УДК 519.85

В. О. Краєвський

Поліноміальна траєкторія зміни швидкості при багатоступеневому гарячому деформуванні за умови однакової тривалості ступенів

Вінницький національний технічний університет

Анотація: *При розв'язанні задачі оптимізації швидкісного режиму багатоступеневого гарячого деформування з метою зменшення впливу кількості ступенів на структуру задачі нелінійного програмування розв'язок пропонується шукати у вигляді багатоступеневої зміни швидкості із однаковою тривалістю ступенів та із зміною швидкості за траєкторією, що задається поліноміальною функціями.*

Ключові слова: гаряче деформування, пластичність, варіаційна задача, математичне програмування, руйнування.

Abstract: *When solving the problem of optimization of the speed mode of the multi-stage hot deformation for reduce the influence of the number of stages to the structure of the problem of nonlinear programming, the solution is proposed to be sought in the form of a multistep change of the speed with the equal duration of the steps and with a change of the speed according the trajectory given by polynomial functions..*

Keywords: hot deformation, plasticity, variational problem, mathematical programming, failure.

У роботі [1] з метою збільшення енергоефективності гарячого пластичного деформування сформульовано класичну варіаційну задачу ізопериметричного типу: визначити закон зміни швидкості деформації $\dot{\varepsilon}_u = \dot{\varepsilon}_u(t)$ при якому за заданий час t_* матеріал набуває найбільшої деформації $\varepsilon_{\max}$

$$\varepsilon_{\max} = \int_0^{t_*} \dot{\varepsilon}_u(\tau) \cdot d\tau \to \max,$$

$$\begin{cases} \int_0^{t_*} \varphi(t_* - \tau; I(\tau)) \cdot f(\dot{\varepsilon}_u(\tau)) \cdot d\tau = 1, \\ 0 < \psi(t) = \int_0^{t} \varphi(t - \tau; I(\tau)) \cdot f(\dot{\varepsilon}_u(\tau)) \cdot d\tau < 1, \ \forall t \in (0, t_*). \end{cases} \tag{1}$$

Розв'язок задачі (1) знайдено для класу кусково-сталих функцій [2]. Технологічно такий клас функцій відповідає простому багатоступеневому гарячому деформуванню

$$\dot{\varepsilon}_u = \begin{cases} \dot{\varepsilon}_{u1}, \ 0 \le t \le t_1; \\ \dot{\varepsilon}_{u2}, \ t_1 \le t \le t_2; \\ \dots \\ \dot{\varepsilon}_{uk}, \ t_{k-1} \le t \le t_*. \end{cases} \tag{2}$$

Із врахуванням умови (2) варіаційна задача (1) зводиться до задачі нелінійного програмування. В результаті було сформульовано, досліджено та розв’язано низку подібних задач [3]. Відповідний напрям фактично дійшов свого логічного завершення, коли було сформульовано і програмно реалізовано випадок k-ступеневого деформування [3]. Основна проблема такого представлення полягає у тому, що складність структури отриманої задачі, а, отже, і складність отримання розв'язку, однозначно визначається попередньо заданою кількістю ступенів зміни швидкості деформування k. У роботі [4] для зменшення впливу кількості ступенів на структуру задачі нелінійного програмування пропонується шукати розв'язок задачі багатоступеневого деформування з такими додатковими умовами:

а) тривалість кожного ступеня є незмінною: $\Delta t_i = \Delta t = const$;

б) зміна швидкості деформації з переходом до наступної ступені відбувається за траєкторією, що задається функцією $f(c_0, c_1, ..., c_n, t)$, де $c_0, c_1, ..., c_n$ – параметри функції.

При виборі закону зміни швидкості деформування у вигляді полінома p-го степеня

$$f(t)=\sum_{j=0}^{p} c_j x^j \tag{3}$$

задача (2) набуде вигляду

$$\begin{gathered}\varepsilon_u\left(c_0,c_1,...,c_p\right)=\Delta t\cdot\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=0}^{p}c_j\left(\left(i-1\right)\Delta t\right)^j\to\max,\\ \begin{cases}\dfrac{\Delta t^n}{\gamma^n}\sum\limits_{i=1}^{k}\left(\left(k-i+1\right)^n-\left(k-i\right)^n\right)\sum\limits_{j=0}^{p}c_j\left(\left(i-1\right)\Delta t\right)^j=1,\\ \dfrac{\Delta t^n}{\gamma^n}\sum\limits_{i=1}^{q}\left(\left(q-i+1\right)^n-\left(q-i\right)^n\right)\sum\limits_{j=0}^{p}c_j\left(\left(i-1\right)\Delta t\right)^j\le 1,\\ q=\overline{1,k-1}.\end{cases}\end{gathered} \tag{4}$$

Після перегрупування отримаємо

$$\begin{gathered}\varepsilon_u\left(c_0,c_1,...,c_p\right)=\sum_{j=0}^{p}c_j\cdot\Delta t\sum_{i=1}^{k}\left(\left(i-1\right)\Delta t\right)^j\to\max,\\ \begin{cases}\sum\limits_{j=0}^{p}c_j\dfrac{\Delta t^n}{\gamma^n}\sum\limits_{i=1}^{k}\left(\left(k-i+1\right)^n-\left(k-i\right)^n\right)\left(\left(i-1\right)\Delta t\right)^j=1,\\ \sum\limits_{j=0}^{p}c_j\dfrac{\Delta t^n}{\gamma^n}\sum\limits_{i=1}^{q}\left(\left(q-i+1\right)^n-\left(q-i\right)^n\right)\left(\left(i-1\right)\Delta t\right)^j\le 1,\\ q=\overline{1,k-1}.\end{cases}\end{gathered} \tag{5}$$

Якщо ввести позначення

$$u_{0j}=\Delta t\sum_{i=1}^{k}\left(\left(i-1\right)\Delta t\right)^j, \tag{6}$$

$$u_{kj}=\frac{\Delta t^n}{\gamma^n}\sum_{i=1}^{k}\left(\left(k-i+1\right)^n-\left(k-i\right)^n\right)\left(\left(i-1\right)\Delta t\right)^j \tag{7}$$

$$\begin{gathered}u_{qj}=\frac{\Delta t^n}{\gamma^n}\sum_{i=1}^{q}\left(\left(q-i+1\right)^n-\left(q-i\right)^n\right)\left(\left(i-1\right)\Delta t\right)^j,\\ q=\overline{1,k-1}\end{gathered} \tag{8}$$

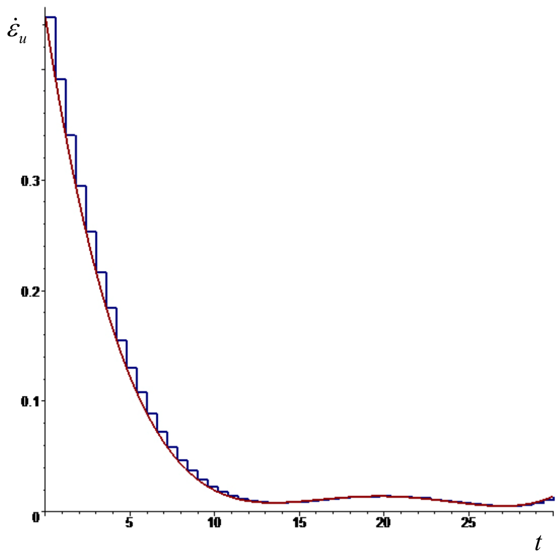
то отримаємо задачу лінійного програмування

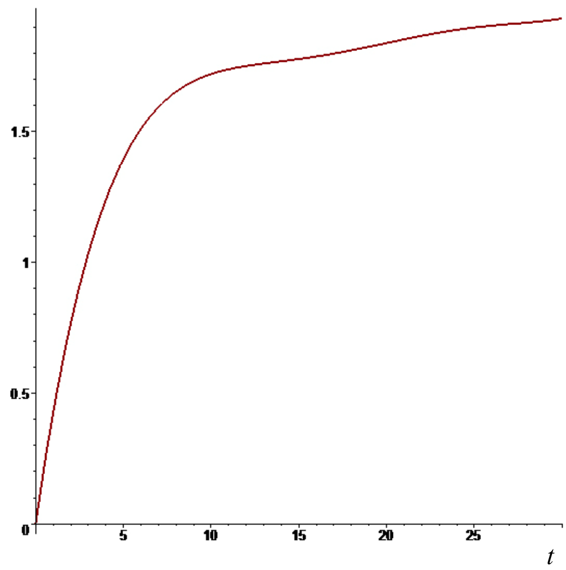
$$\varepsilon_u\left(c_0,c_1,...,c_p\right)=\sum_{j=0}^{p}u_{0j}c_j\to\max \tag{9}$$

$$\begin{cases}\sum\limits_{j=0}^{p}u_{kj}c_j=1;\\ \sum\limits_{j=0}^{p}u_{qj}c_j\le 1;\\ q=\overline{1,k-1},\end{cases} \tag{10}$$

При $p=4$ і $k=50$ для сталі 14Х17Н2 отримали найкращий результат: максимальна деформація склала 1,93338 при законі зміни швидкості деформації

$$\dot{\varepsilon}_u\left(t\right)=3,43\cdot10^{-6}t^4-2,76\cdot10^{-4}t^3+7,97\cdot10^{-3}t^2-0,0983t+0,447\,. \tag{11}$$





При цьому ані збільшення степеня полінома, ані збільшення кількості ступенів зміни швидкості не призводило до збільшення максимальної накопиченої деформації.

ВИСНОВКИ

1. Для визначення оптимального швидкісного режиму багатоступеневого гарячого деформування, з метою зменшення впливу кількості ступенів на структуру задачі нелінійного програмування, розв'язок пропонується шукати у вигляді багатоступеневої зміни швидкості із однаковою тривалістю ступенів і із зміною швидкості за траєкторією, яка задається певною функцією із параметрами.
2. Якщо траєкторію зміни швидкості апроксимувати поліномом, то варіаційна задача зводиться до задачі лінійного програмування, де невідомими виступають коефіцієнти полінома.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Михалевич В. М. Постановка и решение оптимизационных задач в теории деформируемости / В. О. Краєвський, В. М. Михалевич // Вісник національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут". Серія машинобудування. - К.: НТУУ "КПІ", 2010. - С. 142-145..
2. Михалевич В. М. Определение оптимальных параметров многоступенчатой схемы изменения скорости деформаций деформируемости / В. О. Краєвський, В. М. Михалевич // Обработка материалов давлением, 2011. – №2(27). – С. 10-13.
3. Краєвський В. О. Вариационные задачи в теории деформируемости / В. О. Краєвський, В. М. Михалевич // Надійність і довговічність машин і споруд: Міжнар. наук.-техн. зб. – К.: ІПМіцн. ім. Г.С.Писаренка НАНУ, 2013. – Вип. 37. – С. 90-97.
4. Краєвський В. О. Оптимізація швидкісного режиму багатоступеневого гарячого деформування при однаковій тривалості ступенів / В. О. Краєвський, В. М. Михалевич // Вісник ДонНУ. Серія А : Природничі науки. – 2015. – № 1-2. - С. 46-52.

Краєвський Володимир Олександрович – к.т.н., доцент кафедри вищої математики Вінницького національного технічного університету

Kraievskyi Volodymyr - Ph.D., Associate Professor, Department of Mathematics Vinnytsia National Technical University