

О. Л. Шпак

## АНАЛІЗ ВПЛИВУ СИЛОВОГО ТРАНСФОРМАТОРА НА УСТАЛЕНИЙ РЕЖИМ ЕЛЕКТРИЧНОЇ МЕРЕЖІ НА ОСНОВІ РІВНЯНЬ СТАНУ В ФОРМІ КОШІ

У статті виконано аналіз чутливості зміни вихідних характеристик силового трансформатора до зміни його параметрів. Розрахунок чутливості виконано з використанням диференціальних рівнянь у формі Коші. На основі аналізу запропоновано просторову магнітну систему, яка дозволяє зменшити індуктивності розсіювання в трансформаторі, що призводить до зниження як втрат холостого ходу, так і навантажувальних втрат під час використання їх у електричних мережах.

**Ключові слова:** електрична мережа, силові трансформатори, параметрична чутливість, просторова магнітна система, втрати активної потужності.

### Вступ

Силові трансформатори є одними з найважливіших і найскладніших елементів електроенергетичної системи (ЕЕС). Вони безпосередньо задіяні в процесах виробництва, транспортування, розподілу та споживання електричної енергії. В Об'єднаній електроенергетичній системі (ОЕС) України встановлена потужність трансформаторів у декілька разів більша за установлену потужність генераторів на електростанціях. Очевидно, що трансформатори суттєво впливають на якість функціонування електричних мереж (ЕМ) енергосистем. Зокрема, вони багато в чому не тільки впливають, а й визначають надійність і економічність їх режимів. Коефіцієнт корисної дії сучасного трансформатора близький до одиниці ( $\eta \geq 99\%$ ). Однак за рахунок значної кількості трансформацій на шляху від генерування до споживання електричної енергії, яка досягає 4 – 5 трансформацій, мають місце технологічні втрати електроенергії, які належать до умовно-постійних.

**Метою цієї статті** є побудова алгоритму оцінювання параметричної чутливості на основі диференціальних рівнянь стану у формі Коші, що дозволить синтезувати нові конструктивні рішення під час розроблення силових трансформаторів.

### Диференціальні рівняння стану силового трансформатора у формі Коші

У роботах [1, 2] показано можливість формування диференціальних рівнянь електромагнітних процесів, що відбуваються в силовому трансформаторі, на основі аналізу струмів. Застосування такого підходу дозволило перейти до диференціальних рівнянь у формі Коші:

$$\frac{d\mathbf{X}}{dt} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{Z}(t), \quad (1)$$

де  $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} g_1 & g_2 \\ a_{21} & a_{22} \\ \mathbf{C}^{-1} \end{pmatrix}$  – матриця коефіцієнтів, що характеризують параметри

трансформатора й характер навантаження;  $\mathbf{X} = [\psi, i_2, u_c]^T$  – вектор змінних стану;  $\mathbf{Z}(t) = [\mathbf{U} - \mathbf{R}\mathbf{I}, i_2]^T$ ;  $\psi = [\Psi_1, \Psi_2]^T$  – вектор повних потокозчеплень обмоток;  $\mathbf{I} = [i_1, i_2]^T$  – вектор струмів обмоток;  $\mathbf{U} = [u_1, -u_c]^T$  – вектор напруг;  $\mathbf{R} = \text{diag}[r_1, r_2 + R_H]$  – діагональна матриця опорів.

Розпишемо систему рівнянь (1) через параметри силового трансформатора:

$$\begin{aligned} \frac{d\psi}{dt} &= \frac{1/L_{\sigma 1}}{1/L_{\sigma 1} + (1/L_{\sigma 2})/(1 + (1/L_{\sigma 2})L) + \alpha_2''} \cdot (u_1 - r_1 \cdot i_1) + \\ &+ \frac{(1/L_{\sigma 2})/(1 + (1/L_{\sigma 2})L)}{1/L_{\sigma 1} + (1/L_{\sigma 2})/(1 + (1/L_{\sigma 2})L) + \alpha_2''} \cdot (-u_c - (r_2 + R_H) \cdot i_2); \\ \frac{di_2}{dt} &= -\frac{(1/L_{\sigma 2})/(1 + (1/L_{\sigma 2})L)}{1/L_{\sigma 1} + (1/L_{\sigma 2})/(1 + (1/L_{\sigma 2})L) + \alpha_2''} \cdot \frac{1/L_{\sigma 1}}{1/L_{\sigma 1} + (1/L_{\sigma 2})/(1 + (1/L_{\sigma 2})L) + \alpha_2''} (u_1 - r_1 \cdot i_1) + \\ &+ \frac{(1/L_{\sigma 2})/(1 + (1/L_{\sigma 2})L)}{1/L_{\sigma 1} + (1/L_{\sigma 2})/(1 + (1/L_{\sigma 2})L) + \alpha_2''} \cdot (-u_c - (r_2 + R_H) \cdot i_2); \\ \frac{du_c}{dt} &= \frac{1}{C} \cdot i_2; \end{aligned} \quad (2)$$

де  $L_{\sigma 1}, L_{\sigma 2}$  – індуктивності розсіяння;  $\alpha'' = \frac{d\phi(\psi)}{d\psi} = \alpha''(\psi)$  – обернена диференціальна

індуктивність трансформатора, яку визначають за кривою намагнічення  $\phi(\psi) = i_1 + i_2$ .

Приведення системи рівнянь стану силового трансформатора до форми Коші дозволяє використовувати для їх розв'язання метод Ньютона й уникнути обертання матриці коефіцієнтів. Такий підхід дозволяє спростити процедуру визначення параметричної чутливості.

#### Оцінювання параметричної чутливості на основі диференціальних рівнянь у формі Коші

Теорія чутливості охоплює сукупність методів визначення ступеня впливу параметрів об'єкта на його вихідні характеристики й використання цих даних для аналізу об'єкта. Найчастіше розрахунок параметричної чутливості здійснюють варіаційними методами, що надто складно.

Річ у тому, що ступінь впливу конкретного параметра об'єкта на конкретну вихідну його характеристику може бути різним. За оптимізації параметрів об'єкта з погляду усталених режимів, перехідних процесів і міри впливу на зміну вихідних характеристик необхідно вибрати параметр, зміна якого найбільшою мірою впливає на покращення цих характеристик. Крім того, зміна одного параметра може призвести до зміни декількох вихідних характеристик. При цьому покращення однієї з вихідних характеристик може супроводжуватися погіршенням інших. Тому оптимізація складних систем, до яких належать і силові трансформатори, повинна ґрунтуватися на чіткій інформації про те, як кількісно зв'язані вихідні характеристики з параметрами об'єкта. Таку інформацію несе в собі матриця чутливості.

Покажемо можливість розв'язання задачі параметричної чутливості шляхом аналізу диференціальних рівнянь (1). При цьому алгоритм аналізу параметричної чутливості реалізуємо на підставі ньютонівських ітерацій.

Запишемо вектор сталих параметрів подібно до вектора змінних рівняння

$$\frac{d\mathbf{X}}{dt} = f_1(\mathbf{X}, t), \quad (3)$$

де використані позначення  $\mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_n)_t$ ,  $f_1 = (f_{11}, f_{12}, \dots, f_{1n})_t$ . Тут  $x_i$  – змінні стану ( $i = 1, 2, \dots, n$ );  $t$  – час.

Вектор сталих параметрів:

$$\Lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)_t. \quad (4)$$

Тоді за аналогією з матрицею чутливості до початкових умов  $\Sigma(T) = \frac{\partial \mathbf{X}(\mathbf{X}(0), T)}{\partial \mathbf{X}(0)}$

матрицю параметричних чутливостей визначають як частинну похідну

$$\Xi = \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \Lambda}, \quad (5)$$

де  $\mathbf{X}$  – вектор змінних рівняння (3).

Елементом матриці  $\Xi$  може бути будь-який сталий параметр досліджуваного об'єкта.

Аргумент  $\mathbf{X}$  знаходимо з рівняння (3), яке з урахуванням залежності  $\mathbf{X} = \mathbf{X}(\Lambda)$  запишемо у вигляді

$$\frac{d\mathbf{X}}{dt} = f_1(\mathbf{X}, \Lambda, t), \quad (6)$$

де  $f_1$  –  $T$ -періодична функція  $t$ .

Продиференціюємо (6) за  $\Lambda$ , враховуючи при цьому (5). Отримаємо лінійне параметричне рівняння

$$\frac{d\Xi}{dt} = \frac{\partial f_1(\mathbf{X}, \Lambda, t)}{\partial \mathbf{X}} \cdot \Xi + \frac{\partial f_1(\mathbf{X}, \Lambda, t)}{\partial \Lambda}. \quad (7)$$

Рівняння (7) також має  $\Xi(t)$  періодичний розв'язок.

Продиференціювати праву частину рівняння (6) з метою отримання похідних у правій частині (7) практично неможливо через складну залежність функцій  $f_1$  від змінних. Для спрощення задачі вводимо матрицю допоміжних параметричних чутливостей  $\chi$  щодо деякого іншого вектора  $\mathbf{Y}$ -аргумента

$$\chi = \frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial \Lambda}. \quad (8)$$

Допоміжне рівняння  $\frac{d\mathbf{Y}}{dt} = f_2(\mathbf{X}(\mathbf{Y}), t)$  щодо вектора  $\mathbf{Y}$  також буде параметричне, тобто залежне від вектора параметрів  $\Lambda$ , тобто

$$\frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial t} = f_2(\mathbf{X}(\mathbf{Y}), \Lambda, t), \quad (9)$$

де  $f_2$  –  $T$ -періодична функція за  $t$ .

Диференціюючи (9) за  $\Lambda$  та враховуючи (8), отримаємо

$$\frac{d\chi}{dt} = \frac{\partial f_2(\mathbf{X}(\mathbf{Y}), \Lambda, t)}{\partial \mathbf{X}} \cdot \mathbf{A} \cdot \chi + \frac{\partial f_2(\mathbf{X}(\mathbf{Y}), \Lambda, t)}{\partial \Lambda}. \quad (10)$$

Якщо врахувати, що в моделі параметричної чутливості вектору початкових умов відповідає вектор параметрів, тобто  $\Lambda = \mathbf{X}(0)$ , то рівняння (10) вироджується в однорідне рівняння

$$\frac{d\chi}{dt} = \frac{\partial f_2(\mathbf{X}(\mathbf{Y}), \Lambda, t)}{\partial \mathbf{X}} \cdot \mathbf{A} \cdot \chi. \quad (11)$$

За умови, що  $\Lambda = \mathbf{X}(0)$ , похідні (8) і  $\mathbf{S}(\mathbf{X}(0), t) = \frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial \mathbf{X}(0)}$  – матриця допоміжної

моделі чутливості – будуть рівні. У такому разі рівняння (10) набуває вигляду

$$\frac{d\mathbf{S}}{dt} = \frac{\partial f_2(\mathbf{X}(\mathbf{Y}), t)}{\partial \mathbf{X}} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{S}. \quad (12)$$

Періодичний розв'язок рівняння моделі параметричної чутливості (11) знаходять також методом прискореного пошуку. При цьому чисельній реалізації підлягають вирази (6),

(12), у результаті чого знайдемо періодичний розв'язок рівнянь стану досліджуваного об'єкта, а відтак – матрицю параметричних чутливостей (5).

Отже, під час знаходження періодичних розв'язків нелінійних диференціальних рівнянь можна також визначити чутливість цих розв'язків до зміни постійних параметрів рівнянь або параметричну чутливість.

### Результати аналізу

Виконаємо аналіз чутливості вихідних характеристик трансформатора в режимі холостого ходу до зміни його параметрів. Для випадку аналізу режиму холостого ходу відповідні матриці показників матимуть вид:  $\mathbf{X} = [\Psi]$ ,  $\mathbf{\Lambda} = (L_{\sigma 1}, L_{\sigma 2}, r_1, \alpha_2)_t$ .

Система диференціальних рівнянь (2) перепишемо:

$$\frac{d\Psi}{dt} = \frac{1/L_{\sigma 1}}{1/L_{\sigma 1} + 1/L_{\sigma 2} + \alpha_2} \cdot (u_1 - r_1 \cdot i_1). \quad (13)$$

Проведемо аналіз чутливості зміни робочого потокозчеплення до зміни індуктивності розсіювання  $L_{\sigma}$ . Оскільки індуктивність розсіювання залежить від конструкції обмотки та магнітної частини силового трансформатора, то в результаті аналізу можна дати характеристику і його масо-габаритним параметрам.

Після проведення розрахунку відповідно до алгоритму, наведеному вище, необхідно перейти до геометричних параметрів. Для цього скористаємось залежностями, отриманими в [3]:

$$L_{\sigma} = (\mu_0 w^2 \beta s_{\sigma}) / h_{\text{кам}} = k_{L\sigma} \beta w^2 s^{1/2}, \quad (14)$$

де  $k_{L\sigma} = (\mu_0 s_{\sigma}) / h_{\text{кам}}$ ;  $w$  – кількість витків;  $\beta$  – коефіцієнт використання ширини вікна осердя;  $s_{\sigma}$  – ефективна площа розсіювання котушки;  $s$  – площа перерізу магнітопроводу;  $h_{\text{кам}}$  – висота котушки;  $\mu_0$  – магнітна проникність.

З урахуванням перетворень [3] індуктивність розсіювання визначаємо для синусоїдальної напруги за виразом

$$L_{\sigma} = k_{L\sigma} \beta \left( \frac{U_{cp}}{4,44 f B_{mc} k_c} \right) \frac{I}{s^{3/2}}, \quad (15)$$

де  $B_{mc}$  – максимальне значення індукції в матеріалі осердя;  $U$ ,  $I$  – діючі значення напруги та струму.

Площа перерізу магнітопроводу в цьому випадку визначаємо за виразом

$$s = \left( \frac{S}{4,44 f k_{lw} \sqrt{\beta} B_{mc} k_c} \right)^{4/7}, \quad (16)$$

де  $k_{lw}$  – коефіцієнт, який враховує параметри котушки залежно від форми вікна;  $k_c$  – коефіцієнт об'єму сталі (об'єм сталі  $V_c = s l_c k_c$ );  $S$  – повна потужність трансформатора.

Провівши аналіз на чутливість, отримали дані, які дозволили визначити залежність площі поперечного перерізу магнітопроводу і втрат активної потужності на холостому ходу від індуктивності розсіювання (див. рис. 1).

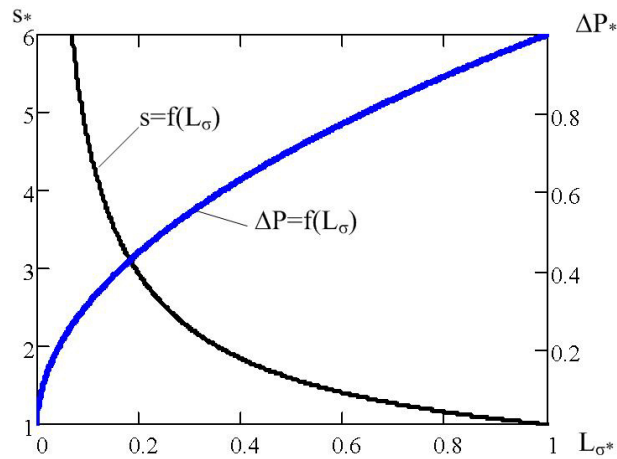


Рис. 1. Графік зміни площі поперечного перерізу магнітопроводу  $s_*$  та втрат холостого ходу  $\Delta P_*$  від індуктивності розсіювання  $L_{\sigma*}$  (у відносних одиницях)

Очевидним є необхідність збільшення площі поперечного перерізу магнітопроводу. У результаті практичних дослідів було запропоновано просторову магнітну систему, показану на рис. 2.

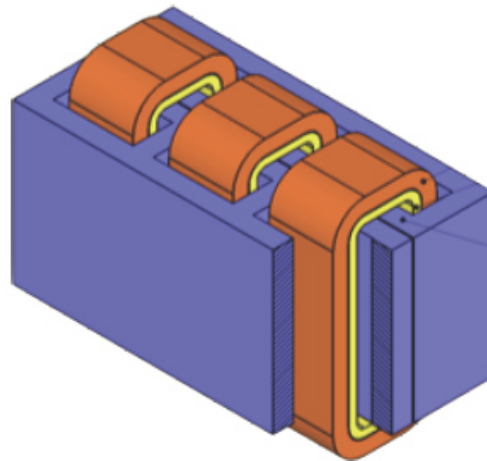


Рис. 2. Вигляд просторової магнітної системи

На таку конструкцію силового трансформатора отримано патент на винахід [4].

Зменшення втрат активної потужності за рахунок зменшення потоків розсіювання в трансформаторах із просторовою магнітною системою доводять і виконані розрахунки режимів наявних електричних мереж 110/35/10 кВ.

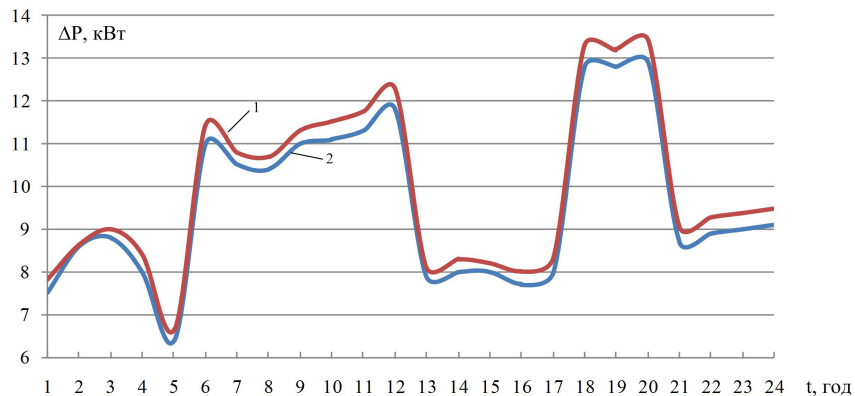


Рис. 3. Зміна втрат активної потужності протягом доби в електричній мережі із силовими трансформаторами з просторовою магнітною системою (крива 2) і плоскою – (крива 1)

### Висновки

Приведення диференціальних рівнянь стану силового трансформатора до форми Коші дозволяє спростити не лише метод їх розв'язування, але й отримати відносно простий метод оцінювання параметричної чутливості.

Оцінювання чутливості зміни параметрів силового трансформатора до індуктивності розсіювання дозволяє обґрунтувати перехід від плоскої до просторової магнітної системи.

Виготовлення просторової магнітної системи потребує більшої кількості сталі порівняно з плоскою, що суперечить багатолітній тенденції до максимальної економії активних матеріалів, усупереч значному зниженню енергетичних характеристик виробу. Однак зведення просторовою магнітною системою до мінімуму полів розсіяння призводить до значного зростання робочого поля й реактивної потужності трансформатора, зменшення втрат від цих полів і струму збудження та збільшення одиничної активної потужності.

### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Шпак О. Л. Математична модель однофазного трансформатора як групового елемента в електроенергетичній системі / О. Л. Шпак // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. – 2015. – № 4. – С. 34 – 36.
2. Шпак О. Л. Математична модель трифазного трансформатора як елемента електроенергетичної системи / О. Л. Шпак // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2016. – № 3. – С. 73 – 77.
3. Черкашин Ю. С. Расчет трансформаторов при произвольных законах изменения напряжения и тока / Ю. С. Черкашин // Силовая электроника. – 2009. – № 2. – С. 26 – 30.
4. Патент № 104527 Україна, МПК<sup>6</sup> Н 01 F 27/06, Н 01F 30/12. Трифазний трансформатор / Білий Л. А., Ковівчак Я. В. Шпак О. Л. ; заявник та патентовласник Білий Л. А., Ковівчак Я. В. Шпак О. Л. – № a201213993 ; заявл. 10.12.2012 ; опубл. 10.02.14. Бюл. № 3.

**Шпак Олександр Леонідович** – заступник директора з матеріально-технічного постачання та капітального будівництва (з науково-дослідних робіт та науково-технічної інформації).  
ПАТ "Хмельницькобленерго".