

# Логічне виведення по нечіткій базі знань з різнорідними правилами

С. Д. Штовба<sup>1</sup>, А. В. Нагорна<sup>1</sup>

*Анотація: Inference algorithms on fuzzy knowledge base with different types of rules (Sugeno, Mamdani, Larsen etc) are proposed.*

*Ключові слова: нечітка база знань, логічне виведення.*

## I. Вступ

Розглянемо гібридну нечітку базу знань з правилами різних форматів. В ній для опису залежності між входами та виходом одночасно використовуються правила в різних форматах. Це дозволяє описувати досліджувану залежність в різних зонах факторного простору за допомогою нечітких правил найбільш релевантного формату. Наприклад, в області малих значень факторів впливу ( $x_1$  та  $x_2$ ) відома така лінійна залежність між входами та виходом –  $y = 5x_1 + 2x_2 - 3$ , а в області великих значень факторів впливу тільки відомо, що вихідні значення дуже високі. Тоді цю інформацію можна представити такою гібридною нечіткою базою знань з одним правилом Сугено та одним правилом Мамдані:

*Якщо  $x_1 =$  Низький та  $x_2 =$  Низький, тоді  $y = 5x_1 + 2x_2 - 3$*

*Якщо  $x_1 =$  Високий та  $x_2 =$  Високий, тоді  $y =$  Дуже високий*

Для розробки алгоритмів виведення за такою гібридною нечіткою базою знань, можливі варіанти комбінацій правил згрупуємо у такі 3 випадки:

1) коли, в результаті логічного виведення за кожним правилом утворюється нечітка множина на неперервному носії, тобто база знань складається лише з правил у форматі Мамдані та Ларсена;

2) коли, в результаті логічного виведення за кожним правилом утворюється сингтонна нечітка множина, тобто база знань складається з сингтонних правил та правил у форматі Сугено і Цукамото;

3) коли, наявні правила з першого та другого випадків, тобто в базі знань є правила у форматі Мамдані чи Ларсена та сингтонні правила, або правила у форматі Сугено чи Цукамото.

Зауважимо, що правила з класифікаційної бази знань неможливо поєднати з правилами інших типів в рамках однієї неієрархічної бази знань.

Нижче пропонуються алгоритми логічного виведення для кожного із трьох випадків: з нечітким, з чітким та змішаним виходами. Розглядається варіанти виведення за чітких та нечітких початкових даних.

## II. Виведення за правила з нечіткими консеквентами

Розглянемо нечітку базу знань з правилами Мамдані та Ларсена. В результаті імплікації за кожним правилом отримуємо нечітку множину на неперервному носії. Далі проведемо їх агрегування, шляхом об'єднання отриманих нечітких множин. І останньою процедурою буде дефаззифікація результуючої нечіткої множини.

Операція об'єднання є асоціативною, тому порядок агрегування неважливий. Відповідно, можна спочатку агрегувати результати виведення за правилами одного типу, наприклад, Мамдані, а потім – за правилами іншого

типу – Ларсена. Далі об'єднаємо результати агрегування за правилами Мамдані та за правилами Ларсена. В цьому випадку під час програмної реалізації можна гібридну нечітку базу знань розбити на 2 бази знань з гомогенними правилами – на бази знань Мамдані та Ларсена. Далі за одного і того ж значення вхідних змінних здійснюємо логічне виведення (без дефаззифікації) за кожною базою знань. Отримані нечіткі множини об'єднуємо і проводимо дефаззифікацію. За нечітких значень вхідних змінних в логічному виведенні за цією гібридною нечіткою базою знань зміниться лише перша процедура – фаззифікація, яку виконаємо за правилами [1, 2].

## III. Виведення за з чіткими консеквентами

Розглянемо нечітку базу знань з сингтонних правил та правил у форматі Сугено і Цукамото. В результаті імплікації за кожним правилом отримуємо пару чисел – кількісне значення вихідної змінної та ступінь належності. Далі об'єднуємо їх в одну нечітку множину на дискретному носії. І останньою процедурою буде дефаззифікація результуючої нечіткої множини.

Операція об'єднання є асоціативною, тому порядок агрегування неважливий. Відповідно, можна, наприклад, спочатку агрегувати результати виведення за правилами Сугено, а потім – за правилами Цукамото, а в кінці – за сингтонними правилами. В цьому випадку під час програмної реалізації можна гібридну нечітку базу знань розбити на 3 бази знань з гомогенними правилами – на базу знань Сугено, базу знань Цукамото та на сингтонну базу знань. Далі за одного і того ж значення вхідних змінних здійснюємо логічне виведення (без дефаззифікації) за кожною базою знань. Отримані нечіткі множини об'єднуємо і проводимо дефаззифікацію.

У випадку нечітких значень вхідних змінних в логічному виведенні за гібридною нечіткою базою знань із сингтонних правил та правил Цукамото зміниться лише перша процедура – фаззифікація. Інші процедури логічного виведення залишаються без змін.

Якщо база знань складається з правил Сугено, тоді за нечітких початкових даних  $\tilde{X}^* = (\tilde{x}_1^*, \tilde{x}_2^*, \dots, \tilde{x}_n^*)$  змінюється не лише фаззифікація, але і процедура формування поточних значень консеквентів. У цьому випадку нечіткі значення входів підставляємо в лінійні залежності в консеквентах і розраховуємо поточні значення консеквентів за правилами нечіткої арифметики:

$$\tilde{d}_j = b_{j1}\tilde{x}_1^* + b_{j2}\tilde{x}_2^* + \dots + b_{jn}\tilde{x}_n^* + b_{j0}, \quad j = \overline{1, m} \quad (1)$$

Формула (1) означає, що для кожного вхідного вектора  $\tilde{X}^*$  продукуються нечіткі значення консеквентів правил:  $\tilde{d}_1, \tilde{d}_2, \dots, \tilde{d}_m$ . Це еквівалентно породженню для кожного вхідного вектора  $\tilde{X}^*$  нечіткої бази знань Мамдані з унікальним набором консеквентів. В результаті імплікації за кожним правилом отримуємо нечітку множину на неперервному носії. За правилами інших типів (сингтонними та Цукамото) отримуємо нечітку множину

на дискретному носію. Далі необхідно провести агрегування нечітких множин на різних носіях – дискретному та неперервному. Це відповідає випадку зі змішаними консеквентами, який розглянемо нижче.

#### IV. Виведення за правила з різнорідними консеквентами

Розглянемо випадок, коли в базі знань є правила у форматі Мамдані чи Ларсена спільно з сингтонними правилами, або правилами у форматі Сугено чи Цукамото. За правилами Мамдані та Ларсена на виході отримуємо нечітку множину на неперервному носії. В програмних пакетах з проектування нечітких систем цей неперервний носій дискретизують і отримують дискретну універсальну множину з потужністю на рівні 100 [2]. За правилами Сугено, Цукамото чи за сингтонними правилами на виході отримуємо нечітку множину на дискретному носії, потужність якої дорівнює кількості правил. Зазвичай кількість таких правил не перевищує 10, тому і на цих 10 точках буде задана вихідна нечітка множина. Якщо об'єднати вихідні неперервну та дискретну нечіткі множини та провести дефаззифікацію, то її результат майже не залежатиме від правил Сугено, Цукамото чи сингтонних правил. Це відбувається через те, що в результуючій нечіткій множині кількість елементів, що надійшли з дискретного носія буде на 1-2 порядки менше, ніж тих, що надійшли від неперервного носія. В зв'язку з цим потрібен інший підхід до дефаззифікації результатів логічного виведення за базою знань зі змішаними правилами.

Новий підхід пропонується на основі принципу рівноважливості правил. За цим принципом правила з однаковими ступеням виконання забезпечують однакові внески в формування чіткого вихідного значення. Відповідно дефаззифікацію здійснимо у такий спосіб. За логічним виведенням за кожним правилом Мамдані чи Ларсена отримуємо нечітку множину, над якою відразу проводимо дефаззифікацію. Отримане чітке значення разом зі ступенем виконання правила утворює сингтонну вихідну нечітку множину, яка є аналогом результату логічного виведення за сингтонним правилом. Іншими словами, результати логічного виведення за правилами Мамдані чи Ларсена зводимо до результатів за форматами правил другої групи (Сугено, Цукамото та сингтонної баз знань). Це призводить до того, що змішанні неперервно-дискретні результати логічного виведення перетворюються до дискретних нечітких множин. Далі залишилось їх агрегувати (об'єднати) та виконати дефаззифікацію за центром тяжіння. Якщо консеквенти правил Сугено та Ларсена задано симетричними функціями належності, тоді можна відразу перейти до еквівалентних нечітких сингтонних правил. Консеквенти еквівалентних сингтонних правил прирівняємо до результатів дефаззифікації нечітких множин з консеквентів правил Мамдані та Ларсена. Ці значення за симетричних функцій належності збігаються з ядрами відповідних нечітких множин. Така процедура суттєво скоротить обчислювальну складність нечіткого логічного виведення.

У випадку змішаних правил у ієрархічних нечітких базах знань потрібні нечіткі оцінки результатів проміжних логічних виведень. Для формування результуючої нечіткої множини за логічним виведенням по базі знань зі змішаними правилами пропонуються 2 варіанти. В обох варіантах вона формується об'єднанням двох нечітких множин. Перша з яких утворюється агрегуванням результатів логічного виведення за сингтонними правилами, правилами Сугено та Цукамото. В другій множині утворюється агрегуванням результатів логічного виведення за правилами Мамдані та Ларсена. Її можна сформуувати на неперервному носії або на дискретному носії, після попередньої дефаззифікації результатів виведення за кожним правилом. Відповідно вихідну нечітку множину за результатом виведення по усій базі знань отримуємо: за першим варіантом – на неперервному носії та за другим варіантом – на дискретному носії.

Переваги першого варіанту полягають у тому, що:

1) уся інформація про результати логічного виведення по правилам Мамдані та Ларсена зберігається у вихідній нечіткій множині;

2) у випадку неактивності сингтонних правил або правил Сугено та Цукамото нечітка множина на виході збігається з нечітким результатом логічного виведення за правилами Мамдані та Ларсена. Недолік першого варіанта полягає у тому, що результати дефаззифікації цієї нечіткої множини не збігаються з чітким значенням на виході, отриманому за запропонованим вище підходом. Перевагами другого варіанту є еквівалентність результатів дефаззифікації вихідної нечіткої величини, але при цьому втрачаються усі переваги першого варіанта.

#### V. Висновок

Одночасне оперування з правилами різних типів дозволяє описувати досліджувані залежності в різних зонах факторного простору за допомогою нечітких правил найбільш релевантного формату. Потреба в такій гібридизації обумовлена тим, що ті чи інші особливості складних багатofакторних залежностей краще описують нечіткі правила різних типів. В доповіді запропоновано підхід до логічного виведення за різних комбінацій нечітких правил різних типів в одній базі знань.

#### VI. Список посилань

[1] Панкевич О.Д. Діагностування тріщин будівельних конструкцій за допомогою нечітких баз знань. / Панкевич О.Д., Штовба С.Д. – Вінниця: УНІВЕРСУМ–Вінниця, 2005. – 108 с.

[2] Штовба С.Д. Проектирование нечетких систем средствами MATLAB / Штовба С.Д. – М.: Горячая линия – Телеком, 2007. – 288 с.

<sup>1</sup> Вінницький національний технічний університет, вул. Хмельницьке шосе, 95, м. Вінниця, 21021