

ДОСЛІДЖЕННЯ ТЕНЗОРНОЇ МОДЕЛІ НАКОПИЧЕННЯ ПОШКОДЖЕНЬ ІЗ ВРАХУВАННЯМ “ПАМ’ЯТІ НАПРЯМІВ” ІЗ СТЕПЕНЕВОЮ АПРОКСИМАЦІЄЮ ФУНКЦІЇ ПОШКОДЖЕНОСТІ

Вінницький національний технічний університет

Анотація

Визначено та досліджено критеріальні співвідношення, що впливають із тензорної моделі накопичення пошкоджень із врахуванням «пам’яті напрямів» та степеневі апроксимації функції пошкодженості.

Ключові слова: накопичення пошкоджень, тензорна модель, руйнування, деформація, пластичність.

Abstract

The criterion relations arising from the tensor model of damage accumulation with consideration of the "directions memory" and power approximation of the damage function are determined and investigated.

Keywords: damage accumulation, tensor model, destruction, deformation, plasticity.

Вступ

У працях [1-9] закладено основи відповідно скалярної та тензорної теорії підсумовування пошкоджень. У роботі [10] запропоновано тензорну модель накопичення пошкоджень із врахуванням «пам’яті напрямів». У роботі [2] відмічено кращу відповідність тензорних моделей накопичення пошкоджень експериментальним даним немонотонного деформування, якщо використовувати степеневу та експоненціальну апроксимації функції пошкодженості f .

Метою роботи є визначення та дослідження критеріальних співвідношень, що впливають із тензорної моделі накопичення пошкоджень із врахуванням «пам’яті напрямів» та степеневі апроксимації функції пошкодженості.

Результати дослідження

Використаємо степеневу апроксимацію функції пошкодженості

$$f\left(\psi = \frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_{*c}}\right) = \psi^n, \quad n > 1$$

Для такої апроксимації підінтегральна функція може бути подана у вигляді

$$F = \frac{df(\psi)}{d\varepsilon_u} = f'(\psi) \cdot \frac{d\psi}{d\varepsilon_u} = \frac{n \cdot \psi^{n-1}}{\varepsilon_{*c}} = \frac{n \cdot \varepsilon^{n-1}}{\varepsilon_{*c}^n}. \quad (1)$$

Отже, матимемо степеневу тензорно-лінійну модель із врахування „пам’яті напрямів”

$$\begin{aligned} \psi_{ij}(\varepsilon_u) = & \beta_{ij}^{(1)} \cdot \left[\int_0^{\varepsilon_u^{(1)}} \frac{n \cdot \varepsilon^{n-1}}{\varepsilon_{*1}^n} \cdot d\varepsilon_u + \int_{\varepsilon_u^{(1)}}^{\varepsilon_u^{(1)} + \Delta\varepsilon_{sp}} \frac{(1-\delta)}{\sqrt{(1-\delta)^2 + 2 \cdot \delta \cdot (1-\delta) \cdot k_{12} + \delta^2}} \cdot \frac{n \cdot \varepsilon^{n-1}}{\varepsilon_{*2}^n} \cdot d\varepsilon_u \right] + \\ & + \beta_{ij}^{(2)} \cdot \left[\int_{\varepsilon_u^{(1)}}^{\varepsilon_u^{(1)} + \Delta\varepsilon_{sp}} \frac{\delta}{\sqrt{(1-\delta)^2 + 2 \cdot \delta \cdot (1-\delta) \cdot k_{12} + \delta^2}} \cdot \frac{n \cdot \varepsilon^{n-1}}{\varepsilon_{*2}^n} \cdot d\varepsilon_u + \int_{\varepsilon_u^{(1)} + \Delta\varepsilon_{sp}}^{\varepsilon^*} \frac{n \cdot \varepsilon^{n-1}}{\varepsilon_{*2}^n} \cdot d\varepsilon_u \right]. \quad (2) \end{aligned}$$

Зважаючи на складність аналітичних виразів, які отримуються з моделі (2) із врахуванням умови руйнування

$$g_2 = -k_{12} \cdot g_1 + \sqrt{g_1^2 \cdot (k_{12}^2 - 1) + 1}. \quad (3)$$

на етапі повороту головних напрямів тензора накопичення пошкоджень складові скалярної моделі шукаємо як

$$\psi_2 + \psi_{kp} = \left[-g_1 k_{12} - g_2^* + \sqrt{g_1^2 \cdot (k_{12}^2 - 1) + 1} \right]^n - \psi_1 \alpha_{12}; \quad (4)$$

$$g_1 = \psi_1^n - (\psi_1 \alpha_{12})^n + \int_{\varepsilon_u^{(1)}}^{\varepsilon_u^{(1)} + \Delta \varepsilon_{kp}} \frac{(1 - \delta)}{\sqrt{(1 - \delta)^2 + 2 \cdot \delta \cdot (1 - \delta) \cdot k_{12} + \delta^2}} \cdot \frac{n \cdot \varepsilon^{n-1}}{\varepsilon_{*2}^n} \cdot d\varepsilon_u; \quad (5)$$

$$g_2^* = -(\psi_1 \cdot \alpha_{12} + \psi_{kp})^n + \int_{\varepsilon_u^{(1)}}^{\varepsilon_u^{(1)} + \Delta \varepsilon_{kp}} \frac{\delta}{\sqrt{(1 - \delta)^2 + 2 \cdot \delta \cdot (1 - \delta) \cdot k_{12} + \delta^2}} \cdot \frac{n \cdot \varepsilon^{n-1}}{\varepsilon_{*2}^n} d\varepsilon_u. \quad (6)$$

Мінімальний використаний ресурс пластичності ψ_{1cp} , при якому руйнування зразка відбувається до моменту, коли головні напрями тензорів накопичення пошкоджень та приростів деформацій стануть співвіднесеними, знайдемо, розв'язавши рівняння

$$g_1^2 + 2 \cdot k_{12} \cdot g_1 \cdot g_2' + g_2'^2 = 1, \quad (7)$$

відносно ψ_1 при

$$g_2' = \int_{\varepsilon_u^{(1)}}^{\varepsilon_u^{(1)} + \Delta \varepsilon_{kp}} \frac{\delta}{\sqrt{(1 - \delta)^2 + 2 \cdot \delta \cdot (1 - \delta) \cdot k_{12} + \delta^2}} \cdot \frac{n \cdot \varepsilon^{n-1}}{\varepsilon_{*2}^n} d\varepsilon_u. \quad (8)$$

При $\psi_1 > \psi_{1cp}$ залишковий ресурс пластичності ψ_{*2} знайдемо, розв'язавши рівняння

$$g_2 = -k_{12} \cdot g_1 + \sqrt{g_1^2 \cdot (k_{12}^2 - 1) + 1}. \quad (9)$$

при

$$g_1 = \psi_1^n - (\psi_1 \alpha_{12})^n + \int_{\varepsilon_u^{(1)}}^{\varepsilon_u^{(1)} + \varepsilon_*} \frac{(1 - \delta)}{\sqrt{(1 - \delta)^2 + 2 \cdot \delta \cdot (1 - \delta) \cdot k_{12} + \delta^2}} \cdot \frac{n \cdot \varepsilon^{n-1}}{\varepsilon_{*2}^n} \cdot d\varepsilon_u; \quad (10)$$

$$g_2 = \int_{\varepsilon_u^{(1)}}^{\varepsilon_u^{(1)} + \varepsilon_*} \frac{\delta}{\sqrt{(1 - \delta)^2 + 2 \cdot \delta \cdot (1 - \delta) \cdot k_{12} + \delta^2}} \cdot \frac{n \cdot \varepsilon^{n-1}}{\varepsilon_{*2}^n} d\varepsilon_u \cdot \psi_{kp}. \quad (11)$$

Принциповою відмінною критеріальних співвідношень (4) здобутих на базі використання нелінійного принципу накопичення пошкоджень, від співвідношення на базі лінійного принципу накопичення пошкоджень полягає в тому, що вказані співвідношення враховують порядок прикладення навантаження. Це відображається наявністю у співвідношенні (4) параметра α_{12} .

Висновки

Визначено та досліджено критеріальні співвідношення, що впливають із тензорної моделі накопичення пошкоджень із врахуванням «пам'яті напрямів» та степеневій апроксимації функції пошкодженості.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Огородников В. А. Оценка деформируемости металлов при обработке давлением / В. А. Огородников. - К. : Выща шк., 1983. - 200 с.
2. Колмогоров В. Л. Пластичность и разрушение / В. Л. Колмогоров и др. - М. : Metallurgiya, 1977. - 336 с.
3. Дель Г. Д. Технологическая механика / Г. Д. Дель. - М. : Машиностроение, 1978. - 174 с.
4. Ильющин А. А. Об одной теории длительной прочности / А. А. Ильющин // Механика твердого тела. -- 1967. -- №13. - С. 21--25.
5. Дель Г. Д. Пластичность деформированного металла. / Г. Д. Дель // В сб.: Физика и техника высоких давлений. - 1983. - №11. - С. 28-32.
6. Михалеви́ч В.М. Тензорні моделі накопичення пошкоджень. – Вінниця: «УНІВЕРСУМ – Вінниця», 1998. – 195 с.
7. Mikhalevich V. M. Variational problems for damage accumulation models heritable type [Text] / V. M. Mikhalevich, V. O. Kraevskiy // The nonlinear analysis and application 2009 : materials of the international scientific conference, Kyiv, April 02-04th 2009. - Kyiv : NTUU "KPI", 2009. - P. 109-110.
8. Mikhalevich V. M. Tensor models of rupture strength. Report no. 1. Steade kloading of initially isotropic and anisotropic bodies / V. M. Mikhalevich // Strength of Materials. - 1995, 27 (8) , pp. 482-492. <https://doi.org/10.1007/BF02209347>
9. Матвійчук В. А. Оцінка деформованості матеріалу заготовок при вальцюванні за схемами в два і більше переходів / В. А. Матвійчук, В. М. Михалеви́ч, І. А. Бубновська // Матеріали Міжнародної науково- методичної Інтернет - конференції "Проблеми вищої математичної освіти: виклики сучасності" (17-18.05.2018р.) / Вінниця, ВНТУ, 2018. - 5 с. Режим доступу: <https://conferences.vntu.edu.ua/index.php/pmovc/index/pages/view/zbirn2018> Дата звернення: Лют. 2019
10. Михалеви́ч В. М., Краєвський В. О. Розробка структури тензорно-лінійної моделі накопичення пошкоджень із врахуванням «пам'яті напрямів» // Праці міжнародної науково-технічної конференції “Застосування теорії пластичності в сучасних технологіях обробки тиском і автотехнічних експертизах”. – Вінниця: ВНТУ. – 2006. – С. 97-99.

Юзькова Єлизавера Платонівна – студент Вінницького національного технічного університету, факультет будівництва, теплоенергетики та газопостачання, група БТ-18б

Задоян Владислав Олегович – студент Вінницького національного технічного університету, факультет будівництва, теплоенергетики та газопостачання, група ТЕ-18б

Науковий керівник: **Красевський Володимир Олександрович** – к.т.н., доцент кафедри вищої математики Вінницького національного технічного університету

Yuzkova Yelyzaveta – student of Vinnytsia National Technical University, Faculty of Civil Engineering, Thermal Power Engineering and Gas Supply

Zadoian Vladyslav– student of Vinnytsia National Technical University, Faculty of Civil Engineering, Thermal Power Engineering and Gas Supply

Supervisor: **Kraievskiy Volodymyr** - Ph.D., Associate Professor, Department of Mathematics Vinnytsia National Technical University