

**В. Я. Данилов**  
**Н. С. Глухова**

## **ТРАНСФОРМАЦІЯ СТАТИСТИЧНИХ ПІДХОДІВ ВИДІЛЕННЯ ДИНАМІКИ ЕКОНОМІЧНИХ ЦИКЛІВ**

<sup>1</sup>НТУ «Київський політехнічний інститут»

*Висвітлено основні статистичні підходи щодо трансформації економічних часових рядів на тренд та циклічну компоненту. Виділені основні недоліки емпіричних досліджень в Україні, що пов'язані з нехтуванням характеристиками тренда в економічних даних. Висвітлено проблему прогнозування економічних процесів за допомогою ARIMA-моделей. Сформовано рекомендації щодо методики дослідження часових рядів в економічних дослідженнях.*

**Ключові слова:** економічні цикли, тренд, ARIMA-модель, Н-Р-фільтри.

### **Вступ**

Дослідження економічних циклів сьогодні є однією з головних проблем економічної науки як в теоретичному, так і у прикладному аспекті. Відповідно до уявлень більшості науковців, економічні цикли доцільно розглядати як коливальні процеси макроекономічної кон'юнктури навколо певних рівноважних значень агрегованих макроекономічних показників: ВВП, інфляція, обмінний курс тощо. На перших стадіях формування цілісної економічної теорії уявлення про рушійні сили, які спричиняють циклічність, про тривалість циклів та способи виходу з фази спаду економіки були різними, але спільним було уявлення про те, що економіка циклічна. Основна ідея циклічності економіки — існує фундаментальний тренд, який уособлює довгострокові тенденції розвитку економіки, і є цикли, які розглядаються як тимчасові збурення і які неодмінно повертаються до тренда. Проте все досить різко змінилось з розвитком економетрики, накопиченням баз статистичних даних і появою першого програмного забезпечення для статистичних розрахунків.

*Метою роботи є аналіз еволюції поглядів на характер розвитку економічних явищ у часі та трансформація методичних проблем, що існують у сучасних емпіричних дослідженнях в Україні.*

### **Аналіз останніх досліджень і публікацій**

Зарубіжні дослідники переважно застосовують два стандартні методи датування піків і нижніх точок (дна) циклів ділової активності в окремих країнах і на глобальному рівні: статистичні процедури й методи суб'єктивної оцінки. Статистичні методи ґрунтуються на використанні показників реального ВВП. Суб'єктивні методи враховують динаміку значної кількості макроекономічних показників (реального ВВП, промислового виробництва, торгівлі, потоків капіталу, безробіття). Останній підхід, наприклад, використовується Національним бюро економічних досліджень США.

В огляді світових досліджень неможливо також не згадати про Фінна Кідланда, Едварда Прескота, Роберта Інгла, Клайва Гренжера, Крістофера Сімса, Томаса Сарджента, Чарльза Нельсона, Чарльза Плоссера, Джеймса Стока, Марка Уатсона, Джона Кохрейна, Грегорі Менк'ю, Джона Кемпбела.

У зарубіжній науковій літературі й аналітичних матеріалах міжнародних організацій ґрунтовно розглядаються як методики оцінювання циклів економічної активності, так і результати застосування цих методик для країн з розвинутою економікою. З іншого боку, відсутні дослідження економічних циклів у країнах СНД, що переважно зумовлюється обмеженістю статистичних даних (з огляду на недосконалість їх збору й обробки, а також обмеженість в оприлюдненні).

### **Результати дослідження**

Економічний цикл — періодичні коливання рівнів зайнятості, виробництва та інфляції. Причинами циклічності є: періодичне виснаження автономних інвестицій; ослаблення ефекту мультиплікації; коливання обсягів грошової маси; оновлення «основних капітальних благ» тощо.

Основними ознаками, які характеризують економічні цикли, є тривалість циклу, а також його

рушійні сили, що зумовлюють виникнення і механізм його проходження. З такого погляду всі економічні цикли поділяються таким чином:

1) цикли Кондратьєва, або довгохвильові цикли. Головна рушійна сила — радикальні зміни в технологічній базі суспільного виробництва. Тривалість: 40—60 років;

2) цикли Кузнеца. Рушійними силами є зрушення у відтворюваній структурі виробництва. Тривалість — 20 років;

3) цикли Джаглера є підсумком взаємодії багатьох грошово-кредитних факторів. Періодичність 7—11 років;

4) цикли Китчина обумовлюються динамікою відносної величини запасів товарно-матеріальних цінностей на підприємствах. Тривалість 3—5 років;

5) приватні господарські цикли. Охоплюють період від 1 до 12 років та існують через коливання інвестиційної активності.

Економічний часовий ряд є сукупністю чотирьох компонент: тренда, циклу, сезонності та нерегулярної похибки. Ці складові можуть бути представлені як адитивною, так і мультиплікативною моделлю. Мультиплікативна модель є гнучкішою та реалістичнішою, оскільки допускає міжчасові зміни у параметрах коливань часового ряду — амплітуда, тривалість тощо. Видалення сезонності з часового ряду не є простим завданням, оскільки вона може бути спричинена різними факторами, може бути стійкою або рухатись в часі, може змінювати статистичні характеристики часового ряду залежно від способу її видалення. Водночас за наявності сучасного програмного забезпечення та методичних матеріалів з цього питання вона є набагато простішою за проблему декомпозиції ряду на тренд та цикл.

Велика кількість економічних процесів характеризується наявністю тренда, що ставить важливе статистичне завдання, як врахувати в моделях цю довгострокову поведінку. Використовується два підходи. Так звана тренд-стаціонарна модель передбачає, що довгостроковий елемент (тренд) є детермінованою функцією часу, який часто вважається лінійним, і до нього має додаватись стаціонарна компонента, що представлена авторегресійним процесом з плаваючим середнім (ARMA) — цикл. Різницево-стаціонарна модель передбачає, що для перетворення у стаціонарну форму потрібно взяти різниці певного порядку.

Економічну динаміку у спрощеному вигляді можна представити двома різними процесами:

$$y_t = a + bt + e_t; \quad (1)$$

$$y_t = a + py_{t-1} + e_t, \quad (2)$$

де  $y_t$  — економічний показник;  $t$  — часовий тренд;  $e_t$  — похибка з нульовим середнім та визначеною варіацією.

Процес (1), вказує на те, що змінна зростає з постійним темпом ( $b$ ), а похибка пояснює відхилення від самого тренда. Таким чином, економічна динаміка представлена тренд-стаціонарним процесом. Процес стає стаціонарним після видалення тренда. Варіація часового ряду обмежена варіацією похибки, а прогноз зводиться до детерміністичної частини зі збільшенням горизонту. Процес (2), вказує на процес, що зростає на величину  $a$  кожного періоду (якщо  $p = 1$ ) відносно попередніх значень, а похибка моделі постійно впливає на наступні значення показника. Як видно з умов обох схем, зображений процес є нестаціонарним, але після взяття перших різниць переходить у стаціонарну форму, тому і називається різницево-стаціонарним. Процес (2) є однією з найпростіших форм процесу AR(1) і може сприйматись як випадкове блукання зі зміщенням. Процес, описаний заданою моделлю, є випадковими коливаннями, які задаються похибкою ( $e_t$ ), що додається до траєкторії зростання функції, заданої постійним зміщенням ( $a$ ). На відміну від процесу (1), цей процес не має тенденції повернення до постійної траєкторії росту, оскільки сама траєкторія є акумуляцією минулих похибок (шоків). Інакше кажучи, похибки впливають не тільки на стан процесу у поточному періоді, але і на динаміку показника у всіх наступних періодах. Для кращої візуалізації в процесі (2) можна почергово вставляти лагові значення змінної у і отримати таку формулу:

$$y_t = y_0 + at + \sum_{i=1}^t e_i. \quad (3)$$

Стосовно цього рівняння робимо висновок, що варіація змінної з часом зростає без обмежень, і шоки, які входять у систему ( $e_t$ ), впливають на неї перманентно. Процес (2) фактично становить

зміст гіпотези про одиничний корінь, згідно з якою, якщо  $p = 1$ , то процес належить до класу DS з усіма відповідними наслідками і властивостями. Якщо  $p < 1$ , то процес є стаціонарним і випадкові шоки мають зникати з часом [1]. Тестування нульової гіпотези про одиничний корінь є тестом, де під альтернативною гіпотезою розуміють таке: тяжіння змінної до свого середнього значення. Чим нижча ймовірність нульової гіпотези, тим сильніше тяжіння змінної до свого середнього значення або середнього значення росту [2]. В контексті дослідження економічних циклів виділимо проблему одиничного кореня. Існує два фундаментально різні типи шоків. Одні є «великими шоками», вони відбуваються нечасто та впливають на функцію тренда перманентно, тобто змушують змінюватись тренд, вносячи у нього коливання. «Звичайні шоки» відбуваються постійно і можуть як впливати, так і не впливати на тренд. Проблема виявлення одиничного кореня у цьому контексті полягає у питанні: чи мають звичайні шоки перманентний вплив на тренд [3]?

Характеристика тренда на рівні випуску країни має крім технічних аспектів, які свідчать проти моделі з лінійним трендом у динаміці ВВП, і теоретичні міркування, які ставлять під сумнів цю гіпотезу. Лінійний детерміністичний тренд не демонструє, звичайно, будь-яких циклічних або стохастичних короткострокових рухів. Така декомпозиція економічного часового ряду на довгострокову та короткострокову компоненти є дуже зручною, однак емпірично неприйнятною. Гіпотеза про те, що лінійний тренд спостерігається протягом довгого часу не є достовірною, насамперед потрібно враховувати вплив технологічного прогресу, експансійну та рестрикційну економічну політику, фінансові кризи та вплив екзогенних факторів.

Результат застосування лінійного тренда такий: до циклічної компоненти відносять, крім самого циклу, коливання у тренді та нерегулярну компоненту. Тому варіативність циклічної компоненти занадто висока. Оскільки ідея лінійного тренда у ВВП досить часто відкидається, то для виділення тренда та циклічної компоненти застосовуються інші методики:

- методи, що базуються на використанні виробничої функції різних модифікацій;
- одномірні фільтри, що використовують спостережені дані і проводять декомпозицію через побудову моделей типу ARIMA або механічних процедур (фільтр Ходріка–Прескотта);
- багатомірні моделі, що виявляють довгострокові зв'язки між змінними (VECM);
- структурні моделі часових рядів.

При цьому немає загальноприйнятої методики оцінки розриву випуску, що можна ототожнити з циклічною компонентою ВВП. Проаналізуємо характеристики кожного з підходів.

Одномірні фільтри за своєю природою є досить різними. Так, фільтри на основі ARIMA-моделей (Беверіджа–Нельсона) намагаються ідентифікувати процес, що генерує дані, і відокремити усереднене значення траєкторії руху змінної в часі. Фільтр Ходріка–Прескотта (Н-Р) не містить генерувального процесу, натомість автоматично відфільтровує високочастотні коливання

$$\min_{[x]_{t=1}^T} \left[ \sum_{t=1}^T c_t^2 + a \sum_{t=2}^T ((x_{t+1} - x_t) - (x_t - x_{t-1})) \right]^2, \quad \alpha > 0, \quad (4)$$

де  $T$  — це кількість спостережень;  $\alpha$  — параметр, що обмежує варіативність тренда;  $c$  — циклічна компонента;  $x$  — тренд.

Зі збільшенням  $\alpha$  стають жорсткішими обмеження на варіацію тренда, і він стає плавнішим. Функціонуючи таким чином, Н-Р-фільтр виділяє тренд, який є стохастичним, плавно рухається і не корелює з циклічною компонентою [4].

Проблема в застосуванні ARIMA-підходу така: алгоритм придатний для простих моделей довгих часових рядів, але не підходить для побудови складних моделей коротких рядів даних.

Статистичний підхід Ходріка та Прескотта не містить стандартний аналіз часових рядів. Основна гіпотеза цього алгоритму полягає у тому, що тренд рухається плавно в часі. Одним з недоліків фільтра Ходріка–Прескотта є неточність відображення крайніх точок часового ряду.

Популярний підхід останнього часу є альтернативою всім попереднім і полягає у побудові структурних моделей часових рядів. Цей метод особливо популярний серед економістів лондонської школи економіки (LSE). Сутність побудови структурних моделей часових рядів для виділення трендової та циклічної складової полягає у тому, щоб ввести в аналіз низку структурних рівнянь та аналізувати їх через накладення обмежень на різні компоненти. Розглядається система

$$y_t = \mu_t + \varphi_t + \varepsilon_t; \quad (5)$$

$$\mu_t = \mu_{t-1} + \beta_{t-1} + \mu_t, \quad \mu_t \sim NID(0, \delta_\mu^2); \quad (6)$$

$$\beta_t = \beta_{t-1} + \theta_t, \quad \theta_t \sim NID(0, \delta_\theta^2); \quad (7)$$

$$\varphi_t = p \cos a_c \varphi_{t-1} + p \sin a_c \varphi_{t-1}^* + x_t; \quad (8)$$

$$\varphi_t^* = -p \sin a_c \varphi_{t-1} + p \cos a_c \varphi_{t-1}^* + x_t^*; \quad (9)$$

де  $y_t$  — часовий ряд;  $\mu_t$  — тренд;  $\varphi_t$  — цикл;  $\varepsilon_t$  — похибка;  $\beta$  — кут нахилу;  $\mu$  та  $\zeta$  — нормально розподілені білі шуми не корельовані між собою;  $p$  — фактор затухання коливань ( $0 \leq p \leq 1$ );  $a_c$  — частота циклу в радіанах;  $x_t$  та  $x_t^*$  — похибки з  $NID(0, \delta_\theta^2)$ .

Похибки всіх трьох компонентів часового ряду є незалежними між собою.

Тренд, таким чином, є еквівалентним до ARIMA-процесу (0, 2, 1). Однак, якщо  $\delta_\theta^2 = 0$ , то тренд стає випадковим блуканням зі зміщенням. Якщо ж  $\delta_\mu^2 = 0$ , то тренд стає детерміністичним. Коли  $\delta_\mu^2 = 0$  та  $\delta_\theta^2 > 0$  тренд залишається інтегрованим процесом другого порядку і трендова компонента є досить плавною (smooth). Важливим питанням є виправданість встановлення обмеження  $\delta_\mu^2 = 0 = 0$ . Для деяких економічних процесів невиправдано закладати в модель плавний тренд, і встановлення таких обмежень потребують емпіричних тестів.

Циклічна компонента,  $\varphi_t$  є стаціонарною, якщо  $p$  менше за 1. Такий процес еквівалентний ARMA-моделі (2,1). Також у модель може бути введено фактор сезонності.

Цикли, виділені для реального ВВП США через структурні моделі часових рядів та Н-Р-фільтр є дуже близькими, що виявлено внаслідок порівняння властивостей структурного підходу та фільтра Н-Р. Такий результат досягається через те, що в американському часовому ряді дуже сильною є детерміністична складова з плавним трендом:  $\delta_\mu^2 = 0$ ;  $\delta_\theta^2 = 0$ ;  $\zeta$  — дуже мале число [5]. Важливим моментом при виборі методу декомпозиції є теоретичні уявлення про сам тренд.

Еволюція та трансформація поглядів на характеристики тренда та циклічної компоненти в економічних процесах привели до формування усталених методів проведення прикладних досліджень. Першим етапом дослідження часових рядів в економіці є їх тестування на наявність одиночного кореня з метою розробки методики подальшого дослідження і отримання інформації, яка потім буде впливати на інтерпретацію результатів. Проблема досліджень полягає в тому, що в Україні подібні тести майже не застосовуються. Дослідники або поверхнево передбачають лінійний тренд у часовому ряді, або взагалі не беруть до уваги різні складові динаміки змінних. Якби дослідники звертали увагу на залишки, які вони отримують або після процедури декомпозиції часових рядів, або після побудови регресій між змінними, що містять неідентифікований тренд, це мало б точніший результат. Першим сигналом щодо можливих проблем має бути висока автокореляція залишків моделі. Якщо при декомпозиції часового ряду дослідник візьме перші різниці з TS-процесу та побудує авторегресійне рівняння, то в похибках такої регресії можна знайти значну автокореляцію, тобто процедуру видалення тренда проведено неправильно. Якщо до DS-процесу застосувати TS-моделю, то сформовані залишки будуть нестационарним процесом. Це буде проявлятися в автокореляції залишків моделі та в можливій гетероскедастичності.

Публікації наукових видань в Україні, що досліджують часові ряди, припускають «класичні» методичні помилки. В дослідженнях будуються регресії на основі динамічних макроекономічних рядів. При цьому кількість ступенів свободи є критично низькою, що само по собі є неприйнятним. Характеристики часових рядів і параметри отриманих залишків не аналізуються. Тому ми не знаємо, якого типу тренд міститься в даних, чи є хибною отримана регресія. Хоча тестування залишків моделей на автокореляцію могло б сигналізувати про явні проблеми, які ми окреслили вище. Застосування статистики Дарбіна–Уотсона не покращує ситуації, цей тест має численні недоліки:

- тестується тільки автокореляція похибок першого порядку;
- за малої кількості спостережень потужність тесту стрімко падає (великим стає відрізок невідзначеності);
- межі розподілу тесту залежать від типу даних.

На сьогодні цей тест рідко використовується в прикладних дослідженнях. Отримані моделі є фактично «чорними скриньками», які не передбачають точних результатів. При цьому дослідники

апелюють до коефіцієнта детермінації, як до показника, що вказує на «адекватність» регресій. На жаль, коефіцієнт детермінації мало свідчить про адекватність моделі, якщо регресія хибна, то і він теж не відображає реальних зв'язків між змінними. Цей коефіцієнт використовується для розрахунку низки статистик при тестуванні гіпотез, але не вказує на реалістичність виявлених співвідношень. Висновки, отримані після подібного аналізу, викликають серйозні сумніви відносно надійності.

### Висновок

Розглянуті проблеми і недоліки досить сильно впливають на результати досліджень і можливість їх використання для прийняття політичних рішень. На нашу думку, якість українських емпіричних досліджень можна було б значно підвищити, якби дослідники враховували набутий досвід дослідження часових рядів у світовій економічній теорії за останні 40—50 років. Паралельна еволюція теоретичних уявлень про економічну динаміку та статистичні методи, що доповнювали один одного і надавали позитивні імпульси для взаємного розвитку, привели до усвідомлення необхідності у якіснішому аналізі макроекономічних процесів. Обов'язковим етапом проведення прикладних досліджень є тестування залишків моделей на нормальність розподілу, відсутність автокореляції та гетероскедастичності. Ігнорування цих моментів часто веде до виділення хибних циклічних компонент часових рядів, отримання хибних регресій або переоцінки зв'язків між змінними, і говорити про надійність досліджень в такому разі не варто.

### СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Libanio G. Unit roots in macroeconomic time series: theory, implications and evidence / G. Libanio // *Nova Economia*. — Vol. 15. — Issue 3. — 2005. — Pp. 145—176.
2. Wolters J. Unit root testing / J. Wolters, U. Hassler // *AStA Advances in Statistical Analysis*. — Vol. 90. — Issue 1. — 2006. — Pp. 43—58.
3. Campbell J. Pitfalls and opportunities: what macroeconomists should know about unit roots / J. Campbell, P. Perron // *NBER Macroeconomics annual*. — Vol. 6. — 1991. — Pp. 141—220.
4. Canova F. Detrending and business cycle facts / F. Canova // *Journal of Monetary Economics*. — Vol. 41. — № 3. — 1998. — Pp. 475—512.
5. Harvey A. C. Detrending, Stylized Facts and the Business Cycle / A. C. Harvey, A. Jaeger // *Journal of Applied Econometrics*. — Vol. 8, No. 3. (Jul. — Sep., 1993).

Рекомендована кафедрою відновлювальної енергетики та транспортних електричних систем і комплексів ВНТУ

Стаття надійшла до редакції 4.06.2015

**Данилов Валерій Якович** — д-р техн. наук, професор, професор кафедри математичних методів системного аналізу, e-mail: danilov1950@rambler.ru;

**Глухова Наталія Сергіївна** — студентка.

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут», Київ

**V. Ya. Danylov<sup>1</sup>**  
**N. S. Hlukhova<sup>1</sup>**

## Transformation of the statistical approach to allocation of dynamics of economic cycles

<sup>1</sup>National Technical University of Ukraine «Kyiv Polytechnic Institute»

*The major statistical approaches to the decomposition of economic time series and trend cycle component have been highlighted in the paper. There have been defined the basic disadvantages of empirical studies in Ukraine related to the neglecting of the characteristics of the trend in economic data. It deals with the problem of forecasting of economic processes using ARIMA-models. The recommendations on how to study time series of economic studies have been formed in the article.*

**Keywords:** economic cycles, trend, ARIMA-model, H-P-filters.

**Danylov Valerii Ya.** — Dr. Sc. (Eng.), Professor, Professor of the Chair of Mathematical Methods of System Analysis, e-mail: danilov1950@rambler.ru;

**Hlukhova Natalia S.** — Student.

**В. Я. Данилов<sup>1</sup>**  
**Н. С. Глухова<sup>1</sup>**

## **Трансформация статистического подхода выделения динамики экономических циклов**

<sup>1</sup>Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт»

*Освещены основные статистические подходы к трансформации экономических временных рядов на тренд и циклическую компоненту. Выделены основные недостатки эмпирических исследований в Украине, связанные с пренебрежением характеристиками тренда в экономических данных. Освещена проблема прогнозирования экономических процессов с помощью ARIMA-моделей. Сформированы рекомендации по методике исследования временных рядов в экономических исследованиях.*

**Ключевые слова:** экономические циклы, тренд, ARIMA-модель, H-P-фильтры.

*Данилов Валерий Яковлевич* — д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры математических методов системного анализа, e-mail: danilov1950@rambler.ru;

*Глухова Наталья Сергеевна* — студент.