Міністерство освіти та науки України
Національний педагогічний університет
імені М.П. Драгоманова
Національна металургійна академія України

Теорія та методика електронного навчання

Збірник наукових праць
Випуск І

Кривий Ріг
Видавничий відділ НМетАУ
2010

МЕТОДИКА СТВОРЕННЯ ГЕНЕРАТОРА ЗАВДАНЬ З НЕВИЗНАЧЕНИХ ІНТЕГРАЛІВ В СЕРЕДОВИЩІ MAPLE

В.М. Михалевич[α], Я.В. Крупський[β]
м. Вінниця, Вінницький національний технічний університет
[α] mikhal@svitonline.com
[β] kru-yarik@rambler.ru

Створення та впровадження навчально-контролюючого комплексу з вищої математики сприятиме суттєвому підвищенню ефективності навчання та зменшенню об'єму рутинних робіт по підготовці та перевірці індивідуальних завдань студентів. Одним з елементів такого комплексу є блок генерування задач. Генерування індивідуальних завдань є самостійним ефективним засобом при організації навчальної роботи. Крім того, застосування генераторів завдань стимулює пізнавальну активність студентів, що сприяє інтелектуальному розвитку особистості.

Продемонструємо методику створення генератора завдань з інтегруванню раціональних алгебраїчних функцій. Найпоширеніші приклади по темі інтегрування раціональних алгебраїчних функцій в книжках з вищої математики [1–3] такі:

$$\int\frac{dx}{x^2+3x+3},\ \int\frac{x-4}{x^2-5x+6}dx,\ \int\frac{5x-1}{x^3-3x-2}dx,\ \int\frac{x+2}{x^3-2x^2}dx,$$

$$\int\frac{2x^2-5x+1}{x^3-2x^2+x}dx,\ \int\frac{2x^2+x+4}{x^3+x^2+4x+4}dx,\quad \int\frac{2x^3+x^2+5x+1}{(x^2+3)(x^2-x+1)}dx.$$

Наприклад, для того, щоб згенерувати невизначений дробовий інтеграл, можливо скористатись наступним шаблоном:

$$\int\frac{Ax^4+Bx^3+Cx^2+Dx+E}{Kx^4+Lx^3+Rx^2+Sx+T}dx.$$

В залежності від коефіцієнтів ми отримаємо близько 31·26=806 різних типів прикладів від звичайного табличного інтегралу $\int\frac{a}{bx+c}dx$ до складного інтегралу, де потрібно шукати корені знаменника та розкладати даний дріб на суму простих дробів. Безпосередньо використовувати цей метод незручно, оскільки ми не можемо впливати на кількість цілих коренів знаменника та чисельника. Система генерування повинна підбирати такі корені, щоб в ході обчислення не виникали складні ірраціональні корені та щоб чисельник та знаменник не перетворювались в нулі.

Більш ефективною моделлю генерування раціональних дробів є на-

ступна:

$$\int \frac{\prod_{t=1}^{w}(x-b_t)^{d_t}\prod_{g=1}^{v}\left(x^2+k_g x+l_g\right)^{h_g}}{\prod_{i=1}^{n}(x-a_i)^{r_i}\prod_{j=1}^{m}\left(x^2+p_j x+q_j\right)^{s_j}}dx$$

В залежності від чисел w, v, n, m степінь чисельника може бути ≥ або < за степінь знаменника. Тобто можемо отримувати правильний або неправильний дріб. Степені h_g та s_j в залежності від важкості завдання доцільно брати 2, 1 або 0.

Одною з альтернативних до наведеного алгоритму є наступний. Згенерувати непорожню множину коренів рівняння чисельника та знаменника, визначити кратність коренів та на основі цих даних створити підінтегральну функцію. Наприклад коренями чисельника є числа –5 та 2 – однократні, а знаменника –1 – однократний корінь та –3 – двократний. Тобто інтеграл матиме вигляд $\int \frac{(x+5)(x-2)}{(x+1)(x+3)^2}dx$. Для реалізації в Maple скористаємось функцією expand для розкриття дужок. Блок програми матиме вигляд:

```
> a[1]:=-5: a[2]:=2: a[3]:=-1: a[4]:=3:
  b[1]:=1:  b[2]:=1: b[3]:=1:  b[4]:=2:
  chiselnik:=expand((x-a[1])^b[1]*(x-a[2])^b[2]):
  znamennik:=expand((x-a[3])^b[3]*(x-a[4])^b[4]):
  Int(chiselnik/znamennik,x);
```

$$\int \frac{x^2+3x-10}{x^3-5x^2+3x+9}dx$$

У всіх попередніх випадках коефіцієнти $a[i]$ та $b[i]$, щоб вони не повторювались, можливо обчислювати як вибірку з множини чисел.

```
> with(RandomTools):
  YM:=rand(1..4):   LL:={$-10..-1,$1..10}:
    for i to 4 do
     a[i]:= Generate(choose(LL));
      LL:=LL minus {a[i]}:
if i<3 then Dd[i]:=1;  print('a'[i]=a[i],'d'[i]=Dd[i]);: end if: if YM()=4 then
R[i]:=2 else R[i]:=1: end if:
if i>2 then print('a'[i]=a[i],'b'[i]=R[i]);end if:
    end do:
  chiselnik:=(x-a[1])^Dd[1]*(x-a[2])^Dd[2]:   znamennik:=(x-a[3])^R[3]*(x-
a[4])^R[4]:
  print(Int(chiselnik/znamennik,x)=Int(expand(chiselnik)/
```

expand(znamennik),x));

$$a_1 = -10,\ d_1 = 1 \quad a_2 = -8,\ d_2 = 1 \quad a_3 = 1,\ b_3 = 1 \quad a_4 = -4,\ b_4 = 2$$

$$\int \frac{(x+10)(x+8)}{(x-1)(x+4)^2}\,dx = \int \frac{x^2+18x+80}{x^3+7x^2+8x-16}\,dx$$

Підстановка $x \to ax+b$ дозволяє підвищити рівень складності прикладу практично в усіх випадках.

Згенеровані таким способом приклади потрібно уважно проаналізувати. Серед них можуть виявитися поодинокі випадки занадто простих виразів, що є результатом символьних спрощень.

Література

1. Минорский В. П. Сборник задач по высшей математике : учеб. пособие для втузов / Минорский В. П. – 13-е изд. – М. : Наука, 1987. – 352 с.
2. Луценко Ю. Л. Вища математика. Методичні розробки практичних занять. Індивідуальні завдання / Луценко Ю. Л., Миронюк М. В. – Вінниця . Тірас, 2004. – 464 с.
3. Рябушко А. П. Сборник индивидуальных заданий по высшей математике : учеб. пособие / Рябушко А. П. – В 3 ч. – Ч. 1. – М. : Выш. шк., 1991. – 288 с.
4. Матросов А. В. Maple 6. Решение задач высшей математики и механики / Матросов А. В. – СПб. : БХВ-Петербург, 2001. – 528 с.
5. Михалевич В. М. Навчально-контролюючий Maple-комплекс з вищої математики / Михалевич В. М. // Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія. – 2004. – № 1. – С. 74-78.
6. Михалевич В. М. Excel-VBA-Maple програма генерації задач з дисциплін математичного спрямування / Михалевич В. М. // Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія. – 2005. – № 2. – С. 74–83.
7. Михалевич В. М. Аналіз сучасного стану питань генерування завдань з вищої математики / Михалевич В. М., Крупський Я. В. // «Інтернет – Освіта – Наука – 2006», п'ята міжнародна конференція ІОН–2006, 10-14 жовтня, 2006 р. : збірник матеріалів конференції. – Том 1. – Вінниця : УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2006. – С. 31-34.