УДК 519.873

І. О. Дьогтєва

СТАТИСТИЧНЕ ОЦІНЮВАННЯ ПАРАМЕТРА λ-РОЗПОДІЛУ ДЛЯ АНАЛІЗУ НАДІЙНОСТІ СИСТЕМИ ЗАХИСТУ СКЛАДНИХ ІНФОРМАЦІЙНИХ СИСТЕМ

Вінницький національний технічний університет

Анотація

Побудовано статистичну оцінку розподілу, який може слугувати характеристикою надійності елементів системи, або деяких систем в цілому. Дану оцінку перевірено на відповідність основним властивостям подібних оцінок.

Ключові слова: статистична оцінка, надійність, розподіл, функція розподілу.

Abstract

A statistical estimation of the distribution, which can serve as a characteristic of the reliability of system elements, or some systems as a whole, is constructed. This assessment has been verified for compliance with the basic properties of such evaluations.

Keywords: statistical evaluation, reliability, distribution, distribution function.

Вступ

В Україні проблема інформаційної безпеки постала вкрай гостро, оскільки питання про інформаційну безпеку держави є найбільш чутливим для системи національної безпеки і оборони загалом та визначальними для забезпечення національного суверенітету держави зокрема [1].

Підтримка безперервності функціонування системи захисту складних інформаційних систем, мінімізація ризиків, зниження витрат і підвищення ефективності інвестицій в захист інформації потребують пошуку моделей, які максимально адекватно описували б механізм відмов відповідних систем з причини виникнення потенційних загроз при моделюванні (проектуванні) таких систем.

Зазвичай теорія ймовірностей має певний запас базисних функцій розподілу, які успішно використовуються в теорії надійності. Однак статистику відмов не завжди можна описати відомими розподілами в чистому вигляді.

У роботі [2] за допомогою методу стохастичного склеювання побудовано клас розподілів (λ-розподіли) $\overline{F}(t,\lambda)=\left(1+\lambda^2 t^2\right)e^{-\lambda^2 t^2}$. Виявлено, що однопараметричне сімейство $F(t,\lambda)=1-\left(1+\lambda^2 t^2\right)e^{-\lambda^2 t^2}$ не збігається з відомими сімействами подібного вигляду, зокрема, з розподілом Вейбулла, його частинним випадком Релея, нормальним урізаним розподілом та не належить до сімейства кривих Пірсона.

Для отримання оцінки параметра λ-розподілу по вибіркам $t_1, t_2, \ldots, t_n$ запропоновано використати метод максимальної правдоподобності. Якість оцінок невідомих параметрів прийнято визначати за допомогою таких основних характеристик: незміщеність, спроможність та ефективність [3].

Метою роботи є побудова статистичної оцінки параметра λ-розподілу та перевірка на відповідність основним властивостям оцінкам по вибірці, що дозволить використання даної оцінки для аналізу надійності системи захисту інформації в інформаційному середовищі.

Результати дослідження

Оцінка λ^{2*} будується для розподілу випадкової величини

$$F(t,\lambda)=\begin{cases}0,\ t<0,\\ 1-\left(1+\lambda^2 t^2\right)e^{-\lambda^2 t^2},\ t\ge 0.\end{cases} \tag{1}$$

з функцією щільності розподілу

$$f(t,\lambda)=\begin{cases}0,\ t<0,\\ 2\lambda^4 t^3 e^{-\lambda^2 t^2},\ t\geq 0.\end{cases} \quad (2)$$

Нехай $t_1, t_2, ..., t_n$ – вибірка об’єму n з λ-розподілу (1). Функція максимальної правдоподібності для щільності розподілу (2) буде мати вигляд:

$$L(t_1,t_2,...,t_n,\lambda^2)=2^n \lambda^{4n} e^{-\lambda^2\sum_{k=1}^{n} t_k^2} \prod_{k=1}^{n} t_k^3. \quad (3)$$

Функція (3) та її логарифмічна форма має однакові екстремуми, зокрема точкою максимуму буде $\lambda^2=\frac{2n}{\sum_{k=1}^{n} t_k^2}$. Тому за статистичну оцінку невідомого параметра λ^2 приймаємо:

$$\lambda^{2*}=\frac{2n}{\sum_{k=1}^{n}\xi_k^2} \quad (4)$$

При розрахунках математичного сподівання побудованої оцінки (4) відповідної вибірки виявилось, що λ^{2*} – асимптотично незміщена, тобто: $\lim_{n\to\infty} M(\lambda^{2*})=\lambda^2$.

Для перевірки на спроможність варто взяти за оцінку таку функцію:

$$\overline{\lambda}^2=\frac{2n-1}{\sum_{k=1}^{n}\xi_k^2}. \quad (5)$$

Розрахунки показали, що $\lim_{n\to\infty} D(\overline{\lambda}^2)=0$, тобто оцінка (5) невідомого параметра λ^2 – спроможна.

Крім того, врахувавши, що $\frac{d^2 \ln L}{d(\lambda^2)^2}=-\frac{2n}{\lambda^4}$, маємо, що інформація Фішера про вибірку $I(\lambda^2)=\frac{2m}{\lambda^4}$ і нижня межа дисперсії оцінок параметра λ^2 дорівнює $\frac{1}{I(\lambda^2)}=\frac{\lambda}{2n}$. Порівнявши останній результат з дисперсією незміщеної оцінки λ^2, маємо, що оцінка майже ефективна (асимптотично ефективна).

Висновки

Отримано статистичну оцінку параметра λ-розподілу, встановлено, що дана оцінка асимптотично незміщена, спроможна і майже ефективна. Отримана оцінка дозволить проводити аналіз надійності системи захисту інформаційної системи.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Голубенко О. Л. Політика інформаційної безпеки / Голубенко О. Л., Хорошко В. О., Петров О. С., Головань С. М., Яремчук Ю. Є. – Луганськ: Вид. СНУ ім. В. Даля, 2009. – 300 с.

2. DOHTIEVA, I.O.. λ -розподіл. Властивості та числові характеристики λ -розподілу.. Вісник Донецького національного університету. Серія А: Природничі науки, [S.l.], n. 1/2, p. 15-24, jan. 2017. ISSN 1817-2237. Доступно за адресою: <http://jvestnik-a.donnu.edu.ua/article/view/2995>. Дата доступу: 18 mar. 2018.

3. Гнеденко Б.В., Беляев Ю.К., Соловьев А.Д. Математические методы в теории надежности. - М.: Наука, 1965. - 524 с.

Дьогтєва Ірина Оксентіївна — асистент кафедри менеджменту та безпеки інформаційних систем, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, e-mail: iryna.djogtjeva@gmail.com

Dohtieva Iryna O. — Assistant at the Department of Management and Security of Information Systems, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail : iryna.djogtjeva@gmail.com