

## ПРОГРАМНА РЕАЛІЗАЦІЯ ПАРАЛЕЛЬНОГО АЛГОРИТМУ ХОЛЕЦЬКОГО

<sup>1</sup> Вінницький національний технічний університет

### *Анотація*

*В роботі досліджено реалізацію програмного алгоритму Холецького та його вдосконалення шляхом розпаралелювання.*

**Ключові слова:** паралельні обчислення, алгоритм Холецького, матриця.

### *Abstract*

*The paper investigates the implementation of Cholesky's software algorithm and its improvement by parallelization.*

**Keywords:** parallel computations, Cholesky's algorithm, matrix.

### Вступ

Паралельні обчислення – це форма обчислень, в яких кілька дій проводяться одночасно. Ґрунтуються на тому, що великі задачі можна розділити на кілька менших, кожен з яких можна розв'язати незалежно від інших.

При цьому найпоширенішими підходами до паралельного виконання обчислень і обробки даних є підходи, засновані на моделях паралелізму даних і паралелізму задач. В основі підходу лежить розподіл обчислювальної роботи між доступними користувачеві процесорами паралельного комп'ютера. Розробнику часто доводиться стикатись з такими проблемами, як рівномірне завантаження процесорів (що погано позначається на процесах розпаралелювання) і забезпеченням ефективної організації обміну інформацією між завданнями.

Важливими критеріями ефективності паралельних програм є їх швидкодія, продуктивність, а також інші фактори, що можуть потенційно вплинути на програму.

У даній роботі буде досліджено потужний засіб розпаралелювання, а саме алгоритм Холецького, розглянуті його особливості та сфера застосування.

### Результати дослідження

Метод Холецького використовується для розкладання позитивних визначених ермітових (в матеріальному випадку - симетричних) матриць. Дана матриця зображена на рисунку 1.

$$L = \begin{bmatrix} l_{11} & 0 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ l_{21} & l_{22} & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ l_{31} & l_{32} & l_{33} & \cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ l_{n-11} & \cdots & \cdots & l_{n-1\ n-2} & l_{n-1\ n-1} & 0 \\ l_{n1} & \cdots & \cdots & l_{n\ n-2} & l_{n\ n-1} & l_{n\ n} \end{bmatrix}$$

Рисунок 1 – Загальний вид симетричної матриці Холецкого

Розкладання Холецкого, нарівні з LU-розкладанням, є однією з найбільш популярних трикутних факторизацій. Розкладання Холецкого симетричної позитивної певної (або ермітовим) матриці багато в чому аналогічно LU-розкладання: матриця A представляється у вигляді  $A = LL^T H$  (або у вигляді  $A = U^T U H$ , що по суті одне і те ж). Корисною властивістю матриці Холецкого є те, що вона вимагає приблизно в два рази менше операцій, ніж LU-розкладання. Симетричність матриці дозволяє зберігати і обчислювати тільки трохи більше половини її елементів, що майже вдвічі економить як необхідні для обчислень обсяги пам'яті, так і кількість операцій.

Наступним кроком дослідження алгоритму Холецкого буде обрання найбільш ефективної мови програмування для його практичної реалізації. Як альтернативи розробки було розглянуто такі дві відомі мови програмування, як C# і Java. Вирішено було обрати C#, оскільки вона має значні переваги в плані розповсюженості, підтримки корпорацією Microsoft та має потужну бібліотеку розпаралелювання завдань TPL. Розробка програмного продукту буде здійснюватись у середовищі Microsoft Visual Studio 2017, що включає в себе інтегроване середовище розробки програмного забезпечення та ряд інших інструментальних засобів.

Паралельний алгоритм Холецкого буде виглядати досить просто:

Початок:

Крок 1: Введення даних;

Крок 2: Виконання розкладання Холецкого;

Крок 3: Транспонування отриманої матриці;

Крок 4: Впорядкування масиву за принципом у лівій половині знаходяться елементи які менше опорного елемента, у правій – які більше опорного елемента;

Крок 5: Створення паралельних потоків, кількість яких рівна кількості стрічок у матриці та підрахунок значення вектору Y;

Крок 6: Створення паралельних потоків, кількість яких рівна кількості стрічок у матриці та підрахунок значення вектору X;

Крок 7: Виведення результату.

Кінець.

Кінцевим етапом досліджень є оцінка ефективності роботи алгоритму, для цього можна скористатися формулою:  $K_{\Pi} = \frac{T_{\text{пс}}}{T_{\text{пр}}}$ , де  $T_{\text{пс}}$  – час виконання послідовних обчислень,  $T_{\text{пр}}$  – час виконання паралельних обчислень (при однакових розмірах вхідних даних).

Результати зручно представити графічно у вигляді порівняння паралельної і послідовної реалізацій.

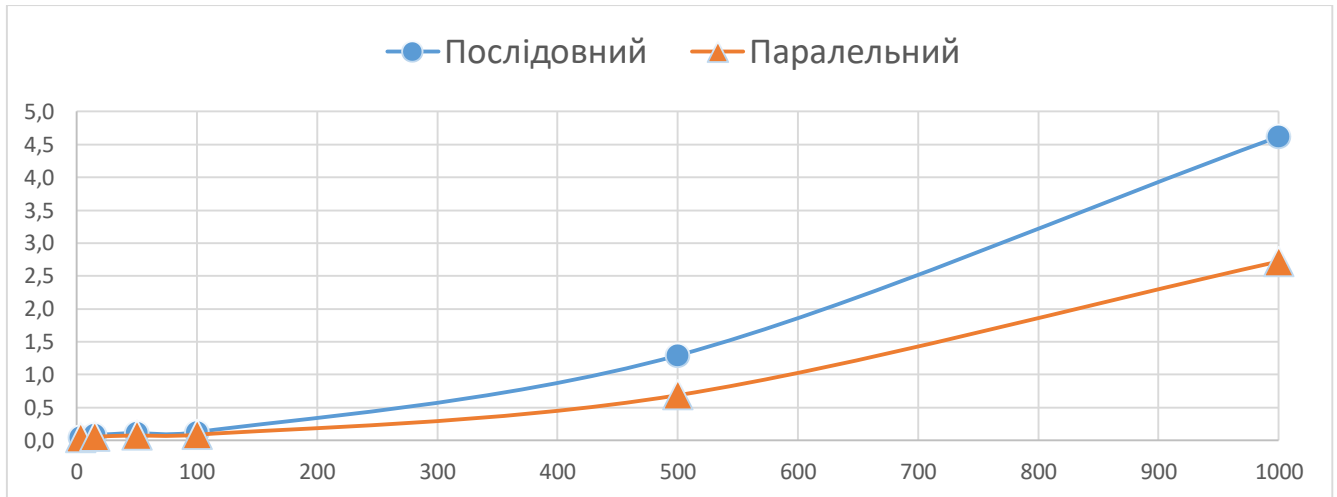


Рисунок 2 – Порівняння часу виконання паралельної та послідовної реалізації алгоритму Холецького

### Висновки

Для досягнення поставленої мети було розроблено спеціальний паралельний алгоритм реалізації, підбрано стек технологій для програмування поставленого завдання, здійснено програмну реалізацію, програмний засіб перевірено на коректність та правильність роботи та проведено розрахунки параметрів та характеристик системи.

### СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Cholesky decomposition – URL: [https://en.wikipedia.org/wiki/Cholesky\\_decomposition](https://en.wikipedia.org/wiki/Cholesky_decomposition)
2. THE CHOLESKY DECOMPOSITION IN .NET  
– URL: <https://ilnumerics.net/cholesky-decomposition.html>
3. Parallel Cholesky factorization on a shared-memory multiprocessor  
– URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0024379586901679>

**Барaban Сергій Володимирович** — доцент кафедри комп'ютерних наук, факультет інформаційних технологій та комп'ютерної інженерії, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, e-mail: [baraban.s.v@vntu.edu.ua](mailto:baraban.s.v@vntu.edu.ua)

**Гірдавiніс Владислав Аудрісович** — студент групи 2КН-166, факультет інформаційних технологій та комп'ютерної інженерії, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, e-mail: [grimloner@gmail.com](mailto:grimloner@gmail.com)

**Baraban Serhii V.** — associate professor of Computer Science Department, Informations Technologies and Computer Engineering Faculty, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, email : [baraban.s.v@vntu.edu.ua](mailto:baraban.s.v@vntu.edu.ua)

**Girdvainis Vladislav A.** — student of Informations Technologies and Computer Engineering Faculty, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, email : [grimloner@gmail.com](mailto:grimloner@gmail.com)