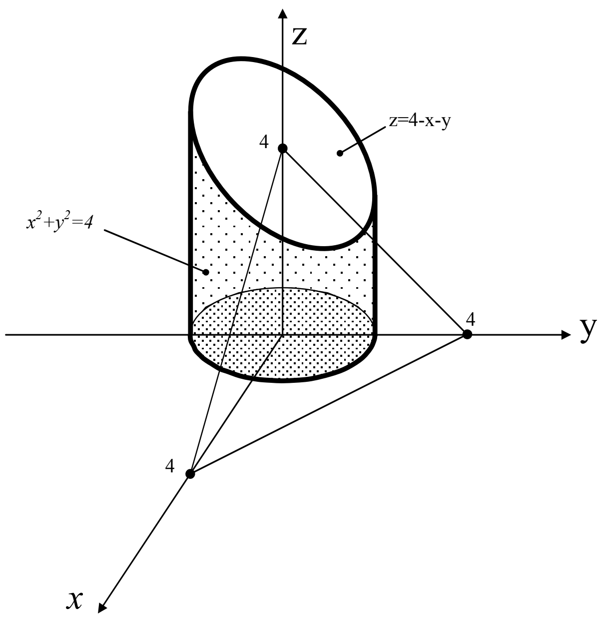
Вища математика. Збірник завдань для організації самостійної роботи студентів заочної форми навчання
(з теоретичною підтримкою)
в двох частинах

Частина 2



Міністерство освіти і науки України
Вінницький національний технічний університет

Вища математика. Збірник завдань для організації самостійної роботи студентів заочної форми навчання
(з теоретичною підтримкою)
в двох частинах

Частина 2
Навчальний посібник

Вінниця
ВНТУ
2017

УДК 51 (075.8)
ББК 22.11я73
В 22

Автори:
Хом'юк І.В., Сачанюк-Кавецька Н.В., Хом'юк В.В., Ковальчук М.Б.

Рекомендовано до друку Вченою радою Вінницького національного технічного університету Міністерства освіти і науки України (протокол № 4 від 27. 10. 2017 р.)

Рецензенти:
В. Х. Касьяненко, доктор фізико-математичних наук, професор
Є. А. Іванченко, доктор педагогічних наук, професор
О. А. Тінгаєв, кандидат фізико-математичних наук, доцент

В 22 Вища математика. Збірник завдань для організації самостійної роботи студентів заочної форми навчання в двох частинах (з теоретичною підтримкою.) Частина 2.: навчальний посібник [Хом'юк І.В., Сачанюк-Кавецька Н.В., Хом'юк В.В., Ковальчук М.Б.] – Вінниця : ВНТУ, 2016. – 147 с.

Метою даного посібника, який складається з двох частин, є допомога студенту-заочнику навчитися з найменшими витратами часу самостійно розв'язувати довільні задачі курсу «Вища математика». Основний принцип, яким керувались автори при підготовці даного посібника для студентів технічних вузів – підвищення рівня фундаментальної математичної підготовки з посиленням її прикладної технічної спрямованості.

Істотною особливістю даного посібника є корисна систематизація та алгоритмізація теоретичного матеріалу, який використовується при розв'язуванні відповідної контрольної роботи.

Посібник структурований згідно з контрольними роботами, кожна з яких відповідає певним темам і містить перелік основних теоретичних положень та велику кількість детально розв'язаних типових завдань. Кожне завдання контрольної роботи має 30 варіантів, що дозволяє використовувати даний збірник на практичних заняттях.

В другій частині подано завдання з таких тем: кратні інтеграли, теорія поля; ряди, функція комплексної змінної; операційне числення; елементи теорії ймовірностей.

Посібник розрахований на студентів технічних спеціальностей, аспірантів, викладачів та осіб, які займаються самоосвітою.

УДК 51 (075.8)
ББК 22.161я73

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА

Основним завданням вищої професійної освіти при врахуванні вимог і принципів Болонської декларації є «орієнтація вищих навчальних закладів на кінцевий результат: знання, уміння та навички випускників, що повинні бути застосовані та використані на користь держави». Стратегічною метою освіти проголошується становлення компетенції студента як особистості, яка здатна до самовизначення, самоосвіти, саморегуляції, самоактуалізації, конкурентоспроможності на ринку праці. Це зовсім не означає, що роль знань будь-яким чином занижується. Однак вони з основної мети освіти перетворились в засіб розвитку особистості студента.

Із кожним днем в інженерній діяльності все більш важливіше місце посідають інноваційні технології, що висувають високі вимоги не тільки до спеціальної, але й фундаментальної підготовки інженера, а тому необхідно, щоб навчання одночасно забезпечувало високу якість фундаментальних знань і готовність випускника до професійної діяльності. Для студентів інженерних спеціальностей математика постає не стільки навчальною дисципліною, скільки професійним інструментом аналізу, організації, управління технологічними процесами. Математика є основою інженерної освіти, мовою інженерних досліджень і в діяльності інженера повинна допомогати вирішувати професійні задачі. Тому випускники ВТНЗ повинні володіти математичним апаратом, необхідним для розв’язування теоретичних і практичних завдань, мати досить високий рівень розвитку логічного мислення, вміти переводити практичне завдання з професійної на математичну мову.

У системі навчання майбутнього інженера величезне значення має розбір навчальних прикладів і задач практичного змісту. На початку вивчення деякої теми це можуть бути приклади на відпрацювання певного методу, прийому або алгоритму рішення, надалі, в розвиток теми, потрібно ставити завдання узагальнювального характеру, які потребують математичної інтуїції і кмітливості. На заключному етапі дуже бажані:

а) перевірка отриманих результатів на відповідність фізичному змісту і розмірності;

б) припущення щодо можливої зміни результату при певних змінах постановки задачі або початкових умов;

в) детальний аналіз та висновки.

Бажано, щоб усе це, в міру своїх знань і здібностей, навчалися робити самі студенти.

Метою даного посібника, який складається з двох частин, є допомога студенту-заочнику навчитися з найменшими витратами часу самостійно розв’язувати довільні задачі курсу «Вища математика».

Основний принцип, яким керувались автори при підготовці даного посібника для студентів технічних вузів – підвищення рівня фундаментальної математичної підготовки з посиленням її прикладної технічної спрямованості.

В даній частині посібника розглянуто завдання, рекомендації до розв'язання та приклади розв'язування типових завдань контрольних робіт № 5 – 8 з таких тем:

- кратні інтеграли, теорія поля;
- ряди, функція комплексної змінної;
- операційне числення;
- елементи теорії ймовірностей.

Істотною особливістю даного посібника є корисна систематизація та алгоритмізація теоретичного матеріалу, який використовується про розв'язування відповідної контрольної роботи. Посібник містить виняткову за повнотою добірку задач і прикладів.

Даний посібник дозволить студентам заочної форми навчання самостійно опанувати необхідний інженеру обсяг математичних знань. Також він може бути корисним при вибірковому вивченні окремих тем або розділів студентами як заочної, так і денної форм навчання. Велика кількість завдань та детальний розгляд прикладів розв'язування типових завдань дозволяє використовувати даний навчальний посібник як на практичних заняттях з «Вищої математики», так і для самоосвіти.

КОНТРОЛЬНА РОБОТА № 5 : завдання, рекомендаціїї до розв'язання та приклади розв'язування типових завдань

Кратні інтеграли, теорія поля

Завдання 5.1 Обчислити подвійний інтеграл по області D, що обмежена вказаними лініями.

1. $\iint\limits_D (x^2+y)dxdy$, $D: y=x^2, x=y^2.$
2. $\iint\limits_D xy^2dxdy$, $D: y=x^2, y=2x.$
3. $\iint\limits_D (x+y)dxdy$, $D: y^2=x, y=x.$
4. $\iint\limits_D x^2ydxdy$, $D: y=2-x, y=x, x\geq 0.$
5. $\iint\limits_D (x^3-2y)dxdy$, $D: y=x^2-1, x\geq 0, y\leq 0.$
6. $\iint\limits_D (y-x)dxdy$, $D: y=x, y=x^2.$
7. $\iint\limits_D (1+y)dxdy$, $D: y^2=x, 5y=x.$
8. $\iint\limits_D (x+y)dxdy$, $D: y=x^2-1, y=-x^2+1.$
9. $\iint\limits_D x(y-1)dxdy$, $D: y=5x, y=x, x=3.$
10. $\iint\limits_D (x-2)dxdy$, $D: y=x, y=\frac{1}{2}x, x=2.$
11. $\iint\limits_D (x-y^2)dxdy$, $D: y=x^2, y=1.$
12. $\iint\limits_D x^2ydxdy$, $D: y=2x^3, y=0, x=1.$
13. $\iint\limits_D (x^2+y^2)dxdy$, $D: x=y^2, x=1.$
18. $\iint\limits_D xy^3dxdy$, $D: y^2=1-x, x\geq 0.$
19. $\iint\limits_D x(y+5)dxdy$, $D: y=x+5, x+y+5=0, x\leq 0.$
20. $\iint\limits_D (x-y)dxdy$, $D: y=x^2-1, y=3.$
21. $\iint\limits_D (x+1)y^2dxdy$, $D: y=3x^2, y=3.$
22. $\iint\limits_D xy^2dxdy$, $D: y=x, y=0, x=1.$
23. $\iint\limits_D (x^3+y)dxdy$, $D: x+y=1, x+y=2, x\leq 1, x\geq 0.$
24. $\iint\limits_D xy^3dxdy$, $D: y=x^3, y\geq 0, y=4x.$
25. $\iint\limits_D (x^3+3y)dxdy$, $D: x+y=1, y=x^2-1, x\geq 0.$
26. $\iint\limits_D xydxdy$, $D: y=\sqrt{x}, y=0, x+y=2.$
27. $\iint\limits_D \frac{y^2}{x^2}dxdy$, $D: y=x, xy=1, y=2.$
28. $\iint\limits_D y(1+x^2)dxdy$, $D: y=x^3, y=3x.$

14. $\iint\limits_D xydxdy$, D: $y=x^3$, $y=0$, $x\le 2$.

15. $\iint\limits_D (x+y)dxdy$, D: $y=x^3$, $y=8$, $y=0$, $x=3$.

16. $\iint\limits_D x(2x+y)dxdy$, D: $y=1-x^2$, $y\ge 0$.

17. $\iint\limits_D y(1-x)dxdy$, D: $y^3=x$, $y=x$.

29. $\iint\limits_D y^2(1+2x)dxdy$, D: $x=2-y^2$, $x=0$.

30. $\iint\limits_D e^y dxdy$, D: $y=\ln x$, $y=0$, $x=2$.

Завдання 5.2 Обчислити подвійний інтеграл, використовуючи полярні координати.

1. $\int\limits_0^1 \mathrm{d}x \int\limits_0^{\sqrt{1-x^2}} \sqrt{\dfrac{1-x^2-y^2}{1+x^2+y^2}}dy.$

2. $\int\limits_{-\sqrt{3}}^0 dx \int\limits_0^{\sqrt{3-x^2}} \dfrac{dy}{\sqrt{1+x^2+y^2}}.$

3. $\int\limits_0^R dx \int\limits_{-\sqrt{R^2-x^2}}^{\sqrt{3-x^2}} \dfrac{tg\sqrt{x^2+y^2}}{-\sqrt{x^2+y^2}}dy.$

4. $\int\limits_0^1 dx \int\limits_0^{\sqrt{1-x^2}} \ln(1+x^2+y^2)dy.$

5. $\int\limits_{-2}^2 dy \int\limits_{-\sqrt{4-y^2}}^{\sqrt{4-y^2}} \sqrt{1-x^2-y^2}dx.$

6. $\int\limits_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} dx \int\limits_{-\sqrt{2-x^2}}^0 \dfrac{xy}{x^2+y^2}dy.$

7. $\int\limits_{-R}^0 dx \int\limits_0^{\sqrt{R^2-x^2}} \cos\sqrt{x^2+y^2}dy.$

8. $\int\limits_{-R}^R dx \int\limits_0^{\sqrt{R^2-x^2}} tg(x^2+y^2)dy.$

16. $\int\limits_0^R dx \int\limits_{-\sqrt{R^2-x^2}}^{\sqrt{R^2-x^2}} \dfrac{dy}{\sqrt{x^2+y^2}\cos^2\sqrt{x^2+y^2}}.$

17. $\int\limits_{-R}^R dx \int\limits_{-\sqrt{R^2-x^2}}^0 \dfrac{dy}{\sqrt{x^2+y^2}\sin^2\sqrt{x^2+y^2}}.$

18. $\int\limits_0^2 dx \int\limits_0^{\sqrt{4-x^2}} \dfrac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}dy.$

19. $\int\limits_{-R}^0 dx \int\limits_0^{\sqrt{R^2-x^2}} \dfrac{dy}{\sqrt{x^2+y^2}\,ctg\sqrt{x^2+y^2}}.$

20. $\int\limits_{-3}^3 dx \int\limits_{-\sqrt{9-x^2}}^0 \dfrac{xy}{x^2+y^2}dy.$

21. $\int\limits_{-R}^0 dx \int\limits_{-\sqrt{R^2-x^2}}^0 \cos(x^2+y^2)dy.$

22. $\int\limits_{-R}^0 dx \int\limits_0^{\sqrt{R^2-x^2}} \sin(x^2+y^2)dy.$

23. $\int\limits_{-1}^1 dx \int\limits_0^{\sqrt{1-x^2}} \sqrt{1+x^2+y^2}dy.$

24. $\int\limits_{-2}^2 dx \int\limits_0^{\sqrt{4-x^2}} \sqrt{x^2+y^2}e^{x^2+y^2}dy.$

9. $\int\limits_{0}^{R} dx \int\limits_{-\sqrt{R^2-x^2}}^{\sqrt{R^2-x^2}} \cos(x^2+y^2)dy$.

10. $\int\limits_{-R}^{R} dx \int\limits_{-\sqrt{R^2-x^2}}^{\sqrt{R^2-x^2}} \sin\sqrt{x^2+y^2}\,dy$.

11. $\int\limits_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} dx \int\limits_{0}^{\sqrt{3-x^2}} \sqrt{1+x^2+y^2}\,dy$.

12. $\int\limits_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} dx \int\limits_{-\sqrt{2^2-x^2}}^{\sqrt{2^2-x^2}} (1+x^2+y^2)dy$.

13. $\int\limits_{0}^{2} dx \int\limits_{-\sqrt{4^2-x^2}}^{\sqrt{4^2-x^2}} \frac{dy}{1+x^2+y^2}$.

14. $\int\limits_{0}^{1} dx \int\limits_{0}^{\sqrt{1-x^2}} \frac{dy}{1+\sqrt{x^2+y^2}}$.

15. $\int\limits_{-R}^{R} dx \int\limits_{-\sqrt{R^2-x^2}}^{0} \frac{\sin\sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{x^2+y^2}}dy$.

25. $\int\limits_{0}^{3} dx \int\limits_{0}^{\sqrt{9-x^2}} \ln(1+x^2+y^2)dy$.

26. $\int\limits_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} dx \int\limits_{-\sqrt{2-x^2}}^{\sqrt{2-x^2}} e^{-(x^2+y^2)}dy$.

27. $\int\limits_{0}^{1} dx \int\limits_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} \frac{\ln(1+\sqrt{x^2+y^2})}{\sqrt{x^2+y^2}}dy$.

28. $\int\limits_{0}^{2} dx \int\limits_{0}^{\sqrt{4-x^2}} \cos\sqrt{x^2+y^2}\,dy$.

29. $\int\limits_{0}^{R} dx \int\limits_{-\sqrt{R^2-x^2}}^{\sqrt{R^2-x^2}} \sin(x^2+y^2)dy$.

30. $\int\limits_{0}^{R} dx \int\limits_{-\sqrt{R^2-x^2}}^{\sqrt{R^2-x^2}} \frac{tg\sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{x^2+y^2}}dy$.

Завдання 5.3 Обчислити за допомогою подвійного інтеграла площу плоскої області, що обмежена вказаними лініями:

1. $x=y^2,\ x=\sqrt{2-y^2}$.
2. $y=3(x-1)^2,\ y=0,\ x=0$.
3. $x=4-y^2,\ x-y+2=0$.
4. $y=\frac{1}{x},\ x=1,\ x=3$.
5. $y=\sqrt[3]{x},\ y=1,\ x=0$.
6. $(x^2+y^2)^3=4a^2xy(x^2-y^2)$.
7. $y=x^2,\ y=-x$.
8. $y=2+tg\,x,\ y=0,\ x=0,\ x=\frac{\pi}{4}$
16. $y=arctg\,3x,\ y=0,\ x=\frac{1}{3}$.
17. $x^2+y^2=5,\ y=5-x^2$.
18. $y=\sin x,\ y=\frac{2x}{\pi}$.
19. $y=3^x+1,\ x=0, x=2$.
20. $y=\ln x+5,\ y=\frac{x}{4},\ x=1,\ x=4$.
21. $x=y^2+1,\ x+y=3$.
22. $(x^2+y^2)^3=a^2x^4$.
23. $(x^2+y^2)^3=2ay^3$.

9. $xy=1,\ x^2=y,\ y=2,\ x=0$.

10. $x=\cos y,\ x\le y+1,\ x\ge 0$.

11. $2y=\sqrt{x},\ x+y=5,\ x\ge 0$.

12. $\rho^2=a^2\cos 3\varphi$.

13. $\rho=a\cos^2 2\varphi$.

.14. $y=x^2+2,\ x\ge 0,\ x=2,\ y=x$

15. $y=x^2+1,\ x+y=3$.

24. $y=\ln x+1,\ y=0,\ x=1,\ x=e$.

25. $y=2^x,\ y=2x-x^2,\ x=2,\ x=0$.

26. $x=y^2,\ y^2=4-x$.

27. $\left(x^2+y^2\right)^2=a^2\left(7x^2+5y^2\right)$.

28. $y^2=4-x,\ y=x+2,\ y=2,\ y=-2$

29. $y=\sqrt{2-x^2},\ y=x^2$.

30. $y=-2x^2+2, y\ge -6$.

Для розв'язання контрольної роботи № 5 вам знадобляться такі поняття, формули та алгоритми

1. Подвійний інтеграл від неперервної функції $f\left(x,y\right)$ по правильній області D дорівнює повторному інтегралу від цієї функції по області D, тобто

$$\iint\limits_D f\left(x,y\right)dxdy=\int\limits_a^b dx\int\limits_{\varphi_1(x)}^{\varphi_2(x)} f\left(x,y\right)dy \tag{5.1}$$

або

$$\iint\limits_D f\left(x,y\right)dxdy=\int\limits_c^d dy\int\limits_{\psi_1(y)}^{\psi_2(y)} f\left(x,y\right)dx. \tag{5.2}$$

Наведемо ***алгоритм зведення подвійного інтеграла до повторного.***

1. Будуємо область інтегрування.
2. Визначаємо зовнішню змінну інтегрування.

а) Якщо x – зовнішня змінна інтегрування, то:

3а. Якщо область інтегрування неправильна відносно Oy, то горизонтальними та вертикальними лініями розбиваємо її на сукупність правильних відносно Oy областей. Зауважимо, що інтеграл по неправильній області дорівнює сумі інтегралів по правильних областях, що входять в область інтегрування.

4а. Визначаємо абсциси кінців відрізка a та b, в який проектується на вісь Ox правильна відносно Oy область інтегрування.

5а. Проводимо вертикальні лінії $x=a$ та $x=b$ до перетину із областю і визначаємо верхню та нижню межі області та рівняння $y=\varphi_1\left(x\right)$ й $y=\varphi_2\left(x\right)$, якими вони описуються.

6а. Якщо верхня або нижня межа (або обидві) не визначаються однією аналітичною функцією, то розбиваємо вертикальними лініями всю область інтегрування на дві або більшу кількість областей, в кожній з яких і верхня і нижня межі

визначаються однією аналітичною функцією. Зрозуміло, що в даному випадку розглядаємо подвійний інтеграл по складній області інтегрування як суму подвійних інтегралів по отриманих шляхом розбиття областях. Для кожного з одержаних інтегралів виконуємо пункти, починаючи з 4а.
7а. Подвійний інтеграл по правильній області з простою верхньою та нижньою межами обчислюється як повторний інтеграл

$$\iint_D f(x,y)\,dxdy = \int_a^b dx \int_{\varphi_1(x)}^{\varphi_2(x)} f(x,y)\,dy .$$

б) Якщо y – зовнішня змінна інтегрування, то:
3б. Якщо область інтегрування неправильна відносно Ox, то горизонтальними та вертикальними лініями розбиваємо її на сукупність правильних відносно Ox областей. Далі інтеграл по неправильній області заміняємо на суму інтегралів по одержаних правильних областях.
4б. Визначаємо ординати кінців відрізка c та d, в який проектується (правильна відносно Ox!) область інтегрування на вісь Oy.
5б. Проводимо горизонтальні лінії $y=c$ та $y=d$ до перетину із областю інтегрування і визначаємо ліву та праву межі області та їх рівняння $x=\psi_1(y)$ та $x=\psi_2(y)$.
6б. Якщо ліва чи права межа (або обидві) не визначаються однією аналітичною функцією, то горизонтальними лініями розбиваємо всю область інтегрування на дві або більшу кількість областей, в кожної з яких і ліва і права межі визначаються однією аналітичною функцією. Подвійний інтеграл по складній області інтегрування розглядаємо як суму подвійних інтегралів по отриманих шляхом розбиття областях. Для кожного з одержаних інтегралів виконуємо пункти, починаючи з 4б.
7б. Подвійний інтеграл по правильній області з простою лівою та правою межами обчислюється як повторний інтеграл $\iint_D f(x,y)\,dxdy = \int_c^d dy \int_{\psi_1(y)}^{\psi_2(y)} f(x,y)\,dx$.

Зауваження! Область інтегрування D називається правильною відносно осі Ox (осі Oy), якщо будь-яка пряма, що паралельна цій осі, перетинає границю L області D не більше як у двох точках.

2. Розглянемо правильну відносно Oy область D, яка проектується на вісь Ox у відрізок $[a;b]$. AB – верхня межа області, яка описується рівнянням $y=\varphi_2(x)$, AC – нижня межа $y=\varphi_1(x)$ (рис. 5.1). Тоді

$$\int_a^b dx \int_{\varphi_1(x)}^{\varphi_2(x)} f(x,y)\,dy \qquad (5.3)$$

називається повторним інтегралом функції $f(x,y)$ по області D із зовнішньою змінною інтегрування x. При цьому $\int\limits_{\varphi_1(x)}^{\varphi_2(x)} f(x,y)dy$ – називається внутрішнім інтегралом, а y – внутрішньою змінною інтегрування.

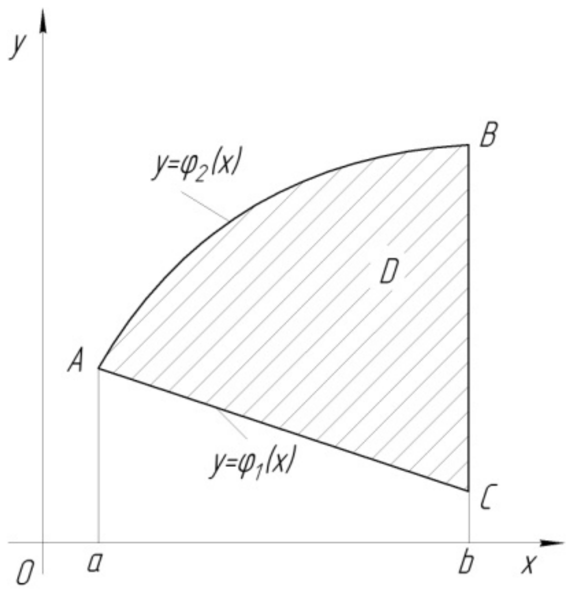


Рисунок 5.1

Розглянемо область правильну відносно Ox, яка проектується на вісь Oy у відрізок $[c;d]$. ClD – ліва межа області, яка описується рівнянням $x=\psi_1(y)$, CkD – права межа $x=\psi_2(y)$ (рис. 5.2). У цьому випадку вираз

$$\int\limits_c^d dy \int\limits_{\psi_1(y)}^{\psi_2(y)} f(x,y)dx \tag{5.5}$$

називається повторним інтегралом функції $f(x,y)$ по області D із зовнішньою змінною інтегрування y. При цьому $\int\limits_{\psi_1(y)}^{\psi_2(y)} f(x,y)dx$ – внутрішній інтеграл, а x – внутрішня змінна інтегрування.

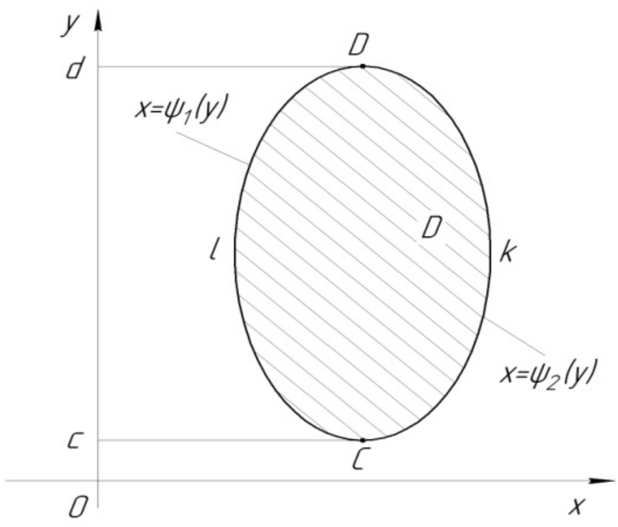


Рисунок 5.2

3. ***Алгоритм обчислення повторного інтеграла***

– Знаходимо первісну внутрішнього інтеграла за умови, що зовнішня змінна інтегрування є сталою. Замість внутрішньої змінної за формулою Ньютона-Лейбніца підставляємо межі інтегрування.

– Обчислюємо визначений інтеграл від отриманого в попередньому пункті виразу за зовнішньою змінною інтегрування.

4. $\iint\limits_D dS = S_D$, де S_D – площа області інтегрування D.

5. Нехай змінні x, y зв'язані зі змінними u, v співвідношеннями

$$x = \varphi(u,v),\ y = \psi(u,v), \tag{5.6}$$

де $\varphi(u,v)$, $\psi(u,v)$ – неперервні та диференційовані функції, що взаємно однозначно відображають область D площини Oxy на область D' площини Ouv.

Тоді $\iint\limits_D f(x,y)dxdy = \iint\limits_{D'} f(\varphi(u,v),\psi(u,v))\left|J\right|dudv$,

де $J = \begin{vmatrix} \dfrac{\partial\varphi}{\partial u} & \dfrac{\partial\varphi}{\partial v} \\ \dfrac{\partial\psi}{\partial u} & \dfrac{\partial\psi}{\partial v} \end{vmatrix}$ – визначник Якобі (якобіан) функцій $\varphi(u,v)$ та $\psi(u,v)$.

ДОДАТКИ

Додаток А

Значення функції Пуассона $P_m(\lambda)=\dfrac{\lambda^m}{m!}e^{-\lambda}$

m \ λ	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
0	0,9048	0,8187	0,7408	0,6703	0,6065	0,5488	0,4966	0,4493	0,4066	0,3679
1	0,0905	0,1637	0,2223	0,2681	0,3033	0,3293	0,3476	0,3595	0,3659	0,3679
2	0,0045	0,0164	0,0333	0,0536	0,0758	0,0988	0,1216	0,1438	0,1647	0,1839
3	0,0002	0,0011	0,0033	0,0072	0,0126	0,0198	0,0284	0,0383	0,0494	0,0613
4	0,0000	0,0001	0,0003	0,0007	0,0016	0,0030	0,0050	0,0077	0,0111	0,0153
5	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0003	0,0007	0,0012	0,0020	0,0031
6	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0003	0,0005
7	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001

m \ λ	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0	10,0
0	0,1353	0,0498	0,0183	0,0067	0,0025	0,0009	0,0003	0,0001	0,0001
1	0,2707	0,1494	0,0733	0,0337	0,0149	0,0064	0,0027	0,0011	0,0005
2	0,2707	0,2240	0,1465	0,0842	0,0446	0,0223	0,0107	0,0050	0,0023
3	0,1805	0,2240	0,1954	0,1404	0,0892	0,0521	0,0286	0,0150	0,0076
4	0,0902	0,1681	0,1954	0,1755	0,1339	0,0912	0,0572	0,0337	0,0189
5	0,0361	0,1008	0,1563	0,1755	0,1606	0,1277	0,0916	0,0607	0,0378
6	0,0120	0,0504	0,1042	0,1462	0,1606	0,1490	0,1221	0,0911	0,0631
7	0,0034	0,0216	0,0595	0,1045	0,1377	0,1490	0,1396	0,1171	0,0901
8	0,0009	0,0081	0,0298	0,0653	0,1033	0,1304	0,1396	0,1318	0,1126
9	0,0002	0,0027	0,0132	0,0363	0,0689	0,1014	0,1241	0,1318	0,1251
10	0,0000	0,0008	0,0053	0,0181	0,0413	0,0710	0,0993	0,1186	0,1251
11	0,0000	0,0002	0,0019	0.0082	0,0225	0,0452	0,0722	0,0970	0,1137
12	0,0000	0,0001	0,0006	0,0034	0,0113	0,0264	0,0481	0,0728	0,0948
13	0,0000	0,0000	0,0002	0,0013	0,0052	0,0142	0,0296	0,0504	0,0729
14	0,0000	0,0000	0,0001	0,0005	0,0022	0,0071	0,0169	0,0324	0,0521
15	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0009	0,0033	0,0090	0,0194	0,0347
16	0,0000	0,0000	0 0000	0,0000	0,0003	0,0015	0,0045	0,0109	0,0217
17	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0006	0,0021	0,0058	0,0128
18	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0009	0,0029	0,0071
19	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0014	0,0037
20	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0006	0,0019
21	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0009
22	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004
23	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002
24	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001
25	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

ЛІТЕРАТУРА

1. Сачанюк-Кавецька Н. В. Вища математика з комп'ютерною підтримкою. Функції багатьох змінних, кратні інтеграли : навчальний посібник / Сачанюк-Кавецька Н. В., Краєвський В. О., Ковальчук М. Б. – Вінниця : ФОП Долюк С. В., 2014. – 135 с.
2. Сачанюк-Кавецька Н. В. Елементи теорії поля : навчальний посібник / Н. В. Сачанюк-Кавецька, Л. І. Педорченко. – Вінниця : ВНТУ, 2006. – 100 с.
3. Сачанюк-Кавецька Н. В. Теорія рядів : навчальний посібник / Сачанюк-Кавецька Н. В., Педорченко Л. І., Ковальчук М. Б. – Вінниця : ВНТУ, 2008. – 138 с.
4. Тичинська Л.М. Теорія функцій комплексної змінної : навчальний посібник / Л. М. Тичинська, М. Б. Ковальчук, Г. О. Черноволик. – Вінниця : ВНТУ, 2007. – 108 с.
5. Мартыненко В. С. Операционное исчисление : учебное пособие / Мартыненко В. С. – Киев : Издательство киевского университета, 1968. – 200 с.
6. Пискунов Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления : в 2-х т. / Пискунов Н. С. – М. : Интеграл-Пресс, 2004.
   Т. 1. – 2003. – 416 с.
   Т. 2. – 2003. – 529 с.
7. Сачанюк-Кавецька Н. В. Елементи теорії ймовірностей та математичної статистики. Ч. 1. навчальний посібник / Сачанюк-Кавецька Н. В., Педорченко Л. І.,.Дубова Н. Б – Вінниця : ВНТУ, 2008. – 108 с.
8. Елементи теорії ймовірностей та математичної статистики. Ч. 2.: навчальний посібник / [Клочко В.І., Сачанюк-Кавецька Н.В., Ковальчук М.Б., Дубова Н. Б.]. – Вінниця : ВНТУ, 2012. – 168 с.
9. Дубовик В. П. Вища математика : навч. посібник / В. П. Дубовик, І. І. Юрик. – К. : Видавництво А.С.К., 2003. – 648 с.
10. Овчинников П. П. Вища математика : підручник у 2-х томах / Овчинников П.П., Яремчук Ф. П., Михайленко В. М. – [3-є вид.] – К. : Техніка, 2008.
   Ч. 1. – 2008. – 600 с.
   Ч. 2. – 2008. – 792 с.
11. Бугров Я. С. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. Функции комплексного переменного / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. – М.: ю..Наука, 2002. – 464 с.

Навчальне видання

Хом'юк Ірина Володимирівна
Сачанюк-Кавецька Наталія Василівна
Хом'юк Віктор Вікторович
Ковальчук Майя Борисівна

Вища математика. Збірник завдань для організації самостійної роботи студентів заочної форми навчання в двох частинах (з теоретичною підтримкою)
Частина 2

Навчальний посібник

Редактор Є. Плетньова
Оригінал-макет підготовлено Н. В. Сачанюк-Кавецькою

Підписано до друку
Формат 29,7×42 ¼. Папір офсетний.
Гарнітура Times New Roman.
Друк різографічний. Ум. друк. арк.
Наклад пр. Зам. №

Вінницький національний технічний університет,
навчально-методичний відділ ВНТУ.
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95,
ВНТУ, к. 2201.
Тел. (0432) 59-87-36.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.

Віддруковано у Вінницькому національному технічному університеті
в комп'ютерному інформаційно-видавничому центрі.
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95,
ВНТУ, ГНК, к. 114.
Тел. (0432) 59-87-38,
publish.vntu.edu.ua; email: kivc.vntu@gmail.com.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.