

О. М. Солонина  
С. В. Нікіфоренко  
С. Я. Серета  
Ю. Ю. Іванов

## МЕТОДИ ДЕКОДУВАННЯ БЛОКОВИХ І ЗГОРТКОВИХ ТУРБО-КОДІВ

Вінницький національний технічний університет

### Анотація

У даній роботі проаналізовано низку ефективних методів декодування блокових і згорткових турбо-кодів та представлено їх математичні моделі.

**Ключові слова:** завадостійке кодування, згортковий турбо-код, блоковий турбо-код, методи MAP, SOVA, декодування за списком кодових слів.

### Abstract

In this paper have been analyzed a few of effective methods for decoding block and convolutional turbo-codes and have been presented the mathematical models.

**Keywords:** error-correcting coding, convolutional turbo-code, block turbo-code, MAP, SOVA, augmented list decoding.

### Вступ

Для підвищення енергетичної ефективності та виправлення помилок застосовується завадостійке кодування цифрових сигналів. Найбільш помітним досягненням в теорії завадостійкого кодування за останні роки є турбо-коди, які розвиваються за двома напрямками: згорткові (паралельне з'єднання згорткових кодів) і блокові (послідовне з'єднання блокових кодів) турбо-коди. Під час роботи з даним кодом виникає проблема його декодування, а, відповідно, і реалізації цієї процедури. Оптимальним посимвольним методом декодування згорткових турбо-кодів є метод MAP. На практиці застосовують метод log-MAP та його субоптимальні модифікації, наприклад PL-log-MAP та max-log-MAP. Оптимальним в плані декодування всієї послідовності є алгоритм SOVA. Можна застосовувати його двонаправлену модифікацію – Bi-SOVA. Декодування блокових турбо-кодів можна проводити з використанням списку кодових слів (методи Чейза-Піндайя, Хартмана-Назарова, Фанга-Баттайла), на графах Таннера (методи Sum-Product та Min-Sum) та на основі принципів Вольфа для блокових кодів на трелліс-діаграмі коду [1-6].

Метою даної роботи є аналіз низки методів декодування згорткових та блокових турбо-кодів.

### Результати дослідження

Метод декодування log-MAP працює в логарифмічній області та використовує логарифм Якобіана з компенсуючою функцією  $f_{кор}$ . Математичну модель можна представити у формі [3, 6]

$$\alpha_k^{LM}(s) = \ln\left(\sum_{(s',s)} \exp(\gamma_k^{LM}(s',s) + \alpha_{k-1}^{LM}(s'))\right), \quad (1)$$

$$\beta_{k-1}^{LM}(s') = \ln\left(\sum_{(s',s)} \exp(\gamma_k^{LM}(s',s) + \beta_k^{LM}(s))\right), \quad (2)$$

$$\gamma_k^{LM}(s',s) = \frac{1}{2} \cdot \left( d_k \cdot LLR_{анп.}(d_k) + d_k \cdot LLR_{кан.} \cdot x_k + \sum_{k=2}^n d_{k,v} \cdot LLR_{кан.} \cdot x_{k,v} \right), \quad (3)$$

де  $\alpha_k(s)$  – метрика прямого шляху;  $\beta_{k-1}(s')$  – метрика зворотного шляху;  $\gamma_k(s, s')$  – реберна метрика;  $d_k$ ,  $d_{h,v}$  –  $k$ -ий систематичний бінарний інформаційний символ та  $h$  перевірочних символів для  $v$ -ого кодера;  $x_k$ ,  $x_{h,v}$  – зашумлена версія символів  $d_k$  та  $d_{h,v}$ .

У формулах (1) та (2) можна використати логарифм Якобіана

$$f(a, b) = \ln(\exp(a) + \exp(b)) = \max(a, b) + \ln(1 + \exp(-|a - b|)) = \max(a, b) + f_{\text{кор}}. \quad (4)$$

Для економії часу, спрощення та швидкості обчислень для виразу  $f_{\text{кор}}$  використовують апроксимацію, яку, наприклад, для методу PL-log-MAP [3] можна представити у формі ( $z = |a - b|$ )

$$f_{\text{кор}}(z) = \begin{cases} -0,3792 \cdot z + 0,6754, & \text{if } z \in [0;1); \\ -0,2229 \cdot z + 0,5327, & \text{if } z \in [1;1,5); \\ -0,1483 \cdot z + 0,4213, & \text{if } z \in [1,5;2); \\ -0,0773 \cdot z + 0,2758, & \text{if } z \in [2;3); \\ -0,0300 \cdot z + 0,1362, & \text{if } z \in [3;4); \\ +0,0100, & \text{if } z \in (4;\infty). \end{cases} \quad (5)$$

Загальна формула для розрахунку апостеріорних рішень задається наступним чином

$$LLR(d_k) = \ln \frac{\sum_{d_k=+1}^{(s',s)} \alpha_{k-1}(s') \cdot \beta_k(s) \cdot \gamma_k(s', s)}{\sum_{d_k=-1}^{(s',s)} \alpha_{k-1}(s') \cdot \beta_k(s) \cdot \gamma_k(s', s)}. \quad (6)$$

В алгоритмі SOVA застосовується метрика шляху вперед, яка обчислюється за формулою [4]

$$M_k(s_k) = \max_{d_k=\pm 1}^{(s',s)} (M_{k-1}(s_{k-1}) + M_k(s', s)), \quad (7)$$

де  $M_{k-1}(s_{k-1})$  – поточна метрика; а  $M_k(s', s)$  – метрика ребра, яка виражається як

$$M_k(s', s) = \frac{1}{2} \cdot \left( d_k \cdot LLR_{\text{анп.}}(d_k) + d_k \cdot LLR_{\text{кан.}} \cdot x_k + \sum_{k=2}^n d_{k,v} \cdot LLR_{\text{кан.}} \cdot x_{k,v} \right). \quad (8)$$

Далі виконується операція оцінювання надійності бінарного символу (мітки  $\lambda$ ) за правилом із джерела [4]. Розрахунок м'яких апостеріорних рішень можна представити у вигляді

$$LLR_{\text{SOVA}}(d_k) \approx d_k \cdot \min_{d_k \neq d_k^i} \lambda_k^i. \quad (9)$$

Модифікація Bi-SOVA виконується вперед та назад [3]. Результат отримується за формулою

$$LLR_{\text{ISOVA}}(d_k) = \begin{cases} LLR_{\text{SOVA}}^{\rightarrow}(d_k), & \text{if } |LLR_{\text{SOVA}}^{\rightarrow}(d_k)| > |LLR_{\text{SOVA}}^{\leftarrow}(d_k)|, \\ LLR_{\text{SOVA}}^{\leftarrow}(d_k), & \text{if } |LLR_{\text{SOVA}}^{\leftarrow}(d_k)| > |LLR_{\text{SOVA}}^{\rightarrow}(d_k)|. \end{cases} \quad (10)$$

де  $LLR_{\text{SOVA}}^{\rightarrow}(d_k)$ ,  $LLR_{\text{SOVA}}^{\leftarrow}(d_k)$  – апостеріорні рішення, які знайдено відповідно за прямим та зворотним алгоритмом SOVA.

Для блокових турбо-кодів все дещо інакше. Кодова структура такого коду вимагає використання двох ідентичних компонентних блокових кодів (код Хеммінга, Боуза-Чоудхурі-Хоквінгема, Ріда-Соломона) для кодування рядків та стовпців відповідно. При реалізації операції кодування вихідні дані записуються в двомірний масив по рядках, після чого кодуються по рядках за допомогою першого коду, а потім дані і перевірочні біти (або тільки дані) першого коду кодуються за стовпцями другого коду. Ітеративна процедура декодування такого коду є двоетапною – горизонтальне та вертикальне декодування. Ефективним є метод декодування на основі списку кодових слів, який

використовує набір векторів, змінюючи в них найменш надійні символи та декодує кожне слово жорстким декодером. Після цього обчислюються метрики подібності  $M_i$  конкурентних слів  $c_{ij}$  та визначається найкраща з них  $M_{pp}$ . Після чого розраховується надійність кожного символу у послідовності бітів, використовуючи отриману послідовність  $c_{pp}$  та список кодових слів [4-6]

$$LLR_j = 0,25 \cdot (\min\{M_i, c_{ij} \neq c_{pp,j}\} - M_{pp}) \cdot (2c_{pp,j} - 1). \quad (11)$$

Якщо немає конкурентних слів, для яких  $j$ -ий біт не відрізняється від  $c_{pp,j}$ , то надійність  $LLR_j$  має фіксоване значення  $\beta$ .

### Висновки

У роботі проведено огляд ефективних методів декодування згорткових та блокових турбо-кодів. Представлено математичну модель ітеративного процесу декодування, яку можна реалізувати у програмному забезпеченні.

### СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Berrou C. Near Shannon Limit Error-Correcting Coding and Decoding: Turbo-Codes / C. Berrou, A. Glavieux, P. Thitimajshima // Proceedings of the ICC'93. – Switzerland: 1993. – P. 1064-1070.
2. Woodard J. Comparative Study of Turbo Decoding Techniques: An Overview / J. Woodard, L. Hanzo // IEEE Transactions on Vehicular Technology. – 2000. – V. 49. – № 6. – P. 2208-2233.
3. Особливості оцінювання параметрів процесу передавання даних із використанням турбо-кодів / Р.Н. Кветний, Ю.Ю. Иванов, С.Г. Кривогубченко, О.В. Стукач // Метрологія і прилади. – К: ВКФ "Фавор ЛТД", 2017. – С. 25-32.
4. Hagenauer J. A Viterbi Algorithm with Soft-Decision Outputs and its Applications / J. Hagenauer, P. Hoeher // Proceedings of IEEE Global Telecommunications Conference. – USA: 1989. – P. 1680-1686.
5. Pyndiah R. Near-Optimum Decoding of Product Codes: Block Turbo Codes / R. Pyndiah // IEEE Transactions on Communications. – 1998. – V. 46. – P. 1003-1010.
6. Hanzo L. Turbo Coding, Turbo Equalisation and Space-Time Coding for Transmission over Wireless Channels / L. Hanzo, T.H. Liew, B.L. Yeap. – Southampton: Department of Electronics and Computer Science of UK, 2002. – 746 p.

**Солонина Олександр Миколайович** — студент групи ІСІ-166, факультет комп'ютерних систем і автоматики, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця.

**Нікіфоренко Сергій Володимирович** — студент групи ІСІ-166, факультет комп'ютерних систем і автоматики, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця

**Середа Сергій Янович** — студент групи ІСІ-166, факультет комп'ютерних систем і автоматики, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця.

**Іванов Юрій Юрійович** — канд. техн. наук, доцент кафедри автоматизації та інтелектуальних інформаційних технологій, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, e-mail: Yura881990@i.ua.

**Solonina Alexander M.** — student, Faculty of Computer Systems and Automation, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia.

**Nikiforenko Sergiy V.** — student, Faculty of Computer Systems and Automation, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia.

**Sereda Sergiy Ia.** — student, Faculty of Computer Systems and Automation, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia.

**Ivanov Yuriy Yu.** — Cand. Sc. (Eng), Senior Lecturer, Faculty of Computer Systems and Automation, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: Yura881990@i.ua.