ЕНЕРГЕТИКА ТА ЕЛЕКТРОТЕХНІКА

УДК 62–838

О. Б. Мокін[1]
Б. І. Мокін[1]
В. А. Лобатюк[1]
О. П. Кубрак[1]

ОПТИМІЗАЦІЯ РУХУ ГІБРИДНОГО АВТОМОБІЛЯ З НЕПРАЦЮЮЧИМ ДВИГУНОМ ВНУТРІШНЬОГО ЗГОРЯННЯ

[1]Вінницький національний технічний університет

Розв'язана задача оптимізації руху транспортного засобу з комбінованим приводом від двигуна внутрішнього згоряння та від електричного двигуна постійного струму дорогою, яка крім горизонтальних ділянок містить спуски та підйоми, а рух здійснюється лише за допомогою системи електропривода при вимкненому двигуні внутрішнього згоряння.

Ключові слова: оптимізація руху, гібридний автомобіль, двигун постійного струму, двигун внутрішнього згоряння.

Вихідні передумови та постановка задачі

В роботі [1] нами здійснена трансформація математичних моделей транспортних засобів з комбінованим приводом від двигуна внутрішнього згоряння та від електричного двигуна постійного струму до задачі оптимізації їх руху дорогою, яка крім горизонтальних ділянок містить спуски та підйоми, вибрані критерії оптимізації та обмеження і запропонована схема декомпозиції задачі для випадків, коли один із приводів з якоїсь причини не працює та коли вони створюють тягове зусилля на валу одночасно.

В цій роботі автори покажуть, як розв'язується ця задача оптимізації, коли через несправність чи відсутність пального двигун внутрішнього згоряння вимкнено, а автомобіль рухається лише за допомогою його електропривода.

У цьому випадку, як показано в роботі [1], математична модель динаміки автомобіля буде мати вигляд:

— в разі, якщо автомобіль рухається горизонтальною ділянкою дороги

$$\frac{d\nu}{d\tau} = i\varphi(i) - f_0 - f_1\nu - f_2\nu^2 ; \tag{1}$$

— в разі, якщо автомобіль рухається на спуск

$$\frac{d\nu}{d\tau} = i\varphi(i) + f_0^* \sin\beta - f_0 \cos\beta - f_1\nu - f_2\nu^2 ; \tag{2}$$

— в разі, якщо автомобіль рухається на підйом

$$\frac{d\nu}{d\tau} = i\varphi(i) - f_0^* \sin\beta - f_0 \cos\beta - f_1\nu - f_2\nu^2 . \tag{3}$$

Як критерій оптимізації будемо використовувати функціонал

$$e_i = \int_0^{\tau_i} \left(1 - \alpha i\right) i d\tau , \tag{4}$$

а як ізопериметричне обмеження матимемо функціонал

$$l_i = \int\limits_0^{\tau_i} \nu d\tau . \qquad (5)$$

Зауважимо, що у виразах (1)—(5) ν, τ, i, e_i, l_i, відповідно, відносна швидкість руху автомобіля, відносний час, відносний струм якоря електричного двигуна електропривода, відносні витрати енергії та відносний шлях; α, f_0, f_0^*, f_1, f_2, τ_i — відносні параметри, а β — кут нахилу осі полотна дороги до горизонтальної площини — усі ці відносні величини визначені через відповідні іменовані одиниці в роботі [1], ознайомлення з якою є обов'язковим перед ознайомленням з результатами, отриманими у цій статті, тому на їх визначенні в даній статті ми зупинятись не будемо.

А у цій статті ми синтезуємо залежності $\nu(\tau)$, $i(\tau)$, які доставляють мінімум критерію (4), задовольняючи водночас обмеженню (5) та одному із обмежень (1), (2) або (3), тобто, синтезуємо закони оптимального руху гібридного автомобіля, коли він рухається лише за допомогою системи електропривода з вимкненим двигуном внутрішнього згоряння. Ця задача в роботі [1] визначена другою у запропонованій декомпозиційній множині.

Розв'язання поставленої задачі

Як авторами показано в роботах [2, 3], варіаційна задача оптимізації з використанням функції Лагранжа

$$H^{(i)}\left(\nu, \nu', i, i', \psi, \psi', \tau\right) = i - \alpha i^2 + \lambda_1\left(\nu' - i\varphi(i) + f_0 + f_1\nu + f_2\nu^2\right) + \lambda_2\left(\psi' - \nu\right) \qquad (6)$$

та кривої намагнічування електричного двигуна постійного струму з послідовним збудженням у вигляді

$$\phi(i) = \begin{cases} -a_2 i^2 + b_2 i, i \in [0, i_{\text{сп}}); \\ a_1 + b_1 i, i \in [i_{\text{сп}}, \infty) \end{cases} \qquad (7)$$

у випадку її розв'язання відносно струму i приводить до моделі оптимального струму у вигляді

$$i(\tau) = \frac{1 - a_1\left(C_2 e^{(f_1 + 2f_2\nu)\tau} - \dfrac{C_1}{f_1 + 2f_2\nu}\right)}{2\alpha + 2b_1\left(C_2 e^{(f_1 + 2f_2\nu)\tau} - \dfrac{C_1}{f_1 + 2f_2\nu}\right)}, \qquad (8)$$

якщо електромобіль завантажений, а тому крива намагнічування електродвигуна його електропривода апроксимується нижньою складовою виразу (7), або у вигляді

$$i(\tau) = \frac{2\alpha + 2b_2\lambda_1(\tau) - \sqrt{\left(2\alpha + 2b_2\lambda_1(\tau)\right)^2 - 12a_2\lambda_1(\tau)}}{6a_2\lambda_1(\tau)};$$
$$\lambda_1(\tau) = C_2^* e^{(f_1 + 2f_2\nu)\tau} - \frac{C_1^*}{f_1 + 2f_2\nu}, \qquad (9)$$

якщо електромобіль незавантажений, а тому крива намагнічування електродвигуна його електропривода апроксимується верхньою складовою виразу (7).

Цілком очевидно, що для гібридного автомобіля в разі вимкнення його двигуна внутрішнього згоряння і руху лише за допомогою електропривода моделі оптимального струму його електричного двигуна теж матимуть вигляд (8), (9).

Цілком очевидно також і те, що для отримання математичних моделей оптимальної швидкості гібридного автомобіля потрібно рівняння (8), (9) розв'язати відносно ν разом з рівнянням обмеження (1) під час руху по горизонтальному відрізку дороги, сумісно з рівнянням обмеження (2) під час руху на спуск і сумісно з рівнянням обмеження (3) підчас руху на підйом.

Розпочнемо цю процедуру з сумісного розв'язання рівнянь (8) і (1). Спочатку трансформуємо рівняння (8), яке є рівнянням виду $i = \phi_1(\nu)$, таким чином, щоби воно набуло вигляду $\phi_3(\nu, i) = 0$. Для цього приведемо спочатку рівняння (8) до вигляду

$$\left(f_1+2f_2\nu\right)\left(2\alpha i+C_2\left(2b_1 i+a_1\right)e^{(f_1+2f_2\nu)\tau}-1\right)-C_1\left(2b_1 i+a_1\right)=0. \quad (10)$$

Рівняння (10) і буде рівнянням

$$\phi_3(\nu, i)=0. \quad (11)$$

А далі розкладемо функцію $\phi_3(\nu, i)$ у відрізок степеневого ряду з трьома членами в околі точки $\nu=0$ і приведемо рівняння (11) до вигляду:

$$\phi_3(0,i)+\phi_3'(0,i)\nu+\frac{\phi_3''(0,i)}{2}\nu^2\approx 0, \quad (12)$$

де

$$\phi_3(0,i)=f_1(2\alpha i-1)+\left(2b_1 i+a_1\right)\left(C_2 f_1 e^{f_1\tau}-C_1\right); \quad (13)$$

$$\phi_3'(0,i)=2f_2(2\alpha i-1)+2C_2 f_2\left(f_1\tau+1\right)\left(2b_1 i+a_1\right)e^{f_1\tau}; \quad (14)$$

$$\phi_3''(0,i)=4C_2 f_2^2\tau\left(f_1\tau+2\right)\left(2b_1 i+a_1\right)e^{f_1\tau}. \quad (15)$$

Для зручності перепишемо рівняння (12) так:

$$\nu^2+\frac{2\phi_3'(0,i)}{\phi_3''(0,i)}\nu+\frac{2\phi_3(0,i)}{\phi_3''(0,i)}=0. \quad (16)$$

Очевидно, що більший дійсний додатний корінь квадратного рівняння (16) буде мати вигляд

$$\nu=-\frac{\phi_3'(0,i)}{\phi_3''(0,i)}+\sqrt{\left(\frac{\phi_3'(0,i)}{\phi_3''(0,i)}\right)^2-\frac{2\phi_3(0,i)}{\phi_3''(0,i)}}. \quad (17)$$

Підставляючи у вираз (17) вирази (13)—(15), отримаємо:

$$\begin{aligned}\nu=&-\left(2f_2(2\alpha i-1)+2C_2 f_2(f_1\tau+1)(2b_1 i+a_1)e^{f_1\tau}\right)\left(4C_2 f_2^2\tau\left(f_1\tau+2\right)\left(2b_1 i+a_1\right)e^{f_1\tau}\right)^{-1}+\\&+\left\{\left[\left(2f_2(2\alpha i-1)+2C_2 f_2(f_1\tau+1)(2b_1 i+a_1)e^{f_1\tau}\right)\left(4C_2 f_2^2\tau\left(f_1\tau+2\right)\left(2b_1 i+a_1\right)e^{f_1\tau}\right)^{-1}\right]^2-\right.\\&\left.-\left(2f_1\left(2\alpha i-1\right)+\left(2b_1 i+a_1\right)\left(C_2 f_1 e^{f_1\tau}-C_1\right)\right)\left(4C_2 f_2^2\tau\left(f_1\tau+2\right)\left(2b_1 i+a_1\right)e^{f_1\tau}\right)^{-1}\right\}^{\frac{1}{2}}.\end{aligned} \quad (18)$$

Це і буде математична модель оптимальної швидкості завантаженого гібридного автомобіля з виключеним двигуном внутрішнього згоряння, яку слід доповнити ще математичною моделлю струму якоря електричного двигуна електропривода цього автомобіля,

— скориставшись виразом (1) та нижньою складовою виразу (7) підчас руху горизонтальною ділянкою дороги, приведеними до вигляду

$$a_1 i+b_1 i^2=\frac{d\nu}{d\tau}+f_0+f_1\nu+f_2\nu^2; \quad (19)$$

— скориставшись виразом (2) та нижньою складовою виразу (7) підчас руху на спуск, приведеними до вигляду

$$a_1 i+b_1 i^2=\frac{d\nu}{d\tau}+f_0\cos\beta-f_0^*\sin\beta+f_1\nu+f_2\nu^2, \quad (20)$$

або скориставшись виразом (3) та нижньою складовою виразу (7) підчас руху на підйом, приведеними до вигляду

$$a_1 i+b_1 i^2=\frac{d\nu}{d\tau}+f_0\cos\beta+f_0^*\sin\beta+f_1\nu+f_2\nu^2, \quad (21)$$

які необхідно спочатку привести до вигляду

$$i^2 + \frac{a_1}{b_1} i - \frac{1}{b_1}\left(\frac{d\nu}{d\tau} + f_0 + f_1\nu + f_2\nu^2\right) = 0; \tag{22}$$

$$i^2 + \frac{a_1}{b_1} i - \frac{1}{b_1}\left(\frac{d\nu}{d\tau} + f_0\cos\beta - f_0^*\sin\beta + f_1\nu + f_2\nu^2\right) = 0; \tag{23}$$

$$i^2 + \frac{a_1}{b_1} i - \frac{1}{b_1}\left(\frac{d\nu}{d\tau} + f_0\cos\beta + f_0^*\sin\beta + f_1\nu + f_2\nu^2\right) = 0 \tag{24}$$

і розв’язати сформовані у такий спосіб рівняння відносно змінної i, тобто отримати математичні моделі для струму:

— під час руху цього автомобіля з оптимальною швидкістю по горизонтальній ділянці дороги

$$i = -\frac{a_1}{2b_1} + \sqrt{\left(\frac{a_1}{2b_1}\right)^2 + \frac{1}{b_1}\left(\frac{d\nu}{d\tau} + f_0 + f_1\nu + f_2\nu^2\right)}; \tag{25}$$

— під час руху цього автомобіля з оптимальною швидкістю на спуск

$$i = -\frac{a_1}{2b_1} + \sqrt{\left(\frac{a_1}{2b_1}\right)^2 + \frac{1}{b_1}\left(\frac{d\nu}{d\tau} + f_0\cos\beta - f_0^*\sin\beta + f_1\nu + f_2\nu^2\right)}; \tag{26}$$

— підчас руху цього автомобіля з оптимальною швидкістю на підйом

$$i = -\frac{a_1}{2b_1} + \sqrt{\left(\frac{a_1}{2b_1}\right)^2 + \frac{1}{b_1}\left(\frac{d\nu}{d\tau} + f_0\cos\beta + f_0^*\sin\beta + f_1\nu + f_2\nu^2\right)}. \tag{27}$$

Цілком очевидно, що для реального використання отриманих математичних моделей їх необхідно задати в дискретній ітеративній формі, яка за умови, що

$$d\tau \approx \Delta\tau_n = \tau_{n+1} - \tau_n = 1, \tag{28}$$

матиме вигляд:

— для оптимальної швидкості

$$\begin{aligned}
\nu_{n+1}^{(m+1)} = &-\left(2f_2\left(2\alpha i_n^{(m)} - 1\right) + 2C_2 f_2\left(f_1\tau_n + 1\right)\left(2b_1 i_n^{(m)} + a_1\right)e^{f_1\tau_n}\right)\cdot \\
&\cdot\left(4C_2 f_2^2\tau_n\left(f_1\tau_n + 2\right)\left(2b_1 i_n^{(m)} + a_1\right)e^{f_1\tau_n}\right)^{-1} + \\
&+\Bigg\{\Bigg[\left(2f_2(2\alpha i_n^{(m)} - 1) + 2C_2 f_2\left(f_1\tau_n + 1\right)\left(2b_1 i_n^{(m)} + a_1\right)e^{f_1\tau_n}\right)\cdot \\
&\cdot\left(4C_2 f_2^2\tau_n\left(f_1\tau_n + 2\right)\left(2b_1 i_n^{(m)} + a_1\right)e^{f_1\tau_n}\right)^{-1}\Bigg]^2 - \\
&-2\left(f_1\left(2\alpha i_n^{(m)} - 1\right) + \left(2b_1 i_n^{(m)} + a_1\right)\left(C_2 f_1 e^{f_1\tau_n} - C_1\right)\right)\cdot \\
&\cdot\left(4C_2 f_2^2\tau_n\left(f_1\tau_n + 2\right)\left(2b_1 i_n^{(m)} + a_1\right)e^{f_1\tau_n}\right)^{-1}\Bigg\}^{\frac{1}{2}}, \\
&n = 0,\ 1,\ 2,\ldots;\ m = 0,\ 1,\ 2,\ldots;
\end{aligned} \tag{29}$$

— для струму якоря електродвигуна під час руху гібридного автомобіля з вимкненим двигуном внутрішнього згоряння з оптимальною швидкістю по горизонтальній ділянці дороги

$$i_{n+1}^{(m+1)} = -\frac{a_1}{2b_1} + \sqrt{\left(\frac{a_1}{2b_1}\right)^2 + \frac{1}{b_1}\left(\nu_{n+1} - \nu_n^{(m)} + f_0 + f_1\nu_n^{(m)} + f_2\left(\nu_n^{(m)}\right)^2\right)}, \tag{30}$$

$$n = 0, 1, 2,\ldots;\ m = 0, 1, 2,\ldots;$$

— для струму якоря електродвигуна під час руху гібридного автомобіля з вимкненим двигуном внутрішнього згоряння з оптимальною швидкістю на спуск

$$i_{n+1}^{(m+1)}=-\frac{a_1}{2b_1}+\sqrt{\left(\frac{a_1}{2b_1}\right)^2+\frac{1}{b_1}\left(\nu_{n+1}-\nu_n^{(m)}+f_0\cos\beta-f_0^*\sin\beta+f_1\nu_n^{(m)}+f_2\left(v_n^{(m)}\right)^2\right)}\,, \tag{31}$$

$$n=0,1,2,...;\quad m=0,1,2,...;$$

— для струму якоря електродвигуна під час руху гібридного автомобіля з вимкненим двигуном внутрішнього згоряння з оптимальною швидкістю на підйом

$$i_{n+1}^{(m+1)}=-\frac{a_1}{2b_1}+\sqrt{\left(\frac{a_1}{2b_1}\right)^2+\frac{1}{b_1}\left(\nu_{n+1}-\nu_n^{(m)}+f_0\cos\beta+f_0^*\sin\beta+f_1\nu_n^{(m)}+f_2\left(v_n^{(m)}\right)^2\right)}\,, \tag{32}$$

$$n=0,1,2,...;\; m=0,1,2,....$$

Процес ітерацій на m-му кроці в n-й момент відносного часу зупиняємо, як тільки починають виконуватись нерівності

$$\left|\frac{\nu_n^{(m)}-\nu_n^{(m-1)}}{\nu_n^{(m-1)}}\right|\le\varepsilon_\nu;\qquad \left|\frac{i_n^{(m)}-i_n^{(m-1)}}{i_n^{(m-1)}}\right|\le\varepsilon_i, \tag{33}$$

де ε_ν, ε_i — задані допустимі значення відносних похибок розрахунків відносної швидкості та відносного струму.

А для отримання математичної моделі оптимальної швидкості незавантаженого гібридного автомобіля розв'яжемо рівняння (9) відносно ν сумісно з рівнянням обмеження (1) підчас руху по горизонтальному відрізку дороги, сумісно з рівнянням обмеження (2) підчас руху на спуск і сумісно з рівнянням обмеження (3) підчас руху на підйом.

Як і у попередньому випадку розпочнемо цю процедуру з сумісного розв'язання рівнянь (9) і (1). Спочатку трансформуємо рівняння (9), яке є рівнянням виду $i=\phi_2(\nu)$, таким чином, щоб воно набуло вигляду $\phi_4(\nu,i)=0$. Для цього приведемо спочатку рівняння (9) до вигляду

$$\begin{aligned}&6a_2i\left(C_2^*(f_1+2f_2\nu)e^{(f_1+2f_2\nu)\tau}-C_1^*\right)-2\alpha(f_1+2f_2\nu)-2b_2\left(C_2^*(f_1+2f_2\nu)e^{(f_1+2f_2\nu)\tau}-C_1^*\right)+\\&+\Big[\left(2\alpha(f_1+2f_2\nu)+2b_2\left(C_2^*(f_1+2f_2\nu)e^{(f_1+2f_2\nu)\tau}-C_1^*\right)\right)^2-\\&-12a_2\left(C_2^*(f_1+2f_2\nu)^2e^{(f\ +2f_2\nu)\tau}-C_1^*\left(f_1+2f_2\nu\right)\right)\Big]^{\frac{1}{2}}=0.\end{aligned} \tag{34}$$

Рівняння (34) і буде рівнянням

$$\phi_4(\nu,i)=0. \tag{35}$$

А далі розкладемо функцію $\phi_4(\nu,i)$ у відрізок степеневого ряду з трьома членами в околі точки $\nu=0$ і приведемо рівняння (35) до вигляду

$$\phi_4(0,i)+\phi_4'(0,i)\nu+\frac{\phi_4''(0,i)}{2}\nu^2\approx 0, \tag{36}$$

де

$$\begin{aligned}\phi_4(0,i)=&\,6a_2i\left(C_2^*f_1e^{f_1\tau}-C_1^*\right)-2\alpha f_1-2b_2\left(C_2^*f_1e^{f_1\tau}-C_1^*\right)+\\&+\left\{\left[2\alpha f_1+2b_2\left(C_2^*f_1e^{f_1\tau}-C_1^*\right)\right]^2-12a_2f_1\left(C_2^*f_1e^{f_1\tau}-C_1^*\right)\right\}^{\frac{1}{2}};\end{aligned} \tag{37}$$

$$\phi_4'(0,i)=12a_2iC_2^*f_2\left(1+f_1\tau\right)e^{f_1\tau}-4\alpha f_2-4b_2C_2^*f_2\left(1+f_1\tau\right)e^{f_1\tau}+\frac{1}{2}\left\{\left[2\alpha f_1+2b_2\left(C_2^*f_1e^{f_1\tau}-C_1^*\right)\right]^2-\right.$$
$$\left.-12a_2f_1\left(C_2^*f_1e^{f_1\tau}-C_1^*\right)\right\}^{-\frac{1}{2}}\left\{2\left[2\alpha f_1+2b_2\left(C_2^*f_1e^{f_1\tau}-C_1^*\right)\right]\left[4\alpha f_2+4b_2C_2^*f_2\left(1++f_1\tau\right)e^{f_1\tau}\right]-\right. \quad (38)$$
$$\left.-24a_2f_2\left[C_2^*f_1\left(2+f_1\tau\right)e^{f_1\tau}-C_1^*\right]\right\};$$

$$\phi_4''(0,i)=24a_2iC_2^*f_2^2\tau\left(2+f_1\tau\right)e^{f_1\tau}-8b_2C_2^*f_2^2\tau\left(2+f_1\tau\right)e^{f_1\tau}-\frac{1}{4}\left\{\left[2\alpha f_1+2b_2\left(C_2^*f_1e^{f_1\tau}-C_1^*\right)\right]^2-\right.$$
$$\left.-12a_2f_1\left(C_2^*f_1e^{f_1\tau}-C_1^*\right)\right\}^{-\frac{3}{2}}\left\{2\left[2\alpha f_1+2b_2\left(C_2^*f_1e^{f_1\tau}-C_1^*\right)\right]\left[4\alpha f_2+4b_2C_2^*f_2\left(1+f_1\tau\right)e^{f_1\tau}\right]-\right.$$
$$\left.-24a_2f_2\left(C_2^*f_1f_2\left(2+f_1\tau\right)e^{f_1\tau}-C_1^*\right)\right\}^2+\frac{1}{2}\left\{\left[2\alpha f_1+2b_2\left(C_2^*f_1e^{f_1\tau}-C_1^*\right)\right]^2-\right. \quad (39)$$
$$\left.-12a_2f_1\left(C_2^*f_1e^{f_1\tau}-C_1^*\right)\right\}^{-\frac{1}{2}}\left\{2\left[4\alpha f_2+4b_2C_2^*f_2\left(1+f_1\tau\right)e^{f_1\tau}\right]\left[4\alpha f_2+4b_2C_2^*f_2\left(1+f_1\tau\right)e^{f_1\tau}-\right.\right.$$
$$-24a_2\left(C_2^*f_1f_2\left(2+f_1\tau\right)e^{f_1\tau}-C_1^*f_2\right)+2(2\alpha f_1+2b_2\left(C_2^*f_1e^{f_1\tau}-C_1^*\right)\left]\left[8b_2C_2^*f_2^2\left(1+\tau+f_1\tau\right)e^{f_1\tau}-\right.\right.$$
$$\left.\left.-96a_2C_2^*f_2^2\left(1+f_1\tau+f_1^2\tau^2\right)\right]\right\}.$$

Як ми це вже робили відносно рівняння (16), для зручності перепишемо рівняння (36) так:

$$\nu^2+\frac{2\phi_4'(0,i)}{\phi_4''(0,i)}\nu+\frac{2\phi_4(0,i)}{\phi_4''(0,i)}=0. \quad (40)$$

Очевидно, що більший додатний корінь квадратного рівняння (40) буде мати вигляд

$$\nu=-\frac{\phi_4'(0,i)}{\phi_4''(0,i)}+\sqrt{(\frac{\phi_4'(0,i)}{\phi_4''(0,i)})^2-\frac{2\phi_4(0,i)}{\phi_4''(0,i)}}. \quad (41)$$

Для розгортання виразу (41) в нього потрібно підставити вирази (37), (38), (39), а в загальному вигляді його можна записати так:

$$\nu=\Psi\left(i,\,\tau,\,C_1^*,\,C_2^*\right). \quad (42)$$

Це і буде математична модель оптимальної швидкості незавантаженого гібридного автомобіля з виключеним двигуном внутрішнього згоряння, яку слід доповнити ще математичною моделлю струму якоря електричного двигуна електропривода цього автомобіля, скориставшись виразом (1) та верхньою складовою виразу (7) підчас руху горизонтальною ділянкою дороги, приведеними до вигляду

$$-a_2i^3+b_2i^2=\frac{d\nu}{d\tau}+f_0+f_1\nu+f_2\nu^2\,, \quad (43)$$

скориставшись виразом (2) та верхньою складовою виразу (7) підчас руху на спуск, приведеними до вигляду

$$-a_2i^3+b_2i^2=\frac{d\nu}{d\tau}+f_0\cos\beta-f_0^*\sin\beta+f_1\nu+f_2\nu^2\,, \quad (44)$$

або скориставшись виразом (3) та верхньою складовою виразу (7) підчас руху на підйом, приведеними до вигляду

$$-a_2i^3+b_2i^2=\frac{d\nu}{d\tau}+f_0\cos\beta+f_0^*\sin\beta+f_1\nu+f_2\nu^2\,, \quad (45)$$

які необхідно спочатку привести до вигляду

$$i^3-\frac{b_2}{a_2}i^2+\frac{1}{a_2}\left(\frac{d\nu}{d\tau}+f_0+f_1\nu+f_2\nu^2\right)=0; \tag{46}$$

$$i^3-\frac{b_2}{a_2}i^2+\frac{1}{a_2}\left(\frac{d\nu}{d\tau}+f_0\cos\beta-f_0^*\sin\beta+f_1\nu+f_2\nu^2\right)=0; \tag{47}$$

$$i^3-\frac{b_2}{a_2}i^2+\frac{1}{a_2}\left(\frac{d\nu}{d\tau}+f_0\cos\beta+f_0^*\sin\beta+f_1\nu+f_2\nu^2\right)=0 \tag{48}$$

і розв'язати відносно змінної i за методикою, викладеною в роботі [4], сформовані кубічні рівняння, які за структурою є такими, що обов'язково мають один дійсний додатний корінь.

Нагадаємо, що, як показано в роботі [4], кубічне рівняння

$$ax^3+bx^2+cx+d=0 \tag{49}$$

діленням на a і заміною

$$y=x+\frac{b}{3a} \tag{50}$$

приводиться до вигляду

$$y^3+3py+2q=0, \tag{51}$$

де

$$\begin{aligned}3p&=\frac{3ac-b^2}{3a^2};\\ 2q&=\frac{2b^3}{27a^3}-\frac{bc}{3a^2}+\frac{d}{a}.\end{aligned} \tag{52}$$

Дійсний додатний корінь рівняння (51) знаходиться за формулою Кардана у вигляді

$$y_+=\left[-q+\left(q^2+p^3\right)^{\frac{1}{2}}\right]^{\frac{1}{3}}+\left[-q-\left(q^2+p^3\right)^{\frac{1}{2}}\right]^{\frac{1}{3}}, \tag{53}$$

а тому, згідно з виразами (49) та (52)

$$x=-\frac{b}{3a}+y_+=-\frac{b}{3a}+\left[-q+\left(q^2+p^3\right)^{\frac{1}{2}}\right]^{\frac{1}{3}}+\left[-q-\left(q^2+p^3\right)^{\frac{1}{2}}\right]^{\frac{1}{3}}. \tag{54}$$

Застосовуючи цю методику до розв'язання рівнянь (46), (47), (48), отримаємо математичну модель для струму

$$i=\frac{b_2}{3a_2}+\left[-q+\left(q^2+p^3\right)^{\frac{1}{2}}\right]^{\frac{1}{3}}+\left[-q-\left(q^2+p^3\right)^{\frac{1}{2}}\right]^{\frac{1}{3}}, \tag{55}$$

де:

— підчас руху цього автомобіля з оптимальною швидкістю по горизонтальній ділянці дороги

$$\begin{aligned}p&=-\frac{b_2^2}{9a_2^2};\\ q&=-\frac{b_2^3}{27a_2^3}+\frac{1}{2a_2}\left(\frac{d\nu}{d\tau}+f_0+f_1\nu+f_2\nu^2\right);\end{aligned} \tag{56}$$

— підчас руху цього автомобіля з оптимальною швидкістю на спуск

$$p = -\frac{b_2^2}{9a_2^2};$$
$$q = -\frac{b_2^3}{27a_2^3} + \frac{1}{2a_2}\left(\frac{d\nu}{d\tau} + f_0\cos\beta - f_0^*\sin\beta + f_1\nu + f_2\nu^2\right); \tag{57}$$

— підчас руху цього автомобіля з оптимальною швидкістю на підйом

$$p = -\frac{b_2^2}{9a_2^2};$$
$$q = -\frac{b_2^3}{27a_2^3} + \frac{1}{2a_2}\left(\frac{d\nu}{d\tau} + f_0\cos\beta + f_0^*\sin\beta + f_1\nu + f_2\nu^2\right). \tag{58}$$

Стосовно алгоритмізації ітераційного процесу обчислень з використанням отриманих математичних моделей оптимального руху незавантаженого гібридного автомобіля з приводом лише від електродвигуна постійного струму з послідовним збудженням справедливим буде усе те, що нами уже висловлено стосовно цього процесу вище при розгляді математичних моделей завантаженого гібридного автомобіля з аналогічним приводом.

Розв’язанню задачі ідентифікації синтезованих математичних моделей нами буде присвячена окрема стаття.

Висновки

Синтезовані математичні моделі оптимального руху гібридного автомобіля з відключеним двигуном внутрішнього згоряння під час його руху за допомогою системи електропривода відрізком дороги, прокладеної на горизонтальній площині.

Показано як трансформуються синтезовані моделі до умов руху гібридного автомобіля за допомогою системи електропривода на спуск і на підйом.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Мокін О. Б. Декомпозиція задачі оптимізації руху транспортного засобу з комбінованим приводом / О. Б. Мокін, Б. І. Мокін, В. А. Лобатюк, О. П. Кубрак [Електронний ресурс] // Наукові праці Вінницького національного технічного університету. — 2015. — № 3. —С. 1—9. — Режим доступу: http://www.praci.vntu.edu.ua/index.php/praci.

2. Мокін О. Б. Оптимізація руху завантаженого електромобіля з тяговим електродвигуном постійного струму послідовного збудження по горизонтальному прямолінійному відрізку дороги / О. Б. Мокін, О. Д. Фолюшняк // Вісник Вінницького політехнічного інституту. — 2013. — № 1. — С. 56—60.

3. Мокін О.Б. Оптимізація руху незавантаженого електромобіля з тяговим електродвигуном постійного струму послідовного збудження по горизонтальному прямолінійному відрізку дороги / О. Б. Мокін, О. Д. Фолюшняк // Вісник Вінницького політехнічного інституту. — 2013. — № 2. — С. 48—51. — ISSN 1997-9266.

4. Бронштейн И. Н. Справочник по математике / И. Н. Бронштейн, К.А. Семендяев // Москва : Наука. — 1967. — 608 с.

Рекомендована кафедрою відновлювальної енергетики та транспортних електричних систем і комплексів ВНТУ

Стаття надійшла до редакції 28.10.2015

Мокін Олександр Борисович — д-р техн. наук, професор, завідувач кафедри відновлювальної енергетики та транспортних електричних систем і комплексів, e-mail: abmokin@gmail.com;

Мокін Борис Іванович — акад. НАПН України, д-р техн. наук, професор, професор кафедри відновлювальної енергетики та транспортних електричних систем і комплексів;

Лобатюк Віталій Анатолійович — аспірант кафедри відновлювальної енергетики та транспортних електричних систем і комплексів;

Кубрак Ольга Петрівна — студентка факультету електроенергетики та електромеханіки.

Вінницький національний технічний університет, Вінниця

O. B. Mokin[1]
B. I. Mokin[1]
V. A. Lobatiuk[1]
O. P. Kubrak[1]

Optimizing drive of hybrid vehicle with inoperative engine of internal combustion

[1]Vinnytsia National Technical University

There has been solved the problem optimization of motion of the vehicle with a combined drive of the internal combustion engine and the electric motor of a direct current path that includes in addition to the horizontal sections also the descents and climbs, and the movement is carried out only with the electric system when the engine of internal combustion is switched off.

Keywords: traffic optimization, hybrid car, the DC motor, the internal combustion engine.

Mokin Oleksandr B. — Dr. Sc. (Eng.), Professor, Head of the Chair of Renewable Energy and Transport Electrical Systems and Complexes, e-mail: abmokin@gmail.com;
Mokin Borys I. — Academician of NAPS of Ukraine, Dr. Sc. (Eng.), Professor, Professor of the Chair of Renewable Energy and Transport Electrical Systems and Complexes;
Lobatiuk Vitalii A. — Post-Graduate Student of the Chair of Renewable Energy and Transport Electrical Systems and Complexes;
Kubrak Olga P. — Student of the Faculty of Electricity and Electromechanics

А. Б. Мокин[1]
Б. И. Мокин[1]
В. А. Лобатюк[1]
О. П. Кубрак[1]

Оптимизация движения гибридного автомобиля с неработающим двигателем внутреннего сгорания

[1]Винницкий национальный технический университет

Решена задача оптимизации движения транспортного средства с комбинированным приводом от двигателя внутреннего сгорания и от электрического двигателя постоянного тока дорогой, которая кроме горизонтальных участков содержит спуски и подъемы, а движение осуществляется только с помощью системы электропривода при выключенном двигателе внутреннего сгорания.

Ключевые слова: оптимизация движения, гибридный автомобиль, двигатель постоянного тока, двигатель внутреннего сгорания.

Мокин Александр Борисович — д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой возобновляемой энергетики и транспортных электрических систем и комплексов, e-mail: abmokin@gmail.com;
Мокин Борис Иванович — акад. НАПН Украины, д-р техн. наук, профессор кафедры возобновляемой энергетики и транспортных электрических систем и комплексов;
Лобатюк Виталий Анатольевич — аспирант кафедры возобновляемой энергетики и транспортных электрических систем и комплексов;
Кубрак Ольга Петровна — студент факультета электроэнергетики и электромеханики