{2} \sum_{s_1=1}^{n-2} \sum_{s_2=s_1+1}^{n-1} \sum_{s_3=s_2+1}^n \frac{(q_{s_1} \pm q_{s_2} \pm q_{s_3})^2}{C_{s_1, s_2, s_3}} + \\ & + \dots + \frac{1}{2} \sum_{s_1=1}^1 \sum_{s_2=s_1+1}^2 \dots \sum_{s_n=s_{n-1}+1}^n \frac{(q_{s_1} \pm q_{s_2} \pm \dots \pm q_{s_n})^2}{C_{s_1, s_2, \dots, s_n}}, \end{aligned}$$

де кожна  $C_{s_1, \dots, s_\nu}$  ( $2 \leq \nu \leq n$ ) – це  $\nu$ -контурна взаємна ємність, а  $C_{s_1}$  – власні ємності.

Тоді для довільного  $m$ -го незалежного контуру маємо

$$\begin{aligned} \frac{\partial W_e}{\partial q_m} = & \frac{q_m}{C_m} + \sum_{\substack{s_1=1 \\ s_1 \neq m}}^n \frac{q_m \pm q_{s_1}}{C_{m, s_1}} + \sum_{\substack{s_1=1 \\ s_1 \neq m}}^{n-1} \sum_{\substack{s_2=s_1+1 \\ s_2 \neq m}}^n \frac{q_m \pm q_{s_1} \pm q_{s_2}}{C_{m, s_1, s_2}} + \sum_{\substack{s_1=1 \\ s_1 \neq m}}^{n-2} \sum_{\substack{s_2=s_1+1 \\ s_2 \neq m}}^{n-1} \sum_{\substack{s_3=s_2+1 \\ s_3 \neq m}}^n \frac{q_m \pm q_{s_1} \pm q_{s_2} \pm q_{s_3}}{C_{m, s_1, s_2, s_3}} + \\ & + \dots + \sum_{\substack{s_1=1 \\ s_1 \neq m}}^2 \sum_{\substack{s_2=s_1+1 \\ s_2 \neq m}}^3 \dots \sum_{\substack{s_{n-1}=s_{n-2}+1 \\ s_{n-1} \neq m}}^n \frac{q_m \pm q_{s_1} \pm q_{s_2} \pm \dots \pm q_{s_{n-1}}}{C_{m, s_1, s_2, \dots, s_{n-1}}}. \end{aligned} \quad (3)$$

4) Електрична дисипативна функція Релея  $\Phi_e$  визначається як половина миттєвих потужностей всіх втрат енергії, що спостерігаються в колі.

Отож, врахувавши явище гіпервалентної взаємодії, запишемо

$$\begin{aligned} \Phi_e = & \frac{1}{2} \sum_{s_1=1}^n R_{s_1} i_{s_1}^2 + \frac{1}{2} \sum_{s_1=1}^{n-1} \sum_{s_2=s_1+1}^n R_{s_1, s_2} (i_{s_1} \pm i_{s_2})^2 + \frac{1}{2} \sum_{s_1=1}^{n-2} \sum_{s_2=s_1+1}^{n-1} \sum_{s_3=s_2+1}^n R_{s_1, s_2, s_3} (i_{s_1} \pm i_{s_2} \pm i_{s_3})^2 + \\ & + \dots + \frac{1}{2} \sum_{s_1=1}^1 \sum_{s_2=s_1+1}^2 \dots \sum_{s_n=s_{n-1}+1}^n R_{s_1, s_2, \dots, s_n} (i_{s_1} \pm i_{s_2} \pm \dots \pm i_{s_n})^2, \end{aligned}$$

де  $R_{s_1, \dots, s_\nu}$  – це взаємні активні опори, а  $R_{s_1}$  – власний опір відповідного незалежного контуру.

На цій підставі для довільного  $m$ -го незалежного контуру отримуємо

$$\frac{\partial \Phi_e}{\partial i_m} = R_m i_m + \sum_{\substack{s_1=1 \\ s_1 \neq m}}^n R_{m, s_1} (i_m \pm i_{s_1}) +$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{\substack{s_1=1 \\ s_1 \neq m}}^{n-1} \sum_{\substack{s_2=s_1+1 \\ s_2 \neq m}}^n R_{m,s_1,s_2} (i_m \pm i_{s_1} \pm i_{s_2}) + \sum_{\substack{s_1=1 \\ s_1 \neq m}}^{n-2} \sum_{\substack{s_2=s_1+1 \\ s_2 \neq m}}^{n-1} \sum_{\substack{s_3=s_2+1 \\ s_3 \neq m}}^n R_{m,s_1,s_2,s_3} (i_m \pm i_{s_1} \pm i_{s_2} \pm i_{s_3}) + \\
& + \dots + \sum_{\substack{s_1=1 \\ s_1 \neq m}}^2 \sum_{\substack{s_2=s_1+1 \\ s_2 \neq m}}^3 \dots \sum_{\substack{s_{n-1}=s_{n-2}+1 \\ s_{n-1} \neq m}}^n R_{m,s_1,s_2,\dots,s_{n-1}} (i_m \pm i_{s_1} \pm i_{s_2} \pm \dots \pm i_{s_{n-1}}).
\end{aligned} \tag{4}$$

5) Отримані співвідношення (2), (3) та (4) підставляємо в систему рівнянь (1).

Після перегрупування складових багаторазових сум (в кожному рівнянні системи) рівняння руху гіперзв'язного узагальненого електричного кола в першій системі узагальнених електричних координат остаточно набувають такого вигляду:

$$\begin{aligned}
& \left( L_m \frac{di_m}{dt} + R_m i_m + \frac{q_m}{C_m} \right) + \sum_{\substack{s_1=1 \\ s_1 \neq m}}^n \left[ L_{m,s_1} \frac{d}{dt} (i_m \pm i_{s_1}) + R_{m,s_1} (i_m \pm i_{s_1}) + \frac{q_m \pm q_{s_1}}{C_{m,s_1}} \right] + \\
& + \sum_{\substack{s_1=1 \\ s_1 \neq m}}^{n-1} \sum_{\substack{s_2=s_1+1 \\ s_2 \neq m}}^n \left[ L_{m,s_1,s_2} \frac{d}{dt} (i_m \pm i_{s_1} \pm i_{s_2}) + R_{m,s_1,s_2} (i_m \pm i_{s_1} \pm i_{s_2}) + \frac{q_m \pm q_{s_1} \pm q_{s_2}}{C_{m,s_1,s_2}} \right] + \\
& + \dots + \sum_{\substack{s_1=1 \\ s_1 \neq m}}^2 \sum_{\substack{s_2=s_1+1 \\ s_2 \neq m}}^3 \dots \sum_{\substack{s_{n-1}=s_{n-2}+1 \\ s_{n-1} \neq m}}^n \left[ L_{m,s_1,s_2,\dots,s_{n-1}} \frac{d}{dt} (i_m \pm i_{s_1} \pm i_{s_2} \pm \dots \pm i_{s_{n-1}}) + \right. \\
& \left. + R_{m,s_1,s_2,\dots,s_{n-1}} (i_m \pm i_{s_1} \pm i_{s_2} \pm \dots \pm i_{s_{n-1}}) + \frac{q_m \pm q_{s_1} \pm q_{s_2} \pm \dots \pm q_{s_{n-1}}}{C_{m,s_1,s_2,\dots,s_{n-1}}} \right] = e_m, \quad m = 1, 2, \dots, n.
\end{aligned} \tag{5}$$

Додамо, що в рівняннях (5) в алгебраїчних сумах, позначених дужками, знак “+” має бути перед тими контурними ступами (зарядами), напрямок яких через взаємні елементи збігається з додатним напрямком струму  $i_m$  ( $q_m$ ), а перед іншими складовими потрібно ставити знак “-”.

Варто зазначити, що стосовно першої системи координат отримані рівняння (5) дедуктивно охоплюють найширший на сьогодні клас електричних кіл, зокрема – і узагальнені електричні кола, які утворюють системи попарної силової взаємодії (див. рис. 1, а) і які не враховують явище гіпервалентної взаємодії. Рівняння руху останніх є окремим випадком рівнянь (5)

$$\left( L_m \frac{di_m}{dt} + R_m i_m + \frac{q_m}{C_m} \right) + \sum_{\substack{s_1=1 \\ s_1 \neq m}}^n \left[ L_{m,s_1} \frac{d}{dt} (i_m \pm i_{s_1}) + R_{m,s_1} (i_m \pm i_{s_1}) + \frac{q_m \pm q_{s_1}}{C_{m,s_1}} \right] = e_m, \quad m = 1, 2, \dots, n. \tag{6}$$

Рівняння (6) саме в такому вигляді і наведені автором в роботі [4].

Структура отриманих рівнянь (5) безпосередньо відображає топологію узагальненого за числом ступенів вільності електричного кола із зосередженими параметрами, тому надалі ці рівняння доцільно називати *структурними рівняннями* узагальненого електричного кола в першій системі узагальнених електричних координат.

**Топологічна будова узагальненого електричного кола та його типових елементарних ланок в першій системі узагальнених електричних координат.** Відповідно до структурних рівнянь (5) зазначене коло складається з  $n$  незалежних контурів. До його складу входить

$$W(n) = N(n) + n = 2^n - 1$$

віток, з яких  $n$  – власні вітки, а  $N(n) = 2^n - n - 1$  – взаємні. Кількість віток, що утворюють будь-який  $m$ -ий незалежний контур  $W_m(n) = S(n) + 1 = 2^{n-1}$ . Кількість взаємних віток, які гальванічно

сполучають  $m$ -ий контур з будь-яким іншим незалежним контуром системи,  $G(n) = \sum_{k=2}^n C_{n-2}^{k-2} = 2^{n-2}$ ,

а загальна кількість вузлів в узагальненому колі  $J(n) = 2^n - n$ .

На рис. 2 показано фрагмент гіперзв'язного узагальненого електричного кола в першій системі узагальнених електричних координат, топологічна структура якого відповідає структурній схемі, наведеній на рис. 1, б, та системі рівнянь (5).

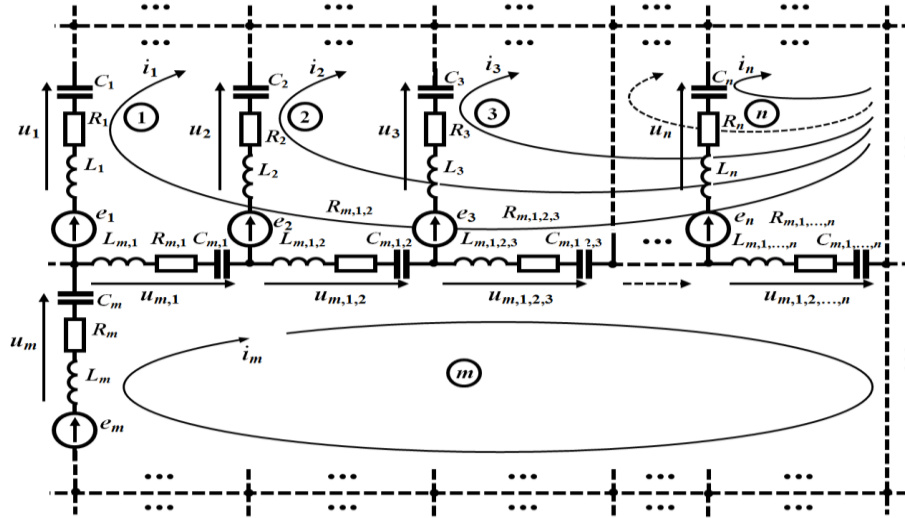


Рис. 2. Узагальнене електричне коло в першій системі узагальнених координат

**Структурні рівняння руху гіперзв'язного узагальненого електричного кола в другій системі узагальнених електричних координат.** Скористаємося рівняннями Лагранжа-Максвелла, але записаними в другій системі узагальнених електричних координат

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial W_m}{\partial \varphi_m} + \frac{\partial W_e}{\partial \psi_m} + \frac{\partial \Phi_e}{\partial \varphi_m} = J_m, \quad m = 1, 2, \dots, n. \quad (7)$$

Відповідно до вищевказаної методики з урахуванням явища гіпервалентної взаємодії неважко отримати рівняння узагальненого електричного кола в другій системі координат. В цьому випадку структурні рівняння мають вигляд

$$\begin{aligned} & \left( C_m \frac{d\varphi_m}{dt} + G_m \varphi_m + \frac{\Psi_m}{L_m} \right) + \sum_{\substack{s_1=1 \\ s_1 \neq m}}^n \left[ C_{m,s_1} \frac{d}{dt} (\varphi_m \pm \varphi_{s_1}) + G_{m,s_1} (\varphi_m \pm \varphi_{s_1}) + \frac{\Psi_m \pm \Psi_{s_1}}{L_{m,s_1}} \right] + \\ & + \sum_{\substack{s_1=1 \\ s_1 \neq m}}^{n-1} \sum_{\substack{s_2=s_1+1 \\ s_2 \neq m}}^n \left[ C_{m,s_1,s_2} \frac{d}{dt} (\varphi_m \pm \varphi_{s_1} \pm \varphi_{s_2}) + G_{m,s_1,s_2} (\varphi_m \pm \varphi_{s_1} \pm \varphi_{s_2}) + \frac{\Psi_m \pm \Psi_{s_1} \pm \Psi_{s_2}}{L_{m,s_1,s_2}} \right] + \\ & + \dots + \sum_{\substack{s_1=1 \\ s_1 \neq m}}^2 \sum_{\substack{s_2=s_1+1 \\ s_2 \neq m}}^3 \dots \sum_{\substack{s_{n-1}=s_{n-2}+1 \\ s_{n-1} \neq m}}^n \left[ C_{m,s_1,s_2,\dots,s_{n-1}} \frac{d}{dt} (\varphi_m \pm \varphi_{s_1} \pm \varphi_{s_2} \pm \dots \pm \varphi_{s_{n-1}}) + \right. \\ & \left. + G_{m,s_1,s_2,\dots,s_{n-1}} (\varphi_m \pm \varphi_{s_1} \pm \varphi_{s_2} \pm \dots \pm \varphi_{s_{n-1}}) + \frac{\Psi_m \pm \Psi_{s_1} \pm \Psi_{s_2} \pm \dots \pm \Psi_{s_{n-1}}}{L_{m,s_1,s_2,\dots,s_{n-1}}} \right] = J_m, \quad m = 1, 2, \dots, n. \end{aligned} \quad (8)$$

Необхідно додати, що кожна окремо з систем рівнянь (5) та (8) узагальненого електричного кола, відповідно до задачі Коші, має бути доповнена  $2n$  початковими умовами, тобто значеннями узагальнених координат та швидкостей (імпульсів) в момент часу, що визначений як початковий.

**Структурний формалізм як основа теоретичної та загальної електротехніки.** Отримані в наявній роботі результати в своєму продовженні дещо виходять за межі області, окресленої її метою. На небезпідставну (див., наприклад, роботи [1-3, 8, 9]) думку автора, вони здатні сформувати самостійні напрямки, позаяк мають загально-природничі значення.

Для прикладу розглянемо один з них, який безпосередньо стосується теоретичної електротехніки та суміжних з нею наук. Як зазначалося вище, з істотної властивості узагальненого електричного кола впливає його здатність до *формалізації* процесу математичної ідентифікації електричних кіл: отриманим структурним рівнянням (5) та (8) узагальненого електричного кола, природно, також притаманна узагальненість, а, отже, – і вищезазначена здатність. Це означає, що для побудови математичних моделей реальних електричних кіл достатньо скористатися *дедуктивним* підходом, позаяк такі моделі є лише окремими виявами (відображеннями) структурних рівнянь (5) та (8) за наявності та впливу попередніх і поточних умов. До останніх, як видно з структурних рівнянь, окрім числа ступенів вільності системи і

початкових умов, відносяться схема та параметри елементів заданого електричного кола, які опосередковано визначають наявність та ступінь силових взаємодій, що спостерігаються в системі, а відтак – взаємоперетворення та перерозподіл енергії (та можливої коенергії) в ній у разі її руху (зміни стану).

Таким чином, отримані узагальнені елементи розв'язують одну з фундаментальних задач електротехніки, умова якої була в явній формі сформульована Г. Кроном [3]. Це створює базисну основу для формування в електротехніці нового напрямку – *узагальненої структурної теорії електротехніки*.

Однак необхідно наголосити, що структурна теорія електротехніки (СТЕ) не є альтернативою поширеним і загальнозживаним теоретичним основам електротехніки (ТОЕ) [7, 8], і, на думку автора, не може в принципі нею бути, оскільки обидві теорії органічно і природно доповнюють і розвивають одна одну! У зв'язку з цим, достатньо зазначити, що і рівняння Лагранжа-Максвелла (1) і (7) в першій та другій системах узагальнених координат, і побудовані на їх основі структурні рівняння (5) та (8), і закони Кірхгофа (другий та перший відповідно) – це єдина суть та вияв *загальних* закономірностей природи.

**Висновки.** В роботі описано виявлене фізичне явище гіпервалентної взаємодії, врахування якого дозволило на основі математичного дослідження та аналізу структури рівнянь Лагранжа-Максвелла отримати узагальнене за числом ступенів вільності електричне коло із зосередженими параметрами та систему його диференціальних рівнянь руху в першій і другій системах узагальнених електричних координат, сформувати його узагальнену структурну та електричну схеми. Кожному з отриманих базисних елементів притаманний найвищий з-поміж відомих на цей час рівень узагальненості. Отримані результати мають як спеціально-технічне, так і загально-природниче значення.

### Література

1. Максвелл Дж. К. Трактат об электричестве и магнетизме : в 2 т. / Дж. К. Максвелл. – М. : Наука, 1989 – . – Т. 1. – 417 с.; Т. 2. – 437 с.
2. Olson H. F. Dynamical Analogies / H. F. Olson. – New York: D. Van Nostrand Company, Inc., 1943. – 197 pp.
3. Крон Г. Исследование сложных систем по частям (диакоптика) / Г. Крон. – М. : Глав. ред. физ.-мат. лит. изд-ва «Наука», 1972. – 544 с.
4. Ведміцький Ю. Г. Узагальнені електричні схеми-аналоги неперервних динамічних систем довільного порядку / Ю. Г. Ведміцький // Вісник Інженерної академії України. – 2010. – Вип. 2. – С. 63-69.
5. Ведміцький Ю. Г. Узагальнене електричне коло і фізичне явище гіпервалентної взаємодії / Ю. Г. Ведміцький // Вісник Інженерної академії України. – 2016. – Випуск 4. – С. 207-213.
6. Теоретичні основи електротехніки. Електромагнітне поле : підручник / Ю. О. Карпов, Ю. Г. Ведміцький, В. В. Кухарчук. – Херсон : ОЛДІ-ПЛЮС, 2014. – 392 с.
7. Теоретичні основи електротехніки. Усталені режими лінійних електричних кіл із зосередженими та розподіленими параметрами : підручник / Ю. О. Карпов, С. Ш. Кацив, В. В. Кухарчук, Ю. Г. Ведміцький, під ред. проф. Ю. О. Карпова. – Херсон : ОЛДІ-ПЛЮС, 2014. – 326 с.
8. Теоретичні основи електротехніки. Перехідні процеси в лінійних колах. Синтез лінійних кіл. Електричні та магнітні нелінійні кола: підручник / Ю. О. Карпов, Ю. Г. Ведміцький, В. В. Кухарчук, С. Ш. Кацив, за ред. проф. Ю. О. Карпова. – Херсон : ОЛДІ-ПЛЮС, 2013. – 456 с.
9. Вейник А. И. Термодинамика / А. И. Вейник. – Минск : «Вышэйш. школа», 1968. – 464 с.

### References

1. Maksvell Dzh. K. Traktat ob elektrychestve y mahnetyzme : v 2 t. / Dzh. K. Maksvell. – M. : Nauka, 1989 – . – T. 1. – 417 s.; T. 2. – 437 s.
2. Olson H. F. Dynamical Analogies / H. F. Olson. – New York: D. Van Nostrand Comp., Inc., 1943. – 197 pp.
3. Kron H. Yssledovanye slozhnykh system po chastyam (dyakoptyka) / H. Kron. – M. : Hlav. red. fiz.-mat. lit. yzd-va «Nauka», 1972. – 544 s.
4. Vedmitsky Y. G. Uzahalneni elektrychni skhemy-analohy neperervnykh dynamichnykh system dovilnoho poriyadku / Y. G. Vedmitsky // Visnyk Inzhenernoyi akademiyi Ukrayiny. – 2010. – Vypusk 2. – S. 63-69.
5. Vedmitsky Y. G. Uzahalnene elektrychne kolo i fizychne yavyshe hipervalentnoyi vzyemodiyi / Y. G. Vedmitsky // Visnyk Inzhenernoyi akademiyi Ukrayiny. – 2016. – Vypusk 4. – S. 207-213.
6. Teoretychni osnovy elektrotekhnyky. Elektromahnitne pole : pidruchnyk / Y. O. Karpov, Y. G. Vedmitsky, V. V. Kukharchuk. – Kherson : OLDI-PLYUS, 2014. – 392 s.
7. Teoretychni osnovy elektrotekhnyky. Ustaleni rezhymy liniynykh elektrychnykh kil iz zoseredzhenymy ta rozpodilenyymy parametramy : pidruchnyk / Y. O. Karpov, S. S. Katsyv, V. V. Kukharchuk, Y. G. Vedmitsky, pid red. prof. Y. O. Karpova. – Kherson : OLDI-PLYUS, 2014. – 326 s.
8. Teoretychni osnovy elektrotekhnyky. Perekhidni protsesy v liniynykh kolakh. Syntez liniynykh kil. Elektrychni ta mahnitni nelineyni kola: pidruchnyk / Y. O. Karpov, Y. G. Vedmitsky, V. V. Kukharchuk, S. S. Katsyv, za red. prof. Y. O. Karpova. – Kherson : OLDI-PLYUS, 2013. – 456 s.
9. Veynyk A. Y. Termodynamyka / A. Y. Veynyk. – Mynsk : «Vysheysh. shkola», 1968. – 464 s.