

МОДИФІКОВАНИЙ МЕТОД ОПРАЦЮВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ОПОСЕРЕДКОВАНИХ ВИМІРЮВАНЬ

¹ Вінницький національний технічний університет

Анотація

Запропоновано метод опрацювання результатів опосередкованих вимірювань при нелінійному рівнянні перетворення, для випадків коли залишковий член ряду Тейлора більший 0,8 середньоквадратичного відхилення результату непрямого вимірювання.

Ключові слова: опосередковане вимірювання, опрацювання результатів вимірювань, ряд Тейлора, залишковий член, дисперсія.

Abstract

A method is proposed for processing the results of indirect measurements for a nonlinear transformation equation, for cases when the remainder of the Taylor series is greater than 0.8 standard deviation of the result of the indirect measurement.

Keywords: indirect measurement, processing of measurement results, Taylor row, remainder term, dispersion.

Під час наукових досліджень, в різноманітних наукових роботах [1-5] після проведення експериментів виникає потреба (необхідність) оцінити похибку (невизначеність) результатів опосередкованих вимірювань, в яких існує нелінійна залежність між вихідною величиною та декількома вхідними величинами. Для таких випадків рекомендується застосування методики, яка представлена в нормативному документі [6] та підручнику [7]. В даних джерелах застосовується метод лінеаризації. Метод лінеаризації передбачає розкладання нелінійної функції в ряд Тейлора:

$$f(a_1, \dots, a_m) = f(\tilde{a}_1, \dots, \tilde{a}_m) + \sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial f}{\partial a_i} \right) \Delta a_i + R_0, \quad (1)$$

де $f(a_1, \dots, a_m)$ - нелінійна функціональна залежність вимірюваної величини від вимірюваних аргументів a_i ; $\partial f / \partial a_i$ - перша частинна похідна від функції f по аргументу a_i в точці $\tilde{a}_1, \dots, \tilde{a}_m$; Δa_i - відхилення результату вимірювання аргументу a_i , від його середнього арифметичного; R_0 - залишковий член.

Результат вимірювання \tilde{A} обчислюють за формулою:

$$\tilde{A} = f(\tilde{a}_1, \dots, \tilde{a}_m). \quad (2)$$

Середнє квадратичне відхилення випадкової похибки результату непрямого вимірювання $S(\tilde{A})$ обчислюють за формулою:

$$S(\tilde{A}) = \sqrt{\sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial f}{\partial a_i} \right)^2 S^2(\tilde{a}_i)}. \quad (3)$$

де $S(\tilde{a}_i)$ - середньоквадратичне відхилення випадкових похибок результату вимірювання a_i -го аргументу.

Але даний метод можливо застосовувати тільки при виконанні умови:

$$R_0 < 0,8 \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial a_i} \right)^2 S^2(\tilde{a}_i)}, \quad (4)$$

$$\text{де } R_0 = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^m \frac{\partial^2 f}{\partial a_i \partial a_j} \Delta a_i \Delta a_j.$$

Нормативний документ [6] не дає відповіді, як виконати обробку результатів вимірювання у випадку не виконання умови (4).

Для розв'язування даної задачі пропонується застосувати перших три члена ряду Тейлора:

$$f(a_1, \dots, a_m) = f(\tilde{a}_1, \dots, \tilde{a}_m) + \sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial f}{\partial a_i} \right) \Delta a_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial^2 f}{\partial a_i^2} \right) \Delta a_i^2 + \sum_{i < j}^m \left(\frac{\partial^2 f}{\partial a_i \partial a_j} \right) \Delta a_i \Delta a_j .$$

Застосувавши відомі властивості математичного сподівання та дисперсії, а також використовуючи умовні позначення з [6], визначаємо, що результат вимірювання для незалежних величин a_i та a_j визначається за виразом:

$$\tilde{A} = f(\tilde{a}_1, \dots, \tilde{a}_m) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial^2 f}{\partial a_i^2} \right) \Delta a_i^2$$

Дисперсія взаємно незалежних випадкових величин визначається за формулою:

$$S^2(\tilde{A}) = \sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial f}{\partial a_i} \right)^2 S^2(\tilde{a}_i) + \frac{1}{4} \sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial a_i^2} \right)^2 \left\{ \mu_4(\tilde{a}_i) - [S^2(\tilde{a}_i)]^2 \right\} + \\ + \sum_{i < j}^m \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial a_i \partial a_j} \right)^2 S^2(\tilde{a}_i) S^2(\tilde{a}_j) + \sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial \varphi}{\partial a_i} \right) \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial a_i^2} \right) \mu_3(\tilde{a}_i)$$

Приведена послідовність розрахунків (методика) обробки результатів опосередкованих вимірювань при нелінійній залежності та при не виконанні умови (4) застосовується в навчальному процесі під час викладання дисциплін «Спецглави математики», «Основи теорії невизначеності вимірювань», «Основи теорії похибок вимірювань».

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Суторміна А. О., Прус В. В. Розробка математичного апарату для оцінки вірогідності діагностики шихтованих сердечників у складі системи локального тестування // Вісник Кременчуцького державного політехнічного університету. – Кременчук: КДПУ, 2006.- Вип.-6/2006 (41). – С.19 - 24.
2. Васілевський О.М., Ігнатенко О.Г., Присяжнюк В.В., Костюк Ю.М. Методика оцінювання метрологічної надійності засобів вимірювальної техніки з урахуванням концепції невизначеності // Вісник інженерної академії України. – 2016. – № 1. – С. 217 – 220.
3. Демків І. Б. Вимоги щодо оцінки характеристик похибок (непевностей) вимірювання маси скраплених нафтових газів та їх інтегральних характеристик. // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – Вінниця: ВПІ. 2012. № 6. – С.14 – 20.
4. Кузь М. В. Методика визначення метрологічних характеристик гідравлічних робочих еталонів об'єму газу. // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – Вінниця: ВПІ. 2014. № 3. – С.9 – 14.
5. Васілевський О.М., Кулаков П. І. Елементи теорії підвищення точності вимірювання та синхронізації кутових швидкостей роторів взаємозв'язаних електродвигунів : [монографія]. - Вінниця: ВНТУ. – 2011. – 176 с. – ISBN 978-966-641-420-8.
6. Рекомендация. Государственная система обеспечения единства измерений. Измерения косвенные. Определение результатов измерений и оценивание их погрешностей МИ 2083-90.
7. Васілевський О.М., Кучерук В.Ю., Володарський Є.Т. Основи теорії невизначеності вимірювань : [підручник]. - Вінниця : ВНТУ, 2015. – 230 с.

Васілевський Олександр Миколайович - д. т. н., професор, професор кафедри метрології та промислової автоматики, Вінницький національний технічний університет, o.vasilevskyi@gmail.com.

Присяжнюк Василь Васильович – старший викладач кафедри метрології та промислової автоматики, Вінницький національний технічний університет, pvv.vin@gmail.com.

Vasilevskyi Oleksandr M. — Dr. Sc. (Eng.), Professor, Professor of the Department of Metrology and Industrial Automation, Vinnytsia National Technical University, o.vasilevskyi@gmail.com.

Prysyazhnyuk Vasyl V. – senior lecturer Chair of Metrology and Industrial Automation of Vinnytsia National Technical University, pvv.vin@gmail.com.