

АНАЛІЗ СУЧАСНОГО СТАНУ ПИТАНЬ ГЕНЕРУВАННЯ ЗАВДАНЬ З ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ.

В. М. Михалевич, Я.В. Крупський

Вінницький національний технічний університет
Хмельницьке шосе, 95, Вінниця, 21021, Україна, тел.: (0432) 43-78-80, E-Mail: kru-yarik@rambler.ru

Об'єкт дослідження: навчальний процес дисциплін математичного спрямування.

Предмет дослідження: навчально - контролюючий програмний комплекс.

Мета дослідження: формулювання ключових проблем створення генератора завдань з вищої математики та пошук шляхів їх вирішення.

Введення. Створення навчально-контролюючого комплексу з вищої математики це давня мрія багатьох викладачів. Впровадження такого комплексу сприятиме суттєвому підвищенню ефективності навчання та зменшенню об'єму рутинних робіт по підготовці та перевірці індивідуальних завдань студентів. Задача створення зазначеного комплексу настільки приваблива, настільки і складна. Одним з елементів такого комплексу є блок генерування задач. Генерування індивідуальних завдань є самостійним ефективним засобом при організації навчальної роботи. Крім того, застосування генераторів завдань стимулює пізнавальну активність студентів, що сприяє інтелектуальному розвитку особистості. В той же час, не говорячи вже про автоматизовану перевірку виконаних студентом завдань, створення самої програми генерування задач є доволі складною. Саме тому, незважаючи на численні спроби, до цього часу були відсутні такі програми генерування задач з повного курсу вищої математики в технічному вузі. Але на погляд авторів сьогодні створені передумови для ефективного вирішення цієї проблеми.

Постановка задачі. Стрімке нарощування інтелектуальних потужностей програмних засобів з одної сторони та невпинне збільшення відповідних фахівців, що володіють цим інструментарієм – з іншої, приводить до того, що з'являється значна кількість надзвичайно цікавих методичних розробок, що залишається поза увагою широкого кола викладачів. Проблемі генерування індивідуальних завдань з вищої математики присвячена велика кількість публікацій, в тому числі розміщених у інтернет. Тому важливо проаналізувати сучасний стан ступення вирішення цієї задачі та намітити шляхи її ефективного вирішення для можливості практичного використання при організації навчальної роботи.

Основний зміст. На сьогодні усі генератори з якими довелось зустрітись мають основний недолік. Вони створюють завдання по таким темам: матриці, вектори, системи лінійних рівнянь. А також більшість генераторів генерують завдання виключно шляхом вибору їх із бази існуючих завдань.

Розглянемо один із варіантів, який створила програма СНМ1-97 [1].

СНМ1-97 #6 Студент – Ф.И.О.: Шифр:

1) Вычислить корни уравнения $f(x)=0$ где

$$f(x) = a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$a_0=31.383 \quad a_1=21.586 \quad a_2=-52.038 \quad a_3=-15.010 \quad a_4=18.031$$

2) Решить систему линейных уравнений:

$$\begin{vmatrix} 0.700 & 0.090 & 0.570 & | & x_1 & | & 0.850 \\ 0.190 & 0.180 & 0.670 & * & x_2 & = & 0.630 \\ 0.840 & 0.280 & 0.450 & | & x_3 & | & 0.980 \end{vmatrix}$$

3) Функция $g(x)$ задана таблицей:

$$x: \quad 0.019 \quad 0.724 \quad 0.820 \quad 1.392$$

$$g(x): \quad -0.611 \quad -0.639 \quad 0.342 \quad 0.690$$

Вычислить $g(x)$ в трех точках: $g(0.218)$ $g(0.767)$ $g(1.199)$

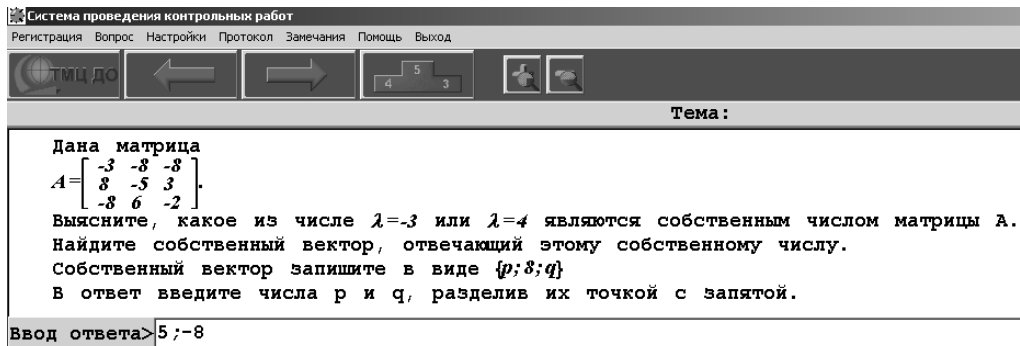
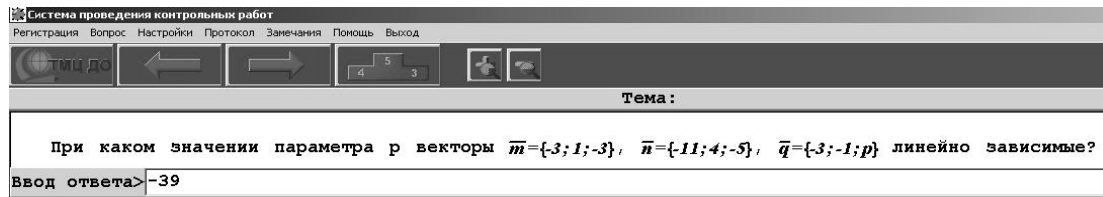
4) Вычислить интеграл $\int_a^b f(x)dx$ для трех значений a и b :

$$a: \quad 0.671 \quad 0.282 \quad 0.663$$

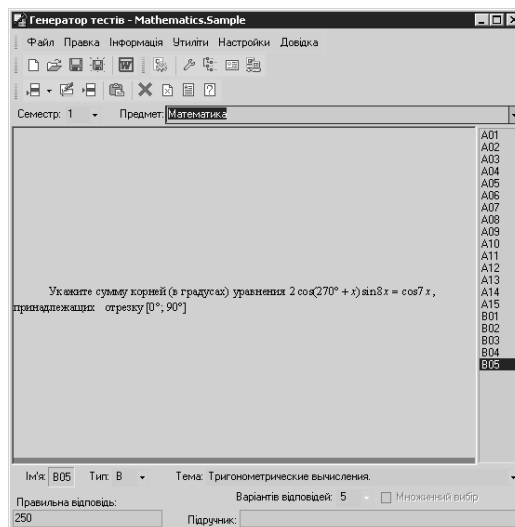
$$b: \quad 1.516 \quad 0.732 \quad 1.219$$

Усі інші варіанти, які створює дана програма, відрізняються лише цифрами. Як бачимо, алгоритм побудови варіантів примітивний. В ході розв'язків завдань, проміжні обчислення громіздкі, а також відсутня можливість обирати рівень складності.

Ще одна програма генератор контрольних робіт «Высшая математика – 1» включає в себе 64 шаблони, на основі яких і генеруються завдання. Нище ви можете побачити один із прикладів завдань по темам вектори, матриці.



Ще один приклад, це програма "Генератор тестів V1.52" [2].



Незважаючи на те, що дана програма названа генератором тестів, питання тестів та відповіді потрібно вводити самостійно за допомогою редактора Microsoft Word. Отже, основним достоїнством даної програми є зручний інтерфейс.

Усі інші програми наприклад, "Test_maker", "Тестирование знаний студентов" [3,4], схожі між собою властивостями але відрізняються лише форматом меню.

Після ознайомлення з рядом програм для генерування завдань з математики, можна зробити такі висновки:

1. Переважна більшість програм генерування завдань з математики, доступних для використання, присвячені вузькому класу задач лінійної й векторної алгебри. Самі програми реалізовані як окремі додатки, що створені за допомогою одної з універсальних мов програмування. Генерування таких задач не вимагає складних алгоритмів.
2. Практичним проблемам створення програм генерування з усього курсу вищої математики присвячено лише декілька окремих робіт, наприклад, [5], [6] - генерування тестових завдань з математичного аналізу, де розглядаються завдання по наступним розділам математичного аналізу: теорія границь, неперервність функцій, диференціальні рівняння функції однієї змінної та її застосування до дослідження функції, інтегральне числення функції однієї змінної, диференціальні рівняння функції багатьох змінних. Але роботи ці носять переважно інформаційний характер. Не має змоги ні скористатися такими програмами ні ознайомитися з алгоритмом, покладеним в основу їх роботи.
3. Стан справ, указаний в пунктах 1,2 зумовлений відсутністю до недавнього часу достатньо ефективного інструментарію для вирішення проблем генерувань завдань з математики.

На думку авторів головною сучасною передумовою для вирішення проблеми створення програми генерування завдань з вищої математики є наявність спеціалізованих математичних пакетів – систем

символьної математики, таких як Maple, Mathematica, MuPad та ін. Система Maple має не тільки величезну кількість команд для розв'язання практично всіх типових задач з вищої математики, але й розвинуту власну мову програмування, що дозволяє відносно не великими зусиллями створювати програми з рисами штучного інтелекту. Саме ці ознаки і дають основу для сподівань авторів на реальне практичне розв'язання розглядуваної задачі.

Головною проблемою створення програми генерування завдань з вищої математики є розробка самого алгоритма створення великої кількості різноманітних задач одної тематики. Тут можна використовувати різні методи:

1. Генерування задач виключно на основі деякого алгоритму.
2. Генерування задач виключно на основі заздалегідь створеного банку задач.
3. Генерування задач виключно на основі заздалегідь створених задач-шаблонів.

Кожен із наведених методів має свої переваги та недоліки і вибір конкретного з них зумовлюється типом математичних задач, що розглядаються. Очевидно, що ці методи можна комбінувати.

Розглянемо декілька прикладів.

Задача з аналітичної геометрії: “Дано вершини $A(x_a; y_a)$, $B(x_b; y_b)$, $C(x_c; y_c)$ трапеції ABCD ($AD \parallel BC$). Відомо, що діагоналі трапеції взаємно перпендикулярні. Знайти координати вершини D цієї трапеції. Зробити креслення.”

Для генерування подібних задач на практиці ефективним виявився третій метод. Створюється шаблон текстової умови задачі, а генерування різних варіантів забезпечується генеруванням координат точок A, B, C. На перший погляд може здатися, що при генеруванні координат цих точок достатньо забезпечити лише умову неналежності трьох отриманих точок одній і тій самій прямій. Цю умову задовольнити елементарно, достатньо згенерувати відмінний від нуля визначник третього порядку, [7]. Але при більш уважному розгляді задачі стає очевидним, що тут потрібно задовольнити і додаткові умови: кути A та C в $\triangle ABC$ повинні бути гострокутними, в іншому випадку задача розв'язку не матиме, оскільки неможлива побудова заданої трапеції (рис. 1).

В даному випадку достатньо (але не необхідно) згенерувати вершини гострокутного трикутника. Це можна зробити за допомогою частини алгоритма, покладеного в основу генерування задач лінійного програмування, а точніше генерування лінійних нерівностей, що задають непусту область [7]. Після здобуття координат вершин опуклого многокутника неважко виділити з них вершини деякого гострокутного трикутника. Цей алгоритм привабливий тим, що координати всіх заданих вершини будуть цілими числами.

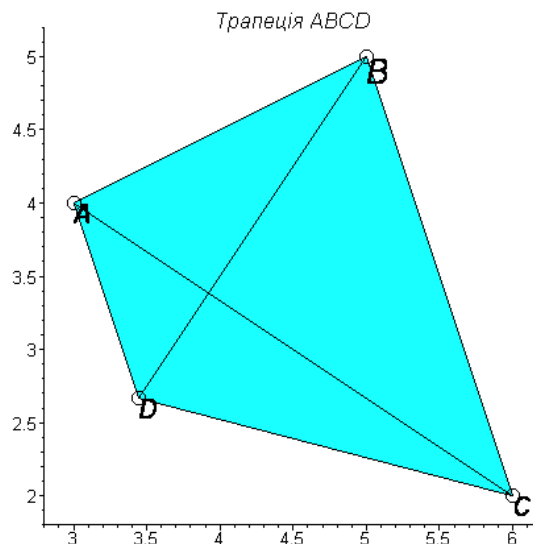


Рис. 1.

Задача з теорії ймовірностей: “Випадкова величина неперервного типу задана функцією розподілу $F(x)$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq a; \\ c_2 \cdot x^2 + c_1 \cdot x + c_0, & a < x \leq b; \\ 1, & x > b. \end{cases} \quad (1)$$

Знайти: а) коефіцієнти c_0, c_1, c_2 , (якщо вони є); б) функцію щільності імовірності $f(x)$.”

Збірники задач з теорії ймовірностей містять велику кількість частинних випадків наведеної залежності.

Генерувати окремі завдання на основі наведеної залежності можна таким способом. Спочатку генеруються будь-які дійсні числа a та b ($a < b$). При цьому числа c_0, c_1, c_2 не можуть бути довільними! Згідно з умови неперервності та монотонного неспадання функції $F(x)$ матимемо:

1. При $a \cdot b \neq 0$ повинно виконуватися

$$\min\left(\left(\frac{a}{b-a}\right)^2, \left(\frac{a \cdot (a-2 \cdot b)}{(b-a)^2}\right)\right) \leq c_0 \leq \max\left(\left(\frac{a}{b-a}\right)^2, \left(\frac{a \cdot (a-2 \cdot b)}{(b-a)^2}\right)\right) \quad (2)$$

В цьому випадку задаються числа a, b та c_0 . А коефіцієнти c_1, c_2 пропонується знайти в завданні.

Рівномірний розподіл матимемо як окремий випадок при $c_0 = \frac{a}{a-b}$, що завжди можливо,

оскільки неважко довести виконання нерівностей

$$\min\left(\left(\frac{a}{b-a}\right)^2, \left(\frac{a \cdot (a-2 \cdot b)}{(b-a)^2}\right)\right) \leq \frac{a}{a-b} \leq \max\left(\left(\frac{a}{b-a}\right)^2, \left(\frac{a \cdot (a-2 \cdot b)}{(b-a)^2}\right)\right) \quad (3)$$

2. При $a \cdot b = 0$ повинно виконуватися

$$-\frac{1}{(a+b)^2} \leq c_2 \leq \frac{1}{(a+b)^2} \quad (4)$$

В цьому випадку задаються числа a, b та c_2 . А коефіцієнти c_0, c_1 пропонується знайти в завданні.

Генерування завдань без можливості автоматичної перевірки правильності здобутого студентом розв'язку на порядок втрачає свою ефективність. І розв'язання саме цього питання практично неможливо без сучасних пакетів символічної математики, що продемонстровано в роботах [7-11].

Висновки:

1. Ключовою проблемою створення блоку генерування є побудова відповідних математичних моделей та алгоритмів.

2. Програми генерування завдань та перевірки правильності їх розв'язання повинні створюватися в середовищі пакета символічної математики.

Література:

- [1] <http://nwpi.narod.ru/programs/chm1-97.zip>
- [2] <http://utk.mastak.ru>
- [3] <http://timk.ru/mysoft/untest2503.zip>
- [4] <http://www.finalsoft.narod.ru/test1.1.zip>
- [5] <http://www.kubsu.ru/~mschool/maht1/start/start.htm>
- [6] <http://www.library.mephi.ru/data/scientific-sessions/2003/12/210.html>
- [7] Михалевич В.М. Excel-VBA-Maple програма генерації задач з дисциплін математичного спрямування//Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія. – 2005. - № 2. – С.74-83
- [8] Михалевич В.М. Реалізації технології “живих сторінок” в Maple, MathCad, Excel // Вісник ВПІ. – 2004. - № 3. – С. 90-95
- [9] Process Engineering of a "Live Pages". // “Інтернет – Освіта - Наука - 2004”, четверта міжнародна конференція ІОН – 2004, 28 вересня – 16 жовтня, 2004 р. Збірник матеріалів конференції. Том 1. – Вінниця: Універсум-Вінниця, 2004. - С.31-34.
- [10] Михалевич В.М. Навчально-контролюючий Maple – комплекс з вищої математики //Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія. – 2004. - № 1. – С.74-78.
- [11] Михалевич В.М. Ключові проблеми створення навчально-контролюючого комплексу з дисциплін математичного спрямування// Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання у підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми// Зб. наук. прац. – Випуск 10 / Редкол.: І.А. Зязюн (голова) та ін. Київ-Вінниця: ДОВ “Вінниця”, 2006, С.391-197.