УДК 519.21(075.8)

Сачанюк-Кавецька Н. В.

КУТОВЕ ПЕРЕТВОРЕННЯ ФІШЕРА ДЛЯ АНАЛІЗУ УСПІШНОСТІ СТУДЕНТІВ

Вінницький національний технічний університет

Анотація. В даній доповіді розглядаються особливості застосування багатофункціонального статистичного критерію – кутового перетворення Фішера для аналізу успішності студентів.

Ключові слова: кутове перетворення Фішера, вибірка, критичне значення, гіпотеза.

Abstract. In this report, we consider features of the use the multifunctional statistical criterion – the Fisher's turning point for student success analysis .

Keywords: Fisher's turning point, sample, critical value, hypothesis.

Щорічно з метою виявлення рівня залишкових знань студентів та контролю за якістю навчального процесу здійснюється проведення комплесних контрольних робіт з навчальних дисциплін. На цей контрольний захід виносять весь матеріал, передбачений навчальною програмою дисципліни. Оцінювання рівня залишкових знань студентів здійснюють з нормативних дисциплін, вивчення яких закінчено у попередньому семестрі або навчальному році.

У відповідності до «Положення про методику управління та контролю якості навчання у Вінницькому національному технічному університеті» [1] контрольне завдання ККР – це перелік формалізованих питань (тестів), вирішення яких потребує уміння застосовувати інтегровані знання програмного матеріалу дисципліни, до того ж ККР повинно мати однакову структуру (за кількістю питань або тестів), бути рівнозначної складності, а трудомісткість відповідати відведеному часу контролю. Дані вимоги дають підгрунтя для формування ідеальних умов щодо застосування багатофункціональних статистичних критеріїв для порівняння успішності студентів за результатами проведення ККР.

Багатофункціональні статистичні критерії – це критерії, які можуть бути використані до різноманітних даних, вибірок та задач [2].

Багатофункціональні критерії побудовані на співставленні часток, що виражені в частках одиниці чи відсотках, тому з'являється можливість проведення порівняльного аналізу успішності студентів різних років навчання. Зміст критеріїв полягає у визначенні того, яка частка спостережень у даній вибірці характеризується ефектом, що нас цікавить, і яка частка цим ефектом не характеризується.

Таким ефектом може бути:

1) конкретне значення ознаки, що визначається якісно – наприклад, згода з якимось висновком; віднесеність до певної категорії студентів за успішністю (відмінник, «ледар») тощо;
2) певний рівень ознаки, що вимірюється кількісно – наприклад, отримання оцінки, що перевищує середній бал успішності групи за екзаменаційними відомостями; кількість правильних відповідей на тестові питання кожним студентом групи тощо.

Таким чином, шляхом зведення довільних даних до альтернативної шкали «Є ефект – немає ефекту» багатофункціональні критерії дозволяють розв'язувати всі наведені задачі співставлення – порівняння категорій студентів та рівня засвоєння знань.

До числа багатофункціональних критеріїв, які відповідають вимогам до аналізу успішності знань студентів при проведенні ККР, повною мірою відноситься критерій φ^* Фішера (кутове перетворення Фішера). Кутове пертворення Фішера застосовують в тих випадках, коли обстежено дві вибірки досліджуваних і призначений він для співставлення цих вибірок за частотою появи ефекту, що цікавить дослідника. В даному випадку це успішність студентів за залишковими знаннями.

Критерій оцінює достовірність відмінності між відсотковими частками двох вибірок, в яких зафіксовано ефект, що нас цікавить.

Зміст кутового перетворення Фішера полягає в переведенні відсоткових часток у величини центрального кута, щи вимірюється в радіанах. Більшій відсотковій частці буде відповідати більший кут φ, а меншій частці – менший кут, але співвідношення тут не лінійне:

$$\varphi = 2 \cdot \arcsin \sqrt{P}, \quad (1)$$

де P – відсоткова частка, виражена в частках одиниці.

При збільшенні розбіжності між кутами φ_1 і φ_2 та збільшенні чисельності вибірок, значення критерію зростає. Чим більшою є величина φ^*, тим більш ймовірно, що відмінності достовірні.

Зазвичай при використанні кутового перетворення Фішера висувають такі гіпотези:

H_0: Частка осіб, що мають досліджувану ознаку, у вибірці 1 не більша, ніж у вибірці 2;

H_1: Частка осіб, що мають досліджувану ознаку, у вибірці 1 більша, ніж у вибірці 2.

Формула, якої дотримується Є. В. Гублер [3] при підрахунку значень φ припускає, що 100% складають кут $\varphi = 3{,}142$. Критерій φ^* дозволяє визначити, чи дійсно один з кутів статистично достовірно перевищує інші за згаданих об'ємів вибірок.

Слід відмітити, що даний критерій має певні обмеження.

1. Жодна із часток, що співставляються, не повинна дорівнювати нулю. У цих випадках результат може виявитись невиправдано завищеним.

2. Верхньої межі не існує – вибірки можуть бути як завгодно великі.

Нижня межа – 2 спостереження в одній із вибірок. Однак повинні зберігатися такі співвідношення чисельності двох вибірок:

2. а) якщо в одній вибірці усього 2 спостереження, то в іншій повинно бути не менше 30: $n_1 = 2 \rightarrow n_2 \geq 30$;

2. б) якщо в одній із вибірок усього 3 спостереження, то в другій повинно бути не менше 7: $n_1 = 3 \rightarrow n_2 \geq 7$;

2. в) якщо в одній із вибірок усього 4 спостереження, то в другій повинно бути не менше 5: $n_1 = 4 \rightarrow n_2 \geq 5$;

2. г) при $n_1, n_2 \geq 5$ можливі довільні співставлення.

В принципі, можливо провести співставлення вибірок, що не відповідають умові. Наприклад, $n_1 = 2$, $n_2 = 15$, але в цих випадках не буде виявлено достовірних відмінностей.

У відповідності до вище наведених гіпотез та обов'язкових обмежень для аналізу успішності та формування висновків про рівень залишкових знань студентів різних курсів навчання (2-й та 3-й) при вивченні та завершенні вивчення курсу «Вища математика» застосуємо перетворення Фішера до двох досліджуваних груп ФЕЕМ ВНТУ.

Гіпотетично, рівень залишкових знань має бути вищим у студентів 3-го курсу, які завершили вивчення дисципліни, тому розглянемо результати ККР студентів групи 1Е-15б (кількістю $n_1 = 19$ чоловік). В якості контрольної групи порівняння візьмемо групу 1Е-16б кількістю $n_2 = 21$ студент.

В даному варіанті використання критерію ми порівнюємо відсоток досліджуваних, що характеризуються наявністю оцінок «добре» та «відмінно» в одній вибірці, з відсотком досліджуваних в іншій вибірці, що характеризуються тією ж якістю.

Такі оцінки «добре» та «відмінно» з ККР отримали відповідно 11 та 10 студентів з першої та другої групи, взятих для аналізу. В першому випадку відсоткова частка тих, що розв'язали задачу становить

$$\frac{11}{19} \cdot 100\% \approx 58\%,$$

а в другому

$$\frac{10}{21} \cdot 100\% \approx 48\%.$$

Чи достовірно, що при даних n_1 та n_2 ці відсоткові частки відмінні?

Здавалося б, що 58% суттєво перевищує 48%.

Перевіримо отриману відмінність. Оскільки нас цікавить факт отримання оцінок «добре» та «відмінно» з ККР, будемо вважати «ефектом» наявність таких оцінок, а відсутність ефекту – отримані оцінки «незадовільно» та «задовільно».

Сформулюємо гіпотези для наближення нашої практичної задачі до застосування перетворення Фішера.

H_0: Частка осіб, що отримали оцінки «добре» та «відмінно» з ККР в першій групі не більша, ніж в другій.

H_1: Частка осіб, що отримали оцінки «добре» та «відмінно» з ККР в першій групі більша, ніж в другій.

Побудуємо таблицю, яка фактично є таблицею емпіричних частот за двома значеннями ознаки: «є ефект» – «немає ефекту» (табл. 1).

Таблиця 1 – Таблиця емпіричних частот досліджуваної ознаки

Групи	«Є ефект»: задачу розв'язано			«Немає ефекту»: задачу не розв'язано			Суми
	Кількість студентів	Відсоткова частка		Кількість студентів	Відсоткова частка		
3-й курс (1Е-15б)	11	58%	А	8	42%	Б	19
2-й курс (1Е-16б)	10	48%	В	11	52%	Г	21
Суми	21			23			40

За статистичною таблицею величини кута φ для різних відсоткових часток (за Урбахом В. Ю.) (див. табл. 2), визначимо величини φ, які відповідають кожній з груп.

Таблиця 2 – Окремі рядки величини кута φ (за Урбахом В. Ю.) [4]

% частка	%, останній десятковий знак									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	Значення $\varphi = 2 \cdot \arcsin\sqrt{P}$									
48	1,531	1,533	1,535	1,537	1,539	1,541	1,543	1,545	1,547	1,549
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
58	1,731	1,734	1,736	1,738	1,740	1,742	1,744	1,746	1,748	1,750

В нашому випадку $\varphi_{1(58\%)} = 1{,}731$, $\varphi_{2(48\%)} = 1{,}531$. Тепер обчислимо емпіричне значення φ^* за формулою:

$$\varphi^* = (\varphi_1 - \varphi_2) \cdot \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2}{n_1 + n_2}}, \qquad (2)$$

де φ_1 – кут, що відповідає більшій відсотковій частці;

φ_2 – кут, що відповідає меншій відсотковій частці;

n_1 – кількість спостережень у вибірці 1;

n_2 – кількість спостережень у вибірці 2.

В даному випадку: $\varphi^*_{emp} = (1{,}731 - 1{,}531) \cdot \sqrt{\frac{19 \cdot 21}{19 + 21}} = 0{,}2 \cdot \sqrt{9{,}975} = 0{,}63.$

Для рівня значимості $\rho = 0{,}05$ знайдемо критичне значення критерію: $\varphi^*_{kryt} = 1{,}64$.

Оскільки $\varphi^*_{emp} < \varphi^*_{kryt}$, то гіпотеза H_0 приймається. Частка студентів, що отримали оцінки «добре» та «відмінно» з ККР, в першій групі не більша, ніж в другій групі.

Отже, повернемось до нашого порівняння, що 58% суттєво перевищує 48%, тобто відсоткова частка студентів третього курсу, які отримали оцінки «відмінно» та «добре» суттєво більша відсоткової частки студентів другого курсу, що отримали аналогічні оцінки. Однак, за проведеним дослідженням згідно перетворенню Фішера, ці відмінності за даної кількості студентів в групах не достовірні. Тому, те що здавалось суттєвим, із статистичної точки зору може таким не виявитись. За якісного підбору комплекту завдань в ККР, який має відповідати зрізу знань, кількість років навчання істотним чином не впливає на успішність студентів.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Положення про методику управління та контролю якості навчання у Вінницькому національному технічному університеті./Уклад. В. О. Леонтьєв, Г. Л. Лисенко, Г. П. Котлярова. - Вінниця: ВНТУ, 2007. – 19 с.
2. Плохинский Н. А. Биометрия. 2-е изд. – М.: МГУ, 2015. – 368 с.
3. Гублер Е. В. Вычислительные методы анализа и распознавания патологических последствий. – Л.: Медицина, 1978. – 295 с.
4. Урбах В. Ю. Статистический анализ в биологических и медицинских исследованиях. – М.: Медицина, 1975. – 297 с.

Сачанюк-Кавецька Наталія Василівна, к.т.н., доцент, доцент каф. ВМ

Sachaniuk-Kavets'ka Natalia, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor the department of Higher mathematics