

*Пропонується адаптивний підхід до налаштування структури класифікаційних правил на основі розв'язання рівнянь нечітких відношень, що дозволяє уникнути надлишковості нечіткої бази знань. Суть підходу полягає у побудові та навчанні нейро-нечіткої мережі оберненого виведення, ізоморфної системі рівнянь нечітких відношень, яка дозволяє коригувати нечіткі правила в міру появи нових експериментальних даних*

*Ключові слова: нечіткі відношення, нейро-нечітка мережа оберненого виведення, розв'язання систем рівнянь нечітких відношень*

*Предлагается адаптивный подход к настройке структуры классификационных правил на основе решения уравнений нечетких отношений, что позволяет избежать избыточности нечеткой базы знаний. Суть подхода состоит в построении и обучении нейро-нечеткой сети обратного вывода, изоморфной системе уравнений нечетких отношений, которая позволяет корректировать нечеткие правила по мере появления новых экспериментальных данных*

*Ключевые слова: нечеткие отношения, нейро-нечеткая сеть обратного вывода, решение систем уравнений нечетких отношений*

# НЕЙРО-МЕРЕЖЕВИЙ ПІДХІД ДО НАЛАШТУВАННЯ СТРУКТУРИ КЛАСИФІКАЦІЙНИХ ПРАВИЛ НА ОСНОВІ РІВНЯНЬ НЕЧІТКИХ ВІДНОШЕНЬ

**Г. Б. Ракитянська**

Кандидат технічних наук, доцент  
Кафедра програмного забезпечення  
Вінницький національний технічний університет  
Хмельницьке шосе, 95,  
м. Вінниця, Україна, 21021  
E-mail: h\_rakit@ukr.net

## 1. Вступ

Якість класифікаційної нечіткої бази знань залежить від кількості правил і форм функцій належності нечітких термів, які обираються для кожного класу виходу на етапі структурної ідентифікації [1, 2]. Використання експертних правил не може гарантувати, що структура нечіткої моделі є оптимальною і подальша настройка параметрів моделі забезпечить збіг теоретичних результатів з експериментальними даними.

Сучасний підхід до налаштування структури нечітких баз знань полягає у генеруванні правил-кандидатів з подальшою селекцією правил [3]. Проте такий підхід перешкоджає отриманню більш компактних баз знань, оскільки остаточною базою знань може містити надлишкові правила. Альтернативний підхід, запропонований в [4], розглядає побудову класифікаційних нечітких правил ЯКЦО-ТО як визначення значень входів, які відповідають заданому класу виходу. На практиці це означає, що експерту для заданої частини ТО необхідно підібрати частину ЯКЦО. Ця задача відноситься до класу обернених і полягає у відновленні значень вхідних змінних, які найкращим чином пояснюють спостереження [4].

## 2. Аналіз літературних даних і постановка проблеми

Сучасні нейро-нечіткі системи базуються на генеруванні інтервальних правил або гіпербоксів для заданих класів виходу [5]. Генерування правил у нейронних мережах на основі радіальних базисних функцій (RBF) [6], поєднане з навчанням машин опорних

векторів (SVM) [7], дозволяє визначити геометрію гіпербоксів. Режим навчання у таких *min-max* нейронних мережах полягає у розширенні/стисненні гіпербоксів [5, 8]. Розширення гіпербоксів призводить до втрати розпізнавальної здатності мережі. Зменшення зон перекриття потребує більшої кількості гіпербоксів. Щоб уникнути надлишковості нечіткої бази знань, необхідно зменшувати кількість гіпербоксів без втрати розпізнавальної здатності мережі. Оптимізація структури мережі здійснюється шляхом об'єднання/розбиття гіпербоксів, тобто злиття або селекції правил [5, 8]. Для цього в ході навчання підбирається максимальний розмір гіпербокса, який визначає кількість правил в базі знань. Велике значення цього параметра викликає помилки класифікації; якщо значення цього параметра є малим, то створюється багато непотрібних гіпербоксів [5].

Через відсутність ефективних методів селекції на сьогодні немає єдиного методичного стандарту налаштування структури нечітких правил. Ця стаття є розвитком роботи [9]. В роботі [9] пропонується підхід до налаштування структури класифікаційних нечітких правил на основі формалізації причинно-наслідкових зв'язків у термінах рівнянь нечітких відношень [10, 11]. Причини і наслідки з'єднуються нечіткими відношеннями, а міри значимостей причин і наслідків – сполученими правилами, які є якісними розв'язками рівнянь нечітких відношень для заданих класів виходу. В таких правилах використовуються сполучені нечіткі терми [12], де міри значимостей причин (підвищення, падіння) описуються нечіткими квантифікаторами (значне, суттєве). В цьому випадку налаштування структури нечітких правил потребує

розв'язання рівнянь нечітких відношень, що дозволяє уникнути надлишковості бази знань із збереженням точності виведення. Кількість правил у класі дорівнює кількості розв'язків, а форма функцій належності нечітких термів визначається інтервалами значень вхідних змінних у кожному розв'язку. В роботі [9] нечіткі логічні рівняння розв'язувались за допомогою генетичного алгоритму, використання якого є трудомістким при надходженні нових експериментальних даних.

### 3. Ціль та задачі дослідження

Метою даної роботи є розробка адаптивного підходу до налаштування структури класифікаційних правил.

Для досягнення поставленої мети було поставлено задачу побудови та навчання нейро-нечіткої мережі оберненого виведення, ізоморфної системі рівнянь нечітких відношень, яка дозволяє коригувати структуру нечітких правил в міру появи нових експериментальних даних.

Для налаштування класифікаційних правил узгально адаптивний підхід до розв'язання багатовимірних рівнянь нечітких відношень [13, 14].

### 4. Метод побудови класифікаційної нечіткої бази знань

#### 4. 1. Апроксимація нечіткими відношеннями і правилами

Розглядається об'єкт виду  $y=f(\mathbf{X})$  з  $n$  входами  $\mathbf{X}=(x_1, \dots, x_n)$  і одним виходом  $y$ , для якого взаємозв'язок «входи – вихід» може бути представлений у вигляді системи класифікаційних нечітких правил ЯКЩО-ТО [2]:

$$\bigcup_{p=1, z_j} [\bigcap_{i=1, n} (x_i = T_i^{jp})] \rightarrow y = d_j, \quad j = \overline{1, m}, \quad (1)$$

де  $T_i^{jp}$  – лінгвістичний терм, який оцінює змінну  $x_i$  в правилі з номером  $jp$ ,  $j = \overline{1, m}$ ,  $p = \overline{1, z_j}$ ;  $d_j$  – лінгвістичний терм, який оцінює змінну  $y$ ;  $z_j$  – кількість правил, що відповідають терму  $d_j$ ;  $m$  – кількість термів вихідної змінної.

Нечітка база знань (1) може бути перетворена до множини лінгвістичних розв'язків системи рівнянь нечітких відношень шляхом переходу до сполученої системи нечітких термів.

Нехай:  $\{c_{11}, \dots, c_{1k_1}\}$  – множина нечітких причин для оцінки параметра  $x_i$ ,  $i = \overline{1, n}$ ;  $\{E_1, \dots, E_M\}$  – множина нечітких наслідків для оцінки параметра  $y$ . Перепозначимо  $\{C_1, \dots, C_N\} = \{c_{11}, \dots, c_{1k_1}, \dots, c_{n1}, \dots, c_{nk_n}\}$ , де  $N = k_1 + \dots + k_n$ .

Взаємозв'язок «причини – наслідки» будемо задавати системою матриць нечітких відношень  $\mathbf{R}_l \subseteq c_{il} \times E_j = [r_{il}^j]$ ,  $i = \overline{1, n}$ ,  $l = \overline{1, k_l}$ ,  $J = \overline{1, M}$ , яка еквівалентна матриці нечітких відношень  $\mathbf{R} \subseteq C \times E_j = [r_{ij}^j]$ ,  $I = \overline{1, N}$ ,  $J = \overline{1, M}$ .

За наявності матриць  $\mathbf{R}_l$ ,  $i = \overline{1, n}$ , залежність «входи – вихід» описується за допомогою розширеного композиційного правила виведення [1]:

$$\mu^E(y) = \mu^{A_1}(x_1) \circ \mathbf{R}_1 \cap \dots \cap \mu^{A_n}(x_n) \circ \mathbf{R}_n, \quad (2)$$

де  $\mu^{A_l}(x_i) = (\mu^{c_{i1}}, \dots, \mu^{c_{ik_l}})$  – вектор мір значимостей причин  $c_{il}$ ,  $i = \overline{1, n}$ ,  $l = \overline{1, k_l}$ ;  $\mu^E(y) = (\mu^{E_1}, \dots, \mu^{E_M})$  – вектор мір значимостей наслідків  $E_j$ ,  $J = \overline{1, M}$ .

Зі співвідношення (2) випливає система рівнянь нечітких відношень, яка зв'язує функції належності нечітких термів причин і наслідків:

$$\mu^{E_j}(y) = \min_{i=1, n} \{ \max_{l=1, k_i} [\min(\mu^{c_{il}}(x_i), r_{il}^j)] \}, \quad j = \overline{1, M}. \quad (3)$$

Для кожного класу  $d_j$  множина розв'язків системи рівнянь (3) може бути представлена у вигляді системи сполучених нечітких правил ЯКЩО-ТО:

$$\bigcup_{p=1, z_j} [\bigcap_{i=1, n} \{ \bigcup_{l=1, k_i} (\mu^{c_{il}}(x_i) = \alpha_{il}^{jp}) \}] \rightarrow y = d_j, \quad j = \overline{1, m}, \quad (4)$$

де  $\alpha_{il}^{jp}$  – нечіткий квантифікатор, який описує міру значимості  $\mu^{c_{il}}$  в правилі з номером  $p = \overline{1, z_j}$ .

Шляхом переходу від термів  $\alpha_{il}^{jp}$ , що описують міри значимостей  $\mu^{c_{il}}$ , до термів  $a_{il}^{jp}$ , що описують змінні  $x_i$ , система (4) переписується у вигляді:

$$\bigcup_{p=1, z_j} [\bigcap_{i=1, n} \{ \bigcup_{l=1, k_i} (x_i = a_{il}^{jp}) \}] \rightarrow y = d_j, \quad j = \overline{1, m}, \quad (5)$$

де  $a_{il}^{jp} = (c_{il}, \alpha_{il}^{jp})$  – сполучений терм, що описує змінну  $x_i$ ,  $i = \overline{1, n}$ ,  $l = \overline{1, k_l}$ , в правилі  $jp$ .

Класифікаційній нечіткій базі знань (5) відповідають нечіткі логічні рівняння, які зв'язують функції належності сполучених термів у розв'язках системи (3) [2, 11]:

$$\mu^{d_j}(y) = \max_{p=1, z_j} [w_{jp} \cdot \min_{i=1, n} \{ \mu^{T_i^{jp}}(x_i) \}], \quad j = \overline{1, m},$$

де  $\mu^{T_i^{jp}}(x_i) = \max_{l=1, k_i} (v_{il}^{jp} \cdot \mu^{a_{il}^{jp}}(x_i))$ .

Тут  $\mu^{d_j}(y)$  – функція належності змінної  $y$  до класу  $d_j$ ;  $\mu^{T_i^{jp}}(x_i)$  – функція належності змінної  $x_i$  до терму  $T_i^{jp}$ ;  $\mu^{a_{il}^{jp}}(x_i)$  – функція належності змінної  $x_i$  до сполученого терму  $a_{il}^{jp} = (c_{il}, \alpha_{il}^{jp})$ ;  $w_{jp}$  – вага правила з номером  $jp$ ;  $v_{il}^{jp}$  – вага терму у розв'язку з номером  $jp$ . Будемо використовувати таку функцію належності нечіткого терму  $T$  [2]:

$$\mu^T(x) = 1 / (1 + ((x - \beta) / \sigma)^2),$$

де  $\beta$  – координата максимуму;  $\sigma$  – параметр концентрації.

Операція дефазифікації виконується за методом центроїду [2].

#### 4. 2. Задача оптимізації для оберненого виведення на основі рівнянь нечітких відношень

Задача оберненого виведення ставиться таким чином: для заданих матриці відношень  $\mathbf{R}$  і класів виходу  $y = d_j$ ,  $j = \overline{1, m}$ , знайти кількість правил  $z_j$  і відновити форми функцій належності входів  $x_i = a_{il}^{jp}$  у кожному правилі.

Елементами розв'язку є значення вхідних змінних  $x_i$ ,  $i = \overline{1, n}$ , для яких  $\mu^{c_{il}}(x_i) = \alpha_{il}^{jp}$ ,  $p = \overline{1, z_j}$ . Будемо інтерпретувати ці значення вхідних змінних як координати максимуму функцій належності нечітких термів  $a_{il}^{jp}$ ,

що описують змінну  $x_i$  в рядку  $j_p$ ,  $p = \overline{1, z_j}$ , бази знань (5), де значенню виходу  $y = d_j$ ,  $j = \overline{1, m}$ , відповідає  $z_j$  лінгвістичних розв'язків системи (3).

Нехай  $\mathbf{B}_j = (\beta_1^j, \dots, \beta_N^j) = (\beta_{11}^j, \dots, \beta_{1k_1}^j, \dots, \beta_{n1}^j, \dots, \beta_{nk_n}^j)$  – вектор координат максимуму функцій належності нечітких термів у правилі в класі  $y = d_j$ .

Дотримуючись підходу [13, 14], задача розв'язання системи рівнянь нечітких відношень (3) формулюється так. Для кожного значення виходу  $y = d_j$  знайти вектор координат максимуму  $\mathbf{B}_j = (\beta_1^j, \dots, \beta_N^j)$ ,  $j = \overline{1, m}$ , який задовольняє обмеження  $\beta_i^j \in [\underline{x}_i, \overline{x}_i]$ ,  $i = \overline{1, n}$ , і забезпечує мінімальну відстань між спостережуваними і модельними мірами значимостей наслідків:

$$F_j = \sum_{j=1}^M [\mu^{E_j}(d_j) - \min_{i=1, n} [\max_{l=1, k_i} (\min(\mu^{c_{il}}(\beta_{il}^j), r_{il}^j))]]^2 = \min_{\mathbf{B}_j} . \quad (6)$$

Для кожного класу  $y = d_j$ ,  $j = \overline{1, m}$ , система рівнянь (3) має множину розв'язків  $S_j(\mathbf{R}, d_j)$ , яка визначається множиною максимальних розв'язків  $\overline{S}_j(\mathbf{R}, d_j) = \{\mathbf{B}_{jh}, h = \overline{1, z_j}\}$ , де кожному максимальному розв'язку  $\mathbf{B}_{jh} \in S_j$  відповідає множина мінімальних розв'язків  $\underline{S}_j(\mathbf{R}, d_j) = \{\mathbf{B}_{js}, s = \overline{1, z_j}\}$  [14]:

$$S_j(\mathbf{R}, d_j) = \bigcup_{\mathbf{B}_{jh} \in \overline{S}_j} \bigcup_{\mathbf{B}_{js} \in \underline{S}_j} [\mathbf{B}_{js}, \overline{\mathbf{B}}_{jh}], \quad j = \overline{1, m} . \quad (7)$$

Тут  $\mathbf{B}_{jh} = (\overline{\beta}_1^{jh}, \dots, \overline{\beta}_N^{jh})$  і  $\mathbf{B}_{js} = (\beta_1^{js}, \dots, \beta_N^{js})$  – вектори верхніх і нижніх границь координат максимуму  $\beta_i^{jp}$ , де операція об'єднання виконується над усіма  $\mathbf{B}_{jh} \in \overline{S}_j(\mathbf{R}, d_j)$  і  $\mathbf{B}_{js} \in \underline{S}_j(\mathbf{R}, d_j)$ . Передбачається, що із збільшенням (зменшенням) абсолютного значення параметра  $\beta_i^j$ , збільшується (зменшується) міра значимості  $\mu^{c_i}(\beta_i^j)$ .

Формування інтервалів (7) здійснюється шляхом багаторазового розв'язання задачі оптимізації (6) і починається з пошуку її нульових розв'язків  $\mathbf{B}_{j0} = (\beta_1^{j0}, \dots, \beta_N^{j0})$ ,  $j = \overline{1, m}$ . Верхня границя  $(\overline{\beta}_1^{jh})$  для  $h = 1$  знаходиться в діапазоні  $[\beta_{i0}^{j0}, \overline{x}_i]$ , а для  $h > 1$  – в діапазоні  $[\max(\beta_{i0}^{jp}, \underline{x}_i)]$ , причому максимальні розв'язки  $\overline{\beta}_1^{jp}$ ,  $p < h$ , вилучаються із області пошуку. Нижня границя  $(\beta_{i1}^{js})$  для  $s = 1$  знаходиться в діапазоні  $[\underline{x}_i, \beta_{i0}^{j0}]$ , а для  $s > 1$  – в діапазоні  $[\underline{x}_i, \min_{p=1, h}(\overline{\beta}_1^{jp})]$ , причому мінімальні розв'язки  $\beta_{i1}^{js}$ ,  $p < s$ , вилучаються із області пошуку.

Нехай  $\overline{\mathbf{B}}_j(t) = (\overline{\beta}_1^j(t), \dots, \overline{\beta}_N^j(t))$  розв'язок задачі оптимізації (6) на  $t$ -ому кроці формування інтервалів (7), тобто  $F(\overline{\mathbf{B}}_j(t)) = F(\mathbf{B}_{j0})$ , оскільки для всіх  $\mathbf{B}_j \in S(\mathbf{R}, d_j)$  значення критерію (6) однаково. При пошуку верхніх границь  $(\overline{\beta}_1^j)$  передбачається, що  $\beta_i^j(t) \geq \beta_i^j(t-1)$ , а при пошуку нижніх границь  $(\beta_{i1}^{js})$  передбачається, що  $\beta_i^j(t) \leq \beta_i^j(t-1)$ . Встановлення верхніх (нижніх) границь здійснюється за правилом: якщо  $\mathbf{B}_j(t) \neq \mathbf{B}_j(t-1)$ , то  $\beta_i^j(t) = \beta_i^j(t-1)$ ,  $i = \overline{1, N}$ . Якщо  $\mathbf{B}_j(t) = \mathbf{B}_j(t-1)$ , то формування розв'язку  $[\underline{\mathbf{B}}_{js}, \overline{\mathbf{B}}_{jh}]$  припиняється. Пошук інтервалів (7) продовжується, доки виконується умова  $\mathbf{B}_{jh} \neq \mathbf{B}_{jp}$ ,  $p < h$ , для верхніх границь і  $\mathbf{B}_{js} \neq \mathbf{B}_{jp}$ ,  $p < s$ , для нижніх границь.

### 4. 3. Нейро-нечітка мережа оберненого виведення

Нейро-нечітка мережа, ізоморфна системі рівнянь нечітких відношень (3), представлена на рис. 1. Нейро-нечітка модель на рис. 1 отримана шляхом ім-

плантації матриці нечітких відношень в нейронну мережу таким чином, що параметрами, які підлягають навчанню, є  $\beta$ -параметри правил [13]. Ці параметри асоціюються із значеннями вхідних змінних  $x_i = \beta_{il}^j$  у розв'язках  $\mu^{c_{il}}(x_i = \beta_{il}^j)$ ,  $i = \overline{1, n}$ ,  $l = \overline{1, k_i}$ , системи рівнянь нечітких відношень (3).

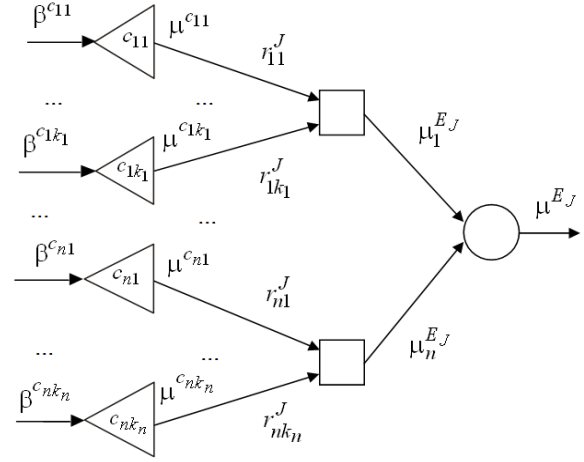


Рис. 1. Нейро-нечітка модель рівнянь нечітких відношень

Входами мережі є координати максимуму функцій належності нечітких термів причин  $\beta^{c_{il}}$ . Із системи рівнянь (3) випливає, що за умови  $\mu^{c_{il}}(x_i = \beta_{il}^j) = 1$  міра значимості наслідку  $\mu^{E_j}$  є максимальною. На локальних виходах мережі об'єднуються фактичні міри значимості наслідків  $\mu_i^{E_j} = \max(\min(\mu^{c_{il}}(x_i), r_{il}^j))$ , отримані з урахуванням шуканих значень  $\beta$ -параметрів  $\mu^{c_{il}}(x_i = \beta_{il}^j)$ ,  $i = \overline{1, n}$ . На виходах мережі здійснюється агрегація локальних мір значимості наслідків  $\mu^{E_j} = \min_{i=1, n}(\mu_i^{E_j})$ .

Таким чином, задача розв'язання системи рівнянь нечітких відношень (3) зводиться до задачі навчання нейро-нечіткої мережі на рис. 1 по точках  $(\beta^j, \mu^{E_j}(d_j))$ ,  $I = \overline{1, N}$ ,  $J = \overline{1, M}$ ,  $j = \overline{1, m}$ .

Для налаштування параметрів нейро-нечіткої мережі використовуються рекурентні співвідношення:

$$\beta_i^j(t+1) = \beta_i^j(t) - \eta \frac{\partial \epsilon_t^E}{\partial \beta_i^j(t)} , \quad (8)$$

які мінімізують критерій

$$\epsilon_t^E = \frac{1}{2} (\mathbf{M}^E(t) - \hat{\mathbf{M}}^E(t))^2 ,$$

де  $\mathbf{M}^E(t)$ ,  $\hat{\mathbf{M}}^E(t)$  – модельний і експериментальний нечіткий вектор наслідків на  $t$ -ому кроці навчання;  $\beta_i^j(t)$  – координати максимуму функцій належності вхідних термів на  $t$ -ому кроці навчання;  $h$  – параметр навчання.

Частинні похідні, що входять у співвідношення (8), обчислюються так:

$$\frac{\partial \epsilon_t^E}{\partial \beta_{il}^j} = \sum_{j=1}^M \left[ \frac{\partial \epsilon_t^E}{\partial \mu^{E_j}} \cdot \frac{\partial \mu^{E_j}}{\partial \mu_i^{c_{il}}} \cdot \frac{\partial \mu_i^{c_{il}}}{\partial \beta_{il}^j} \cdot \frac{\partial \mu^{c_{il}}}{\partial \beta_{il}^j} \right] .$$

Оскільки при визначенні нечіткого виходу присутні операції *min* і *max*, то співвідношення для навчання отримані за допомогою кінцевих різниць [13].

**5. Приклад: адаптивна нечітка система управління запасами**

Представимо систему управління запасами у вигляді об'єкта  $y(t)=f(x_1(t),x_2(t))$ , де:  $x_1(t)$  – попит, тобто число одиниць ресурсу даного виду, яке необхідно в момент часу  $t$ ;  $x_2(t)$  – запас, тобто число одиниць ресурсу даного виду, яке є в наявності на складі в момент  $t$ ;  $y(t)$  – управлінська дія в момент  $t$ , яка полягає в зменшенні – збільшенні запасу ресурсу даного виду [15]. Для підприємства, яке протягом року реалізує гречану крупу,  $x_1(t) \in [0, 200] \cdot 10^2$  кг;  $x_2(t) \in [70, 170] \cdot 10^2$  кг;  $y(t) \in [-100, 100] \cdot 10^2$  кг;  $t \in [1...365]$  днів.

Нехай треба побудувати нечіткі правила для таких класів:  $d_1$  – зменшити запас сильно;  $d_2$  – зменшити запас середнє;  $d_3$  – зменшити запас слабо;  $d_4$  – нічого не робити;  $d_5$  – збільшити запас слабо;  $d_6$  – збільшити запас середнє;  $d_7$  – збільшити запас сильно [15].

Експертні нечіткі відношення представлені в табл. 1, де вхідні і вихідні параметри описуються причинами і наслідками:  $c_{11}, c_{21}$  – спадає (П);  $c_{12}, c_{22}$  – стійкий (Ст);  $c_{13}, c_{23}$  – зростає (Р) для  $x_1(t)$  і  $x_2(t)$ ;  $E_1$  – зменшити запас;  $E_2$  – нічого не робити;  $E_3$  – збільшити запас для  $y(t)$ . Параметри функцій належності нечітких причин і наслідків наведені в табл. 2.

Експертні правила для початкових класів виходу представлені в табл. 3, де змінні  $x_1$  і  $x_2$  описуються сполученими термами: значно падає (зпП), незначно падає (нП), стійкий (Ст), незначно зростає (зпР), значно зростає (зпР).

Таблиця 1

Матриця нечітких відношень

ЯКЩО входи		ТО вихід y(t)		
		E <sub>1</sub>	E <sub>2</sub>	E <sub>3</sub>
x <sub>1</sub> (t)	c <sub>11</sub>	0.96	0.83	0.15
	c <sub>12</sub>	0.65	0.72	0.94
	c <sub>13</sub>	0.16	0.53	0.99
x <sub>2</sub> (t)	c <sub>21</sub>	0.16	0.90	0.95
	c <sub>22</sub>	0.80	0.72	0.65
	c <sub>23</sub>	0.98	0.48	0.15

Таблиця 2

Параметри функцій належності нечітких причин і наслідків

Параметр	x <sub>1</sub> (t)			x <sub>2</sub> (t)			y(t)		
	c <sub>11</sub>	c <sub>12</sub>	c <sub>13</sub>	c <sub>21</sub>	c <sub>22</sub>	c <sub>23</sub>	E <sub>1</sub>	E <sub>2</sub>	E <sub>3</sub>
β	2.93	102.26	197.41	71.19	120.14	169.62	-100	0	100
σ	60.08	21.69	58.13	33.56	9.21	31.08	49.16	18.73	52.10

Система рівнянь нечітких відношень для генерування правил має вигляд:

$$\begin{aligned} \mu^{E_1} &= [(\mu^{c_{11}} \wedge 0.96) \vee (\mu^{c_{12}} \wedge 0.65) \vee (\mu^{c_{13}} \wedge 0.16)] \wedge \\ &\wedge [(\mu^{c_{21}} \wedge 0.16) \vee (\mu^{c_{22}} \wedge 0.80) \vee (\mu^{c_{23}} \wedge 0.98)]; \\ \mu^{E_2} &= [(\mu^{c_{11}} \wedge 0.83) \vee (\mu^{c_{12}} \wedge 0.72) \vee (\mu^{c_{13}} \wedge 0.53)] \wedge \\ &\wedge [(\mu^{c_{21}} \wedge 0.90) \vee (\mu^{c_{22}} \wedge 0.72) \vee (\mu^{c_{23}} \wedge 0.48)]; \\ \mu^{E_3} &= [(\mu^{c_{11}} \wedge 0.15) \vee (\mu^{c_{12}} \wedge 0.94) \vee (\mu^{c_{13}} \wedge 0.99)] \wedge \\ &\wedge [(\mu^{c_{21}} \wedge 0.95) \vee (\mu^{c_{22}} \wedge 0.65) \vee (\mu^{c_{23}} \wedge 0.15)]. \end{aligned} \tag{9}$$

Параметри функцій належності нечітких термів  $d_1 \div d_7$  наведені в табл. 4. Для кожного класу  $d_1 \div d_7$ , міри значимостей  $m^E(d_j)$  визначались за допомогою функцій належності на рис. 2:

- $m^E(d_1) = (0.92; 0.14; 0.12);$
- $m^E(d_2) = (0.75; 0.22; 0.15);$
- $m^E(d_3) = (0.49; 0.35; 0.17);$
- $m^E(d_4) = (0.31; 1.00; 0.34);$
- $m^E(d_5) = (0.16; 0.40; 0.50);$
- $m^E(d_6) = (0.12; 0.18; 0.76);$
- $m^E(d_7) = (0.10; 0.14; 0.94).$

Таблиця 3

Початкові сполучені правила

ЯКЩО		ТО
x <sub>1</sub> (t)	x <sub>2</sub> (t)	y(t)
зпП	нР або зпР	d <sub>1</sub>
зпП або нП	зпР	
нП	Ст або нР	d <sub>3</sub>
Ст	зпР	
нП або Ст	нР	d <sub>4</sub>
нП або Ст	нП або Ст	
зпП	зпП	d <sub>5</sub>
нР або зпР	нР або зпР	
нР або зпР	нП	d <sub>7</sub>
нР	нП або Ст	
зпР	Ст або нР	
нР або зпР	зпП	
зпР	зпП або нП	

Таблиця 4

Параметри функцій належності нечітких термів змінної y(t)

Параметр	d <sub>1</sub>	d <sub>2</sub>	d <sub>3</sub>	d <sub>4</sub>	d <sub>5</sub>	d <sub>6</sub>	d <sub>7</sub>
β	-83.15	-63.27	-39.72	0	36.58	64.10	82.44
σ	13.28	14.63	10.86	18.73	11.45	12.24	14.69

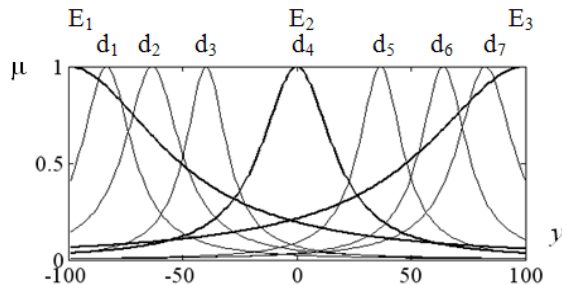


Рис. 2. Функції належності нечітких термів змінної y

Шляхом нейронного налаштування початкового набору правил, отримані розв'язки для β-параметрів пра-

вил, які представлені в табл. 5. Лінгвістична інтерпретація інтервалів  $\beta$ -параметрів представлена в табл. 6.

Уточнений набір правил відповідає множині розв'язків системи рівнянь нечітких відношень (9), яка представлена в табл. 7.

Таблиця 5

Множина значень  $\beta$ - параметрів правил

ЯКЩО		ТО
$x_1(t)$	$x_2(t)$	$y(t)$
[0, 20.59]	[129.73, 142.08] або [160.47, 170]	$d_1$
[0, 20.59] або [50.64, 79.68]	[160.47, 170]	
[0, 37.60]	[110.93, 129.35] або [155.78, 170]	$d_2$
47.00 або 86.38	[146.82, 170]	
47.00 або [86.38, 118.20]	146.82	$d_3$
[0, 64.20] або [80.16, 124.39]	137.91	
124.39 або 138.22	[137.91, 170]	
64.20	[110.78, 129.53] або [137.91, 170]	$d_4$
[0, 64.20]	105.41 або 110.78	
[88.71, 115.80]	[114.40, 125.88]	
[0, 68.00]	[70, 107.55]	
[134.42, 200]	[135.97, 170]	$d_5$
139.35	[70, 104.70] або [110.92, 129.34]	
[139.35, 200]	129.34 або 138.53	
[80.59, 123.87] або [139.35, 200]	104.70	$d_6$
63.00 або 80.59	[70, 104.70]	
[82.41, 122.12] або [163.25, 200]	[70, 90.05]	$d_7$
154.79	95.80 або [113.37, 126.90]	
[154.79, 200]	95.80 або 113.37	
[122.67, 151.90] або [182.78, 200]	[70, 79.63]	$d_7$
[182.78, 200]	[70, 79.63] або [99.04, 111.46]	

Таблиця 6

Уточнені сполучені правила

ЯКЩО		ТО
$x_1(t)$	$x_2(t)$	$y(t)$
знП	нР або знР	$d_1$
знП або нП	знР	
знП	Ст або знР	$d_2$
нП або Ст	знР	
нП або Ст	нР	$d_3$
знП або Ст	нР	
нР	знР	
нП	Ст або знР	$d_4$
знП	нП	
Ст	Ст	
знП	знП	$d_5$
знР	знР	
нР	знП або Ст	$d_6$
знР	нР	
Ст або знР	нП	
нП	знП	
Ст або знР	знП	$d_7$
нР	нП або Ст	
знР	нП або Ст	
нР або знР	знП	$d_7$
знР	знП або нП	

Таблиця 7

Множина розв'язків системи рівнянь нечітких відношень

ЯКЩО						ТО
$x_1(t)$			$x_2(t)$			$y(t)$
$\mu^{c_{11}}$	$\mu^{c_{12}}$	$\mu^{c_{13}}$	$\mu^{c_{21}}$	$\mu^{c_{22}}$	$\mu^{c_{23}}$	–
[0.92, 1]	[0, 0.15]	[0, 0.15]	[0, 0.15]	[0, 0.48]	[0.92, 1]	$d_1$
[0.92, 1]	0.48	[0, 1]	[0, 0.15]	[0, 0.15]	[0.92, 1]	
[0.75, 1]	[0, 0.15]	[0, 0.15]	[0, 0.15]	0.50	[0.75, 1]	$d_2$
0.65	0.65	[0, 1]	[0, 0.15]	[0, 0.15]	[0.65, 1]	
0.65	[0.65, 1]	[0, 1]	[0, 0.15]	[0, 0.15]	0.65	$d_3$
[0.49, 1]	[0.49, 1]	[0, 1]	[0, 0.15]	[0, 0.15]	0.49	
[0, 0.15]	0.49	0.49	[0, 0.15]	[0, 0.15]	[0.49, 1]	
0.49	[0, 0.15]	[0, 0.15]	[0, 1]	[0.49, 1]	[0.49, 1]	$d_4$
[0.49, 1]	[0, 0.15]	[0, 0.15]	0.49	0.49	[0, 0.15]	
0.65	[0.72, 1]	0.65	0.65	[0.72, 1]	0.65	$d_5$
[0.46, 1]	0.34	[0, 0.34]	[0.46, 1]	0.31	[0, 0.31]	
[0, 0.31]	0.31	[0.46, 1]	[0, 0.34]	0.34	[0.46, 1]	$d_6$
[0, 0.16]	[0, 0.16]	0.50	[0.50, 1]	[0.50, 1]	[0, 1]	
[0, 0.16]	[0, 0.16]	[0.50, 1]	[0, 0.15]	0.50	0.50	
[0, 1]	[0.50, 1]	[0.50, 1]	0.50	[0, 0.16]	[0, 0.16]	$d_7$
0.50	0.50	[0, 0.15]	[0.50, 1]	[0, 0.16]	[0, 0.16]	
[0, 0.16]	0.54	[0.76, 1]	[0.76, 1]	[0, 0.16]	[0, 0.16]	$d_8$
[0, 0.16]	[0, 0.16]	0.65	0.65	[0.65, 1]	[0, 1]	
[0, 0.16]	[0, 0.16]	[0.65, 1]	0.65	0.65	[0, 1]	$d_9$
[0, 0.16]	[0, 0.53]	[0.94, 1]	[0.94, 1]	[0, 0.16]	[0, 0.16]	
[0, 0.16]	[0, 0.16]	[0.94, 1]	[0.94, 1]	0.53	[0, 1]	$d_{10}$

Нечіткі квантифікатори для утворення сполучених термів у правилах табл. 6 відповідають інтервалам мір значимостей  $\mu^{c_i}$  в табл. 7.

**6. Обговорення результатів налаштування нечітких правил**

Відповідно до дій досвідченого менеджера отримано навчальну вибірку у вигляді значень  $(\hat{x}_1(t), \hat{x}_2(t), \hat{y}(t))$ , при яких попит на продукцію задовольнявся при мінімально допустимому запасі продукції на складі [11]. Навчальна вибірка представлена на рис. 3, а-в у вигляді динаміки зміни вхідних і вихідної змінних протягом року. Залишок продукції на складі після управління  $\epsilon(t) = x_2(t) + y(t) - x_1(t)$  не перевищує допустимого значення запасу, яке становить  $70 \cdot 10^2$  кг. Динаміка зміни залишку продукції після управління  $\epsilon(t)$ , яка представлена на рис. 3, г, свідчить про стійкість управління, тобто тенденції наближення показника  $\epsilon(t)$  до нуля [11].

Порівняння модельного і еталонного управлінь до і після налаштування правил представлено на рис. 4, а і 5, а. Порівняння залишку продукції на складі після управління показано на рис. 4, б і 5, б.

Точність виведення і кількість правил становить  $RMSE = 7.92$ ,  $Z = 13$  і  $RMSE = 4.48$ ,  $Z = 21$ , до і після навчання, відповідно. Налаштовані правила забезпечують точність виведення на рівні експертних правил, які отримані в [15] для  $Z = 25$ .

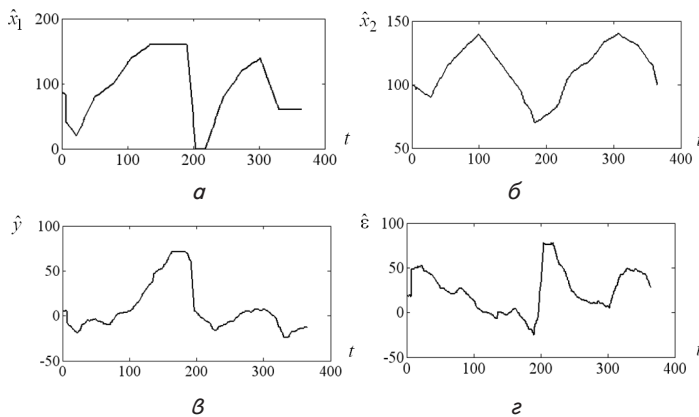


Рис. 3. Навчальна вибірка: *a* – зміна попиту на продукцію; *б* – зміна запасу; *в* – управлінська дія; *г* – зміна залишку продукції на складі після управління

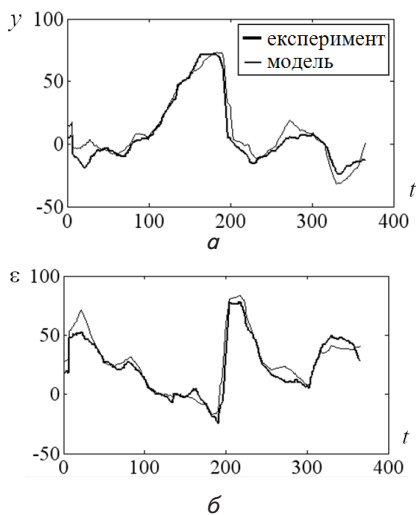


Рис. 4. Управлінська дія: *a* – генерована початковим набором правил; *б* – залишок продукції на складі після управління

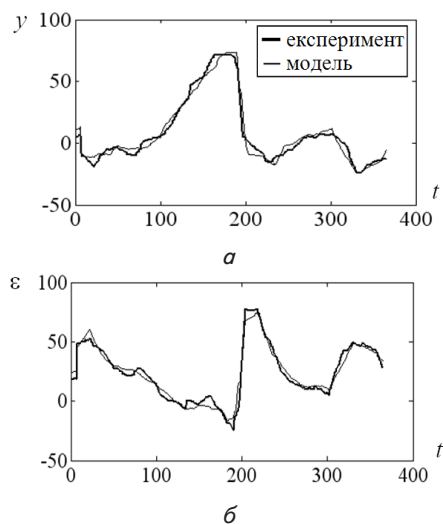


Рис. 5. Управлінська дія: *a* – генерована уточненим набором правил; *б* – залишок продукції на складі після управління

### 7. Висновки

Запропоновано нейро-мережевий підхід, який дозволяє налаштувати структуру класифікаційних правил шляхом розв'язання рівнянь нечітких відношень для заданих класів виходу, що є альтернативою генеруванню і селекції гіпербоксів. Встановлено, що використання нейро-нечіткої мережі оберненого виведення дозволяє уникнути надлишковості бази знань із збереженням точності виведення. При цьому кількість правил у класі дорівнює кількості розв'язків, а форма функцій належності нечітких термів у правилі визначається інтервалами значень вхідних змінних у кожному розв'язку.

Розв'язання задачі оберненого виведення здійснюється за допомогою рекурентних співвідношень, які відповідають навчанню нейро-нечіткої мережі, ізоморфної системі рівнянь нечітких відношень. Такий підхід дозволяє адаптивно коригувати структуру нечітких правил в міру появи нових експериментальних даних.

### Література

1. Yager, R. Essentials of fuzzy modeling and control [Text] / R. Yager, D. Filev. – New York: John Wiley & Sons, 1994. – 408 p.
2. Ротштейн, А. П. Интеллектуальные технологии идентификации: нечеткие множества, генетические алгоритмы, нейронные сети [Текст] / А. П. Ротштейн. – Винница: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 1999. – 320 с.
3. Alcalá, R. Improving fuzzy logic controllers obtained by experts: a case study in HVAC systems [Text] / R. Alcalá, J. Alcalá-Fdez, M. Gacto, F. Herrera // Applied Intelligence. – 2009. – Vol. 31, № 1. – P. 15–30. doi:10.1007/s10489-007-0107-6
4. Dubois, D. What are fuzzy rules and how to use them [Text] / D. Dubois, H. Prade // Fuzzy Sets and Systems. – 1996. – Vol. 84, № 2. – P. 169–189. doi:10.1016/0165-0114(96)00066-8
5. Gabrys, B. General fuzzy min-max neural network for clustering and classification [Text] / B. Gabrys, A. Bargiela // IEEE Transactions on Neural Networks. – 2000. – Vol. 11, № 3. – P. 769–783. doi:10.1109/72.846747
6. Wang, L. A simple rule extraction method using a compact RBF neural network [Text] / L. Wang, X. Fu // Advances in Neural Networks. – 2005. – Vol. 3496. – P. 682–687. doi:10.1007/11427391\_109
7. Cortes, C. Support-vector networks [Text] / C. Cortes, V. Vapnik // Machine Learning. – 1995. – Vol. 20, № 3. – P. 237–297. doi:10.1023/A:1022627411411
8. Zhang, D. A new approach to division of attribute space for SVR based classification rule extraction [Text] / D. Zhang, A. Duan, Y. Fan, Z. Wang // Advances in Neural Networks. – 2008. – Vol. 5263. – P. 691–700. doi:10.1007/978-3-540-87732-5\_77
9. Ракитянська, Г. Б. Побудова класифікаційної нечіткої бази знань на основі трендових правил і оберненого ви-

- ведення [Текст] / Г. Б. Ракитянська // Східно-Європейський журнал передових технологій. – 2015. – № 1/3 (73). – С. 25–32. doi:10.15587/1729-4061.2015.36934
10. Di Nola, A. Fuzzy relation equations and their applications to knowledge engineering [Text] / A. Di Nola, S. Sessa, W. Pedrycz, E. Sanchez. – Dordrecht: Kluwer Academic Press, 1989. – 278 p. doi:10.1007/978-94-017-1650-5
  11. Rotshtein, A. Fuzzy Evidence in Identification, Forecasting and Diagnosis [Text] / A. Rotshtein, H. Rakytyanska // Studies in Fuzziness and Soft Computing. – Springer Berlin Heidelberg, 2012. – 314 p. doi:10.1007/978-3-642-25786-5
  12. Zadeh, L. A computational approach to fuzzy quantifiers in natural language [Text] / L. Zadeh // Computers and Mathematics with Applications. – 1983. – Vol. 9, № 1. – P. 149–184. doi:10.1016/0898-1221(83)90013-5
  13. Ротштейн, А. П. Адаптивная система диагностики на основе нечетких отношений [Текст] / А. П. Ротштейн, А. Б. Ракитянская // Кибернетика и системный анализ. – 2009. – № 4. – С. 135–150. doi:10.1007/s10559-009-9130-4
  14. Rotshtein, A. Fuzzy logic and the least squares method in diagnosis problem solving [Text] / A. Rotshtein, H. Rakytyanska; R. D. Sarma (Ed.). – Genetic diagnoses. – New York: Nova Science Publishers, 2011. – P. 53–97.
  15. Bojadziev, G. Fuzzy logic for business, finance and management [Text] / G. Bojadziev, M. Bojadziev. – New York: World Scientific Publishing, 1997. – 252 p. doi:10.1142/9789812819789\_0005

*Наведені результати досліджень складної системи заторно-варочного відділення пивзаводу методами нелінійної динаміки. Проведений аналіз часових рядів технологічних змінних процесів приготування пивного сусла. Моделювання в пакеті VectorODE дозволило провести реконструкцію предиктор-функцій для задач прогнозування поведінки процесів затирання пивного сусла в хаотичних режимах їх функціонування. Використання предиктор-функцій забезпечує реалізацію ефективних стратегій керування технологічним комплексом виробництва пива в умовах переміжності*

*Ключові слова: прогнозування, математична модель, предиктор-функція, затирання сусла*

*Приведены результаты исследований сложной системы заторно-варочного отделения пивзавода методами нелинейной динамики. Проведен анализ временных рядов технологических переменных процессов приготовления пивного сусла. Моделирование в пакете VectorODE позволило провести реконструкцию предиктор-функций для задач прогнозирования поведения процессов затирания пивного сусла в хаотических режимах их функционирования. Использование предиктор-функций обеспечивает реализацию эффективных стратегий управления технологическим комплексом производства пива в условиях перемежаемости*

*Ключевые слова: прогнозирование, математическая модель, предиктор-функция, затирание сусла*

УДК 663.44:519.711.3

DOI: 10.15587/1729-4061.2015.47350

# РЕКОНСТРУКЦІЯ ПРЕДИКТОР- ФУНКЦІЙ НА ОСНОВІ АНАЛІЗУ ЧАСОВИХ РЯДІВ ПРОЦЕСУ ЗАТИРАННЯ ПИВНОГО СУСЛА

**М. В. Чернецький**  
Аспірант\*

E-mail: nickchernetski@mail.ru

**В. Д. Кишенько**

Кандидат технічних наук, професор\*

E-mail: kvd1948@gmail.com

**А. П. Ладанюк**

Доктор технічних наук, професор\*

E-mail: ladaniuk@ukr.net

\*Кафедра автоматизації процесів управління  
Національний університет харчових технологій  
вул. Володимирська, 68, м. Київ, Україна, 01033

## 1. Вступ

Процеси приготування пивного сусла є складним нелінійним об'єктом керування, однією із особливостей якого є наявність в поведінці явищ переміжності, що полягає в чередуванні детермінованих, стохастичних та хаотичних режимів. Така обставина вимагає організації адекватної поведінці об'єкта стратегії керування на основі моделей прогнозування. Отримання математичних моделей прогнозування вирішується на

основі експериментальних даних у вигляді часових рядів. У випадку стохастичної поведінки моделювання розвивається в основному в рамках математичної статистики і відома під назвою «ідентифікація систем». В умовах переміжності при наявності хаотичних режимів досягнення успіху моделювання за часовими рядами стає більш реальним лише за відмову від претензій на розробку єдиного для всіх об'єктів універсального алгоритму. Необхідно створення набору спеціальних технологій реконструкції виділених на основі викори-