

А. П. Саєнко
В. Є. Опанасюк
В. М. Саранчук
Ю. О. Маліцький
Ю. Ю. Іванов

ОГЛЯД МЕТАЕВРИСТИЧНИХ МЕТОДІВ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ ПОШУКУ МІНІМАЛЬНОГО ГАМІЛЬТОНОВОГО ЦИКЛУ

Вінницький національний технічний університет

Анотація

У даній роботі проаналізовано низку ефективних метаевристичних методів розв'язання задачі пошуку мінімального гамільтонового циклу та представлено алгоритми.

Ключові слова: граф, гамільтоновий цикл, метод гілок та меж, генетичний алгоритм, мурашиний алгоритм, квазіоптимальне рішення.

Abstract

In this paper have been analyzed a few of effective metaheuristic methods for solving the task of finding the minimum Hamiltonian cycle and have been presented the algorithms.

Keywords: graph, Hamiltonian cycle, branch and bound method, genetic algorithm, ant colony optimization algorithm, quasi-optimal solution.

Вступ

Розглядаємо задачу пошуку мінімального гамільтонового циклу (маршруту) на графі G з множиною вершин $V = \{v_1, \dots, v_N\}$ та ребер $E = \{e_1, \dots, e_N\}$. Довжина циклу розраховується за виразом

$$f(\{(v_1, v_2), (v_2, v_3), (v_3, v_4), \dots, (v_N, v_1)\}) = L(v_1, v_2) + L(v_2, v_3) + L(v_3, v_4) + \dots + L(v_N, v_1), \quad (1)$$

де $L(v_i, v_j)$ – елементи матриці суміжності.

Дана задача має факторіальну часову складність, тому розв'язати її у загальному випадку не представляється можливим. Часто її зводять до задачі цілочисельного лінійного програмування, для вирішення якої використовується метод гілок та меж. Виділяються популяційні методи розв'язання, які інспіровані природою, наприклад, генетичний та мурашиний алгоритми, які зосереджують пошук на перспективних частинах області допустимих рішень, дозволяючи скоротити час обчислень та знайти певний квазіоптимальний розв'язок [1, 2].

Метою даної роботи є огляд оригінальних метаевристичних підходів до розв'язання задачі пошуку гамільтонового циклу на графі G .

Результати дослідження

Алгоритм гілок та меж класичний потужний підхід до розв'язання низки специфічних задач, який використовує стратегію «розділяй та володарюй». Його можна сформулювати у вигляді наступних кроків [3]:

Крок 1. У кожному рядку матриці суміжності знайти мінімальний елемент і відняти його від усіх елементів рядків. Повторити для стовпців, які не містять нуля. Отримаємо приведену матрицю суміжності C , кожен рядок і кожен стовпець якої має хоча б один нульовий елемент.

Крок 2. Для кожного нульового елемента матриці l_{ij} розрахуємо коефіцієнт $T_{i,j}$, який дорівнює сумі найменших елементів i -ого рядка (виключаючи елемент $l_{i,j} = 0$) і j -ого стовпця. З усіх

коефіцієнтів T_{ij} виберемо такий, який є максимальним $T_{kl} = \max\{T_{ij}\}$. У гамільтоновий цикл вноситься відповідна дуга (k, l) .

Крок 3. Видаляємо k -ий рядок і l -ий стовпець матриці C , замінюємо на нескінченність значення елемента $l_{i,k}$ (оскільки дуга (k, l) включена в цикл, то зворотний шлях з l в k неприпустимий).

Крок 4. Повторюємо кроки 1-3, поки порядок матриці C не буде дорівнювати двом.

Крок 5. У поточний маршрут вносимо два відсутні ребра. Отримуємо гамільтоновий маршрут.

Задовільних теоретичних оцінок роботи даного алгоритму немає, але на сучасних обчислювальних машинах його можна застосовувати для графів з кількістю вершин $n \leq 100$.

Генетичний алгоритм представляє собою модель еволюції в природі, яка реалізована у виді комп'ютерної програми. Вона дозволяє розв'язати певну задачу за поліноміальний час. В основі лежить використання еволюційних принципів природного відбору, спадкування та мутації. Даний алгоритм можна сформулювати таким чином [4, 5]:

Крок 1. Створення початкової популяції розміром n з довжиною хромосом $N+1$.

Крок 2. Обчислення функції пристосованості f (довжина маршруту) для особин популяції.

Крок 3. Природний відбір: вибір батьків (селекція – турнір або рулетка); схрещування або інверсія; мутація; формування нового покоління (редукція).

Крок 4. Критерій зупинки: якщо виконуються умови закінчення обчислень, то перейти до кроку 5, інакше — повернутись до кроку 2.

Крок 5. Вивести результат роботи, тобто представити найкраще знайдене рішення задачі.

Крок 6. Провести s запусків алгоритму та вивести середнє значення f_{min} за найкращими результатами.

Ефективним є використання острівної моделі генетичного алгоритму, яка дозволяє використати концепцію паралелізму та значно прискорити пошук рішення.

Мурашиний алгоритм представляє собою ефективний поліноміальний алгоритм розв'язання задачі пошуку мінімального гамільтонового циклу. Мурахи – практично сліпі комахи, які вміють знаходити «хороші» шляхи між мурашником і джерелом їжі, завдяки сильному нюху та особливому ферменту на лапках. Чим більше мурах використають один і той же шлях, тим вища концентрація ферментів на ньому. Така мурашина «логіка» дозволяє вибирати більш короткий шлях між кінцевими точками. По суті для кожного мурахи перехід із пункту i в пункт j залежить від його пам'яті M (список пунктів, які ще можна відвідати), видимості η_{ij} між пунктами та феромонного сліду $\tau_{i,j}$. Вибір наступної точки здійснюється за допомогою «колеса рулетки» та ймовірнісного рівняння

$$p = \begin{cases} \frac{\eta_{i,j}^\alpha \cdot \tau_{i,j}^\beta}{\sum_{j=1}^{\text{length}(M)} \eta_{i,j}^\alpha \cdot \tau_{i,j}^\beta} \cdot 100\%, & \text{якщо } j \in M; \\ 0\%, & \text{якщо } j \notin M. \end{cases} \quad (2)$$

де α і β – опційні параметри, які задають ваги видимості та феромону на ребрі.

Для більш швидкої збіжності алгоритму в розрахунок іноді вводять елітних мурах, які підсилюють ребра найкращого маршруту. Метод вважається одним із найефективніших і широко застосовується на практиці [6].

Алгоритм еластичної мережі є одним із найбільш ефективних за часом і точністю обчислень. Він полягає у застосуванні алгоритму ласо, який дозволяє сформувати навколо всієї множини вершин графа (на деякій відстані від координатного центру) кільця нормалізуючих точок, яке може не лише стягуватися, а й розтягуватися. Карта з набором вхідних даних нормалізується і зводиться до «квадратного» вигляду. При виборі вершини графа застосовується алгоритм хребта, який дозволяє уникати «зацикловання» алгоритму ласо при виборі пріоритетної вершини. Також можливе використання ітеративних геометричних k -opt-евристик Ліна-Кернігана-Хельсгауна [7].

Висновки

У роботі проведено огляд ефективних метаевристичних методів розв'язання задачі пошуку мінімального гамільтонового циклу. Представлено основні ідеї та алгоритми, які можна реалізувати у програмному забезпеченні.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Ерзин А.И. Задачи маршрутизации / А.И. Ерзин, Ю.А. Кочетов. – Новосибирск: РИЦ НГУ, 2014. – 95 с.
2. Иванов Ю.Ю. Методи штучного інтелекту та наука про дані: лекції, алгоритми та задачі / Ю.Ю. Иванов. – 2018. – 110 с.
3. Костюк Ю.Л. Эффективная реализация алгоритма решения задачи коммивояжера методом ветвей и границ / Ю.Л. Костюк // Прикладная дискретная математика. Вычислительные методы в дискретной математике. – 2010. – № 2. – С. 78-90.
4. Shujia L. A Powerful Genetic Algorithm for Traveling Salesman Problem [Web Resource] / L. Shujia. – Guangzhou, 2012. – 5 p. – Access mode: <https://arxiv.org/pdf/1402.4699.pdf>.
5. Рутковская Д. Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечеткие системы / Д. Рутковская, М. Пилинский, Л. Рутковский. – М.: Горячая линия-Телеком, 2004. – 452 с.
6. Shtovba S. Ant Algorithms: Theory and Applications / S. Shtovba // Programming and Computer Software. – 2005. – V. 31. – № 4. – P. 167-178.
7. Застосування методу еластичної мережі для розв'язання задачі комівояжера у кіберфізичних системах: матер. V міжнародної наукової конференції “Вимірювання, контроль та діагностика в технічних системах” (ВКДТС – 2019). Збірник тез доповідей / Д.В. Мальований, Ю.Ю. Иванов, С.Г. Кривогубченко, В.М. Папінов, О.М. Бевз. – Вінниця: 29-31 жовтня, 2019 р. – С. 59.

Сасенко Андрій Павлович — студент групи ІСІ-166, факультет комп'ютерних систем і автоматики, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця.

Опанасюк Владислав Євгенович — студент групи ІСІ-166, факультет комп'ютерних систем і автоматики, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця.

Саранчук Вадим Михайлович — студент групи ІСІ-166, факультет комп'ютерних систем і автоматики, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця.

Малицький Юрій Олександрович — студент групи ІАКІТ-19м, факультет комп'ютерних систем і автоматики, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця.

Іванов Юрій Юрійович — канд. техн. наук, доцент кафедри автоматизації та інтелектуальних інформаційних технологій, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, e-mail: Yura881990@i.ua.

Sayenko Andriy P. — student, Faculty of Computer Systems and Automation, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia.

Opanasyuk Vladislav Ye. — student, Faculty of Computer Systems and Automation, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia.

Saranchuk Vadim M. — student, Faculty of Computer Systems and Automation, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia.

Malitskiy Yuriy O. — student, Faculty of Computer Systems and Automation, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia.

Ivanov Yuriy Yu. — Cand. Sc. (Eng), Senior Lecturer, Faculty of Computer Systems and Automation, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: Yura881990@i.ua.