

- international scientific and practical Internet-conference "Electronic information resources: creation, use, access". Vinnitsa. С. 500-504.
12. Vyatkin, S.I., Romanyuk, A.N. (2015). Interactive user interface for creating functionally defined objects [*Interaktivnyy pol'zovatel'skiy interfeys dlya sozdaniya funktsional'no zadannykh ob'yektov*]. Science Days in DonNTU. Proceedings of VI International conference «Simulation and Computer Graphics», DonNTU, Krasnoarmiysk, Ukraine. p. 169–173.
  13. Biermann, H., Levin, A., Zorin, D. (2000). Piecewise smooth subdivision surfaces with normal control. Proceedings of SIGGRAPH 2000.
  14. Stam, J. (1998). Exact evaluation of Catmull-Clark subdivision surfaces at arbitrary parameter values. Proceedings of SIGGRAPH 98, Orlando, Florida, p. 395–404.
  15. Barnhill, R. E., Farin, G., Jordan, M., Piper, B. R. (1987). Surface/surface intersection. Computer Aided Geometric Design, 4(1-2), p.3–16.
  16. Vyatkin, S. I., Romanyuk, O.V. (2015). Collision detection of solid objects. Science Days in DonNTU. Proceedings of VI International conference «Simulation and Computer Graphics», DonNTU, Krasnoarmiysk, Ukraine. p. 113–124.
  17. Shewchuk, J. R. (1996). Adaptive precision floating-point arithmetic and fast robust geometric predicates. Technical report, Carnegie Mellon University, <https://people.eecs.berkeley.edu/~jrs/papers/robustr.pdf>
  18. Dobrindt, J. R., Mehlhorn, J. R., Yvinec, M. (1993). A complete and efficient algorithm for the intersection of a general and a convex polyhedron. In Algorithms and data structures, Springer, Berlin, p. 314–324.

Надійшла до редакції 10.06.2019

**С. І. ВЯТКІН, О.Н. РОМАНЮК, А.В. СНИГУР, Н.С. КОСТЮКОВА**

Інститут автоматки і електрометрії СО РАН, Вінницький національний технічний університет, Донецький національний технічний університет

**ТЕОРЕТИКО-МНОЖИННІ ОПЕРАЦІЇ НАД ВІЛЬНИМИ ФОРМАМИ НА ОСНОВІ КЕРУЮЧИХ СІТОК**

У роботі описується метод обчислення наближених теоретико-множинних операцій (об'єднання, перетин, різниця) вільних форм, обмежених мультироздільними поверхнями. Представлені алгоритми генерації управляючої сітки для апроксимації поверхні, оптимізації та параметризації нових поверхонь по відношенню до вихідних, описана підгонка нових поверхонь до геометрії вихідних поверхонь. Алгоритми спрямовані на мінімізацію розміру та оптимізацію керуючої сітки. Вихідні керуючі сітки модифікуються і змінюються тільки в районі перетину.

**Ключові слова:** підділення поверхонь, мультироздільні поверхні, геометричне моделювання.

**S. I. VYATKIN, O.N. ROMANYUK, A.V. SNIGUR, N.S. KOSTYUKOVA**

Institute of automation and electrometry SB RAS, Vinnitsia national technical university, Donetsk national technical university

**SET-THEORETIC OPERATIONS ON FREE FORMS BASED ON CONTROL GRIDS**

This paper describes a method for calculating approximate set-theoretic operations (union, intersection, difference) of free forms bounded by multiresolution surfaces. Algorithms for generating a control grid for approximating a surface, optimizing and parameterizing new surfaces are presented. It also describes the fitting of new surfaces to the geometry of the original surfaces. Algorithms are aimed at minimizing the size and optimizing the control grid. The original control grids are modified and changed only in the intersection area.

**Key words:** surfaces subdivision, multiresolution surfaces, geometric modeling.

УДК.383.8:621.396.96:621.396.6

С. И. Вяткин, канд. техн. наук., с.н.с.<sup>1</sup>А.Н. Романюк, д-р техн. наук, проф.<sup>2</sup><sup>1</sup> Институт автоматизации и электрометрии СО РАН<sup>2</sup> Винницкий национальный технический университет

## Метод спектральной обработки геометрии трехмерных объектов

*В работе описан метод спектральной обработки геометрии трехмерных объектов. С помощью локальных частот по геометрии введено универсальное спектральное представление, которое обеспечивает широкое применение алгоритмов обработки сигналов. На основе адаптивного тесселирования поверхности модели в регулярные пересчитанные поля смещения, метод вычисляет множество оконных преобразований Фурье, создающих спектральное разложение модели. Прямой анализ и манипуляция спектральными коэффициентами поддерживают эффективную фильтрацию, передискретизацию, спектральный анализ и локальное управление ошибками. Метод работает непосредственно в точках и нормалях, не требующих информации о связности вершин. Он вычислительно эффективен, робастен и легко адаптируется для вычислений на графических процессорах. В работе демонстрируется эффективность метода на примере приложения, включая удаление шума, улучшение изображения, восстановление и субвыборку.*

**Ключевые слова:** обработка сигналов, спектральная фильтрация, субвыборка, преобразование Фурье, точечные представления.

DOI: 10.31474/1996-1588-2019-1-28-19-26

### 1 Введение

Сегодняшние чувствительные приборы, применяемые, например, в системах управления мобильными роботами для измерения расстояния до объектов с помощью электронных устройств, таких как радары, сонары, системы машинного зрения и т. д., способны производить сложные подробные модели поверхности, содержащие сотни миллионов точек выборок. Из-за различных физических эффектов и ограничений процедурной генерации модели, необработанных данных широкого диапазона, происходят различные виды шумов и искажений, требующих сложной обработки для повышения качества модели. Несмотря на недавние достижения в оптимизации сетки, алгоритмы традиционной обработки сетки приближаются к своим пределам, так как примитивы - треугольники неявно хранят информацию о локальной топологии поверхности, включая вершинную валентность и связность. Это приводит к существенным дополнительным накладным расходам времени вычислений и объема памяти. С увеличением размера модели, таким образом, происходит сдвиг от представлений треугольной сетки к чисто точечным описаниям поверхности. Например, работы по визуализации на основе точек

описаны в [1-4], где предлагаются точечные образцы без связности в качестве примитивов.

Преобразование Фурье - мощный и широко используемый инструмент для анализа и обработки данных, в частности, для удаления шума при обработке изображений [5]. Распространение этого подхода на общие геометрические модели сложно из-за ряда ограничений, присущих преобразованию Фурье. К таким ограничениям относятся, во-первых, требование глобальной параметризации, на основе которой определяются базовые функции. Во-вторых, большинство алгоритмов преобразования Фурье требуют регулярной выборки. Также ограничением традиционных представлений Фурье является отсутствие пространственной локализации, что делает их непрактичными для анализа локальных данных.

Повышенное внимание в последние годы привлекает расширение понятия частоты для геометрии. Концептуально, это обобщение может быть выполнено собственными функциями Лапласа. В работе [6] описано применение спектральных методов для нерегулярных сеток с использованием дискретного преобразования Лапласа при реализации итерационного гауссовского сглаживания треугольных сеток. Дискретизация геометрического преобразования Лапласа с помощью введения потока кривизны для удаление

шума описана в [7]. Уменьшение высоких частот сетки итеративным решением дискретного уравнения Лапласа показано в [8]. Эти алгоритмы не вычисляют явное спектральное представление поверхности объекта, поэтому сглаживание Гаусса должно быть реализовано в пространственной области. В отличие от указанных, предлагаемый в данной работе метод генерирует набор локальных спектров Фурье, которые могут быть явно проанализированы. Метод поддерживает более эффективную фильтрацию, например, оптимальную или обратную функцию наименьших квадратов при выборке Фурье. В частности, можно изучить спектр мощности поверхностного сигнала для оценки оптимального фильтра, а также определить уровень шума, присутствующий в данных. В предлагаемом методе используется преобразование Фурье, которое эффективно вычисляет проекцию в пространстве собственных функций Лапласа. Пространственная частота базируется строго на теории дифференциального исчисления. Это позволяет использовать многие результаты работы по теории Фурье, включая выборку и теоремы Парсевала. На основе первой, получаем средства для определения оптимальных частот дискретизации, при этом последний поддерживает локальный контроль ошибок. Все вышеперечисленные методы сосредоточены на треугольных сетках, полагаясь на информацию о связности между вершинами. В отличие от них, предлагаемый метод - точечный, требующий только позиций вершин и связанных с ними нормалей. Это позволяет сразу обрабатывать просмотренные данные без необходимости строить полигональные сетки, что делает его особенно подходящим для очень больших и сложных моделей [9].

В данной работе представлен метод спектрального анализа и обработки точечных объектов. Метод работает непосредственно на нерегулярных наборах точек с нормальными и не требует никакой априорной информации о связности. Используются так называемые оконные преобразования Фурье.

## 2 Постановка задачи

Покажем, как вышеописанные ограничения могут быть преодолены, и представим обобщение оконного преобразования Фурье. Основная идея метода заключается в предварительной обработке необработанного нерегулярного облака точек в модельное представление, то есть в описание поверхности объекта с набором регулярно пересчитанного поля высот. Эти поверхностные патчи формируют «окна» в которых вычисляется дискретное преобразование Фурье для получения

набора локальной частоты спектра. Такой метод обеспечивает мощный и разносторонний механизм как локальной, так и глобальной обработки. Рассмотрим два класса методов: спектральную фильтрацию и передискретизацию. Покажем, как сложные операции фильтрации могут быть реализованы эффективно путем анализа и изменения коэффициентов частотного спектра. Возможные применения включают удаление шума, анализ поверхностной микроструктуры и улучшение изображения. Представим метод адаптивного пересчета геометрии на основе точек, использующий спектральное представление для определения оптимальных частот дискретизации. Этот метод особенно полезен для уменьшения сложности чрезмерно плотных сеток точек - выборочных моделей. С помощью быстрого преобразования Фурье и других сигналов обработки покажем эффективность метода в плане времени вычислений, объема памяти, адаптации к аппаратному ускорению. Метод позволит обрабатывать сотни миллионов точек на современных графических процессорах.

## 3 Описание метода

На первом этапе разбиваем модель точечной выборки на определенное число перекрывающихся патчей. Патч определяется как набор пробных точек, которые представляют собой связную область, лежащую в основе поверхности. Тесселяция выполняется таким образом, чтобы каждый патч представлял поле смещения над плоской областью. Созданный таким образом макет патча формирует основу оконного преобразования Фурье. Следующие этапы метода работают локально на отдельных патчах. Поверхность патча пересчитывается на регулярной сетке с использованием быстрой аппроксимации рассеянных данных. Затем мы применяем дискретное преобразование Фурье, чтобы получить спектральное представление поверхности патча. С помощью соответствующих спектральных фильтров можно непосредственно манипулировать спектром Фурье, чтобы достигнуть разнообразных эффектов, таких как подавление шума или расширение. Последующее обратное дискретное преобразование Фурье восстанавливает отфильтрованную поверхность патча в пространственной области. После этого можно также использовать спектральную информацию для адаптивного пересчета поверхности патча. Наконец обрабатываемые патчи «сшиваются» вместе, чтобы получить конечную поверхность объекта. Это требует тщательного внимания к границам, где создается плавный переход путем смешивания перекрывающихся частей смежных патчей. Таким образом, вычисления можно разделить на две фазы: генерация макета патча, быстрая аппроксимация рас-

сеянных данных и дискретное преобразование Фурье могут быть разделены на этапе предварительной обработки. Также предварительно вычисляются сопоставление параметров между соседними патчами и функция смешивания, используемая при реконструкции. Спектральный анализ, обратное дискретное преобразование Фурье, пересчет и реконструкция относятся к этапам собственно обработки.

### 3.1 Создание патчей

Необходимо, чтобы выборка была достаточно плотной, чтобы смежные точки в трехмерном пространстве с одинаковой нормальной ориентацией принадлежали к той же локальной окрестности поверхности. Цель состоит в том, чтобы описать поверхность объекта набором патчей, которые могут быть представлены в виде скалярных полей высот. Для этого создаем патчи, накапливая смежные опорные точки. Утверждаем, что апертурный угол конуса, охватываемый нормальными точками выборки патча, меньше  $\pi$ . Ограничение нормали ширины конуса гарантирует, что не могут возникать свертки, т. е. можно биективно отображать поверхность патча к представлению поля высот над плоской областью. На практике выбирается  $\pi/2$  как максимальная нормаль ширины конуса, так как это обеспечивает более равномерное отображение параметров и, таким образом, делает аппроксимацию рассеянных данных более устойчивой. Определяем наименьшую охватывающую сферу множества нормальных векторов, интерпретируемых как точки на единичной сфере. Вектор через центр дает нормальный центр конуса, а его радиус определяет угол раскрытия. Метод генерации макета патча продолжается в два этапа. Первый этап создает начальный план патча без кластеризации соседних точек выборки. Второй этап сливает смежные кластеры в патчи с использованием подхода оптимизации. Во время этого итеративного вычисления всегда гарантируется, что нормальное условие конуса удовлетворено.

### 3.2 Кластеризация

Сначала организуем точки выборки в двоичном пространстве разделяющих деревьев (BSP) путем рекурсивного разбиения набора выборок вдоль самой длинной оси. Структура BSP неявно кодирует информацию о смежности в 3D-пространстве. Выбираем листья дерева, которые содержат ровно одну точку отсчета, первоначальных кластеров. Теперь последовательно объединяем кластеры с общим родителем в дереве BSP, так как они являются соседями в 3D-пространстве. Однако, кластер имеет потенциально много других соседей и разрешение слияния только одноуровневых кластеров слишком ограничено, чтобы эффективно создать патч. Поэтому

мы останавливаем стадию кластеризации, как только кластеры достигают подходящего размера (обычно 25-100 опорных точек, в зависимости от размера модели). Оставим патчи, созданные путем кластеризации листовых патчей, так как они являются листьями финального дерева BSP.

### 3.3 Слияние патчей

В начале второго этапа необходимо вычислить информацию о локальной окрестности, т. е. для каждого листового патча нужно определить список всех соседних листовых патчей. Лист-патч ограничен шестью разделяющими плоскостями BSP, каждая из которых соответствует внутреннему узлу дерева. На первом этапе собираем для каждой разделяющей плоскости все листовые участки, которые граничат по обе стороны от плоскости. Затем проецируем ограничивающие объемы этих листовых патчей на плоскость разделения и проверяем на перекрытие проекций. Если происходит перекрытие, помечаем листовые участки как соседние. Используя информацию о смежности листовых патчей, теперь можно применить более сложную технику слияния. Идея состоит в том, чтобы использовать подход оптимизации, который объединяет патчи в соответствии с локальным и метриками качества  $QM$ . Пусть  $P_i$  и  $P_j$  - соседние патчи, являющиеся потенциальной парой кандидатов на слияние. Функция  $QM(P)$  дает относительную меру качества полученного макета патча после слияния, и при малых значениях указывает на высокое качество. Путем итеративного слияния пары с самым высоким качеством можно локально оптимизировать макет патча. Кандидаты на слияние пары располагаются в приоритетной очереди, которая упорядочивается по возрастанию и инициализируется всеми парами соседних листовых патчей. Последовательно удаляем пару с самым высоким приоритетом из очереди и объединяем два патча, если их объединение удовлетворяет нормальному состоянию конуса. Затем обновляем приоритеты и информацию о окрестности всех затронутых пар, соответственно. Это определяется по следующей формуле:

$$QM(P) = QM_s(P) \cdot QM_{nc}(P) \cdot QM_{bc}(P) \cdot QM_r(P) \quad (1)$$

Каждый член уравнения (1) направлен на оптимизацию определенной функции качества для окончательного макета патча. Поскольку индивидуальные показатели качества трудно нормализовать, объединяем их в произведение.

$QM_s(P)$  назначает высокий приоритет малым патчам, и таким образом, уменьшает нежелательную фрагментацию:

$$QM_s(P_i, P_j) = |P_i| \cdot |P_j| \quad (2)$$

где  $|P_n|$  - количество образцов в патче  $P_n$ .

$QM_{nc}(P)$  - указывает на увеличение нормальной ширины конуса объединенного патча  $P_i \cup P_j$ :

$$QM_{nc}(P_i, P_j) = a(P_i \cup P_j) - \max\{a(P_i), a(P_j)\} \quad (3)$$

где  $a(P_c)$  - апертурный угол нормального конуса  $P_c$ .

Это приводит к лучшей адаптации макета патча к локальной кривизне подстилающей поверхности, так как плоские области быстро сливаются в большие патчи, в то время как сильно изогнутые зоны будут аппроксимированы небольшими патчами.

$QM_{bc}(P)$  - вводится для управления границей патчей:

$$QM_{bc}(P_i, P_j) = \frac{l(P_i \cup P_j)}{bc(P_i) + bc(P_j) - bc(P_i \cup P_j)}$$

где  $l(P_n)$  подсчитывает количество листовых патчей  $P_n$ , в то время как  $bc(P_n)$  учитывают только те участки листа, которые лежат на его границе.

Таким образом  $QM_{bc}$  стремится минимизировать длину границы патча относительно области патча. Это будет соответствовать грубой круглой форме патча, что будет полезным для быстрой аппроксимации рассеянных данных и дискретного преобразования Фурье на стадии обработки.

$QM_r(P)$  используется для упорядочения распределения патчей:

$$QM_r(P_i, P_j) = \frac{E(P_i, P_j)}{E(P_i) + E(P_j)} \quad (5)$$

где

$$E(P_n) = \sum_{m \in N(n)} \delta \|c_n - c_m\| \quad (6)$$

Процесс слияния завершается, как только не остается больше патчей без нарушения нормального состояния конуса. Получить дополнительное управление над детализацией патча, пользователь может, указав максимальный размер патча, с точки зрения количества точек выборки или пространственных экспонент. Можно также назначить различные веса для каждого из отдельных показателей качества с помощью дополнительных опций.

### 3.4 Аппроксимация нерегулярных данных

Алгоритм генерации патчей не требует и не создает информации о связности отдельных образцов. Патч - это набор нерегулярных точек, без каких-либо дополнительных знаний о пространственных отношениях между ними. Следующим этапом вычислительного конвейера является создание непрерывного представления поверхности. Описывающие поверхность патчи представляются как скалярное поле смещения, которое дискретизируется через равные промежутки.

### 3.5 Функциональное отображение

Первым шагом является определение локальных координат представления поля высот. Это может быть базовая плоскость, указанная центром нормального конуса патча. Определяем преобразование координат  $T$ , которое сопоставляет образец  $\vec{p} = (x, y, z)$ , заданный в мировых координатах  $\vec{p}' = \vec{p}T = (u, v, h)$ , где  $h$  - смещение от основания плоскости [10]. Затем вычисляем наименьшую оболочку, заключая в нее все пары на базовой плоскости, так что можно оптимально выровнять сетку выборки по точкам выборки.

### 3.6 Частичное покрытие

Как упоминалось ранее, необходимо позволить патчам перекрываться при обработке граничных эффектов на этапе реконструкции. Это достигается увеличением размера прямоугольника и включение всех точек выборки из соседних патчей, которые отображаются в расширенной области параметров. Затем проверяем для каждой граничной точки, удовлетворяет ли она условию нормального конуса.

### 3.7 Регулярная выборка

Стандартные спектральные преобразования такие как косинусное или преобразование Фурье, требуют регулярной выборки входных данных. Поэтому применяем быструю иерархическую аппроксимацию данных, проектируя поле смещения на обычную сетку. Используем линейные базисные функции В-сплайна с центром в каждой точке сетки, такие, что поддержка каждого базиса касается центров его восьми соседних базисных функций. Линейные В-сплайны позволяют выполнять эффективные вычисления при их компактной поддержке, и интерполируют исходные образцы при условии, что частота дискретизации достаточно высокая. В методе используем приближение нерегулярных данных в три этапа:

- Сплаттинг вычисляет средневзвешенные значения выборочных точек и создает начальное приближение коэффициентов базиса функции. Из-за нерегулярности точек выборки это первое приближение может все еще содержать «дырки», т. е. неопределенные области, которые нужно заполнить.

- Итеративная генерация приближения с более низким разрешением через иерархическую фильтрацию свертки.

- Заполнение «дырок» в готовом патче с помощью последовательного смешивания приближения при различных разрешениях.

- Установление размера сетки пропорционально количеству внутренних и граничных точек патча.

### 3.8 Дискретное преобразование Фурье

Представление поверхности, созданное аппроксимацией нерегулярных данных, описывает точечную модель с набором перекрывающихся патчей, каждый из которых удовлетворяет требованиям Фурье регулярного распределения выборки и евклидовой области. Таким образом, можно применить дискретное преобразование Фурье (ДПФ) с использованием функции окна для получения спектральной декомпозиции модели поверхности. Двумерное дискретное преобразование Фурье по существу является базовым преобразованием в пространство собственных функций Лапласа. Для реального значения входного сигнала  $\vec{x}$ , заданного на регулярной сетке  $N \cdot M$ , коэффициенты ДПФ  $\vec{X} = F(\vec{x})$  можно записать так:

$$\vec{X}_{k,l} = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \vec{x}_{n,m} e^{-\frac{j2\pi kn}{N} - \frac{j2\pi lm}{M}} \quad (7)$$

где  $j = \sqrt{-1}$  и  $(k, l) \in ([1, N], [1, M])$ - дискретные частоты.

Используя 2D - быстрое преобразование Фурье (FFT), можно вычислить ДПФ за  $O(NM \log(NM))$  операции, вместо  $O(N^2M^2)$  операций.

Вместо того чтобы делать вычислительно дорогую операцию (фильтрацию) свертки таким образом, можно выполнить простое умножение в частотной области с использованием ДПФ и его инверсии.

Спектр мощности - это преобразование Фурье автокорреляционной функции. Оценка спектра мощности является широко используемым инструментом в анализе данных.

Еще один важный результат теории Фурье – это теорема Парсевала, которая связывает энергию сигнала в пространственной и частотной областях. Можем использовать это свойство для оценки ошибки, вносимой фильтрацией спектральных коэффициентов. Таким образом, можно иметь явный контроль над ошибкой, полученной при изменении спектральных коэффициентов.

### 3.9 Спектральный анализ

Частотный спектр, полученный с помощью ДПФ, дает спектральное представление поверхности патча. Базисные функции в спектральной об-

ласти представляет собственные моды колебаний поверхности, таким образом связывая специфические поверхностные особенности к некоторой частоте интервалов. Низкие частоты, например, представляют общую геометрическую форму, в то время как частоты коротковолнового диапазона определяют мелкие геометрические детали и шум. С помощью этой семантики можно выполнять сложные операции фильтрации путем манипулирования частотным спектром.

Можно показать различные такие фильтры с соответствующей передачей функции. Низкочастотная фильтрация исключает высокие частоты и таким образом приводит к сглаживанию поверхности. Идеальный фильтр нижних частот со своей высокой частотой производит известный звон и артефакты, которые хорошо видны как поверхностная рябь на изображении. Это явление можно легко объяснить теоремой свертки: умножение частотного спектра с помощью функции идеального фильтра эквивалентна свертке оригинальной поверхности с функцией sinc. При использовании Гауссовой передаточной функции для поверхностного сглаживания, нет артефактов, так как соответствующее ядро фильтра в пространственном домене также является гауссовым. Полосовой фильтр ослабляет средние частоты. Это приводит к общему поверхностному сглаживанию с сохранением микроструктуры поверхностного материала. Можно также увеличить некоторые особенности поверхности путем масштабирования частотного спектра соответствующим образом.

### 3.10 Повторная выборка

После манипулирования частотным спектром, применяя обратное ДПФ, возвращаемся в пространственную область. Если необходимо только фильтровать входную модель без влияния изображения и плотности, вычисляем отфильтрованную поверхность патча при значениях параметров оригинала точек выборки. Однако для многих применений желательно иметь некоторый механизм для адаптивного уточнения поверхности при увеличении или уменьшении размера модели с помощью подвыборок. Этот особенно важно при работе с очень большими массивами данных, которые часто не могут быть обработаны в их полном разрешении.

### 3.11 Выборка Фурье

Спектр Фурье дает элегантный способ оценки оптимальной частоты дискретизации при подвыборке поверхности патча. Предположим, есть сигнал  $\vec{x}$  с ограниченной полосой с частотой Найквиста  $f_c$ , т. е. все коэффициенты, связанные с частотами больше нуля. Тогда теорема выборки Фурье утверждает, что можно точно восстановить  $\vec{x}$ , если выборка интервала меньше или равна  $1/2f_c$ . Таким образом, при равномерной подвы-

борке поверхности патча, действуем следующим образом. В начале применяем lowpass фильтр частотного спектра для получения сигнала с ограниченной полосой. С использованием спектра мощности и оценки ошибок регулируем параметры фильтра для того, чтобы соответствовать желаемому максимуму ошибки. Затем применяем теорему выборки для вычисления оптимального интервала дискретизации для отфильтрованного сигнала. Таким образом, можно контролировать частоту дискретизации путем указания максимального допущения ошибок.

### 3.12 Точки выборки и нормали

Определение поверхности патча задается произвольными значениями параметров. В текущей реализации использована билинейная интерполяция и вычисление соответствующих нормалей первого порядка. Схемы более высокого порядка также могут быть легко реализованы. В качестве альтернативы можно использовать схему деления, где скалярные смещения интерпретируются как коэффициенты деления.

### 3.13 Реконструкция

На этом этапе нам необходимо собрать поверхность объекта путем сшивания обработанных участков. Здесь необходимо соблюдать некоторую осторожность, так как индивидуальная обработка патчей может привести к разрывам на их границах. Для создания плавного перехода между патчами мы смешиваем их поверхности внутри областей, где они перекрываются. Смешивание выполняется путем вычисления выпуклой комбинации соответствующих точек соседних участков и использования весов, заданных предварительно вычисленной функцией смешивания.

### 3.14 Отображение параметров

Для смешивания точек из соседних патчей нужно определить отображение между различными параметрами доменов в областях перекрытия. Предположим, что есть окружение точки  $\vec{p}_1 = (u_1, v_1, h_1)$  в патче  $P_1$  и что перекрытие патча  $P_2$  также охватывает  $\vec{p}_1$ . Соответствующие значения параметров  $(u_2, v_2)$  могут быть определены первым отображением  $\vec{p}_1$  в мировое пространство с помощью обратного преобразования отображения  $P_1$ . Это дает точку  $\vec{q}_1$ , которая затем проецируется на базовую плоскость  $P_2$ . Теперь выбираем  $P_2$  в  $(u_2, v_2)$  для вычисления  $\vec{p}_2$ , которая отображается в мировую систему координат, используя  $\vec{q}_2$ . Смешанная контрольная точка  $\vec{q}$  вычисляется как комбинация  $\vec{q} = w_1 q_1 + w_2 q_2 / w_1 + w_2$ , где  $w_1$  и  $w_2$  - веса, заданные функциями смешивания при  $(u_1, v_1)$  и  $(u_2, v_2)$ , соответственно. Общаются множественные перекрытия патчей аналогично. Для повышения производительности можно сохранить параметр отображения в многослой-

ных текстурных картах с использованием билинейной интерполяции для вычисления соответствия параметров промежуточных точек.

### 3.15 Сглаживающая функция

Создается функция сглаживания для патча с помощью метода сплаттинга всех внутренних образцов на регулярной сетке. Эта сетка выравнивается по опорным точкам таким же образом, как и сетка аппроксимации нерегулярных данных, но может быть разного разрешения. Последующая фильтрация свертки с ядром Гаусса создает гладкий спад до нуля на границе патча. Таким образом, чем больше приближаемся к краю области перекрытия патча, тем меньше будет влияние точки образца в выпуклой комбинации смешанного образца. Сплаттинг можно реализовать, используя обычный графический процессор, с размером сплатта, равным размеру матрицы свертки. Последняя выбирается в соответствии с размером перекрытия, для того чтобы гарантировать свободную от «дырок» реконструкцию. Смешивание функций и параметров генерируется в ходе предварительной обработки, т. е. приводится в действие до спектральной фильтрации.

### 3.16 Сглаживание нормалей

Гладкий граничный переход нормалей достигается аналогично смешиванию, используемому для геометрии. Существенные изменения формы поверхностей патчей, однако, могут привести к сбою этого простого метода. Рассмотрим ситуацию, где обработка патча создала значительный зазор между двумя поверхностями. В то время как смешивание позиции работает отлично, смешанные нормали не адекватно описывают касательную плоскость поверхности. Обнаруживаем такие случаи, используя простую консервативную эвристику, учитывающую начальные позиции и смешанные точки. Правильная нормаль может быть аппроксимирована путем выборки небольшого числа точек в окрестностях рассмотренного образца и подгонки касательной плоскости с помощью наименьших квадратов через эти точки. В то же время она вычислительно дороже, однако эта оценка редко требуется. В тестовых случаях только один процент всех нормалей был вычислен таким образом, дополнительные накладные расходы незначительны.

### 3.17 Сглаживание частоты дискретизации

Так как соседние патчи могут существенно отличаться в их спектральном представлении, это может привести к резким изменениям плотности образца на границах патча. Для большинства приложений, однако, предпочтителен плавный переход частоты дискретизации. Для этого смешиваем частоту дискретизации аналогично смешиванию геометрических положений и нормалей. Это дает

непрерывную функцию, описывающую частоту дискретизации, которая затем дискретизируется на регулярной сетке. Каждое значение сетки служит индексом в списке предварительно вычисленных значений образцов выборки. Таким образом достигается постепенного изменения плотности выборки на границах областей.

#### 4 Заключение

В работе предложен метод спектральной обработки, который расширяет стандартные методы Фурье для общей точечной геометрии. Метод поддерживает фильтрацию и Фурье-базированный ресэмплинг, который очень эффективен как по объему используемой памяти, так и по

времени вычислений. Таким образом, метод позволяет обрабатывать очень большие и сложные геометрические модели. На рисунке 1, а и б показаны локальное сглаживание (показано внутри круга) и усиление (показано внутри квадрата) адаптивного патча. Метод протестирован на Intel Core2 CPU E8400 3.0 GHz и GPU 470 GTX.

Направления будущих исследований включают: глобальный анализ ошибок, сжатие геометрии, обнаружение и извлечение объектов, а также редактирование и анимация.

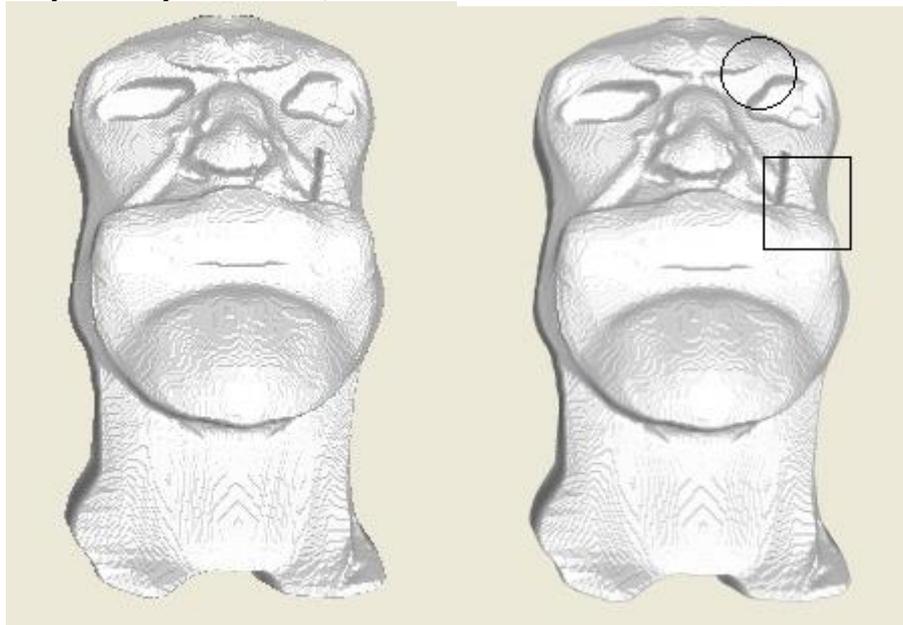


Рисунок 1 - Оригинальная модель (слева); сглаженная модель (справа).

#### Список литературы

1. H. Pfister, M. Zwicker, J. Baar, M. Gross. Surfels: Surface Elements as Rendering Primitives. <https://www.merl.com/publications/docs/TR2000-10.pdf>
2. S. Rusinkiewicz, M. Levoy. QSplat: A Multiresolution Point Rendering System for Large Meshes. <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.445.4627&rep=rep1&type=pdf>
3. Вяткин С. И. Моделирование и визуализация сложных поверхностей на основе скалярных функций возмущения. Научные труды Донецкого национального технического университета. Серия «Информатика, кибернетика и вычислительная техника», Вып. 10 (153), Донецк: ДонНТУ, 2009. С. 105–110.
4. Вяткин С. И., Романюк С. А., Дудник А. А. Геометрическое моделирование на основе скалярных функций возмущения. Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. – 2014. – Т. 49. – № 4. – С. 45 – 50.
5. A. Rosenfeld, Picture Processing by Computer, New York: Academic Press, 1969.
6. G. Taubin. A Signal Processing Approach To Fair Surface Design. <http://mesh.brown.edu/taubin/pdfs/taubin-sg95.pdf>
7. M. Desbrun, M. Meyer, P. Schroder, A. H. Barr. Implicit Fairing of Irregular Meshes Using Diffusion and Curvature Flow. <http://w.multires.caltech.edu/pubs/ImplicitFairing.pdf>
8. R. Schneider and L. Kobbelt. Discrete Fairing of Curves and Surfaces Based on Linear Curvature Distribution. <https://www.graphics.rwth-aachen.de/media/papers/stmalo.pdf>
9. S. I. Vyatkin. Three-dimensional modeling of the Volcano Bandai using shape texture. International Journal of Natural Sciences Research, 2015, v. 3, № 2. P. 21–29.