

## МЕХАНІКА ҐРУНТІВ ТА ФУНДАМЕНТИ

УДК 642:624.044:624.15

А. С. Моргун  
Р. І. МалачковськаЗАСТОСУВАННЯ ЧИСЛОВОГО МЕТОДУ ГРАНИЧНИХ  
ЕЛЕМЕНТІВ В ПРИКЛАДНИХ ДОСЛІДЖЕННЯХ  
ПОВЕДІНКИ КІЛЬЦЕВОГО ФУНДАМЕНТУ

Вінницький національний технічний університет

Отримання вихідних прогнозних даних для розрахунку несучої спроможності кільцевих фундаментів – технічно можливих і раціональних варіантів фундаментних конструкцій споруд баштового типу, є одним із актуальних напрямків фундаментобудування.

Деформування гранульованого ґрунтового середовища здійснюється при взаємному проковзуванні зерен, а в умовах великих тисків – і при крихкому руйнуванні. Для обґрунтування проектних рішень ґрунтових основ розрахунки можливі лише за допомогою сучасних числових методів та ЕОМ.

В роботі за числовим методом граничних елементів (МГЕ) проведено прогноз нелінійного деформування кільцевого фундаменту баштової димової труби.

Ключові слова: числовий метод граничних елементів, кільцевий фундамент, напружено-деформований стан.

## Вступ

Ні один із будівельних матеріалів, в тому числі і бетон, не мають тієї ступені стохастичної мінливості своїх фізико-механічних властивостей в просторі і часі, як ґрунт. До сьогоднішнього дня стоїть питання створення розрахункової моделі ґрунту, яка б обіймала всю множину його природних властивостей. На сьогодні ще неможливе врахування всіх властивостей ґрунту в сукупності, а деяких з них і окремо.

Зростаючі можливості сучасних ЕОМ потребують постійної ревізії існуючих числових методів для дослідження нових класів задач, для яких з'явилась надія на вирішення. Однією з таких задач є задача геомеханіки нелінійної поведінки під навантаженням кільцевого фундаменту.

## Постановка задачі, визначальні співвідношення

Зростання потужностей тепло- та гідроелектростанцій сприяло різкому збільшенню висоти їх димових труб (до 400 м) та діаметрів їх фундаментних плит (до 50 м і більше).

Експериментальне вивчення взаємодії кільцевих фундаментів в спорудах баштового типу з основами відрізняється від теоретичних рішень, які в багатьох випадках приводять до значних перевитрат матеріалів. Тому створення моделі більш раціонального проектування кільцевих фундаментів споруд є актуальною задачею. В роботі за дилатансійною математичною моделлю та числовим методом граничних елементів проведено розрахунок кільцевого фундаменту димової труби, який має зовнішній діаметр 43 м і ширину підшви – 11 м. висота фундаменту і глибина його закладання складає 4,5 м (рис. 1). Фундамент і стовбур труби, висотою 330 м, виконані із монолітного залізобетону. Тиск на ґрунт основи складає 0,19 МПа.

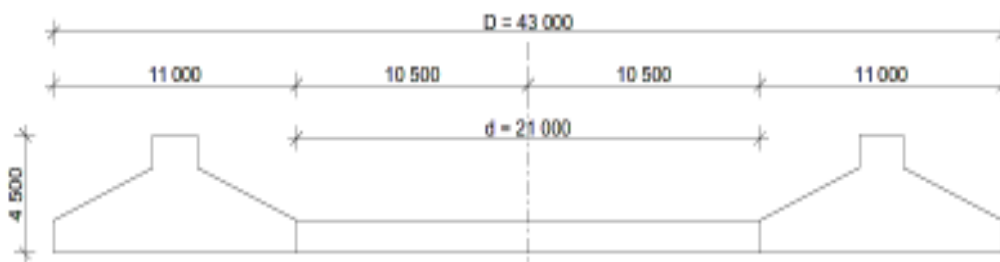


Рисунок 1 – Кільцевий фундамент димової труби

Натурні спостереження за осіданням димової труби проводились методом геометричного нівелювання [1] за закладеними марками. Середня осадка димової труби після стабілізації склала 58 мм, що менше допустимих  $S_u = 10$  см.

Для прогнозування розв'язку НДС ґрунту використано числовий МГЕ [2,5], в якому система диференціальних розрахункових рівнянь зводиться до інтегрального рівняння, яке потребує дискретизації лише границі і значно зменшує число вузлових точок. Числовий МГЕ потребує використання ЕОМ і, що є загальним для наближених числових методів, зводить розрахункові рівняння до розв'язків системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР) високих порядків:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{ij,j} + b_j &= 0 \\ \varepsilon_{ij} &= \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \\ \sigma_{ij} &= C_{ijkl}\varepsilon_{kl} \end{aligned} \right\} \Rightarrow C_{ij}(\xi)u_j(\xi) + \int_{\Gamma} p_{ij}^*(\xi, x)u_j(x)d\Gamma(x) = \int_{\Gamma} u_{ij}^*(\xi, x)p_j(x)d\Gamma(x), \quad (1)$$

де  $\sigma_{ij,j} + b_j = 0$  – статичні рівняння рівноваги;  $\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i})$  – геометричні рівняння;

$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\varepsilon_{kl}$  – фізичні рівняння середовища.

При розгляді нелінійної задачі інтегральне рівняння (1), отримане К. Бреббія [2], набуває вигляду [5]:

$$c_{ij} \cdot u_j + \int_{\Gamma} p_{ij}^* u_j d\Gamma = \int_{\Gamma} u_{ij}^* p_j d\Gamma + \int_{\Omega} \sigma^* \varepsilon_{jk}^p d\Omega, \quad (2)$$

де,  $u$  – заданий вектор переміщень на контактній границі фундаментної конструкції;  $p$  – шуканий вектор напружень на границі;  $u^*$ ,  $p^*$ ,  $\sigma^*$  – ядра граничного рівняння (2) чи функції впливу МГЕ, це двоточкові функції, їх компоненти – переміщення та напруження довільної точки поля в напрямку «і» (точка нагляду) від сили  $P = 1$ , прикладеної в «j» – му напрямку (джерелі) – прийнято рішення  $P$ . Міндліна для переміщень, напружень [2] та похідних від напружень [5], що відповідають одиничним взбурюючим впливам ( $P=1$ ) в півпросторі. Ядра інтегрального рівняння характеризують собою досліджуване середовище;  $c_{ij}$  – постійна, визначається із умов руху тіла як цілого, з'являється при переводі краєвої задачі до інтегрального рівняння (1) для отримання єдиного рішення;  $\Gamma$ ,  $\xi$ ,  $x$ ,  $\Omega$  – відповідно гранична поверхня фундаментної конструкції, точка збурення, точка нагляду та границя трикутних осередків активної зони ґрунту [2,5].

Модель враховує в сукупності такі реальні властивості природніх ґрунтів, як дискретність, розривність, нелінійність деформування. Дискретність (чи зерниста будова ґрунту) – основна властивість, що відрізняє ґрунт від твердих тіл. Врахування дискретності ґрунту, та властиву таким середовищам дилатансію, відкривають більше можливостей для відповідності теорії експерименту. Модель враховує наявність в ґрунтовій основі зон як дограничного сгану (з фізичними рівняннями закону Гука), так і зон післяграничного стану зі співвідношеннями неасоційованого закону пластичної течії:

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{dF}{d\sigma_{ij}}; \quad F \neq f. \quad (3)$$

де  $F$  – пластичний потенціал,  $f$  – поверхня текучості,  $\lambda$  – коефіцієнт пропорційності.

Одна із найбільших закономірностей ґрунту – дилатансія (від. англ. dilate – розширяться) та контракція (від. англ. contract – стискуватись) – зміна об'єму при зсуві (повертання та переупакування зерен ґрунту при зсуві, перебудова структури).

В якості додаткової умови (до закону пластичної течії) замість вимоги ортогональності вектора  $d\varepsilon_{ij}^p$  до  $f$  (поверхні навантаження) використано перспективну теорію дисперсних середовищ В.М. Ніколаєвського – І.П. Бойка [3,4], що враховує дилатансію ґрунту та залежність деформування від історії навантаження і дає максимальну кореляцію числового дослідження з експериментом. Пластичні деформації ґрунту визначались як сума їх на попередніх кроках навантаження та приріст пластичних деформацій на текучому кроці навантаження:

$$\varepsilon^p = \sum d\varepsilon^p + d\varepsilon^p \delta, \quad (4)$$

де  $\delta$  – дельта Кронекера. Приріст пластичних деформацій на даному текучому кроці навантаження:

$$d\varepsilon^P = d\varepsilon^P_{шар} + d\varepsilon^P_{дев}, \quad (5)$$

де  $d\varepsilon^P_{шар}$  – приріст пластичних деформацій від шарового тензора напружень;  $d\varepsilon^P_{дев}$  – приріст пластичних деформацій від девіатора напружень.

$$d\varepsilon^P_{шарове} = \Lambda(\chi) \cdot d\gamma^P, \quad (6)$$

де  $d\varepsilon^P_{шарове}$  – приріст непружних змін об'єму, що супутні зсуву,  $d\gamma^P$  – приріст інтенсивності зсуву,  $\Lambda = \frac{d\varepsilon_v}{d\gamma}$  – швидкість дилатансії – додатковий параметр неасоційованої моделі пластичної течії,  $\chi$  – параметр зміцнення ґрунтового середовища (прийнято щільність ґрунту).

При переході від одновимірного напружено-деформованого стану (НДС) до складного НДС виникає проблема формулювання умов переходу до пружно-пластичного стану. Узагальнюючи поняття границі текучості для дев'ятивимірного простору тензора напруг  $T_\sigma$  вводиться поняття поверхні текучості. В якості поверхні текучості (критерія переходу ґрунту в пластичний стан) в роботі взято критерій Мізеса-Шлейхера-Боткіна (руйнування по октаедричних площадках – девіаторних площадках мобілізації дотичних напружень).

Умова текучості Мізеса-Шлейхера-Боткіна пов'язує гідростатичний тиск  $\sigma_m$  (перший інваріант тензора напружень  $T_\sigma$ ), інтенсивність дотичних напружень  $T$  (другий інваріант девіатора напружень  $D_\sigma$ ),  $\tau_s$  – параметр на девіаторній площині, аналогічний зчепленню,  $p_0$  – параметр ґрунтового середовища, який характеризує перехід від конуса до циліндра в поверхні текучості (рис. 2),  $\tau_s$  – дотичні напруження при  $\sigma_{окт} = \sigma_m = 0$ .

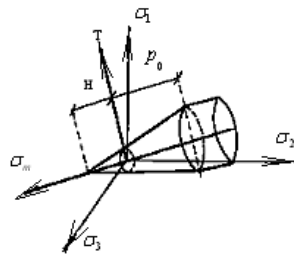


Рисунок 2 – Модифікований критерій пластичності Мізеса-Шлейхера-Боткіна в координатах головних напружень

$$\begin{cases} f = T + \sigma_{окт} \operatorname{tg}\psi - \tau_s = 0, & \sigma_{окт} \leq p_0; \\ f = T + p_0 \operatorname{tg}\psi - \tau_s = 0, & \sigma_{окт} > p_0, \end{cases} \quad (7)$$

Поверхня навантаження разом з рівняннями рівноваги забезпечує кількість рівнянь і кількість невідомих для замикання моделі.

В МГЕ задача зводиться до розв'язку дискретного аналога граничного інтегрального рівняння. При визначенні НДС кільцевих фундаментів використано скінченно-елементну дискретизацію внутрішньої та зовнішньої бокових поверхонь кільцевого фундаменту та підшви лінійними скінченними елементами (СЕ). Активна зона навколо фундаментної основи дискретизувалась трикутними осередками (рис. 3). Шукані функції кусочно апроксимувались в межах СЕ, що дало можливість вдало об'єднати матричну форму розрахунків із зручностями використання ЕОМ.

Оскільки зв'язок  $\sigma - \varepsilon$  в ґрунтах не носить лінійний характер, визначення постійної лінійної пропорційності обмежувалось умовами нескінченно малих змін  $d\sigma$  і відповідних їм приростів пластичних деформацій  $d\varepsilon$ .

Процес пластичного деформування ґрунту складався із рекурентної послідовності лінійних задач, тобто використано ітераційний метод пружних рішень О.О. Ільюшина (на кожному кроці навантаження вирішується пружна задача), метод широко використовується для розв'язків різних прикладних задач теорії малих пружно-пластичних деформацій.

Проектне рішення фундаментальної конструкції базувалось на фізико-механічних характеристиках ґрунту, особливістю яких є прямий зв'язок з несучою спроможністю фундаменту, із урахуванням яких формувались величини безпечного навантаження на конкретні

ґрунтові умови. В роботі враховано 9 середньозважених фізико-механічних характеристик багатшарової основи:  $E = 20260$  кПа,  $\nu = 0,31$ ,  $\rho = 1,93$  т/м<sup>3</sup>,  $\rho^{\min} = 1,53$  т/м<sup>3</sup>,  $\rho^{\max} = 2,14$  т/м<sup>3</sup>,  $c = 9,63$  кПа,  $\phi = 0,443$  рад,  $e = 0,67$ ,  $p_0 = 1780$  кПа.

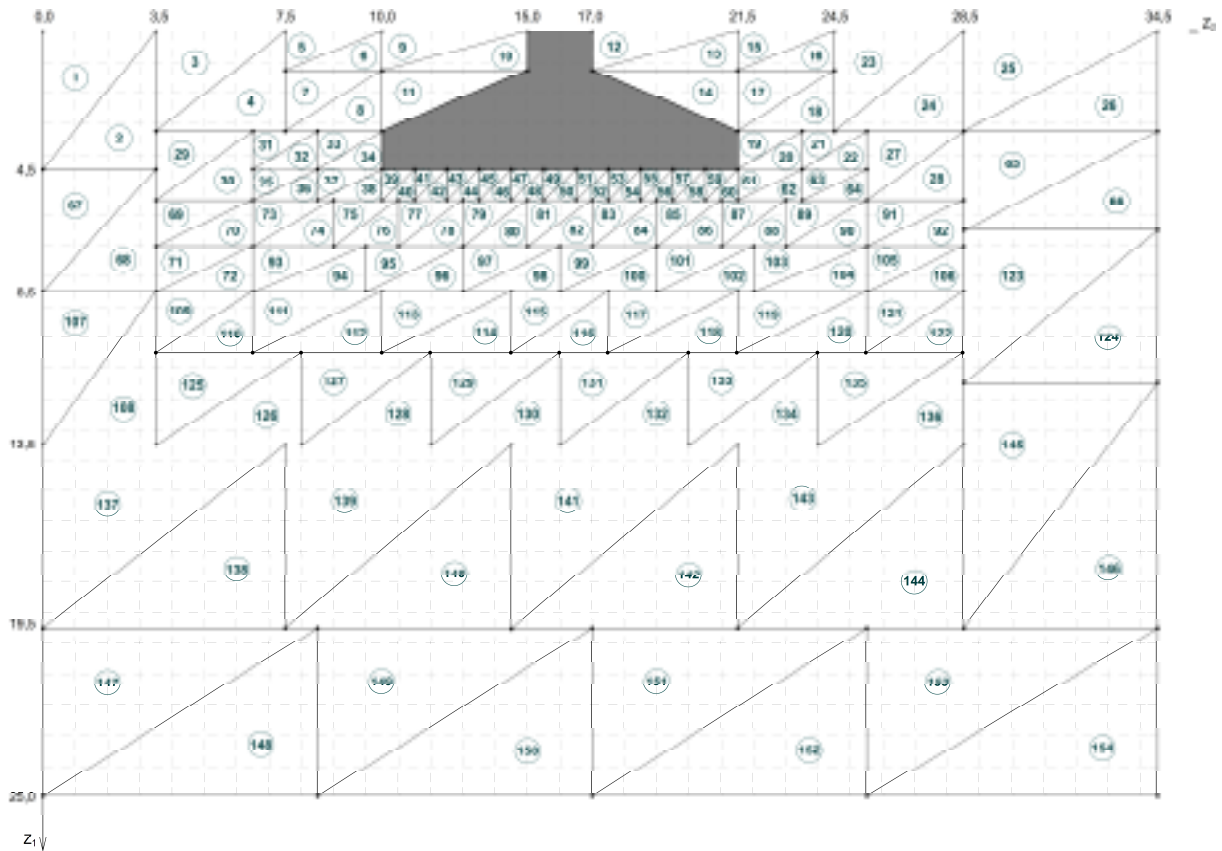


Рисунок 3 – Схема дискретизації активної зони навколо фундаментної плити та отримані за МГЕ

Згідно числового прогнозу за МГЕ при вазі димової труби 230000 кН осідання склало 62 мм (рис. 4). Натурні дослідження зафіксували осідання 58 мм. Дані числового розрахунку задовільно корелюються з експериментом. Розрахункові осідання перевищують натурні, що йде в запас міцності.

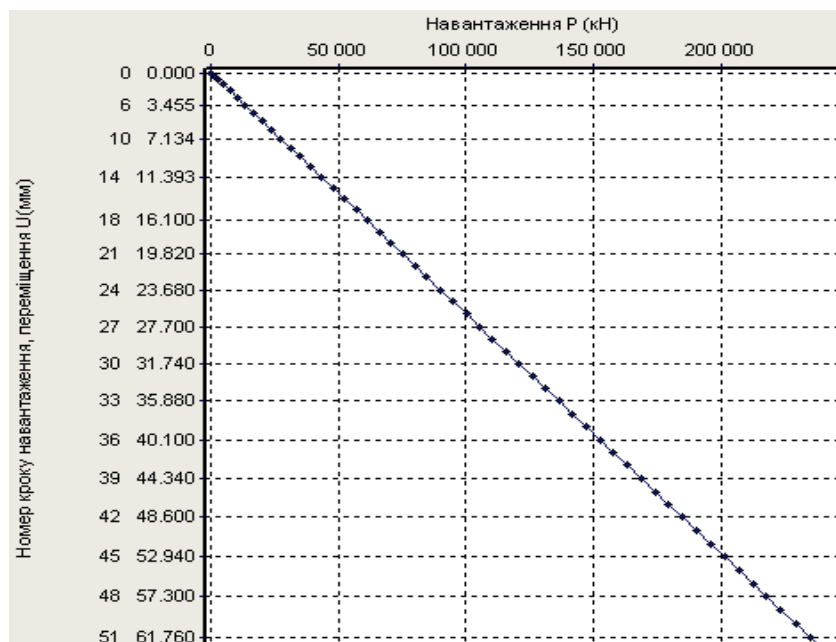


Рисунок 4 – Графік залежності навантаження-осідання кільцевого фундаменту

## Висновки

- Отриманий графік роботи фундаментної конструкції за МГЕ та задовільна відповідність даних числового дослідження експерименту підтверджують можливість напрацьованої моделі адекватно відобразити процес нелінійного деформування ґрунтової основи.
- Теорія пластичної течії достовірно відображує характер деформування ґрунту в широкому діапазоні навантажень.
- Напрацьована дилатансійна модель дозволяє виконувати розрахунки НДС ґрунтових основ з залученням МГЕ за рамками розрахункового опору з використанням традиційних характеристик ґрунту, які визначаються із інженерно-геологічних вишукувань.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Дохнянський М.П. Осадки кільцевого фундаменту димової труби / Основа, фундаменти і механіка ґрунтів № 4, 1987. – С. 9-11.
2. Бреббія К. Методи граничних елементів / К. Бреббія, Ж. Теллес, Л. Вроубел. – М.: Мир, 1987. – 525 с.
3. Бойко І. П. Напружено-деформований стан ґрунтового масиву при побудові нових фундаментів поблизу існуючих будинків / І. П. Бойко, О. В. Сахаров // Основи і фундаменти: Міжвідомчий науково-технічний збірник. – К.: КНУБА, 2004. – Вип. 28. – С. 3-10.
4. Николаевский В.Н. Современные проблемы механики грунтов / В.Н. Николаевский // Определяющие законы механики грунтов. – М.: Стройиздат, 1975. – С. 210-227.
5. Моргун А. С. Нелінійні проблеми механіки ґрунтів / А. С. Моргун // Вінниця, ВНТУ, 2016. – 122 с.

*Моргун Алла Серафимівна* – д-р техн. наук, професор, завідувач кафедри будівництва, міського господарства та архітектури Вінницького національного технічного університету.

*Малачковська Роксолана Ігорівна* – аспірант кафедри будівництва, міського господарства та архітектури Вінницького національного технічного університету.

**A. Morgun**

**R. Malachkovska**

## APPLICATION OF THE NUMERICAL METHOD OF BORDER ELEMENTS IN APPLIED RESEARCHES THE BEHAVIOR OF THE RING FOUNDATION

Vinnitsia national technical University

*Obtaining the initial forecast data for calculating the bearing capacity of ring foundations - technically feasible and rational variants of foundation structures of the tower type structures, is one of the actual directions of foundation engineering.*

*The deformation of the granular soil environment is carried out with the mutual slipping of the grains, and under conditions of high pressures - and with a fragile destruction. For substantiation of design solutions of soil bases calculations are possible only with the help of modern numerical methods and computers.*

*In the work on the numerical method of boundary elements (MGE), a forecast of nonlinear deformation of the ring foundation of a tower chimney is carried out.*

*Key words: numerical method of boundary elements, ring foundation, stress-deformed state.*

*Morgun Alla* – dr. sciences, professor, head of the department of construction, urban and architecture of Vinnitsia national technical university.

*Malachkovska Roksolana* – post-graduate student of the department of construction, urban and architecture of Vinnitsia national technical university.

**A. S. Morgun**

**Г. И. Малачковська**

## ПРИМЕНЕНИЕ ЧИСЛОВОГО МЕТОДА ГРАНИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ В ПРИКЛАДНЫХ ИССЛЕДОВАНИЯХ ПОВЕДЕНИЯ КОЛЬЦЕВОГО ФУНДАМЕНТА

Винницкий национальный технический университет

*Получение исходных прогнозных данных для расчета несущей способности кольцевых фундаментов - технически возможных и рациональных вариантов фундаментных конструкций сооружений башенного типа, является одним из актуальных направлений фундаментобудування.*

*Деформирования гранулированной почвенной среды осуществляется при взаимном скольжению зерен, а в условиях больших давлений - и при хрупком разрушении. Для обоснования проектных решений грунтовых оснований расчеты возможны только с помощью современных численных методов и ЭВМ.*

*В работе по численным методом граничных элементов (МГЭ) проведен прогноз нелинейного деформирования кольцевого фундамента башенной дымовой трубы.*

*Ключевые слова: численный метод граничных элементов, кольцевой фундамент, напряженно-деформированное состояние.*

***Моргун Алла Серафимовна*** - д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой строительства, городского хозяйства и архитектуры Винницкого национального технического университета.

***Малачковская Роксолана Игоревна*** – аспирант кафедры строительства, городского хозяйства и архитектуры Винницкого национального технического университета.