

## МЕТОД АНАЛІЗУ СТІЙКОСТІ АВТОМАТИЧНИХ СИСТЕМ З ЛОГІЧНИМИ УПРАВЛЯЮЧИМИ ПРИСТРОЯМИ ЗА ВПЛИВУ ПАРАМЕТРИЧНИХ ЗБУРЕНЬ НА ОСНОВІ ФУНКЦІЙ ЧУТЛИВОСТІ

<sup>1</sup>Вінницький національний технічний університет

*Запропоновано метод аналізу стійкості автоматичних систем з логічними управляючими пристроями при впливі параметричних збурень, який дозволяє визначити границі областей стійкості систем у просторі приросту їх параметрів. Шляхом математичного моделювання знайдено допустимі проміжки зміни параметрів нелінійних елементів, за яких зберігається стійкість системи управління.*

**Ключові слова:** стійкість автоматичних систем, логічні управляючі пристрої, нелінійні нестационарні системи, параметричні збурення.

### Вступ

Наразі важливою задачею є розробка високотехнологічних автоматичних систем, які забезпечують високонадійне управління складними неперервними, нелінійними, нестационарними об'єктами.

Зазвичай, промислові неперервні, нестационарні, інерційні об'єкти управління, наприклад, такі як печі випалювання, промислові сушарки, тощо, характеризуються нелінійністю, яка вимагає наявності одного або декілька релейних елементів в регуляторі для формування логічних законів управління, які забезпечують стійкість системи до стеження та стабілізації технологічних процесів та дають можливість суттєво покращити динамічні властивості систем. Зазвичай такі системи відносять [1, 2] до класу замкнутих автоматичних систем з логічним законом управління, узагальнена схема яких представлена на рис. 1. Їх відмінністю є простота управління, настройки, висока надійність, кращі динамічні властивості у порівнянні з неперервними системами, що пояснює їх широке застосування.

Для реалізації логічних законів управління в замкнутих автоматичних системах управління технологічними процесами широке застосування знаходять логічні пристрої різних типів [3]. Їх особливістю є можливість здійснювати перетворення вхідної інформації про відхилення параметра, що регулюється, про вихідні координати об'єкта управління і виконавчого механізму в управляючі команди у відповідності з заданим логічним алгоритмом. Основними функціями логічних управляючих пристроїв є контроль за ходом технологічного процесу та станом обладнання, управління виконавчими механізмами в режимах пуску, змінення навантаження, включення регуляторів, розпізнавання аварійних ситуацій, сигналізація про них та їх застереження.

Зазвичай логічний управляючий пристрій є складовою частиною регулятора, який містить один або декілька релейних елементів (див. рис. 1), де P1, P2 — релейні елементи, Д1, Д2 — датчики.

Особливістю таких систем є їх схильність до автоколивальності. Причому для багатьох систем такого класу, автоколивальний режим є основним робочим режимом. Тому для дослідження їх поведінки використовують метод гармонічної лінеаризації, який дозволяє визначити умови існування та

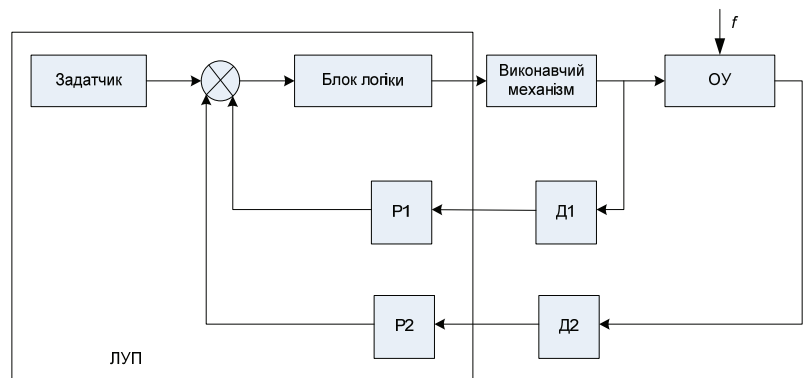


Рис. 1. Схема замкнутої автоматичної системи з логічним

параметри можливих автоколивань, проаналізувати процеси, які відбуваються в системі, та дослідити умови стійкості.

Слід зазначити, що автоматичні системи управління технологічними процесами використовуються у реальних виробничих умовах, в яких практично неможливо позбутися таких неконтрольованих збурень як зміна температури і вологості, запиленість, вібрації, електромагнітні завади, за наявності яких дуже важко забезпечити незмінність параметрів систем. Зміни параметрів системи можуть привести до того, що автоколивання в системі стають нестійкими, що може призвести до збою в системі, ціна якого набагато вища ніж у звичайних інформаційних системах, тому що управління в таких системах виконується постійно і в реальному часі.

*Метою роботи є* забезпечення стійкого функціонування систем з логічними управляючими пристроями в умовах неконтрольованих змін їх параметрів на основі удосконаленого методу моделювання таких систем.

Для досягнення мети необхідно розв'язати такі задачі: розрахувати лінеаризоване рівняння системи, побудувати нелінійне диференціальне рівняння, визначити функції чутливості, побудувати аналоги фазових траєкторій.

### Методи аналізу стійкості нелінійних нестационарних систем

В сучасній літературі [1, 3—6] розглядається багато питань, що відносяться до нелінійних нестационарних систем. Це особливості їх математичного опису, поведінки в статиці і динаміці, питання стійкості, аналіз особливих режимів таких систем за наявності стійких коливань та автоколивань. Їх дослідження допомагають глибше вивчити природу процесів перетворення сигналів в таких системах та визначити особливості синтезу релейних регуляторів щодо впливу на частоту автоколивань. Так, для аналізу окремих класів нелінійних систем використовують: асимптотичний метод Крилова і Боголюбова, частотні методи для аналізу якості нелінійних систем [4] і визначення амплітудних і фазочастотних характеристик для аналізу їх стійкості [5]. Але ці методи дозволяють аналізувати стійкість, тільки частково.

Одним із найпотужніших наближених методів аналізу автоколивань в нелінійних систем є метод гармонічної лінеаризації [6], який також використовується для дослідження автоматичних систем, що керуються логічними управляючими пристроями. Відмінність методу гармонічної лінеаризації для такого класу систем полягає у знаходженні коефіцієнтів гармонічної лінеаризації шляхом розкладання вихідного сигналу у подвійний ряд Фур'є [7]. Така особливість зумовлена тим, що на вхід логічного управляючого пристрою, зазвичай, надходить сума двох гармонічних сигналів  $x(t)$ ,  $y(t)$  з однаковими частотами. Коефіцієнти гармонічної лінеаризації визначаються за допомогою розкладання логічної функції, що описує логічний управляючий пристрій з релейним перетворенням сигналів у подвійний ряд Фур'є, на відміну від класичних методик, які використовують звичайний ряд Фур'є.

Для функції двох дійсних змінних  $f(x, y)$ , що має період  $2\pi$  як для змінної  $x(t)$ , так і для  $y(t)$ , яка інтегрується в області  $Q = [-\pi, \pi; -\pi, \pi]$ , подвійний ряд Фур'є в уявній формі записується у вигляді:

$$f(x, y) \approx \sum_{n,m=0}^{\infty} [a_{nm} \cos nx \cos my + b_{nm} \cos nx \sin my + c_{nm} \sin nx \cos my + d_{nm} \sin nx \sin my], \quad (1)$$

де  $a_{n,m}$ ,  $b_{n,m}$ ,  $c_{n,m}$ ,  $d_{n,m}$  — коефіцієнти гармонічної лінеаризації:

$$a_{n,m} = \frac{1}{\pi^2} \iint_{[Q]} f(x, y) \cos nx \cos my \, dx dy; \quad (2)$$

$$b_{n,m} = \frac{1}{\pi^2} \iint_{[Q]} f(x, y) \cos nx \sin my \, dx dy; \quad (3)$$

$$c_{n,m} = \frac{1}{\pi^2} \iint_{[Q]} f(x, y) \sin nx \cos my \, dx dy; \quad (4)$$

$$d_{n,m} = \frac{1}{\pi^2} \iint_{[Q]} f(x, y) \sin nx \sin my \, dx dy. \quad (5)$$

Розклад логічної функції від двох змінних в ряд Фур'є дозволяє отримати лінеаризоване рівняння логічного управляючого пристрою з релейним перетворювачем сигналів, для формування алгоритму якого використовуються два сигнали з однаковою частотою. В подальшому можна визначити амплітуду та частоту автоколивань, знайти межі стійкості системи та визначити область існування автоколивань.

Однак, слід зауважити, що такий підхід не враховує параметричні збурення в системі. Для визначення їх впливу на параметри автоколивань необхідно використовувати або відомі наближенні методи або проводити багаторазове моделювання за різних значень параметрів системи, що або суттєво ускладнює модель опису поведінки системи або потребує великих затрат часу.

В роботах [8—10] запропоновано представляти параметричні збурення релейної ланки з гістерезисом  $B$  та шириною зони нечутливості  $C$  у вигляді лінійних законів:

$$B(t) = b_0 \pm bt, \quad b \ll b_0; \quad (6)$$

$$C(t) = c_0 \pm ct, \quad c < c_0. \quad (7)$$

Таке представлення зумовлено тим, що релейні елементи систем, що розглядаються, реалізуються за допомогою електронних схем, параметри яких змінюються під впливом зовнішніх неконтрольованих параметричних збурень. Ці зміни неминуче приводять до змін величини зони нечутливості  $C$  і вихідного сигналу релейного елемента, що входить у структурну схему системи та можуть призвести до втрати стійкості таких систем.

З використанням (6), (7) в роботах [11, 12] отримані аналітичні залежності коефіцієнтів гармонічної лінеаризації для замкнутих систем управління з логічними управляючими пристроями з урахуванням параметричних збурень у вигляді (6), (7), та в роботі [12] отримані аналітичні залежності параметрів автоколивань з урахуванням параметричних збурень, що дозволяють проаналізувати стійкість систем, які розглядаються у цій роботі. Але аналіз стійкості систем від параметричних збурень класичними методами приводить до дуже складних моделей, які для отримання результатів моделювання необхідно суттєво спрощувати, тобто зменшувати точність результатів досліджень.

Розглянемо особливості запропонованого у цій роботі методу аналізу стійкості систем з логічними управляючими пристроями за впливу параметричних збурень, який дозволяє отримати високу точність результатів дослідження.

### **Метод аналізу стійкості автоматичних систем з логічними управляючими пристроями за впливу параметричних збурень на основі функцій чутливості**

Одним з напрямків спрощення математичних моделей поведінки систем та отримання точніших результатів моделювання є запропонований в роботі проф. С. В. Юхимчука підхід, який на основі узагальненого методу описувальних функцій [13] дозволяє визначити границі областей стійкості систем у просторі приросту їх параметрів. Знання цих границь областей дає можливість визначити області зміни первинних параметрів систем, у яких зберігається їх стійкість. Але в роботі проф. С. В. Юхимчука цей метод застосовано лише для одного релейного елемента та без логічного управляючого пристрою (ЛУП), тому авторами цей підхід був розширений для аналізу стійкості класу нелінійних систем з двохходовими ЛУП у просторі приросту їх параметрів. Крім того, система може мати будь-яку кількість релейних елементів. В цьому випадку алгоритм аналізу стійкості автоматичних систем з логічними управляючими пристроями включає такі етапи:

- побудова нелінійного диференціального рівняння, яке описує динаміку роботи досліджуваної системи;
- визначення виду функції чутливості;
- перетворення диференціального рівняння, яке описує динаміку роботи досліджуваної системи відносно зміни приростів параметрів системи;
- розв'язання отриманої системи диференціальних рівнянь в просторі параметрів системи;
- дослідження та аналіз чутливості досліджуваної системи від параметричних збурень за допомогою функцій чутливості;
- побудова аналогів фазових траєкторій та аналіз умов стійкості системи;

- дослідження меж стійкості системи в просторі параметрів;
- побудова області стійкості системи в просторі параметрів.

Розглянемо алгоритм дослідження та аналізу стійкості автоматичних систем з ЛУП за впливу параметричних збурень на основі функцій чутливості у просторі приростів параметрів на прикладі системи управління температурними режимами печі випалювання цегли, структурну схеми якої можна представити як структурну схему замкнутої системи з двохходовим ЛУП (див. рис. 1). На вхід логічного управляючого пристрою з релейних датчиків, характеристика яких показана на рис. 2, надходять дві координати  $u_x$  та  $u_y$ , кожна з яких може набувати додатне, від’ємне та нульове значення.

Алгоритм ЛУП заданий логічною функцією  $U = F(u_x, u_y)$ .

Всі дослідження будемо проводити в просторі приростів параметрів двох релейних елементів  $b_x, A_x, b_y, A_y$ . Як зазначено в [14], простір приростів параметрів являє собою простір, по координатних осях якого відкладаються відповідні функції чутливості до зміни первинних параметрів систем і самі значення цих параметрів. Побудова такого простору, в основному, зводиться до алгоритмів знаходження відповідних функцій чутливості.

Для отримання диференціального рівняння, що зв’язує вхідний сигнал  $x$  та вихідний  $y$ , перетворимо структурну схему системи управління температурними режимами печі випалювання цегли (див. рис. 1) до вигляду, показаному на рис. 3, та скористаємося методом зрівнювальних операторів, в результаті отримаємо нелінійне нестационарне диференціальне рівняння п’ятого порядку відносно вихідного сигналу

$$\begin{aligned}
 N_5 \frac{d^5 x(t)}{dt^5} + N_4 \frac{d^4 x(t)}{dt^4} + N_3 \frac{d^3 x(t)}{dt^3} + N_2 \frac{d^2 x(t)}{dt^2} - \frac{dx(t)}{dt} + Ka_1(\omega, t, A_y, U_1, U_2, b_x, b_y) \frac{dx(t)}{dt} + \\
 + a_2(\omega, t, A_y, U_1, U_2, b_x, b_y) x(t) = a_1(\omega, t, A_y, U_1, U_2, b_x, b_y) \frac{dy(t)}{dt} + \\
 + a_2(\omega, t, A_y, U_1, U_2, b_x, b_y) y(t),
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

де  $N_5 = T_0 T_1 T_2 T_3$ ;  $N_4 = T_0 T_1 (T_2 + T_3) + (T_0 - T_1) T_2 T_3$ ;  $N_3 = T_0 T_1 + (T_0 - T_1) (T_2 + T_3)$ ;

$N_2 = (T_0 - T_1) - (T_1 + T_3)$ ,  $K = K_0 K_1 K_2 K_3$ ;  $x$  та  $y$  — вхідні сигнали релейних елементів;  $U_{xc} = \left( \frac{\partial x}{\partial c} \right)$

та  $U_{xb} = \left( \frac{\partial x}{\partial b_x} \right)$  — функції чутливості вихідного сигналу до зміни параметрів нелінійного елемента  $b$  і  $c$ , відповідно.

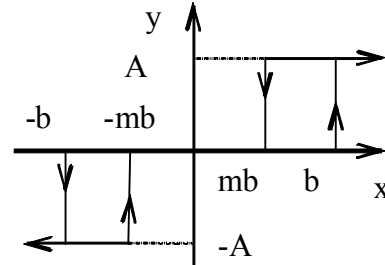


Рис. 2. Характеристика нелінійного елемента

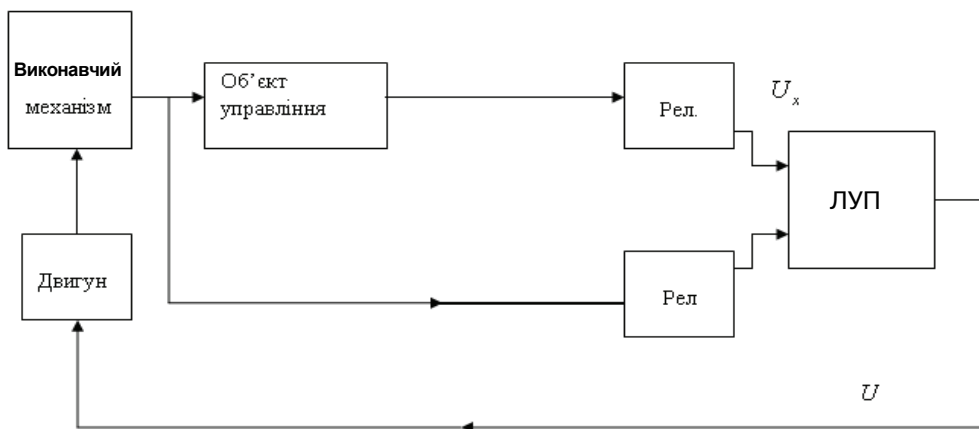


Рис. 3. Схема замкнутої автоматичної системи з ЛУП після перетворення

Для релейних елементів із заданою характеристикою (див. рис. 2) будемо використовувати

функції, отримані в [15], методом гармонічної лінеаризації

$$a_1(\omega, t, A_y, U_1, U_2, b_x, b_y) = \left( \frac{2KU_2}{\pi A_y^2 \omega} - \frac{2b_x U_2 \cos \phi}{\pi A_y^2 M \omega} + \sqrt{1 - \frac{b_x^2}{A_y^2 M^2} \frac{\sin \phi}{\omega}} - 1 \right) \frac{dx(t)}{dt}; \quad (9)$$

$$a_2(\omega, t, A_y, U_1, U_2, b_x, b_y) = \frac{4K(U_1 - U_2)}{\pi A_y} \sqrt{1 - \frac{b_y^2}{A_y^2}} + \frac{2U_2}{\pi A_y} \left( \frac{b_x}{A_y M} \sin \phi + \sqrt{1 - \frac{b_x^2}{A_y^2 M^2} \cos \phi} \right) x(t), \quad (10)$$

де  $t$ ,  $\omega$ ,  $A_y$  — період, частота, амплітуда автоколивань, відповідно.

$$M = \frac{K_1 \omega}{K_2 K_3} \sqrt{\frac{\omega^2 (T_2 - K_1 T_3)^2 + (1 + \omega^2 T_2 T_3^2)}{1 + \omega^2 T_1^2}}; \quad (11)$$

$$\phi = \arctg \frac{-\omega^3 T_2 T_3 - \omega}{-\omega^2 (T_2 - K_1 T_3)} - \arctg \omega T_1, \quad (12)$$

де  $b_x$ ,  $A_x$ ,  $b_y$ ,  $A_y$  — параметри двох релейних елементів.

Як зазначалося в [16], щоб оцінити вплив зміни параметрів нелінійних елементів на вихідний сигнал певної системи перейдемо від опису (8) до опису динаміки системи у просторі приростів параметрів. Для цього запишемо рівняння динаміки відносно функції чутливості вихідного сигналу системи до зміни вихідних сигналів першого релейного елемента

$$\begin{aligned} N_5 \frac{d^5 \left( \frac{\partial x}{\partial b} \right)}{dt^5} + N_4 \frac{d^4 \left( \frac{\partial x}{\partial b} \right)}{dt^4} + N_3 \frac{d^3 \left( \frac{\partial x}{\partial b} \right)}{dt^3} + N_2 \frac{d^2 \left( \frac{\partial x}{\partial b} \right)}{dt^2} - \frac{d \left( \frac{\partial x}{\partial b} \right)}{dt} + \\ + K \frac{\partial a_1(\omega, t, A_y, U_1, U_2, b_x, b_y)}{\partial b_x} \frac{d \left( \frac{\partial x}{\partial b} \right)}{dt} + \frac{\partial a_2(\omega, t, A_y, U_1, U_2, b_x, b_y)}{\partial b_y} \left( \frac{\partial x}{\partial b} \right) = \\ = \frac{\partial a_1(\omega, t, A_y, U_1, U_2, b_x, b_y)}{\partial b_x} \frac{dy(t)}{dt} + \frac{\partial a_2(\omega, t, A_y, U_1, U_2, b_x, b_y)}{\partial b_y} y(t). \end{aligned} \quad (13)$$

Якщо внести позначення функції чутливості вихідного сигналу  $U_{xb}$  до зміни зони нечутливості  $b_x$  першого релейного (нелінійного) елемента як  $U_{xb} = \left( \frac{\partial x}{\partial b_x} \right)$ , отримаємо опис поведінки системи, що розглядається, у просторі приростів параметрів першого релейного елемента зі статичною характеристикою, проказаною на рис. 2,

$$\begin{aligned} N_5 \frac{d^5 U_{xb}}{dt^5} + N_4 \frac{d^4 U_{xb}}{dt^4} + N_3 \frac{d^3 U_{xb}}{dt^3} + N_2 \frac{d^2 U_{xb}}{dt^2} + \frac{d U_{xb}}{dt} + \frac{\partial a_1(\omega, t, A_y, U_1, U_2, b_x, b_y)}{\partial b_x} \frac{d U_{xb}}{dt} + \\ + \frac{\partial a_2(\omega, t, A_y, U_1, U_2, b_x, b_y)}{\partial b_y} U_{xb} = \frac{\partial a_1(\omega, t, A_y, U_1, U_2, b_x, b_y)}{\partial b_x} \frac{dy(t)}{dt} + \\ + \frac{\partial a_2(\omega, t, A_y, U_1, U_2, b_x, b_y)}{\partial b_y} y(t). \end{aligned} \quad (14)$$

Якщо внести позначення функції чутливості вихідного сигналу  $U_{xc}$  до зміни параметра  $A_x$  першого релейного елемента як  $U_{xc} = \left( \frac{\partial x}{\partial c} \right)$ , то вираз (14) матиме вигляд:

$$\begin{aligned}
& N_5 \frac{d^5 U_{xc}}{dt^5} + N_4 \frac{d^4 U_{xc}}{dt^4} + N_3 \frac{d^3 U_{xc}}{dt^3} + N_2 \frac{d^2 U_{xc}}{dt^2} + \frac{dU_{xc}}{dt} + \frac{\partial a_1(\omega, t, A_y, U_1, U_2, b_x, b_y)}{\partial c_x} \frac{dU_{xc}}{dt} + \\
& + \frac{\partial a_2(\omega, t, A_y, U_1, U_2, b_x, b_y)}{\partial c_y} U_{xc} = \frac{\partial a_1(\omega, t, A_y, U_1, U_2, b_x, b_y)}{\partial c_x} \frac{dy(t)}{dt} + \\
& + \frac{\partial a_2(\omega, t, A_y, U_1, U_2, b_x, b_y)}{\partial c_y} y(t).
\end{aligned} \tag{15}$$

Аналогічно (13) неважко отримати рівняння опису поведінки системи, що розглядається, у просторі приростів параметрів другого нелінійного елемента  $b_y, A_y$  з характеристикою, показаною на рис. 2.

Визначимо вирази для частинних похідних описувальної функції першого релейного елемента, що входять в (13). В результаті отримуємо вираз

$$\frac{\partial a_1(\omega, t, A_y, U_1, U_2, b_x, b_y)}{\partial b_x} = \left( \frac{-2U_2 \cos \phi}{\pi A_y^2 M \omega} \right) + \frac{\sin \phi b_x}{A_y M \omega \sqrt{A_y^2 M^2 - b_x^2}}, \tag{16}$$

а для другого релейного елемента отримуємо вираз частинної похідної функції, що описує

$$\frac{\partial a_2(\omega, t, A_y, U_1, U_2, b_x, b_y)}{\partial b_y} = \frac{-4K(U_1 - U_2)b_y}{\pi A_y^2 \sqrt{A_y^2 - b_y^2}}. \tag{17}$$

Спільне розв'язання рівнянь (14), (15) з урахуванням (16), (17) чисельними методами в середовищі MathCad дозволяє отримати залежності зміни вихідного сигналу і відповідних функцій чутливості у просторі приростів параметрів двох нелінійних елементів з характеристикою, показаною на рис. 2.

#### Аналіз результатів дослідження

Розв'язок систем (14), (15) з урахуванням (16), (17) відносно  $b_x, A_x, b_y, A_y$  отримано за таких параметрів  $A_y = 0,1 \cdot 10^{-2} \div 3,2 \cdot 10^{-6}$ ;  $U_1 = U_2 = 1$ ;  $b_y = 0,8 \cdot 10^{-6} \div 2,7 \cdot 10^{-1}$ ;  $b_x = 0,8 \cdot 10^{-4} \div 2,1$ ;  $\omega = 0,01$ .

Результати дослідження показали, що відповідні зміни параметрів нелінійних елементів  $b_x, A_x, b_y, A_y$  в системі, що розглядається в цій роботі, не виводять систему зі стійкого стану, коли  $b_y$  змінюється в межах  $0,1 \div 4,2$ ,  $A_y$  в межах  $0 \div 600$ ,  $\omega = 0,002 \div 0,1$ . Якщо  $b_x < 0,1$  та  $A_y > 600$  система стає нестійкою.

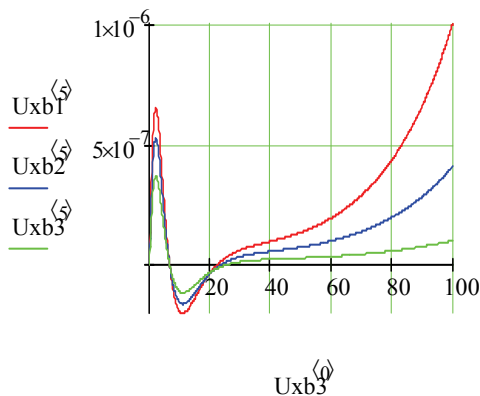


Рис. 4. Графіки зміни функції чутливості вихідного сигналу системи, що розглядається, до зміни зони нечутливості  $b_x$  першого нелінійного елемента

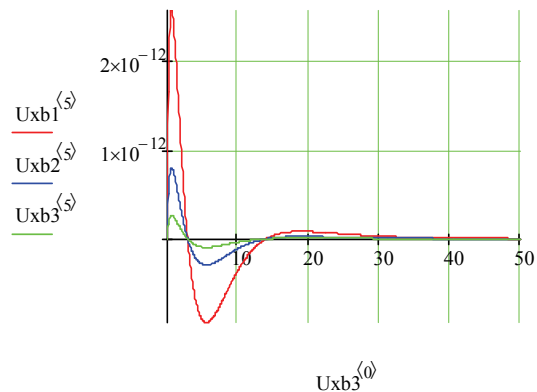


Рис. 5. Графіки зміни функції чутливості вихідного сигналу системи, що розглядається, до зміни параметра  $b_y$  першого нелінійного елемента

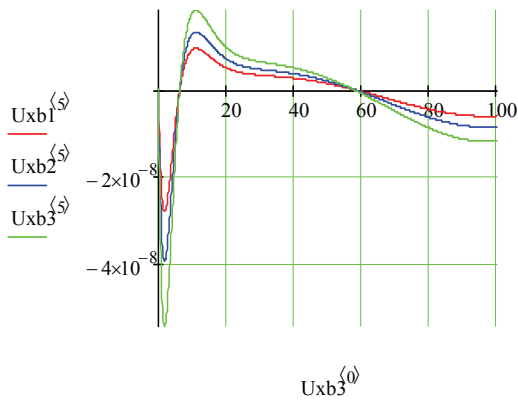


Рис. 6. Графіки зміни функції чутливості вихідного сигналу системи, що розглядається, до зміни зони нечутливості  $b_y$  другого нелінійного елемента

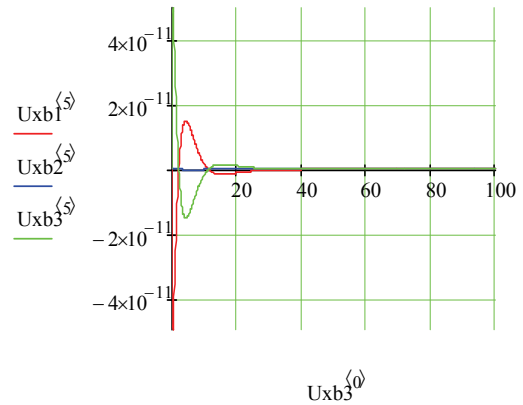


Рис. 7. Графіки зміни функції чутливості вихідного сигналу системи, що розглядається, до зміни зони нечутливості  $b_y$  другого нелінійного елемента

Підкреслимо, що використання нового простору опису поведінки класу досліджуваної системи, дозволяє ввести в розгляд аналоги фазових траєкторій, які задаються залежністю  $Uxb1^{(s)}$ ,  $Uxb1^{(4)}$ , показаною на рис. 8, 9. Такі аналоги дозволяють використовувати розроблений метод аналізу нелінійних стаціонарних систем для розв'язання задач стійкості нелінійних нестаціонарних систем.

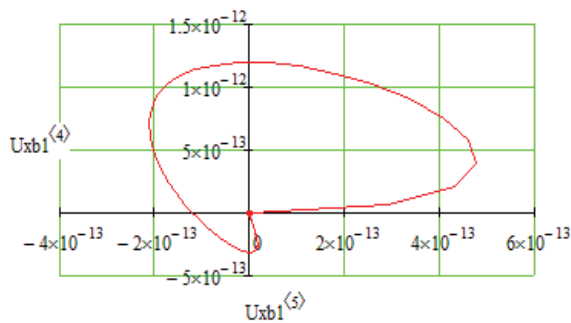


Рис. 8. Графік аналога фазової траєкторії вихідного сигналу системи, що розглядається, за значення  $b_y = 0,1$

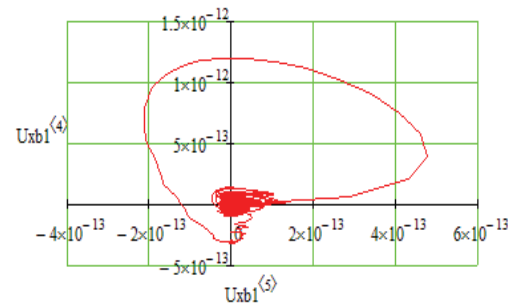


Рис. 9. Графік аналога фазової траєкторії вихідного сигналу системи, що розглядається, за значення  $b_y = 0,1 \cdot 10^{-2}$

Отримані аналоги фазових траєкторій за таких наборів початкових даних показали, що досліджувана система стійка за визначених за допомогою запропонованого методу аналізу стійкості діапазонів первинних параметрів системи з урахуванням їх неконтрольованих змін. Однак, якщо  $b_0 = 15$ , то аналоги фазових поверхонь, як впливає з графіків (рис. 8, 9), свідчать про нестійкість таких систем. Отже, існує така область зміни первинних параметрів, за яких досліджувана система стійка.

Таким чином, запропонований метод опису нелінійних систем за допомогою апарату теорії чутливості дозволяє перейти від нелінійних нестаціонарних диференціальних рівнянь, що описують поведінку систем у просторі змінних стану, до лінійних нестаціонарних диференціальних рівнянь відносно зміни приростів змінних стану, які зумовлені зміною первинних параметрів системи, що, як показано вище, полегшує моделювання поведінки такого класу систем.

## Висновки

1. На основі методології моделювання поведінки нелінійних нестаціонарних систем, запропонованої в роботах проф. С. В. Юхимчука [7—14] розроблено метод аналізу стійкості автоматичних систем з логічними управляючими пристроями, який дозволяє визначити границі областей стійкості систем у просторі приросту їх параметрів.

2. Шляхом математичного моделювання знайдено допустимі проміжки зміни параметрів нелінійних елементів, за яких зберігається стійкість досліджуваної системи управління. Результати

аналізу показали можливість аналітичного дослідження впливу параметричних збурень на параметри автоколивальних і стійкість системи.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Ципкин Я. З. Релейные автоматические системы / Я. З. Ципкин. — М. : Наука, 1974. — 576 с.
2. Попов Е. П. Теория нелинейных систем автоматического регулирования и управления / Е. П. Попов. — М. : Наука, 1979. — 255 с.
3. Ким Д. П. Теория автоматического управления. Т. 2. Многомерные, нелинейные, оптимальные и адаптивные системы : учеб. пос. / Д. П. Ким. — М. : ФИЗМАТЛИТ, 2004. — 464 с. — ISBN 5-9221-0534-5.
4. Фалдин Н. В. Релейные системы автоматического управления / Р. В. Фалдин ; под ред. К. А. Пупкова, Н. Д. Егупова // Математические модели, динамические характеристики и анализ систем автоматического управления. — М. : МГТУ им. Баумана, 2004. — С. 573—636.
5. Андронов А. А. Теория колебаний // А. А. Андронов, А. А. Витт, С. Э. Хайкин. — М. : Наука, 1981. — 568 с.
6. Топчеев Ю. И. Методы гармонической линеаризации в проектировании нелинейных систем автоматического управления / Ю. И. Топчеев. — М. : Машиностроение. — 1970. — 567 с.
7. Мокін Б. І. Математичні моделі робастної стійкості та чутливості нелінійних систем // Б. І. Мокін, С. В. Юхимчук. — Вінниця : Універсум-Вінниця, 1999. — 122 с.
8. Yukhimchuk S. Modeling of influence of interferences on parameters of auto-oscillations and stability of non-linear non-stationary systems // Yukhimchuk S., Khazin M. // Development and Application Systems. — 2002. — P. 255—260.
9. Porter R., Canagarajah N. Robust rotation-invariant texture classification: Wavelet, Gabor filter and GMRF based schemes // Proc. Inst. Elect. Eng. — 2003. — V. 15. — P. 180—188.
10. Gaylord R. C. Attitude Control System Using logically Controlled Pulses. Progr. Astronaut and Rocketry / R. C. Gaylord, W. N. Keller. — New York-London. Acad. Press, 1992. — V. 8. — P. 629—643.
11. Acker A. Stability criteria for time-varying systems in Hilberts space / A. Acker // SIAM. J. Control. — 1995. — Vol. 13, № 3. — P. 1156—1171.
12. Юхимчук С. В. Визначення меж зміни первинних параметрів одного класу нелінійних нестационарних систем, які забезпечують їх стійкість / С. В. Юхимчук, М. Б. Хазін // Вестник ХГТУ. — 2004. — № 1 (19). — С. 371—377.
13. Юхимчук С. В. Розробка алгоритму для розв'язку задачі аналізу поведінки нелінійних нестационарних систем з релейними елементами, що самоналаштовуються / С. В. Юхимчук, Р. П. Гільманов, М. Б. Хазін // Автоматика-2004 : пр. міжнар. конфер. — Київ. — С. 112.
14. Юхимчук С. В. Підхід до визначення параметрів автоколивальних нелінійних нестационарних систем управління рухом літальних апаратів / С. В. Юхимчук // Автоматика-2000 : пр. міжнар. конфер. з управління. — Львів : Державний НДІ інформаційної інфраструктури, 2000. — Т. 5. — С. 105—109.
15. Юхимчук М. С. Метод аналізу стійкості САУ з логічними управляючими пристроями в системах пожежогашінням на залізничному транспорті / М. С. Юхимчук, С. М. Москвіна // АКІТ-2012, Київ, 19—20 квітня 2012 р.
16. Юхимчук С. В. Исследование влияния изменения параметров релейного звена на выходной сигнал в информационно-измерительных системах / С. В. Юхимчук, Б. І. Мокін // Электронная техника. Сер.10. Микроэлектронные устройства. — 1993. — Вып. 3, 4 (97, 98). — С. 31—33.
17. Юхимчук-Войтко М. С. Гармонічна линеаризація САУ, що керується кінцевим автоматом під час дії параметричних збурень [Електронний ресурс] / М. С. Юхимчук-Войтко // Наукові праці ВНТУ. — 2009. — № 3. — Режим доступу : [http://www.nbu.gov.ua/e-journals/vntu/2009-3/2009-3.files/uk/09msyopp\\_ua.pdf](http://www.nbu.gov.ua/e-journals/vntu/2009-3/2009-3.files/uk/09msyopp_ua.pdf), вільний. — Загол. з екрану. — Мова укр.

Рекомендована кафедрою комп'ютерних систем управління ВНТУ

Стаття надійшла до редакції 14.11.2014

**Юхимчук Марія Сергіївна** — канд. техн. наук, старший викладач кафедри комп'ютерних систем управління, e-mail: [umc1987@mail.ru](mailto:umc1987@mail.ru);

**Осіпенко Ганна Анатоліївна** — студентка факультету комп'ютерних систем і автоматики, e-mail: [osipenko1993@gmail.com](mailto:osipenko1993@gmail.com).

Вінницький національний технічний університет, Вінниця

**M. S. Yukhymchuk<sup>1</sup>**  
**A. A. Osipenko<sup>1</sup>**

## **Method of stability analysis of automatic systems with logic control devices when exposed to parametric perturbations on the basis of the sensitivity functions**

<sup>1</sup>Vinnitsia National Technical University

*This paper proposes a method of stability analysis of automatic systems with logic control devices when exposed to parametric perturbations, which allows determining the stability boundary of systems in the space of increasing parameters.*



*The admissible intervals of parameters of nonlinear elements where the stability of control systems doesn't change were found through mathematical modeling.*

**Keywords:** stability of automation systems, logic control devices, nonlinear nonstationary systems, parametric perturbations.

**Yukhymchuk Mariia S.** — Cand. Sc. (Eng.), Senior Lecturer of the Chair of Computer Control Systems, e-mail: umc1987@mail.ru;

**Osipenko Anna A.** — Student of the Department of Computer Systems and Automation, e-mail: osipenko1993@gmail.com.

**М. С. Юхимчук<sup>1</sup>**  
**А. А. Осипенко<sup>1</sup>**

## **Метод анализа устойчивости автоматических систем с логическими управляющими устройствами при влиянии параметрических возмущений на основе функций чувствительности**

<sup>1</sup>Винницкий национальный технический университет

*Предложен метод анализа устойчивости автоматических систем с логическими управляющими устройствами при воздействии параметрических возмущений, позволяющий определить границы областей устойчивости систем в пространстве прироста их параметров. Путем математического моделирования найдены допустимые промежутки изменения параметров нелинейных элементов, при которых сохраняется устойчивость системы управления.*

**Ключевые слова:** устойчивость автоматических систем, логические управляющие устройства, нелинейные нестационарные системы, параметрические возмущения.

**Юхимчук Мария Сергеевна** — канд. техн. наук, старший преподаватель кафедры компьютерных систем управления, e-mail: umc1987@mail.ru;

**Осипенко Анна Анатольевна** — студентка факультета компьютерных систем и автоматике, e-mail: osipenko1993@gmail.com.