

*С. Й. Ткаченко, Н. Д. Степанова*

**ГІДРОГАЗОДИНАМІКА  
(ПРИКЛАДИ І ЗАДАЧІ)**

Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України  
Вінницький національний технічний університет

**С. Й. Ткаченко, Н. Д. Степанова**

**ГІДРОГАЗОДИНАМІКА  
(ПРИКЛАДИ І ЗАДАЧІ)**

**Навчальний посібник**

Вінниця  
ВНТУ  
2012

УДК 532.5.01

ББК 22.253

T23

Рекомендовано до друку Вченою радою Вінницького національного технічного університету Міністерства освіти і науки, молоді та спорту України (протокол № 8 від 24.03.2011 р.)

Рецензенти :

**Р. Д. Іскович-Лотоцький**, доктор технічних наук, професор

**В.Р. Кулінченко**, доктор технічних наук, професор

**М. В. Губинський**, доктор технічних наук, професор

**Ткаченко, С. Й.**

T23 Гідрогазодинаміка (прикладні задачі) : навчальний посібник / С. Й. Ткаченко, Н. Д. Степанова. – Вінниця : ВНТУ, 2012. – 180 с.

В посібнику подано основний теоретичний матеріал, необхідний для розв'язання практичних завдань з дисципліни "Гідрогазодинаміка". Наведені приклади розрахунків із основних розділів дисципліни. В посібнику підібрані завдання і необхідний довідковий матеріал для виконання самостійної роботи студентами. Даний посібник буде корисним під час підготовки курсових проектів та бакалаврських робіт.

**УДК 532.5.01**  
**ББК 22.253**

## ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА .....	5
1 ФІЗИЧНІ ВЛАСТИВОСТІ РІДИНИ .....	6
1.1 Визначення рідини. Фізичні властивості рідини .....	6
1.2 Приклади .....	10
1.3 Завдання на СРС .....	14
2 ГІДРОСТАТИКА.....	17
2.1 Основи гідростатики, гідростатичний тиск.....	17
2.2 Сила сумарного тиску на плоскі і циліндричні поверхні, закон Архімеда.....	18
2.3 Приклади .....	21
2.4 Завдання на СРС.....	24
3 КІНЕМАТИКА РІДИНИ .....	29
3.1 Методи вивчення руху рідини .....	29
3.2 Закон збереження маси .....	30
3.3 Одновимірна течія рідини .....	32
3.4 Потенціал швидкості, функція течії .....	34
3.5 Приклади .....	36
3.6 Завдання на СРС.....	40
4 РІВНОМІРНИЙ РУХ РІДИНИ В ТРУБАХ, ГІДРАВЛІЧНИЙ ОПІР І РОЗПОДІЛ ШВИДКОСТЕЙ ПО ПЕРЕРІЗУ ПОТОКУ .....	43
4.1 Рівномірний рух рідини в трубах .....	43
4.2 Ламінарна і турбулентна течія, число Рейнольдса .....	45
4.3 Ламінарна течія. Гідравлічний опір і розподіл швидкостей по перерізу потоку.....	48
4.4 Турбулентний потік в круглій трубі. Структура. Розподіл швидкостей. Гідравлічний опір .....	53
4.5 Приклади .....	57
4.6 Завдання на СРС.....	62
5 МІСЦЕВІ ВТРАТИ НАПОРУ (ТИСКУ) В ТРУБАХ .....	67
5.1 Різні типи місцевих опорів, методи визначення коефіцієнтів місцевих опорів .....	67
5.2 Стабілізація потоку за місцевими опорами і їх взаємний вплив.....	69
5.3 Приклади .....	69
5.4 Завдання на СРС.....	75
6 РІВНЯННЯ БЕРНУЛЛІ, РОЗРАХУНОК ПРОСТИХ ТРУБОПРОВІДІВ.....	79

6.1 Рівняння Бернуллі .....	79
6.2 Прості трубопроводи: короткі і довгі.....	80
6.3 Приклади .....	83
6.4 Завдання на СРС.....	91
7 РОЗРАХУНОК СКЛАДНИХ ТРУБОПРОВОДІВ .....	97
7.1 Складні трубопроводи .....	97
7.2 Приклади .....	98
7.3 Завдання на СРС.....	100
8 ГІДРАВЛІЧНИЙ УДАР В ТРУБАХ .....	104
8.1 Основні поняття і залежності.....	104
8.2 Приклади .....	107
8.3 Завдання на СРС.....	111
9 ВИТКАННЯ РІДИНИ ІЗ ОТВОРІВ І НАСАДОК .....	113
9.1 Основні поняття і залежності.....	113
9.2 Приклади .....	117
9.3 Завдання на СРС.....	119
10 ОДНОВИМІРНІ ТЕЧІЇ ГАЗУ .....	123
10.1 Рівняння Бернуллі для адіабатної течії газу, швидкість звуку, максимальна і критична швидкість, критичні параметри.....	123
10.2 Рівняння Гюгоніо .....	128
10.3 Приклади .....	130
10.4 Завдання на СРС.....	134
11 МЕЖОВИЙ ШАР НЕСТИСЛИВОЇ РІДИНИ .....	138
11.1 Основні поняття і залежності.....	138
11.2 Приклади .....	144
11.3 Завдання на СРС.....	146
12 ЗАТОПЛЕНІ ТУРБУЛЕНТНІ СТРУМИНИ .....	148
12.1 Визначення, поняття і залежності .....	148
12.2 Приклади .....	154
12.3 Завдання на СРС.....	155
ЛІТЕРАТУРА.....	157
Додаток А .....	159
Додаток Б.....	167
Додаток В .....	168
Додаток Г .....	171
Додаток Д.....	172
Глосарій.....	178

## ПЕРЕДМОВА

Гідрогазодинаміка (Hydrogasdynamics) відноситься до дисциплін, які є базовими при підготовці теплоенергетиків. Знання з гідрогазодинаміки потрібні студенту як в процесі засвоєння дисциплін професійно-прикладного характеру і виконанні курсових робіт, проектів, бакалаврської і магістерської дипломної роботи, науково-дослідної роботи, так і в інженерній практиці, науковій роботі.

Навчальний посібник (НП) призначається, в основному, для студентів напряму підготовки “Енергетика і енергомашинобудування”, і складений відповідно до програми дисципліни “Гідрогазодинаміка”.

Дисципліна “Гідрогазодинаміка” є значною мірою інженерною дисципліною, а отже для засвоєння потребує розрахункової практики. Відповідно до цього НП може бути використаний як для вирішення завдань на практичних заняттях в аудиторії, так і в процесі самостійної роботи студентів над дисципліною. При цьому в НП наведені теоретичні основи розрахункових методів, якими буде користуватись студент. Передбачається, що студент при виконанні завдань поглиблює свої теоретичні знання, уявлення про механізм гідродинамічних процесів.

У НП включені загальні рекомендації з розв’язання задач для таких розділів дисципліни “Гідрогазодинаміка”: фізичні властивості рідини, гідростатика (Hydrostatics), кінематика рідини (Kinematics of liquid), рівномірний рух (Even motion) рідини в трубах, гідравлічний опір (Hydraulic resistance) і розподіл швидкостей по перерізу потоку, місцеві втрати (Local losses) напору (тиску) в трубах, рівняння Бернуллі, розрахунок простих трубопроводів, розрахунок складних трубопроводів, гідравлічний удар (Water-hammer) в трубах, витікання рідини із отворів і насадок, одновимірні течії газу, межовий шар (Border-line layer) нестисливої рідини, затоплені турбулентні струмені (Flooded turbulent streams).

Завдання в одноваріантному форматі мають відповіді. Початкові дані для задач в багатоваріантному форматі вибираються із таблиці наведеної одразу після умови.

Довідкові дані, які необхідні для виконання завдань, наведені окремо в додатках НП.

# 1 ФІЗИЧНІ ВЛАСТИВОСТІ РІДИНИ

## 1.1 Визначення рідини. Фізичні властивості рідини

Рідиною (Liquid) називається фізичне тіло, яке сильно опирається зміні свого об'єму (в протилежність газам) та слабко опирається зміні своєї форми (в протилежність твердим тілам).

Рух рідин і газів під дією зовнішніх і внутрішніх сил супроводжується зміною форми, а в загальному випадку – і об'єму виділеної її частини.

В гідрогазодинаміці звичайно абстрагуються від молекулярної структури потоків, що досліджуються, і розглядають умовну модель середовища, яке має безперервний розподіл всіх характеристик (параметрів). Гіпотеза неперервності (суцільності) об'єднує рідини і гази в єдину категорію текучих, легкодеформівних середовищ. Разом з тим між рідинами і газами існує принципова різниця.

В рідинах сили міжмолекулярного зчеплення більш значимі у порівнянні з газами, тому що відстані між молекулами малі. Через цю причину рідини можна вважати слабкостисливими середовищами або, спрощено, нестисливими.

Ефекти стисливості інтенсивно проявляються при русі газів в каналах з великими швидкостями і при обтіканні тіл різної форми потоком великої швидкості. При невеликих швидкостях і відсутності теплообміну стисливість газів проявляється слабко. Разом з тим стисливість крапельних рідин також проявляється при великих тисках. Отже, стисливість властива всім рідинам і газам, однак її кількісний прояв різний в залежності від фізичних властивостей середовища.

Це стало підґрунтям об'єднати суцільні середовища, які мають загальні властивості суцільності і легкої рухливості, під загальною назвою рідини, виділяючи в міру необхідності практично нестисливі (крапельні) і стисливі (газоподібні) рідини.

Під час руху всі рідини мають внутрішнє тертя (Internal friction), яке обумовлене в'язкими властивостями середовища. Вплив в'язкості на характер течії рідини неоднозначний. В деяких випадках відіграє вирішальну роль і визначає рух середовища. В інших випадках її вплив проявляється слабко і уявлення про характер течії можна одержати без врахування в'язких сил. Нехтування в'язкими силами суттєво спрощує аналітичне дослідження. Замість реальної рідини виявляється доцільним розглядати модель ідеальної рідини.

Ідеальна рідина (Ideal liquid) – це абстрактна рідина без внутрішніх сил тертя. Вказану модель слід розглядати як перше, але важливе, наближення до реальної моделі течії. При вивченні в'язких властивостей виявляється також різниця між крапельною і стисливою рідиною, яка обумовлена молекулярною структурою : в'язкість нестисливої рідини з ростом температури зменшується, а в'язкість газів зростає.

Крапельна рідина приймає форму посудини і утворює поверхню вільного рівня, яка відокремлює її від других рідин або газів з іншими фізичними властивостями. На такій поверхні особливо інтенсивно проявляється дія молекулярних сил зчеплення, що призводить до появи сил капілярності, змочуваності твердих поверхонь і до виникнення крапель і менісків.

Густиною (Density) рідини  $\rho$  називається її маса, яка міститься в одиниці об'єму,  $\text{кг}/\text{м}^3$

$$\rho = M/W, \quad (1.1)$$

де  $M$  – маса рідини (кг) в об'ємі  $W$  ( $\text{м}^3$ ).

Густина прісної води при температурі  $4\text{ }^\circ\text{C}$   $\rho_{\text{в}} = 1000 \text{ кг} / \text{м}^3$ .

Питоною вагою (Specific gravity) однорідної рідини  $\gamma$ ,  $\text{Н} / \text{м}^3$ , називається вага  $G$  одиниці об'єму цієї рідини

$$\gamma = G/W. \quad (1.2)$$

Питома вага прісної води при температурі  $4\text{ }^\circ\text{C}$   $\gamma_{\text{в}} = 9810 \text{ Н} / \text{м}^3$ .

Між густиною і питоною вагою існує взаємозв'язок

$$\gamma = \rho \cdot g. \quad (1.3)$$

Стисливість (Compressibility) крапельних рідин під дією тиску характеризується коефіцієнтом об'ємного тиску  $\beta_w$ , який являє собою відносну зміну об'єму рідини на одиницю зміни тиску,  $\text{Па}^{-1}$

$$\beta_w = -\frac{1}{W} \cdot \frac{\Delta W}{\Delta P}, \quad (1.4)$$

де  $W$  – початковий об'єм рідини,  $\text{м}^3$  ;

$\Delta W$  – зміна цього об'єму при збільшенні тиску на величину  $\Delta P$ .

Температурне розширення (Temperature expansion) крапельних рідин характеризується коефіцієнтом температурного розширення  $\beta_t$ ,  $^\circ\text{C}^{-1}$  або



$K^{-1}$ , який виражає відносну зміну об'єму рідини при зміні температури на  $1^{\circ}C$  ( $1 K$ )

$$\beta_t = \frac{1}{W} \cdot \frac{\Delta W}{\Delta t}, \quad (1.5)$$

де  $\Delta W$  – зміна об'єму, яка відповідає зміні температури на величину  $\Delta t$ .

Властивість рідин змінювати густину (питому вагу) при зміні температури широко використовується для створення природної циркуляції в котлах, опалювальних системах, для видалення продуктів спалювання тощо. На відміну від крапельних рідин газу характеризуються значною стисливістю і температурним розширенням. Залежність густини газів від тиску і температури встановлюється рівнянням стану.

**В'язкість (Viscosity) рідини.** Всі реальні рідини мають певну в'язкість, яка проявляється у вигляді внутрішнього тертя при відносному переміщенні суміжних частинок рідини. В'язкість рідини – це її властивість чинити опір відносному зрушенню частинок.

Розглянемо частковий випадок плоского руху в'язкої рідини коло твердої поверхні АВ (рис. 1.1).

При відсутності в'язкості всі частинки рідини, які розташовані на нормалі до поверхні, що розглядається, мали б одну і ту ж швидкість.

В реальній в'язкій рідині згідно з гіпотезою “прилипання” швидкість частинок рідини на поверхні АВ дорівнює 0. В'язкі сили, які діють в рідині, призводять до її гальмування коло пластини. Має місце плавне наростання швидкості по нормалі від 0 на стінці до сталої швидкості  $u_0$  на значній відстані від неї. В результаті профіль швидкості в фіксованому перерізі приймає вигляд, зображений на рис. 1.1. Нехай швидкість  $u$  не залежить від повздовжньої координати  $x$  і змінюється лише по нормалі  $y$  до поверхні. Згідно із законом Ньютона сила тертя між шарами рідини дорівнює,  $H$

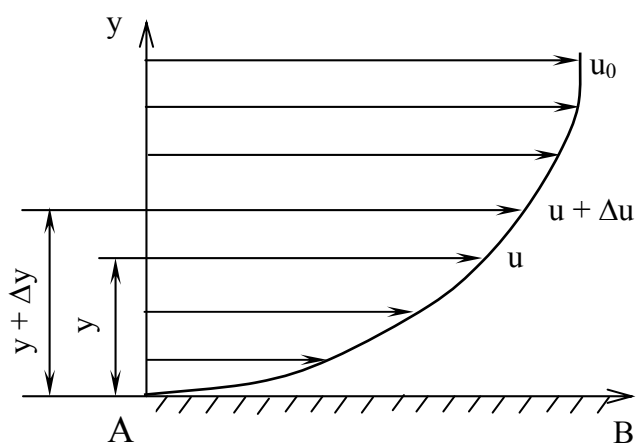


Рисунок 1.1 – Розподіл швидкості біля поверхні, що обтікається рідиною

$$F_{\text{тр}} = \omega \cdot \mu \frac{du}{dy}, \quad (1.6)$$

де  $\omega$  – площа, на якій діє сила тертя,  $\text{м}^2$  ;

$\frac{du}{dy}$  – швидкість відносної кутової деформації (в даному випадку

ку  $\frac{du}{dy} = \frac{\partial u}{\partial y}$ ),  $\text{с}^{-1}$ ;

$\mu$  – коефіцієнт пропорційності, який називають динамічною в'язкістю,  $\text{Па}\cdot\text{с}$ .

Дотичне напруження,  $\text{Па}$

$$\tau = \frac{F_{\text{тр}}}{\omega} = \mu \frac{du}{dy}. \quad (1.7)$$

Динамічна в'язкість залежить від фізичних властивостей рідини і її температури.

Кінематична в'язкість,  $\text{м}^2 / \text{с}$

$$\nu = \mu / \rho. \quad (1.8)$$

Поверхневий натяг (Superficial pull) рідини, який зумовлений силами взаємодії молекул поверхневого шару рідини між собою і молекулами газу, намагається скоротити вільну поверхню рідини. Внаслідок цього рідина, що має криволінійну поверхню, зазнає додаткового зусилля, яке збільшує або зменшує тиск в рідині на величину,  $\text{Па}$

$$\Delta P_{\text{пов}} = \sigma \cdot \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right), \quad (1.9)$$

де  $\sigma$  – поверхневий натяг,  $\text{Н/м}$  ;

$r_1, r_2$  – головні радіуси кривизни елемента поверхні, що розглядається,  $\text{м}$ .

Тиск при випуклій поверхні рідини збільшується, а при вогнутій – зменшується. Поверхневий натяг для води, яка стикається з повітрям, при температурі  $20\text{ }^\circ\text{C}$   $\sigma = 0,026\text{ Н/м}$ . В кульці рідини радіусом  $r$  ( $r = r_1 = r_2$ ) оточеній газом (парою) згідно із залежністю (1.9)

$$\Delta P_{\text{пов}} = \frac{2 \cdot \sigma}{r}, \quad (1.10)$$

Особливо сильно поверхневий натяг проявляється в трубах малого діаметра (капілярних), для яких формула (1.9) приймає вигляд

$$\Delta P_{\text{пов}} = \frac{2 \cdot \sigma}{r} \text{ або } h_{\text{пов}} = \frac{2 \cdot \sigma}{\rho \cdot g \cdot r}, \quad (1.11)$$

де  $r$  – радіус трубки, м ;

$h_{\text{пов}}$  – висота капілярного підйому, м.

## 1.2 Приклади

**1.2.1** Рівень мазуту у вертикальному циліндровому баку діаметром  $D = 2$  м за деякий час знизився на  $\Delta h = 0,5$  м. Визначити кількість витраченого мазуту, якщо щільність його при температурі навколишнього середовища  $20^\circ\text{C}$  дорівнює  $\rho = 990$  кг/м<sup>3</sup>.

*Розв'язування*

Об'єм витраченого мазуту

$$W = \omega \cdot \Delta h = \frac{\pi D^2}{4} \cdot \Delta h = \frac{3,14 \cdot 2^2}{4} \cdot 0,5 = 1,57 \text{ м}^3.$$

Маса витраченого мазуту

$$M = W \cdot \rho = 1,57 \cdot 990 = 1555,43 \text{ кг.}$$

*Відповідь:*  $M = 1555,43$  кг.

**1.2.2** За умовами гідравлічного випробування водопроводу діаметром  $d = 200$  мм і довжиною  $l = 1000$  м тиск має бути піднятий від атмосферного до 2 МПа. Визначити об'єм води, який буде потрібно додатково подати у водопровід. Деформацією труб знехтувати.

*Розв'язування*

Додатковий об'єм води, який потрібно буде подати у водопровід, знайдемо за формулою (1.4):

$$\beta_w = \frac{\Delta W}{W \cdot \Delta P}; \quad \Delta W = \beta_w \cdot \Delta P \cdot W.$$

В кінці гідравлічного випробування в трубопроводі кількість води буде більша на величину  $\Delta W$ :

$$W = W_{\text{тр}} + \Delta W,$$

звідки

$$\Delta W = \beta_w \cdot \Delta P \cdot (W_{\text{тр}} + \Delta W),$$

остаточно

$$\Delta W = \frac{\beta_w \cdot \Delta P \cdot W_{\text{тр}}}{1 - \beta_w \cdot \Delta P}.$$

Об'єм труби

$$W_{\text{тр}} = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot l = \frac{3,14 \cdot 0,2^2}{4} \cdot 10^3 = 31,4 \text{ м}^3,$$

тоді при  $\beta_w = 0,5 \cdot 10^{-9} \text{ Па}^{-1}$  (див. табл. А.1)

$$\Delta W = \frac{0,5 \cdot 10^{-9} \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 31,4}{1 - 0,5 \cdot 10^{-9} \cdot 2 \cdot 10^6} = 31,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3.$$

*Відповідь:*  $\Delta W = 31,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ .

**1.2.3** Визначити об'єм розширювальної посудини  $W_{\text{р.п.}}$ , який необхідно встановити в системі водяного опалювання з об'ємом води  $W$ , якщо відомо, що максимальна різниця температур води в подавальному і зворотному трубопроводах  $\Delta t = 25^\circ\text{C}$ . Запас за об'ємом розширювальної посудини прийняти трикратним. Температурний коефіцієнт об'ємного розширення води  $\beta_t = 0,0006 \text{ 1}^\circ\text{C}$ .

*Розв'язування*

Об'єм розширювальної посудини можна знайти, користуючись формулою (1.5). Тоді

$$\Delta W = \beta_t \cdot \Delta t \cdot W \text{ і } W_{\text{р.п.}} = 3 \cdot \Delta W.$$

Отже,  $W_{\text{р.п.}} = 3 \cdot \beta_t \cdot \Delta t \cdot W = 3 \cdot 0,6 \cdot 10^{-3} \cdot 25 \cdot W = 0,045 \cdot W$ .

*Відповідь:*  $W_{\text{р.п.}} = 0,045 \cdot W$ .

**1.2.4** Теплопостачання району здійснюється по двотрубному теплопроводу (рис.1.2) з внутрішнім діаметром труб  $d_b = 400 \text{ мм}$  довжиною  $l_1 =$

= 40000 м. Витрата мережної води  $Q_{\text{м.в.}} = 500 \text{ м}^3/\text{год}$ . Витрата води для підживлення при температурі води в мережі  $95^\circ\text{C}$   $Q_{\text{п.в.}} = 5 \text{ м}^3/\text{год}$ .

Визначити витрату води для підживлення, якщо протягом однієї години проводиться рівномірне підвищення температури води в теплообміннику (Т) від  $70$  до  $95^\circ\text{C}$  при незмінному тиску в мережі.

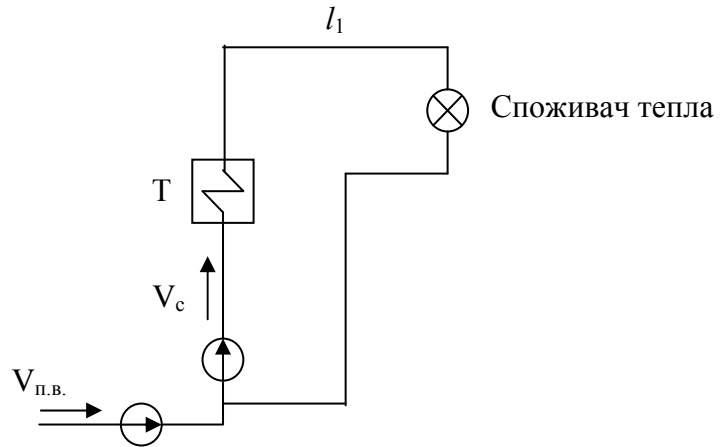


Рисунок 1.2

#### Розв'язування

Визначити об'єм води в подавальному трубопроводі

$$W_{\text{тр}} = \omega \cdot l = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot l = \frac{3,14 \cdot 0,4^2}{4} \cdot 4000 = 502 \text{ м}^3.$$

Оскільки годинна витрата води менша об'єму подавального трубопроводу, то вода з температурою  $95^\circ\text{C}$  протягом однієї години не встигне надійти до споживачів і охолودитися.

При середньому підвищенні температури води в подавальному трубопроводі на  $\Delta t = (95 - 70) / 2 = 12,5^\circ\text{C}$  станеться збільшення об'єму води на величину  $\Delta W = \beta_t \cdot \Delta t \cdot W$ .

Приймаючи для води  $\beta_t = 6 \cdot 10^{-4} \text{ 1}/^\circ\text{C}$  (див. табл. А.3), знаходимо:

$$\Delta W = 6 \cdot 10^{-4} \cdot 12,5 \cdot 502 = 3,76 \text{ м}^3/\text{год}.$$

Таким чином, витрата підживлювальної води протягом часу підвищення температури буде дорівнювати

$$W = Q_{\text{п.в.}} - \Delta W = 5 - 3,76 = 1,24 \text{ м}^3/\text{год}.$$

**1.2.5** Визначити коефіцієнт динамічної в'язкості нафтопродукту з умовною в'язкістю  $5^\circ\text{ВУ}$ . Густина нафтопродукту прийняти рівною  $830 \text{ кг}/\text{м}^3$ .

#### Розв'язування

Визначаємо коефіцієнт кінематичної в'язкості за формулою:

$$\nu = \left( 0,0731 \text{ ВУ} - \frac{0,631}{\text{ВУ}} \right) \cdot 10^{-4} = \left( 0,0731 \cdot 5 - \frac{0,631}{5} \right) \cdot 10^{-4} = 0,343 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 / \text{с},$$

тоді коефіцієнт динамічної в'язкості

$$\mu = \nu \cdot \rho = 0,343 \cdot 10^{-4} \cdot 830 = 0,0285 \text{ Н} \cdot \text{с} / \text{м}^2.$$

**1.2.6** В опалювальній системі (котел, радіатор, трубопроводи) невеликого будинку міститься  $W = 0,4 \text{ м}^3$  води. Скільки води додатково ввійде в розширювальну посудину під час нагрівання від  $20 \text{ }^\circ\text{C}$  до  $90 \text{ }^\circ\text{C}$ ?

*Розв'язування*

Густина води при температурі  $20 \text{ }^\circ\text{C}$  (див. табл. А.12)

$$\rho_{20} = 998 \text{ кг} / \text{м}^3;$$

маса води

$$M = W \cdot \rho_{20} = 0,4 \cdot 998 = 399 \text{ кг}.$$

Густина води при температурі  $90 \text{ }^\circ\text{C}$  (див. табл. А.12)

$$\rho_{90} = 965 \text{ кг} / \text{м}^3;$$

Об'єм, що займає вода

$$W = \frac{M}{\rho_{90}} = \frac{399}{965} = 0,414 \text{ м}^3.$$

Додатковий об'єм складає

$$\Delta W = 0,414 - 0,4 = 0,014 \text{ м}^3.$$

**1.2.7.** Визначити середню товщину  $\delta_{\text{відк.}}$  сольових відкладень у герметичному водоводі внутрішнім діаметром  $d = 0,3 \text{ м}$  і довжиною  $l = 2 \text{ км}$ . При випусканні води в кількості  $\Delta W = 0,05 \text{ м}^3$  тиск у водоводі падає на величину  $\Delta P = 1 \cdot 10^6 \text{ Па}$ . Відкладення по діаметру і довжині водовода розподілені рівномірно.

*Розв'язування*

Об'єм води в водоводі з відкладеннями

$$W = \frac{\Delta W}{\beta_W \cdot \Delta P}.$$

Приймаємо  $\beta_W = 0,5 \cdot 10^{-9} \text{ Па}^{-1}$  (див. табл. А.1).

Тоді

$$W = \frac{0,05}{0,5 \cdot 10^{-9} \cdot 1 \cdot 10^6} = 100 \text{ м}^3.$$

Середній внутрішній діаметр водоводу з відкладеннями

$$d_{\text{відк.}} = \sqrt{\frac{4 \cdot W}{\pi \cdot l}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 100}{3,14 \cdot 2 \cdot 10^3}} = 0,252 \text{ м.}$$

Середня товщина відкладень

$$\delta_{\text{відк.}} = \frac{d - d_{\text{відк.}}}{2} = \frac{0,3 - 0,252}{2} = 0,024 \text{ м} = 24 \text{ мм.}$$

### 1.3 Завдання на СРС

**1.3.1** Визначити питомий об'єм і питому вагу нафтопродукту, якщо відома його густина  $\rho = 910 \text{ кг/м}^3$ , прискорення вільного зменшення  $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ .

*Відповідь:*  $v = 1,1 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3/\text{кг}$ ;  $\gamma = 8,93 \cdot 10^3 \text{ Н/м}^3$ .

**1.3.2** Сталевий барабан піддається гідравлічному випробуванню під надлишковим тиском 2,0 МПа. Визначити, яку кількість води додатково до первинного об'єму при атмосферному тиску необхідно подати насосом в барабан, якщо його геометрична ємність дорівнює  $10 \text{ м}^3$ . Деформацією барабана нехтувати, коефіцієнт об'ємного ізотермічного стискування води прийняти рівним  $\beta_w = 0,5 \cdot 10^{-9} \text{ Па}^{-1}$ .

*Відповідь:*  $\Delta W = 0,01 \text{ м}^3$ .

**1.3.3** Визначити об'єм розширювальної посудини системи водяного опалювання, якщо відомо, що теплова потужність системи  $1,047 \text{ ГДж/год}$ . Об'єм води у водогрійних котлах, опалювальних батареях і трубах системи прийняти рівним 30 л на кожні  $4,19 \text{ МДж/год}$  теплової потужності. Запас за об'ємом розширювальної посудини прийняти трикратним.

*Відповідь:*  $W_{\text{р.п.}} = 0,3375 \text{ м}^3$ .

**1.3.4** Як зміниться об'єм води в системі опалювання, що має ємність  $W_1 = 100 \text{ м}^3$ , після підігрівання води від початкової температури  $t_{\text{х.в.}} = 15^\circ\text{C}$  до  $t_{\text{г.в.}} = 95^\circ\text{C}$ . Температурний коефіцієнт об'ємного розширення води прийняти рівним  $\beta_t = 6 \cdot 10^{-4} \text{ К}^{-1}$ .

*Відповідь:*  $W_2 = 105,12 \text{ м}^3$ .

**1.3.5** Визначити зміну об'єму 27 т нафтопродукту в сховищі при коливанні температури від 20 до 50°C, якщо при  $t = 20^\circ\text{C}$  густина нафтопродукту дорівнює  $\rho_{20} = 900 \text{ кг/м}^3$ , а температурний коефіцієнт об'ємного розширення  $\beta_t = 0,001 \text{ К}^{-1}$ .

*Відповідь:*  $\Delta W = 0,90 \text{ м}^3$ .

**1.3.6** Межова висота рівня мазуту у вертикальній циліндричній цистерні дорівнює  $h_0 = 10 \text{ м}$  при температурі  $0^\circ\text{C}$ . Визначити, до якого рівня можна налити мазут, якщо температура навколишнього середовища підвищиться до  $35^\circ\text{C}$ . Розширенням цистерни нехтувати, температурний коефіцієнт об'ємного розширення для мазуту прийняти рівним:  $\beta_t = 0,001 \text{ К}^{-1}$ .

*Відповідь:*  $h = 9,65 \text{ м}$ .

**1.3.7** За умовами гідравлічного випробування водопроводу діаметром  $d$  і довжиною  $L$  тиск має бути піднятий від атмосферного до  $P$ . Визначити об'єм води, який буде потрібно додатково подати у водопровід. Деформацією труб знехтувати.

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$d, \text{ мм}$	150	170	190	200	210	220	230	240	140	160
$L \cdot 10^{-3}, \text{ м}$	1,5	1,4	1,3	1,2	1,1	1,05	0,95	0,90	1,6	1,55
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$P, \text{ МПа}$	1,9	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,25	2,35	1,8	1,7

**1.3.8** Визначити об'єм розширювальної посудини  $W_{\text{р.п.}}$ , який необхідно встановити в системі водяного опалювання з об'ємом води  $W$ , якщо відомо, що максимальна різниця температур води в подавальному і зворотному трубопроводах  $\Delta t$ . Запас за об'ємом розширювальної посудини прийняти трикратним. Температурний коефіцієнт об'ємного розширення води  $\beta_t = 0,0006 \text{ К}^{-1}$ .

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$W, \text{ л}$	250	280	300	350	400	450	500	550	600	650
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\Delta t, \text{ }^\circ\text{C}$	20	21	22	23	24	25	26	27	22	24

**1.3.9** Теплопостачання району здійснюється по двотрубному теплопроводу з внутрішнім діаметром труб  $d_v$  довжиною  $l_1$ . Витрата мережної води  $Q_{\text{м.в.}}$ . Витрата води для підживлення при температурі води в мережі  $95^\circ\text{C}$   $Q_{\text{п.в.}}$ .

Визначити витрату води для підживлення, якщо протягом однієї години проводиться рівномірне підвищення температури води в теплообміннику (Т) від  $70$  до  $95^\circ\text{C}$  при незмінному тиску в мережі (див. рис. 1.2).



Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$d_B, \text{ мм}$	0,38	0,35	0,41	0,42	0,43	0,44	0,45	0,39	0,37	0,36
$l_1 \cdot 10^{-3}, \text{ м}$	60	70	42	41	39	38	37	43	64	68
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$Q_{M.B.}, \text{ м}^3/\text{ГОД}$	495	490	485	480	475	470	465	460	492	487
$Q_{П.В.}, \text{ м}^3/\text{ГОД}$	9,0	9,1	8,2	8,3	8,4	8,5	8,6	8,7	9,2	9,4

**1.3.10** Сталевий водовід з діаметром  $d$  і довжиною  $L$ , який прокладено відкрито, знаходиться під тиском  $P$  при температурі води  $t_1$ . Визначити тиск води в водоводі при підвищенні температури води до  $t_2$  в результаті зовнішнього прогріву.

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$d, \text{ мм}$	200	300	400	600	700	800	900	1000	1100	1200
$L, \text{ км}$	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0
$P, \text{ бар}$	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$t_1, \text{ }^\circ\text{C}$	9	11	10	9	8	7	6	5	4	3
$t_2, \text{ }^\circ\text{C}$	14	17	18	13	17	18	19	20	21	22

**1.3.11** Для опресування водою підземного трубопроводу (перевірка герметичності) застосовується ручний поршневий насос. Визначити об'єм води (модуль пружності  $K = 2000 \text{ МПа}$ ), котрий треба закачати в трубопровід для підвищення надлишкового тиску в ньому від 0 до  $P$  (див. рис. 1.3).

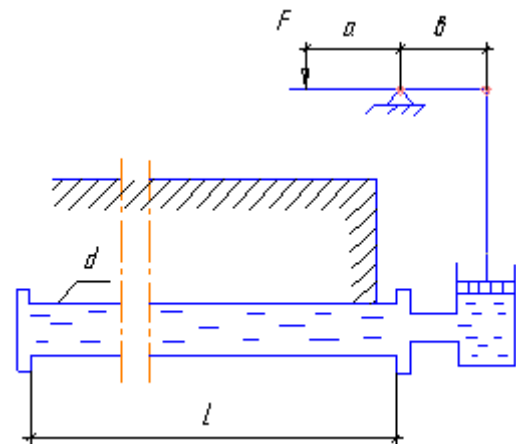


Рисунок 1.3

Вважати трубопровід абсолютно жорстким. Розміри трубопроводу: довжина  $L$ , діаметр  $d$ . Чому дорівнює зусилля на рукоятці насоса в останній момент опресовки, якщо діаметр поршня насоса  $d_n$ , а співвідношення плечей рычажного механізму  $a/b$ ?

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$d, \text{ мм}$	100	200	300	400	500	600	125	80	250	150
$L, \text{ км}$	0,47	0,56	0,63	0,74	0,87	1,1	1,2	1,4	1,6	1,8
$P, \text{ МПа}$	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$d_n, \text{ мм}$	40	50	60	70	80	35	45	55	65	42
$a/b$	4	4,5	4,6	5,0	7,0	4,2	4,8	5,5	6,5	4,3

## 2 ГІДРОСТАТИКА

### 2.1 Основи гідростатики, гідростатичний тиск

Гідростатика розглядає закони рівноваги рідин, які знаходяться в стані спокою, і практичне застосування цих законів.

На рідину, яка знаходиться в спокої, діють зовнішні сили : поверхневі і об'ємні (масові). Поверхневі сили (Superficial forces) – це сили, які діють в точках межевої поверхні даної маси рідини. Вони пропорційні розміру площадки  $\Delta\omega$ , яка взята на цій поверхні

$$F = P \cdot \Delta\omega, \quad (2.1)$$

де  $F$  – діюча поверхнева сила, Н ;

$\Delta\omega$  – площа, на яку діє поверхнева сила,  $\text{м}^2$  ;

$P = F/\Delta\omega$  – напруження, Па.

Об'ємні (або масові) сили (By (or mass) a volume forces) – це зовнішні сили, які пропорційні об'єму рідини, якщо маса в об'ємі однорідна, тобто густина її однакова по всьому об'єму. Для об'ємних сил справедлива залежність, Н

$$R = j \cdot \rho \cdot W = j \cdot M, \quad (2.2)$$

де  $W$  – об'єм рідини,  $\text{м}^3$  ;

$\rho$  – густина рідини,  $\text{кг}/\text{м}^3$  ;

$j$  – прискорення, яке надає рідині дана об'ємна сила,  $\text{м}/\text{с}^2$  ;

$M$  – маса рідини, кг.

Гідростатичний тиск (Pressure)  $P$ , Па, являє собою напруження стиску в точці, розташованій всередині рідини, яка знаходиться в спокої

$$P = \lim\left(\frac{F}{\Delta\omega}\right)_{\Delta\omega \rightarrow 0}, \quad (2.3)$$

де  $P$  – сила тиску рідини на площадку площею  $\Delta\omega$ ,  $\text{м}^2$ , в якій розташована точка, що розглядається.

В даній точці гідростатичний тиск завжди нормальний до площадки, на яку він діє, і не залежить від орієнтації (кута нахилу) площадки. Гідростатичний тиск залежить від положення точки, що розглядається всередині рідини і від зовнішнього тиску, який прикладений до вільної поверхні рідини.

В найбільш розповсюдженому випадку, коли діє лише сила ваги, гідростатичний тиск  $P$ , Па, в точці, яка знаходиться на глибині  $h$ , м, визначається за основним рівнянням гідростатики

$$P = P_0 + \rho \cdot g \cdot h, \quad (2.4)$$

де  $P_0$  – тиск на вільній поверхні рідини, Па ;

$\rho$  – густина рідини,  $\text{кг/м}^3$  ;

$g$  – прискорення вільного зменшення,  $\text{м/с}^2$  .

З формули (2.4) витікає, що зовнішній тиск  $P_0$ , який прикладений до вільної поверхні рідини, передається всім точкам цієї рідини по всіх напрямках однаково (закон Паскаля).

Якщо  $P_0 = P_{\text{атм}}$  (атмосферний тиск), то рівняння (2.4) має вигляд

$$P_{\text{абс}} = P_{\text{атм}} + \rho \cdot g \cdot h. \quad (2.5)$$

Різниця між абсолютним і атмосферним тиском (Atmospheric pressure) називається надлишковим тиском (Surplus pressure)

$$P_{\text{надл.}} = P_{\text{абс}} - P_{\text{атм}} = \rho \cdot g \cdot h, \quad (2.6)$$

звідси

$$h = \frac{P_{\text{надл.}}}{\rho \cdot g} = \frac{P_{\text{абс}} - P_{\text{атм}}}{\rho \cdot g}, \quad (2.7)$$

де  $h$  – п'єзометрична висота (висота тиску).

На глибині в воді  $h = 10$  м надлишковий тиск дорівнює  $P_{\text{надл.}} = 98,1$  кПа. Різниця між атмосферним і абсолютним тиском, коли абсолютний тиск менший атмосферного, називається вакуумом

$$P_{\text{вак}} = P_{\text{атм}} - P_{\text{абс}} = \rho \cdot g \cdot h_{\text{вак}}; \quad (2.8)$$

$$h_{\text{вак}} = \frac{P_{\text{атм}} - P_{\text{абс}}}{\rho \cdot g} = \frac{P_{\text{вак}}}{\rho \cdot g}. \quad (2.9)$$

Вакуум (Vacuum) вимірюється в Па, в кПа, в частках бара або висотою стовпа рідини.

## 2.2 Сила сумарного тиску на плоскі і циліндричні поверхні, закон Архімеда

Повна сила, що діє на плоску стінку, дорівнює добутку величини змоченої площі стінки  $\omega_{\text{зм}}$  на гідростатичний тиск в її центрі ваги:

$$P = (P_0 + \rho \cdot g \cdot h) \cdot \omega_{3M}. \quad (2.10)$$

У відкритій посудині при  $P_0 = 0$  повна сила тиску

$$P = \rho \cdot g \cdot h_{ц.в.} \cdot \omega_{3M}, \quad (2.11)$$

де  $h_{ц.в.}$  – глибина занурення центра ваги площини, м;

$\omega_{3M}$  – змочена площа стінки,  $m^2$ .

Точка прикладання сили  $P$  називається центром тиску. Центр тиску (Center of pressure) лежить нижче центра ваги стінки. Для прямокутної стінки, наприклад, центр ваги знаходиться на відстані половини висоти від основи, а центр тиску – на відстані однієї третини висоти.

Окремим випадком криволінійної стінки є стінки циліндричних резервуарів, барабанів котлів, труб та інш.

Повна сила тиску (Complete force of pressure), що діє на циліндричну поверхню,

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2}, \quad (2.12)$$

де  $P_x$  - горизонтальна складова, яка дорівнює силі тиску рідини на вертикальну проекцію циліндричної поверхні, Н

$$P_x = \rho \cdot g \cdot h_{ц.в.} \cdot \omega_{верт.}, \quad (2.13)$$

$P_y$  - вертикальна складова сили тиску, Н, яка дорівнює силі тяжіння, що діє в об'ємі тіла тиску  $V$

$$P_y = \rho \cdot g \cdot V. \quad (2.14)$$

Об'ємом тіла тиску  $V$  називається об'єм рідини, обмежений зверху вільною поверхнею рідини, знизу – розглядуваною криволінійною поверхнею, а з боків - вертикальною поверхнею, яка проведена через периметр, що обмежує стінку.

Напрямок повної сили тиску  $P$  визначається кутом, який утворюється вектором  $P$  з горизонтальною площиною

$$\operatorname{tg} \beta = P_y / P_x. \quad (2.15)$$

Для циліндричного резервуару з вертикальною віссю вертикальна складова  $P_y = 0$ , тому повна сила тиску на бічну поверхню дорівнює  $P_x$

$$P = P_x . \quad (2.16)$$

На будь-яке тіло, яке занурене в рідину, діє виштовхувальна сила, яка дорівнює силі тяжіння рідини, що витіснена цим тілом (закон Архімеда (Law Of Archimedes)):

$$P = \rho \cdot g \cdot W , \quad (2.17)$$

де  $P$  – архімедова сила, Н;

$W$  – об'єм зануреної частини тіла,  $m^3$ .

Добуток  $\rho \cdot W$  називають водотоннажністю (Displacement).

Залежно від співвідношення між силою тяжіння тіла і силою тяжіння виштовханої ним рідини можливі три стани тіла.

1. Сила тяжіння тіла більша сили тяжіння виштовханої рідини

$$G > \rho \cdot g \cdot W .$$

Таке тіло тонутиме.

2. Сила тяжіння тіла дорівнює силі тяжіння виштовханої рідини

$$G = \rho \cdot g \cdot W .$$

В цьому випадку тіло плаватиме.

3. Сила тяжіння тіла менша за сили тяжіння виштовханої рідини

$$G < \rho \cdot g \cdot W .$$

При такому співвідношенні тіло буде спливати.

## 2.3 Приклади

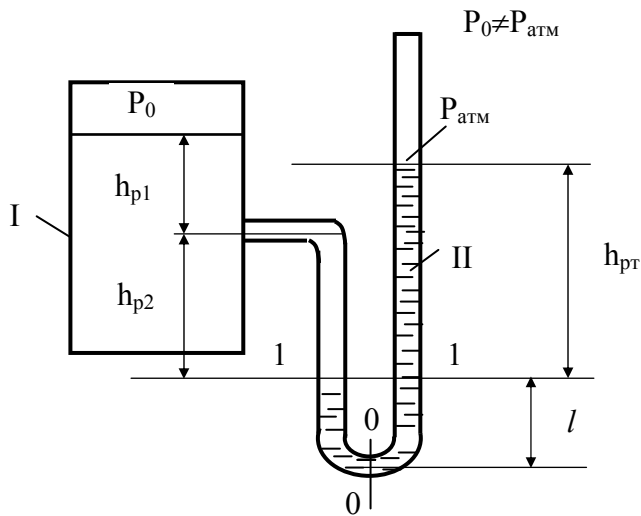


Рисунок 2.1

**2.3.1** Посудина I заповнена водою (рис. 2.1). Над вільною поверхнею води абсолютний тиск  $P_0$ . Диференціальний манометр (ДМ) підключений до посудини I, залитий ртуттю,  $\rho_{рт} = 13600 \text{ кг/м}^3$ . З боку посудини в ДМ над ртуттю знаходиться вода. В трубці, що сполучається з атмосферою, над рівнем ртуті – повітря.

Дано:  $h_{рт} = 680 \text{ мм рт. ст.}$ ;  
 $h_{p1} = 1,0 \text{ м}$ ;  $h_{p2} = 0,9 \text{ м}$ ; барометричний тиск  $B = 743 \text{ мм рт.ст.}$

Знайти абсолютний тиск  $P_0$  над вільною поверхнею води в посудині I.

*Розв'язування*

В перерізі 0-0 абсолютний тиск зліва дорівнює

$$P_{0-0} = P_0 + \rho_v \cdot g \cdot (h_{p1} + h_{p2}) + \rho_{рт} \cdot g \cdot l;$$

справа

$$P_{0-0} = P_{атм} + \rho_{рт} \cdot g \cdot h_{рт} + \rho_{рт} \cdot g \cdot l.$$

Рідина знаходиться в спокої. Тиски  $P_{0-0}$  зліва і з права рівні між собою, отже

$$P_0 + \rho_v \cdot g \cdot (h_{p1} + h_{p2}) + \rho_{рт} \cdot g \cdot l = P_{атм} + \rho_{рт} \cdot g \cdot h_{рт} + \rho_{рт} \cdot g \cdot l.$$

або

$$P_0 + \rho_v \cdot g \cdot (h_{p1} + h_{p2}) = P_{атм} + \rho_{рт} \cdot g \cdot h_{рт}.$$

З останнього виразу

$$P_0 = P_{атм} + \rho_{рт} \cdot g \cdot h_{рт} - \rho_v \cdot g \cdot (h_{p1} + h_{p2}),$$

де  $P_{атм} = \rho_{рт} \cdot g \cdot B$ .

$$P_0 = 13600 \cdot 9,8 \cdot 0,743 + 13600 \cdot 9,8 \cdot 0,68 - 998 \cdot 9,8(1,0 + 0,9) = 171074 \text{ Па.}$$

**2.3.2** Дві посудини I і II заповнені відповідно рідиною  $P_1$  і  $P_2$ . До них підключений диференціальний манометр згідно зі схемою (рис. 2.2), який заливий ртуттю. Над ртуттю з боку I-ої посудини знаходиться рідина  $P_1$ , з боку II-ої посудини –  $P_2$ . Над вільною поверхнею в посудині I абсолютний тиск  $P_{01}$ , в посудині II –  $P_{02}$ .

Дано:  $P_{02} = 180 \text{ кПа}$ ;  $h_{p1} = 1,6 \text{ м}$ ;  $h_{p2} = 4,2 \text{ м}$ ;  $h_{рт} = 0,96 \text{ м}$ ;  $P_1$  – вода;  $P_2$  – бензин.  
Визначити абсолютний тиск над вільною поверхнею в посудині I  $P_{01}$ .

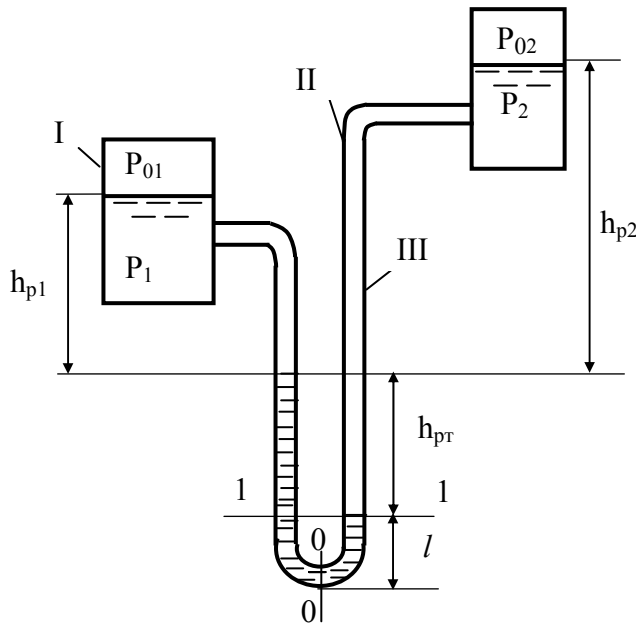


Рисунок 2.2

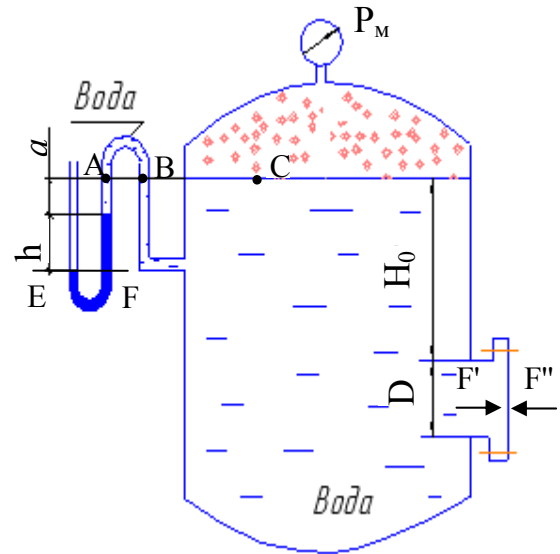


Рисунок 2.3

### Розв'язування

В перерізі 0-0 абсолютний тиск зліва  $P_{0-0}$  дорівнює

$$P_{0-0} = P_{01} + \rho_{p1} \cdot g \cdot h_{p1} + \rho_{рт} \cdot g \cdot h_{рт} + \rho_{рт} \cdot g \cdot l,$$

справа

$$P_{0-0} = P_{02} + \rho_{p2} \cdot g \cdot (h_{p2} + h_{рт}) + \rho_{рт} \cdot g \cdot l,$$

Тиски  $P_{0-0}$  зліва і справа рівні між собою за величиною, оскільки рідина знаходиться в рівновазі. Отже

$$\begin{aligned} P_{01} + \rho_{p1} \cdot g \cdot h_{p1} + \rho_{рт} \cdot g \cdot h_{рт} + \rho_{рт} \cdot g \cdot l &= \\ &= P_{02} + \rho_{p2} \cdot g \cdot (h_{p2} + h_{рт}) + \rho_{рт} \cdot g \cdot l, \end{aligned}$$

звідки

$$P_{01} = P_{02} + \rho_{p2} \cdot g \cdot (h_{p2} + h_{рт}) - \rho_{p1} \cdot g \cdot h_{p1} - \rho_{рт} \cdot g \cdot h_{рт} =$$

$$= 180000 + 730 \cdot 9,8 \cdot (4,2 + 0,96) - 998 \cdot 9,8 \cdot 1,6 - 13560 \cdot 9,8 \cdot 0,96 = 73694 \text{ Па.}$$

**2.3.3** Визначити силу тиску рідини (води) на кришку люка (рис. 2.3) з діаметром  $D = 1200$  мм, що занурена на глибину  $H_0 = 1,7$  м у таких двох випадках:

- 1) показання манометра  $P_M = 0,12$  МПа;
- 2) показання ртутного вакуумметра  $h = 60$  мм,  $a = 0,3$  м.

*Розв'язування*

На рисунку подана розрахункова схема. Задача по суті складається з двох самостійних задач. В першому варіанті до уваги беруть лише показання манометра  $P_M$  і не враховуються показання ртутного вакуумметра. В другому варіанті – навпаки.

*Варіант 1.* З табл. А.4 визначаємо густину води і ртуті  $\rho_v = 1000$  кг/м<sup>3</sup>;  $\rho_{рт} = 13600$  кг/м<sup>3</sup>.

Абсолютний тиск в газовому просторі, тобто над вільною поверхнею води, Па

$$P_{абс}^{в.п.} = P_{атм} + P_M = 9,81 \cdot 10^4 + 0,12 \cdot 10^6 = 218100,$$

де  $P_{атм}$  – атмосферний тиск, приймаємо  $P_{атм} = 9,81 \cdot 10^4$  Па.

Абсолютний тиск в центрі кришки люка, Па

$$P_{абс}^{ц.к.л.} = P_{абс}^{в.п.} + \rho_v \cdot g \cdot (H_0 + D/2) = 218100 + 1000 \cdot 9,81 \cdot (1,7 + 1,2/2) = 240663.$$

Гідростатична сила, яка діє із середини бака на кришку люка, Н

$$F' = P_{абс}^{ц.к.л.} \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} = 240663 \cdot \frac{3,14 \cdot 1,2^2}{4} = 272045.$$

Ззовні на кришку діє атмосферний тиск, результуюча сила його дії, Н

$$F'' = P_{атм} \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} = 9,81 \cdot 10^4 \cdot \frac{3,14 \cdot 1,2^2}{4} = 110892.$$

Сили  $F'$  і  $F''$  направлені протилежно. Результуюча сила дії на кришку люка двох сил  $F'$  і  $F''$  дорівнює, Н

$$F = F' - F'' = 272045 - 110892 = 161153.$$

*Варіант 2.* Знаходимо гідростатичний тиск (в Па) на вільній поверхні



води в баці за показаннями ртутного вакуумметра. Беремо до уваги, що тиск в перерізах А, В і на вільній поверхні води (точка С) буде однаковий  $P_{абс}^C$ . Це просто довести, застосувавши основне рівняння гідростатики  $P = P_0 + \rho \cdot g \cdot h$ . Тиск в перерізах Е і F трубок ртутного дифманометра однаковий і дорівнює атмосферному.

Таким чином абсолютний тиск на вільній поверхні води в ємності визначаємо із рівняння, Па

$$P_F = P_{абс}^C + \rho_{рт} \cdot g \cdot h + \rho_B \cdot g \cdot a,$$

звідки

$$\begin{aligned} P_{абс}^C &= P_F - (\rho_{рт} \cdot g \cdot h + \rho_B \cdot g \cdot a) = \\ &= 98100 - (13600 \cdot 9,81 \cdot 0,06 + 1000 \cdot 9,81 \cdot 0,3) = 87163. \end{aligned}$$

Над вільною поверхнею води в даному випадку буде мати місце розрідження.

Абсолютний тиск в центрі кришки люка, Па

$$\begin{aligned} P_{абс}^{ц.к.л.} &= P_{абс}^C + \rho_B \cdot g \cdot (H_0 + D/2) = \\ &= 87163 + 1000 \cdot 9,81 \cdot (1,7 + 1,2/2) = 109703. \end{aligned}$$

Гідростатична сила, яка діє із середини бака на кришку люка, Н

$$F' = P_{абс}^{ц.к.л.} \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} = 109703 \cdot \frac{3,14 \cdot 1,2^2}{4} = 124008.$$

Ззовні на кришку діє атмосферний тиск, результуюча сила його дії, Н

$$F'' = P_{атм} \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} = 9,81 \cdot 10^4 \cdot \frac{3,14 \cdot 1,2^2}{4} = 110892.$$

Сили  $F'$  і  $F''$  направлені протилежно. Результуюча сила дії на кришку люка двох сил  $F'$  і  $F''$  дорівнює, Н

$$F = F' - F'' = 116153 - 110892 = 13116.$$

## 2.4 Завдання на СРС

**2.4.1** Гідростатичний напір на дно посудини, що заповнена водою при температурі  $4^\circ\text{C}$ , дорівнює 104 кПа. Визначити висоту стовпа рідини в

посудині. Як і на яку величину зміниться висота стовпа води, якщо воду нагріти на  $25^{\circ}\text{C}$  (коефіцієнт температурного розширення води прийняти  $0,00015\text{ 1/K}$ )?

*Відповідь:* 10,49 м, збільшиться на 0,15 м.

**2.4.2** Посудина заповнена ртуттю на висоту 1,6 м, зверху якої знаходиться 5,6 м води. Визначити надлишковий гідростатичний тиск на межі поділу “вода – ртуть” і на дно посудини.

*Відповідь:* на межі поділу “вода – ртуть” тиск дорівнює 54,95 кПа, а на дні посудини – 267,62 кПа.

**2.4.3** Посудина висотою  $h = 1,2\text{ м}$ , яка повністю заповнена водою  $t = 4^{\circ}\text{C}$  (рис. 2.4), накривають зверху поршнем (діаметр поршня 0,1 м, маса  $m_{\text{п}} = 1,5\text{ кг}$ ) і встановлюють на нього зверху вантаж масою  $m_{\text{вант}} = 5\text{ кг}$ . Визначити надлишковий і абсолютний тиски на дно посудини. Стисливість води знехтувати.

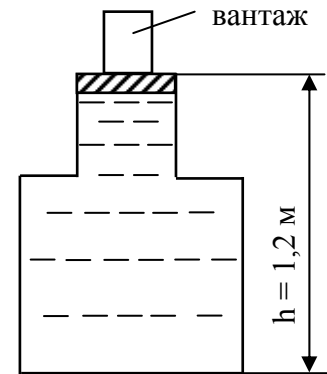


Рисунок 2.4

**2.4.4** Чому дорівнює сила надлишкового тиску на кришку люка, який вбудований в нижнє днище вертикально розташованої циліндричної посудини висотою 9 м, якщо відомо: посудина доверху заповнена гліцерином, діаметр люка 450 мм, у верхнє днище посудини вбудовано поршень діаметром 600 мм і масою 35 кг, температура гліцерина  $t = 20^{\circ}\text{C}$ .

*Відповідь:* 17,8 кН.

**2.4.5** У бокову стінку ємності А, що наповнена рідиною Р з температурою  $t$ , встановлена п'єзометрична трубка В. Визначити абсолютний тиск  $P_1$  на вільній поверхні рідини в ємності, якщо під дією даного тиску рідина в трубці піднялась на висоту  $h$  (рис. 2.5).

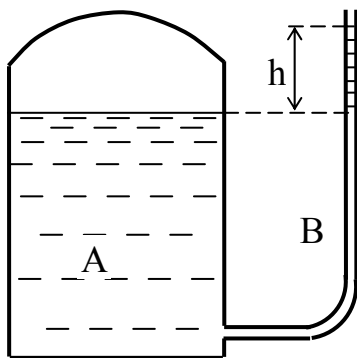


Рисунок 2.5

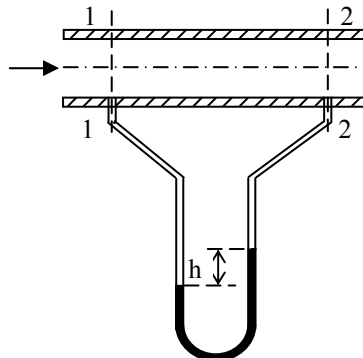


Рисунок 2.6

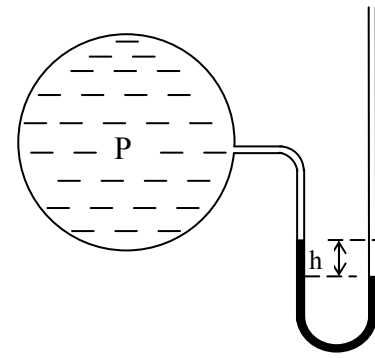


Рисунок 2.7

Остання цифра шифру	Рідина (P)	t, °C	Передостання цифра шифру	h, см
0	бензин авіаційний (БА)	20	0	50
1	нафта	20	1	60
2	спирт етиловий (СЕ)	20	2	75
3	масло трансформаторне (МТ)	70	3	100
4	вода	30	4	80
5	гас	20	5	65
6	масло касторове (МК)	20	6	90
7	вода морська (ВМ)	20	7	55
8	МТ	20	8	85
9	хлористий натрій (ХН)	20	9	70

**2.4.6** У перерізах 1 і 2 горизонтального трубопроводу, по якому перекачується рідина P1, приєднані трубки диференціального манометра із рідиною P2. Визначити різницю тисків у вказаних перерізах, якщо різниця рівнів в двох колінах манометра h (рис. 2.6).

Остання цифра шифру	Рідина (P1) з температурою t	Рідина (P2) з температурою t	Передостання цифра шифру	h, мм
0	СЕ, 20°C	ВМ, 20°C	0	5000
1	БА, 20°C	ХН, 20°C	1	6000
2	нафта, 20°C	анілін, 20°C	2	7050
3	МТ, 90°C	вода, 20°C	3	5000
4	вода, 50°C	ртуть, 20°C	4	1200
5	гас, 20°C	ВМ, 20°C	5	6050
6	МК, 20°C	ХН, 20°C	6	4900
7	ВМ, 20°C	анілін, 20°C	7	5500
8	МТ, 60°C	вода, 20°C	8	8500
9	ХН, 20°C	ртуть, 20°C	9	1700

**2.4.7** Для вимірювання тиску у посудині, що заповнена газом, застосовується вакуумметр, заповнений рідиною P. Визначити величину вакууму у місці встановлення вакуумметра, якщо висота підняття рідини в його трубці h (рис. 2.7).

Остання цифра шифру	Рідина (P) з температурою t	Передостання цифра шифру	h, мм
0	СЕ, 20°C	0	300
1	БА, 20°C	1	450
2	нафта, 20°C	2	550
3	МТ, 90°C	3	500
4	вода, 50°C	4	700
5	гас, 20°C	5	650
6	МК, 20°C	6	400
7	ВМ, 20°C	7	350
8	ртуть, 20°C	8	450
9	ХН, 20°C	9	700

**2.4.8** У рідину  $P$  з температурою  $t$  на глибину  $h$  занурене плоске тіло. Барометричний тиск над поверхнею  $B$ . Визначити абсолютний тиск на глибині  $h$ . (Позначення в таблиці відповідають прозначенням у 2.4.5 – 2.4.7).

Остання цифра шифру	Рідина(P)	$t, ^\circ\text{C}$	Передостання цифра шифру	$h, \text{см}$	$B, \text{мм рт. ст.}$
0	нафта	20	0	80	738
1	СЕ	20	1	100	760
2	БА	20	2	125	741
3	МК	20	3	90	750
4	гас	20	4	110	734
5	вода	60	5	135	745
6	М Т	50	6	115	730
7	ВМ	20	7	145	756
8	ХН	20	8	105	736
9	М Т	20	9	120	740

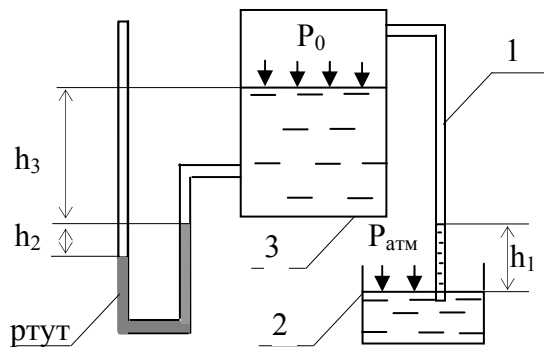


Рисунок 2.8

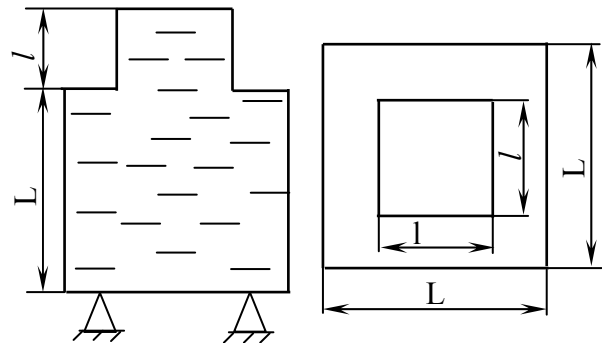


Рисунок 2.9

**2.4.9** Визначити тиск в резервуарі  $P_0$  і висоту підйому рівня рідини  $h_1$  в трубці 1, якщо показники ртутного манометра  $h_2$  і  $h_3$  (рис. 2.8). (Позначення в таблиці відповідають прозначенням у 2.4.5 – 2.4.7).

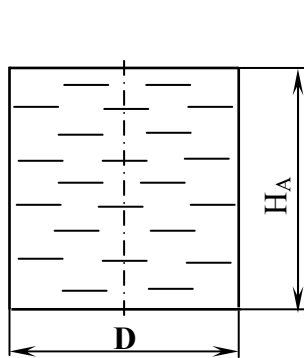
Остання цифра шифру	Рідина в посудині 3	$h_2, \text{мм}$	Передостання цифра шифру	Рідина в посудині 2	$h_3, \text{м}$
0	Вода, $t = 20^\circ\text{C}$	20	0	Вода, $t = 4^\circ\text{C}$	0,7
1	БА, $t = 20^\circ\text{C}$	30	1	Вода, $t = 20^\circ\text{C}$	0,6
2	ВМ, $t = 20^\circ\text{C}$	25	2	БА, $t = 20^\circ\text{C}$	0,65
3	Гліцерин безводний (ГБ), $t = 20^\circ\text{C}$	35	3	ВМ, $t = 20^\circ\text{C}$	1,2
4	МК, $t = 20^\circ\text{C}$	40	4	ГБ, $t = 20^\circ\text{C}$	1,4
5	Масло мінеральне (ММ), $t = 20^\circ\text{C}$	45	5	МК, $t = 20^\circ\text{C}$	1,35
6	СЕ, $t = 20^\circ\text{C}$	48	6	ММ, $t = 20^\circ\text{C}$	1,45
7	Вода, $t = 30^\circ\text{C}$	54	7	СЕ, $t = 20^\circ\text{C}$	1,52
8	Вода, $t = 40^\circ\text{C}$	63	8	Вода, $t = 30^\circ\text{C}$	1,58
9	Вода, $t = 4^\circ\text{C}$	68	9	Вода, $t = 40^\circ\text{C}$	1,67

**2.4.10** Визначити силу тиску води (температура води  $t$ ) на дно посудини і на кожну з чотирьох опор (рис. 2.9). Поясніть результати.

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$L$ , мм	360	340	320	280	380	370	350	330	310	290
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$l$ , мм	180	170	160	150	140	120	110	90	105	125
$t$ , °C	4	10	15	20	30	40	50	25	35	45

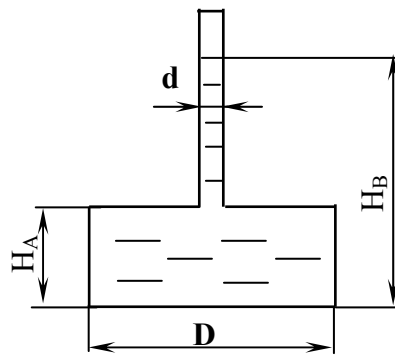
**2.4.11** Дві посудини А і В однакового діаметра  $D$  заповнені водою з температурою  $t$ . Посудина А відкрита; у верхній кришці посудини В вставлена тонка трубка діаметром  $d$ . Визначити силу тиску води на дно кожної посудини. Посудини А і В стоять на підставках. Визначити силу тиску кожної посудини на свою підставку (див. рис. 2.10).

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$D$ , м	2,6	2,5	2,4	2,3	2,2	2,1	2,0	1,9	1,8	1,7
$H_A$ , м	3,0	2,9	2,8	2,7	2,6	2,5	2,55	2,65	2,75	2,85
$t$ , °C	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$d$ , мм	10	12	14	15	16	18	20	19	17	15
$H_B$ , м	12,0	11,5	11,0	10,5	10,0	9,5	9,0	8,5	8,0	9,7



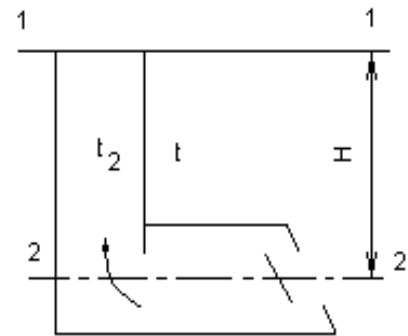
А

Рисунок 2.10



В

Рисунок 2.11



**2.4.12** Визначити тягу  $\Delta P$  (різницю тисків) в топці котла і перед топковою дверкою, якщо висота котла і димової труби  $H$ . Димові гази мають температуру  $t_2$ . Температура зовнішнього повітря  $t$  (див. рис. 2.11).

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$H$ , м	12	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$t$ , °C	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
$t_2$ , °C	280	270	260	250	240	230	220	210	200	190

## 3 КІНЕМАТИКА РІДИНИ

### 3.1 Методи вивчення руху рідини

Кінематика рідини – розділ гідрогазодинаміки, в якому вивчаються лише геометричні властивості руху рідини. В силу цього всі основні виведення кінематики справедливі для будь-якої рідини як в'язкої, так і нев'язкої.

В основу вивчення кінематики рідини покладені гіпотези про неперервність зміни кінематичних параметрів (швидкостей, прискорень). Тобто, швидкість (Speed) рідини передбачається неперервною функцією від координат, а отже такою, яку можна диференціювати.

Для зручності досліджень будь-який об'єм рідини подають складеним із великої кількості частинок рідини. Відповідно до цього до дослідження руху частинки рідини можливий такий же підхід, як і до досліджень руху точки в механіці.

Існують два основних методи дослідження кінематики рідини: метод Лагранжа і метод Ейлера.

Переважає розповсюдження одержав метод Ейлера, згідно з яким розглядається поле швидкостей (The field of speeds) в точках простору, занятого рідиною, що рухається. Поле швидкостей задається в такому вигляді

$$u = f_1(x, y, z, \tau); \quad v = f_2(x, y, z, \tau); \quad w = f_3(x, y, z, \tau), \quad (3.1)$$

де  $u, v, w$  – проекції швидкості на декартові осі координат;

$x, y, z$  – координати точок простору;

$\tau$  – час.

Залежності (3.1) описують неусталений рух, якщо  $u = f_1(x, y, z); v = f_2(x, y, z); w = f_3(x, y, z)$ , то рух усталений стаціонарний.

Важливі в кінематиці поняття про лінії струменя і траєкторії частинок рідини, що рухаються.

**Лініями течії** (Lines of current) називають криві, в кожній точці котрих в даний момент часу вектор швидкості збігається за напрямком з дотичною.

Диференціальні рівняння ліній струменя мають вигляд

$$\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} = \frac{dz}{w}, \quad (3.2)$$

а рівняння траєкторії –

$$\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} = \frac{dz}{w} = d\tau. \quad (3.3)$$

Під **траєкторією** (Trajectory) розуміють геометричне місце послідовних положень частинки, що рухається, в розглядуваній системі координат.

При усталеному русі траєкторії і лінії течії збігаються.

Вектор швидкості (Vector of speed) частинки рідини можна представити

$$\bar{C} = \bar{i} \cdot u + \bar{j} \cdot v + \bar{k} \cdot w,$$

де  $\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}$  – базові вектори.

Проекції прискорень рідинної частинки на декартові осі координат визначають із співвідношень

$$\begin{aligned} \frac{du}{d\tau} &= \frac{\partial u}{\partial \tau} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z}; \\ \frac{dv}{d\tau} &= \frac{\partial v}{\partial \tau} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z}; \\ \frac{dw}{d\tau} &= \frac{\partial w}{\partial \tau} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z}. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Перші члени правих частин системи рівнянь (3.4) відображають зміну проєкцій швидкостей в даній точці простору в зв'язку зі нестационарністю поля швидкості і носять назву локальних прискорень, інші члени пов'язані з неоднорідністю поля швидкостей і називають конвективними прискореннями.

### 3.2 Закон збереження маси

В гідродинаміці цей закон в загальному випадку подається у вигляді рівняння нерозривності (Equation of indissolubility) (суцільності)

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \text{div}(\rho \cdot \bar{C}) = 0, \quad (3.5)$$

де  $\rho$  – густина рідини.

Для нестисливої рідини

$$\operatorname{div}(\rho \cdot \bar{C}) = 0 \quad (3.6)$$

або в проекції на декартові осі координат

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0. \quad (3.7)$$

Рух нестисливого суцільного середовища можливий лише у випадку, коли для розглядуваного поля швидкостей справедлива рівність (3.7).

Потік вектора швидкості через поверхню  $\omega$  є скалярною величиною, яка визначається за формулою

$$Q = \iint_S \bar{C} \cdot \bar{n} \cdot d\omega, \quad (3.8)$$

де  $\bar{n}$  – нормаль до поверхні.

В координатній формі  $Q = \iint_S C \cdot \cos(\hat{nC}) \cdot d\omega$ , або

$$Q = \iint_S (u \cdot n_x + v \cdot n_y + w \cdot n_z) \cdot d\omega. \quad (3.9)$$

Фізично потік вектора швидкості являє собою секундну об'ємну витрату рідини через поверхню  $\omega$ .

Сукупність ліній течії, які проходять через всі точки нескінченно малого замкнутого контуру, утворюють поверхню, яка називається трубкою течії (Tube of flow). Рідина, яка знаходиться всередині трубки течії, називається струменем (Stream).

Рівняння суцільності для струменя нестисливої рідини має вигляд

$$dQ = u \cdot d\omega = \text{const}, \quad (3.10)$$

де  $dQ$  – елементарна об'ємна витрата через поперечний переріз струменя;

$d\omega$  – площа перерізу струменя.

Із рівняння (3.10) витікає, що елементарна об'ємна витрата стала вздовж струменя.

Для потоку скінченних розмірів рівняння нерозривності має вигляд



$$Q = v \cdot \omega = \text{const}, \quad (3.11)$$

де  $v$  – середня швидкість в розглядуваному перерізі;  
 $\omega$  – площа поперечного перерізу потоку.

### 3.3 Одновимірна течія рідини

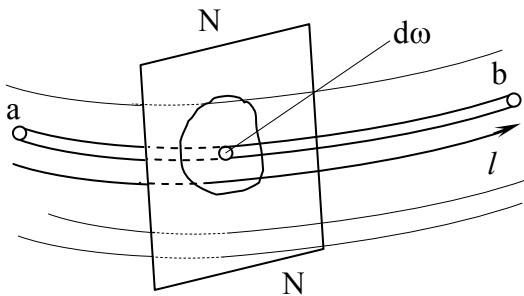


Рисунок 3.1 – Рух потоку рідини

Широке коло питань технічної механіки рідини може бути вирішене за допомогою специфічного підходу до вивчення руху рідини, котрий називається методом гідравліки. Його сутність полягає в тому, що течію рідини (Flow of liquid) подумки розбивають на ряд елементарних струминок (рис. 3.1), щоб вісь кожної з них була дотична до напрямку швидкості. Потім дійсну течію з різними швидкостями окремих струминок

заміняють розрахунковою моделлю потоку, котрий рухається як одне суцільне ціле зі сталою для всіх частинок в даному перерізі швидкістю.

При такій схематизації течії швидкості і прискорення в напрямку, нормальному до основного руху, не враховуються.

Для опису такої течії достатньо тільки однієї координати простору – відстані  $l$  вздовж осі потоку від перерізу, що розглядається, до деякої початкової точки  $O$ . Тому такий рух і називають одновимірним. Розв'язування задач одновимірної течії (One-major flow) рідини є предметом гідравліки.

**Живим перерізом**  $\omega$ ,  $m^2$ , називається площа поперечного перерізу потоку, яка нормальна до напрямку течії.

**Витратою потоку** (By a volume expense)  $Q$ ,  $m^3/s$ , називається об'єм рідини, який протікає за одиницю часу через живий переріз потоку  $\omega$ ,  $m^2$ , тобто

$$Q = W/\tau, \quad (3.15)$$

де  $W$  – об'єм рідини в  $m^3$ , який протікає за час  $\tau$  в секундах (хвилинах, годинах) через живий переріз потоку.

**Середня швидкість потоку** (Middle speed of stream)  $v$ ,  $m/s$ , визначається за допомогою формули

$$v = Q/\omega. \quad (3.16)$$

Середня швидкість пов'язана з місцевими швидкостями  $u$  в окремих

точках живого перерізу співвідношеннями

$$v = \frac{\int u \cdot d\omega}{\omega} . \quad (3.17)$$

**Змоченим периметром** (The moistened perimeter)  $\chi$ , м, називається частина периметра живого перерізу, яка обмежена твердими стінками.

**Гідравлічним радіусом** (Hydraulic radius)  $R$ , м, потоку називається відношення площі живого перерізу до змоченого периметра

$$R = \omega / \chi . \quad (3.18)$$

Гідравлічний радіус характеризує розмір і форму перерізу потоку. Чим більший (для заданої площі перерізу) гідравлічний радіус, тим менше буде змочена поверхня стінок, а отже, тим менші і опори руху, які пропорційні змоченій поверхні.

**Масова витрата потоку**, кг/с

$$m = M / \tau , \quad (3.19)$$

де  $M = \rho \cdot W$  – масова витрата потоку за час  $\tau$ , кг;

$$W = v \cdot \tau \cdot \omega ; \quad M = \rho \cdot v \cdot \omega \cdot \tau ; \quad m = \rho \cdot v \cdot \omega ,$$

$\rho$  – густина рідини, кг/м<sup>3</sup>.

При усталеному русі нестисливої рідини витрата рідини у всіх живих перерізах потоку однакова, тобто

$$Q = v_1 \cdot \omega_1 = v_2 \cdot \omega_2 = \dots = v_n \cdot \omega_n = \text{const} , \quad (3.20)$$

де  $v_1, v_2, \dots, v_n$  – середні швидкості в відповідних живих перерізах потоку 1, 2, ..., n .

Із цього рівняння витікає

$$v_1 / v_2 = \omega_1 / \omega_2 , \quad (3.21)$$

тобто, середні швидкості обернено пропорційні відповідним площам живих перерізів.

Рівняння сталості витрати дозволяють розв'язувати задачі на визначення однієї з трьох величин  $Q, v, \omega$ , якщо відомі дві інші.

### 3.4 Потенціал швидкості, функція течії

Кутова швидкість обертання (Angular speed of rotation) рідинної частинки

$$\bar{\omega} = \frac{1}{2} \text{rot} \bar{C}, \quad (3.22)$$

де  $\bar{\omega}$  – вектор кутової швидкості;

$\text{rot} \bar{C}$  – вихор вектора швидкості рідинної частинки.

В проекціях на декартові осі координат

$$\left. \begin{aligned} \omega_x &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right); \\ \omega_y &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right); \\ \omega_z &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right); \end{aligned} \right\} \quad (3.23)$$

При потенціальному (безвихровому) русі вектор

$$\text{rot} \bar{C} = 0 \quad (3.24)$$

в координатній формі запишеться так

$$\left. \begin{aligned} \left( \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) &= 0; \\ \left( \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) &= 0; \\ \left( \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) &= 0; \end{aligned} \right\} \quad (3.25)$$

В потенціальному полі існує скалярна функція  $\varphi$ , яка пов'язана з вектором швидкості такою залежністю

$$C = \text{grad} \varphi. \quad (3.26)$$

Ця функція називається потенціалом швидкості (Potential of speed). Беручи до уваги потенціал швидкості для плоскої течії, визначимо проекції швидкості із таких співвідношень

$$u = \frac{\partial \varphi}{\partial x}; v = \frac{\partial \varphi}{\partial y}. \quad (3.27)$$

Криві  $\varphi(x, y) = \text{const}$  називаються екіпотенціальними лініями.

Рівняння нерозривності для потенціального руху нестисливої рідини перетворюється в рівняння Лапласа

$$\nabla^2 \cdot \varphi = 0, \quad (3.28)$$

де  $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$  – оператор Лапласа,

для плоскої течії

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = 0. \quad (3.29)$$

Отже, потенціал швидкості є гармонічною функцією.

Для плоского потоку нестисливої рідини існує функція  $\psi(x, y)$ , яка називається функцією струменя (Function of current), для якої справедливі умови

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}; v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}. \quad (3.30)$$

Вираз  $\psi(x, y) = \text{const}$  є рівнянням сімейства ліній струменів.

Для безвихрового руху функція струменя, як і потенціал швидкості, задовольняє рівняння Лапласа

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = 0. \quad (3.31)$$

Різниця значень функцій струменя на двох суміжних лініях струменя дорівнює витраті між ними, тобто

$$\psi_B - \psi_A = Q. \quad (3.32)$$

Функції  $\varphi$  і  $\psi$  визначаються із співвідношень

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial y}; \frac{\partial \varphi}{\partial y} = -\frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad (3.33)$$

які є умовними Коші-Рімана. Вони показують, що лінії  $\varphi = \text{const}$  і  $\psi = \text{const}$  взаємно ортогональні.

Для розв'язання практичних задач широко використовується метод накладання потенціальних потоків, які є слідством лінійності рівнянь Лапласа.

Дійсно, якщо є два потоки з потенціалами  $\varphi_1$  і  $\varphi_2$ , то потенціал швидкості нового результуючого потоку

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2. \quad (3.34)$$

Аналогічно функція струменя буде дорівнювати алгебраїчній сумі функцій струменів вихідних потоків

$$\psi = \psi_1 + \psi_2. \quad (3.35)$$

### 3.5 Приклади

**3.5.1** Визначити масову витрату гарячої води в трубопроводі з внутрішнім діаметром  $d_{\text{вн}} = 412$  мм, якщо відомо, що середня швидкість води  $v = 3$  м/с, а густина  $\rho_{\text{в}} = 917$  кг/м<sup>3</sup>.

*Розв'язування*

Оскільки через будь-який переріз трубопроводу за 1 с протікає води

$$Q = \omega \cdot v = \frac{\pi d^2}{4} \cdot v = \frac{3,14 \cdot 0,412^2}{4} \cdot 3 = 0,4 \text{ м}^3/\text{с},$$

то масова витрата води розраховується як

$$M = Q \cdot \rho_{\text{в}} = 0,4 \cdot 917 = 336,8 \text{ кг/с}.$$

**3.5.2** Визначити рівняння лінії течії, а також траєкторію частинки, яка проходить в момент часу  $\tau_0 = 0$  через точку простору з координатами  $x_0$  і  $y_0$ .

Поле швидкостей газу задано проєкціями

$$u = \frac{a \cdot x}{1 + \tau}, \quad v = \frac{b \cdot y}{1 + \tau}, \quad w = 0.$$

Дано:  $x_0 = 5$ ;  $y_0 = 3$ ;  $a = 3$ ;  $t = 2$ ;  $b = 3$ .

### Розв'язування

Диференціальне рівняння траєкторії руху частинки

$$\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} = \frac{dz}{w} = d\tau,$$

а для заданого поля швидкостей

$$\frac{1}{a} \cdot \frac{dx}{x}(1 + \tau) = d\tau; \quad \frac{1}{b} \cdot \frac{dy}{y}(1 + \tau) = d\tau,$$

звідкіля

$$\frac{1}{a} \cdot \frac{dx}{x} = \frac{d\tau}{1 + \tau}; \quad \frac{1}{b} \cdot \frac{dy}{y} = \frac{d\tau}{1 + \tau}.$$

Проінтегрувавши, маємо

$$\frac{1}{a} \ln x = \ln(1 + \tau) + \ln c_1; \quad \frac{1}{b} \ln y = \ln(1 + \tau) + \ln c_2;$$

або

$$x^{1/a} = c_1 \cdot (1 + \tau); \quad y^{1/b} = c_2 \cdot (1 + \tau);$$
$$x^{1/3} = c_1 \cdot (1 + \tau); \quad y^{1/3} = c_2 \cdot (1 + \tau);$$

довільні сталі інтегрування знаходимо із початкових умов ( $\tau = 0$ ,  $x_0=5$ ,  $y_0=3$ ). Підставивши ці значення, маємо

$$5^{1/3} = c_1; \quad 3^{1/3} = c_2.$$

Таким чином  $x^{1/3} = 5^{1/3} \cdot (1 + \tau)$ ;  $y^{1/3} = 3^{1/3} \cdot (1 + \tau)$ .

Виключаємо час, знаходимо рівняння траєкторії

$$\frac{x^{1/3}}{5^{1/3}} = \frac{y^{1/3}}{3^{1/3}}; \quad \left(\frac{x}{y}\right)^{1/3} = \left(\frac{3}{5}\right)^{1/3}; \quad \left(\frac{x}{y}\right) = \left(\frac{3}{5}\right); \quad y = \frac{3}{5} \cdot x.$$

Для знаходження лінії течії використовуємо рівняння  $\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v}$ . Для заданого поля швидкостей

$$\frac{dy}{y} = \frac{b}{a} \cdot \frac{dx}{x}.$$

Після інтегрування

$$\ln y = \frac{b}{a} \ln x + \ln c \rightarrow y = c \cdot x^{b/a}; y = c \cdot x^{3/3}; y = c \cdot x.$$

Для лінії течії, яка проходить через точку  $x_0 = 5; y_0 = 3$ , довільна стала  $c = \frac{3}{5} \rightarrow y = \frac{3}{5} \cdot x$ .

Поле швидкостей нестационарне, але лінія течії і траєкторія збігаються. Це тому, що з часом швидкість змінюється лише за величиною, а не за напрямком, тобто одиничний вектор поля швидкостей не залежить від часу.

**3.5.3** Визначити прискорення рідинної частинки в точці А з координатами  $x = d, y = e, z = g(x, y, z$  в метрах) в момент часу  $\tau$ . Задані проекції швидкостей рідинних частинок  $u = (a \cdot x) / (1 + \tau); v = (b \cdot y) / (1 + \tau); w = (c \cdot z) / (\tau + 1)$ .

Дано:  $a = 4; b = 2; c = 3; d = 1; e = 7; g = 2; \tau = 3$ .

*Розв'язування*

Записуємо вираз для компоненти прискорення

$$a_x = \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z}.$$

З врахуванням значення  $u$  маємо

$$a_x = -\frac{a \cdot x}{(\tau + 1)^2} + \frac{a \cdot x}{\tau + 1} \cdot \frac{a}{\tau + 1} = -\frac{a \cdot x}{(\tau + 1)^2} + \frac{a^2 \cdot x}{(\tau + 1)^2} = -\frac{x(a - a^2)}{(\tau + 1)^2}.$$

Аналогічно для  $a_y$  і  $a_z$

$$a_y = -\frac{b \cdot y}{(\tau + 1)^2} + \frac{b \cdot y}{\tau + 1} \cdot \frac{b}{\tau + 1} = -\frac{b \cdot y}{(\tau + 1)^2} + \frac{b^2 \cdot y}{(\tau + 1)^2} = -\frac{y(b - b^2)}{(\tau + 1)^2};$$

$$a_z = -\frac{c \cdot z}{(\tau + 1)^2} + \frac{c \cdot z}{\tau + 1} \cdot \frac{c}{\tau + 1} = -\frac{c \cdot z}{(\tau + 1)^2} + \frac{c^2 \cdot z}{(\tau + 1)^2} = -\frac{z(c - c^2)}{(\tau + 1)^2}.$$

Повне прискорення частинки

$$a = |\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = \frac{\sqrt{[-x(a - a^2)]^2 + [-y(b - b^2)]^2 + [-z(c - c^2)]^2}}{(\tau + 1)}$$

в момент часу  $\tau = 3$  для точки А маємо

$$a = \frac{\sqrt{[-1(4 - 4^2)]^2 + [-7(2 - 2^2)]^2 + [-2(3 - 3^2)]^2}}{(3 + 1)} = 5,5 \text{ м/с}^2.$$

**3.5.4** Чи може поле швидкостей нестисливої рідини мати потенціал:

1)  $\varphi = 2(x^2 - y^2)$ ; 2)  $\varphi = 3x^2 - 2y$ .

*Розв'язування*

Плоский потік нестисливої рідини має потенціал швидкості  $\varphi$ , який повинен задовольняти рівняння Лапласа

$$\nabla^2 \varphi = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = 0.$$

Поле швидкостей нестисливої рідини може мати потенціал 1, оскільки

$$\nabla^2 \varphi = \frac{\partial^2 [(2(x^2 - y^2))]}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 [2(x^2 - y^2)]}{\partial y^2} = 4 - 4 = 0.$$

і не може мати потенціал 2, оскільки

$$\nabla^2 \varphi = \frac{\partial^2 (3x^2 - 2y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 (3x^2 - 2y)}{\partial y^2} = 6 - 0 \neq 0.$$

**3.5.5** Визначити, при якому значенні коефіцієнта  $b$  можливі течії нестисливої рідини з такими проекціями поля швидкостей: а)  $u = bx$ ,  $v = by$ ; б)  $u = 2bx$ ,  $v = -2by$ . Визначити характер можливих течій.

*Розв'язування*

Коли рухається нестислива рідина, необхідно розв'язати рівняння нерозривності  $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$ .

В першому випадку:  $\frac{\partial (bx)}{\partial x} + \frac{\partial (by)}{\partial y} = a + b = 0$ , якщо  $b=0$ .

Отже,  $u = 0$ ,  $v = 0$ , тобто рух відсутній.

У другому випадку:  $\frac{\partial (-2bx)}{\partial x} + \frac{\partial (-2by)}{\partial y} = 2b - 2b = 0$ .



Ця умова виконується при будь-якому значенні коефіцієнта  $b$ .

При  $\omega_x = \omega_y = 0$  течія потенціальна.

Визначаємо лінії течії  $\psi(x,y)$

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} = 2bx, v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} = -2by;$$

$$d\psi = \frac{\partial \psi}{\partial x} dx + \frac{\partial \psi}{\partial y} dy = 2b(ydx + xdy) = 2bd(xy), \psi = 2bxy + C.$$

Визначаємо екіпотенціальні лінії  $\phi(x,y)$

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} = 2bx, v = -\frac{\partial \phi}{\partial y} = -2by;$$

$$d\phi = \frac{\partial \phi}{\partial x} dx + \frac{\partial \phi}{\partial y} dy = 2b(xdx - ydy), \phi = b(x^2 - y^2) + C.$$

### 3.6 Завдання на СРС

**3.6.1** По трубопроводу подається  $0,314 \text{ м}^3/\text{с}$  води. Визначити діаметр трубопроводу, якщо швидкість води дорівнює  $2 \text{ м/с}$ .

*Відповідь:*  $d = 0,445 \text{ м}$ .

**3.6.2** Одержати вираз для проекцій локальних прискорень рідинної частинки, якщо рівняння руху мають вигляд  $x = \ln \sin \tau$ ,  $y = \sin^2 \tau$ ,  $z = 0$ .

*Відповідь:*  $a_x = -\operatorname{cosec}^2 \tau$ ;  $a_y = 2 \cdot \cos 2\tau$ .

**3.6.3** Визначити прискорення рідинної частинки, якщо поле задано проекціями швидкостей:  $u = b \cos(b\tau)$ ;  $v = b \sin(b\tau)$ ;  $w = 0$ .

*Відповідь:*  $|\vec{a}| = b^2$ .

**3.6.4** Визначити прискорення рідинної частинки в точці простору з координатами  $x = 3$ ,  $y = 2$ ,  $z = 1$ , якщо поле задано проекціями швидкостей  $u = 2x$ ,  $v = y^2 + 2$ ,  $w = z^3 + 1$ .

*Відповідь:*  $a = 27,5 \text{ м/с}^2$ .

**3.6.5** Рух нестисливої рідини заданий проекціями швидкостей  $v = -3y+2$ ;  $w = 2z + 1$ . Встановити вигляд виразу для проекції швидкості на вісь  $x$ , якщо на початку координати  $u = 2$ .

*Відповідь:*  $u = x + 2$ .

**3.6.6** Рух задано проекціями швидкостей  $u = -a \cdot \sin \tau$ ,  $v = b \cdot \cos \tau$ . Знайти рівняння лінії течії, а також траєкторію частинки, яка проходить в момент часу  $t=0$  через точку простору з координатами  $x = a$ ,  $y = b$ .

*Відповідь:* Рух частинок відбувається по еліпсу  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ , де лінія течії -  $b \cdot (x + \cos \tau - a) + a \cdot y \cdot \sin \tau = 0$ .

**3.6.7** Перевірити можливість існування руху нестисливої рідини для поля, яке задане проекціями швидкостей  $u = -6(x+y)^2$ ,  $v = 2y+z^3$ ,  $w = x^2 + y^2 + 4z$ .

*Відповідь:* Рух можливий.

**3.6.8** Одержати вираз для лінії течії, якщо проекції швидкостей  $u = xy$ ,  $v = -2x(x-1)$ .

*Відповідь:*  $(x-1)^2 + \frac{1}{2} \cdot y^2 = C$ . Лінії течії – еліпси, осі яких перетинаються в точці  $(1, 0)$ .

**3.6.9** Знайти рівняння для лінії течії, яка проходить через точку з координатами  $x = 1$ ,  $y = -1$ ,  $z = 2$ , якщо проекції швидкостей  $u = x$ ,  $v = -y$ ,  $w = -2z$ .

*Відповідь:*  $x \cdot y = -1, 2 \cdot y^2 = z$ .

**3.6.10** Чи може поле швидкостей нестисливої рідини мати потенціали, якщо: а)  $\varphi = 2x/(x^2 + y^2)$ ; б)  $\varphi = 2xy$ ; в)  $\varphi = \arctg(y/x)$ .

*Відповідь:* а)  $u = 2 \cdot \frac{y^2 - x^2}{(x^2 + y^2)^2}$ ;  $v = -\frac{4 \cdot x \cdot y}{(x^2 + y^2)^2}$ . Лінії течії – концентричні кола, які дотичні до осі  $x$  в точці  $0$ .

**3.6.11** Знайти рівняння лінії течії, а також траєкторію частинки, яка проходить в момент часу  $\tau = 0$  через точку простору з координатами  $x = c$  і  $y = d$ ,

якщо поле швидкостей газу задано проекціями  $u = \frac{a \cdot x}{1 + \tau}$ ;  $v = \frac{b \cdot y}{1 + \tau}$ ;  $w = 0$ .

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a	2	3	4	5	6	7	8	9	3	4
b	1	2	3	4	5	6	7	8	9	2
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
c	3	5	7	9	8	7	6	5	4	3
d	4	6	8	8	7	6	5	4	3	2

**3.6.12** Визначити прискорення рідинної частинки в точці А з координатами  $x = d$ ,  $y = e$ ,  $z = g$  в момент часу  $\tau$  по заданих проекціях швидкостей

$$u = \frac{a \cdot x}{1 + \tau}; v = \frac{b \cdot y}{1 + \tau}; w = \frac{c \cdot z}{1 + \tau}.$$

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a	1	2	3	4	1	2	3	4	5	6
b	3	1	2	2	4	5	4	3	2	1
c	2	3	5	6	3	3	5	2	3	4
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
d	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1
e	8	7	6	5	4	3	2	1	2	4
g	2	3	4	6	3	4	5	4	5	7
$\tau$	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2

**3.6.13** Визначити швидкість руху рідини за величиною та напрямом в точці М з координатами  $x$ ,  $y$ , якщо рух є результатом складання двох течій, для яких задані відповідні потенціали швидкостей  $\varphi_1$  і  $\varphi_2$ . Визначити траєкторію частинок.  $\varphi_1 = a \cdot x$  і  $\varphi_2 = b \cdot y$ .

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a	1,5	2,5	3,5	4,5	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0	8,0
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
b	1	2	3	4	5,2	6,2	7,2	1,6	1,8	2,9

## 4 РІВНОМІРНИЙ РУХ РІДИНИ В ТРУБАХ, ГІДРАВЛІЧНИЙ ОПІР І РОЗПОДІЛ ШВИДКОСТЕЙ ПО ПЕРЕРІЗУ ПОТОКУ

### 4.1 Рівномірний рух рідини в трубах

Загальний вираз для втрат напору (Losses of pressure) на тертя при рівномірному русі рідини в трубах справедливий як для ламінарного, так і турбулентного режимів.

При рівномірному русі величина середньої швидкості і розподілення швидкості по перерізу повинні залишатися незмінними по довжині трубопроводу. Тому рівномірний рух можливий лише в трубах сталого перерізу, коли при заданій витраті крапельної рідини  $Q$  середня швидкість буде незмінною  $v = Q/\omega = \text{const}$ .

Рівномірний рух має місце в прямих трубах або в трубах з дуже великим радіусом кривизни  $R \rightarrow \infty$  (прямолінійний рух), оскільки в іншому разі середня швидкість змінюється за напрямком. Нарешті, умову незмінності по довжині труби характеру розподілу швидкості по живому перерізу можна записати у вигляді  $\alpha = \text{const}$ , де  $\alpha$  – коефіцієнт Коріоліса.

В прямолінійному трубопроводі геометричного радіуса  $r_0$  виділимо перерізами 1 і 2 ділянку довжиною  $l$ . Крім того, виділимо в трубопроводі перерізами 1 і 2 співвісний циліндр радіусом  $r$  і довжиною також  $l$  (рис. 4.1).

Оскільки розподіл швидкостей в обох перерізах згідно з припущенням однаковий, то частинки рідини при переході від першого перерізу до другого не зазнають прискорення. Тому можна вважати, що сили, які прикладені до циліндрів, знаходяться в рівновазі.

Рівняння рівноваги на проекції на вісь труби для циліндра радіусом  $r_0$  можна записати в такому вигляді

$$F_1 = F_2 + T, \quad (4.1)$$

або

$$P_1 \cdot \omega = P_2 \cdot \omega + \tau_0 \cdot \chi_0 \cdot l, \quad (4.2)$$

де  $T$  – дотичні сили опору,  $T = \tau_0 \cdot \chi_0 \cdot l$ , Н;

$\tau_0$  – дотичне напруження (Tangent tension) на стінці труби, Па ;

$\chi_0$  – змочений периметр живого перерізу потоку в трубі

геометричним радіусом  $r_0$ , м ;

$\chi_0 \cdot l$  – повна поверхня, де проявляються дотичні сили опору,  $\text{м}^2$  ;

$\omega$  – площа живого перерізу труби,  $\omega = \pi \cdot r_0^2$ ,  $\text{м}^2$  ;

$P_1, P_2$  – тиск відповідно в перерізі 1 і 2, Па.

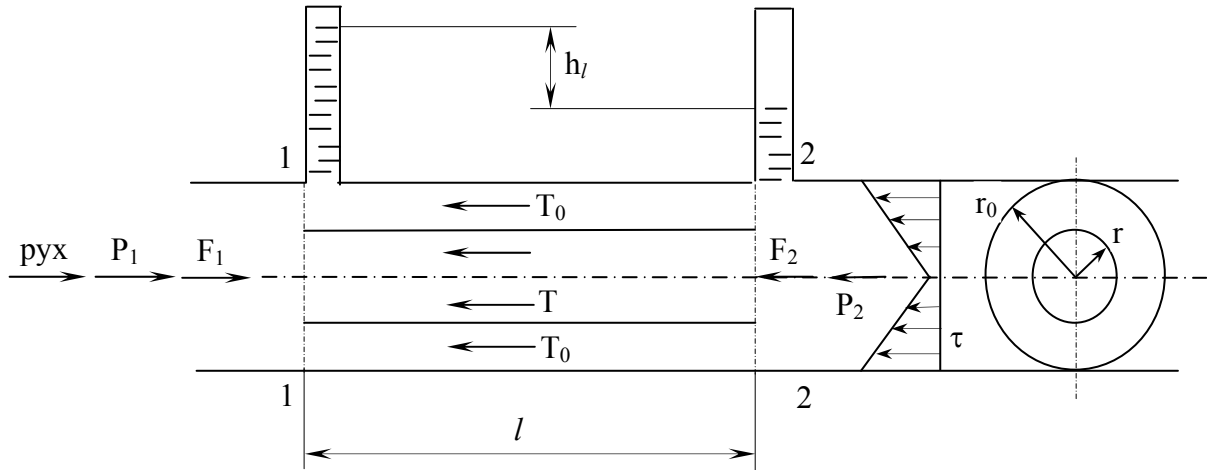


Рисунок 4.1 – До виведення основного рівняння рівномірного руху рідини в трубі

Із рівняння (4.2) перепад тиску між перерізами 1 і 2 складе

$$\Delta P_l = P_1 - P_2 = \frac{\tau_0 \cdot \chi_0 \cdot l}{\omega} = \frac{\tau_0 \cdot l}{R}, \quad (4.3)$$

де  $R$  – гідравлічний радіус,  $R = \omega/\chi$ , м.

Перепад тиску, який віднесений до труби довжиною один метр, складе

$$\Delta P_{l=1} = \frac{\Delta P_l}{l} = \frac{\tau_0}{R}, \text{ Па/м} \quad (4.4)$$

Гідравлічний нахил (Hydraulic inclination)

$$I_\Gamma = \frac{h_l}{l} = \frac{\Delta P_{l=1}}{\rho \cdot g} = \frac{\tau_0}{\rho \cdot g \cdot R}, \quad (4.5)$$

де  $h_l$  – втрата напору на тертя між перерізами 1 і 2, м.

Із (4.5)

$$\tau_0 = \rho \cdot g \cdot R \cdot I_\Gamma \quad (4.6)$$

або

$$v^* = \sqrt{g \cdot R \cdot I_\Gamma}, \quad (4.7)$$

де  $v^* = \sqrt{\tau_0 / \rho}$  – динамічна швидкість (Dynamic speed), м/с .

Для круглої труби діаметром  $d$  і радіусом  $r_0$

$$R = \omega / \chi_0 = \pi \cdot d^2 / (4 \cdot \pi \cdot d) = d/4 = r_0/2, \quad (4.8)$$

$$\Delta P_{l=1} = \tau_0 / R = 4 \cdot \tau_0 / d = 2 \cdot \tau_0 / r_0, \quad (4.9)$$

Для виділеного співвісного циліндра радіусом  $r$

$$\Delta P_{l=1} = 2 \cdot \tau / r. \quad (4.10)$$

Для всієї круглої труби радіусом  $r_0$  і співвісного циліндра радіусом  $r$  перепад тиску  $\Delta P_{l=1}$  однаковий, тоді

$$2 \cdot \tau_0 / r_0 = 2 \cdot \tau / r; \quad \tau_0 / r_0 = \tau / R. \quad (4.11)$$

Із (4.11) видно, що закон розподілу дотичних напружень  $\tau$  по перерізу труби лінійний (див. рис. 4.1).

Втрата напору по довжині труби для ламінарних та турбулентних течій визначається за відомою формулою Дарсі-Вейсбаха

$$h_l = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g}, \quad (4.12)$$

де  $\lambda$  - коефіцієнт тертя (Coefficient of friction) по довжині труби;

$v$  – середня по перерізу потоку швидкість рідини.

Зв'язок між коефіцієнтом тертя по довжині труби  $\lambda$  і дотичним напруженням на стінці труби  $\tau$  має такий вигляд

$$\tau_0 = \lambda \cdot \rho \cdot v^2 / 8, \quad (4.13)$$

$$\lambda = 8 \cdot \tau_0 / (\rho \cdot v^2), \quad (4.14)$$

Залежність (4.14) легко вивести із відомої залежності Дарсі-Вейсбаха (4.12) і (4.3).

## 4.2 Ламінарна і турбулентна течія, число Рейнольдса

Існує два режими течії рідини : ламінарний і турбулентний. При ламінарному режимі (The Laminar mode) рідина рухається струминками або шарами без взаємного перемішування. При турбулентному режимі

(Turbulent mode), навпаки, відбувається досить сильне перемішування частинок рідини.

Безрозмірне число Рейнольдса дозволяє судити про характер руху рідини

$$Re = v \cdot l / \nu, \quad (4.15)$$

де  $l$  – характерний лінійний розмір потоку, м ;

$\nu$  – кінематична в'язкість рідини,  $m^2/s$  .

Для труб круглого перерізу число Рейнольдса розраховують за формулою

$$Re = v \cdot d / \nu, \quad (4.16)$$

де  $d$  – діаметр труби, м .

Для всіх інших поперечних перерізів (а також для відкритих русел)

$$Re' = v \cdot R / \nu, \quad (4.17)$$

або

$$Re'' = v \cdot d_e / \nu, \quad (4.18)$$

де  $d_e$  – еквівалентний (гідравлічний) діаметр, м,  $d_e = 4 \cdot R$  .

Критерієм, який визначає режим потоку є нерівність

$$Re \leq Re_{кр},$$

де  $Re_{кр}$  – критичне значення числа Рейнольдса.

Критичним значенням числа Рейнольдса можна вважати :

– відповідно до формули (4.16)  $Re_{кр} = 2000 \dots 2400$  ;

– відповідно до формули (4.17)  $Re'_{кр} = 500 \dots 600$  .

Якщо заміряти швидкість в турбулентному потоці в певній точці, то характер зміни швидкості в часі буде мати вигляд, близький до показаного на рис. 4.2.

Для миттєвих значень складових швидкості і тиску мають місце співвідношення:

$$u = \bar{u} + u'; \quad v = \bar{v} + v'; \quad w = \bar{w} + w'; \quad P = \bar{P} + P', \quad (4.19)$$

де  $\bar{u} = \frac{1}{t_0} \int_t^{t+t_0} u dt$  – інтеграл на достатньо великому проміжку часу

від дійсного значення швидкості, тобто осереднена в часі складова дійсного значення швидкості вздовж осі  $x$ ;  $\bar{v} - y$ ;  $\bar{w} - z$ .

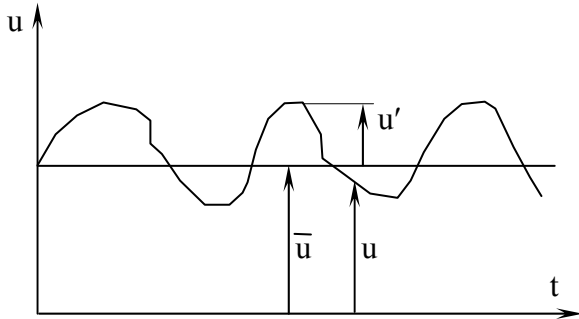


Рис. 4.2 – Складові швидкості турбулентного потоку.  $\bar{u}$  – усереднена в часі швидкість рідини;  $u$  – миттєве значення швидкості;  $u'$  – пульсаційна складова швидкості

Тоді усереднені в часі значення пульсаційних величин будуть дорівнювати нулю

$$\overline{u'} = 0; \overline{v'} = 0; \overline{w'} = 0; \overline{P'} = 0.$$

Пульсаційні складові швидкості, як і всі інші періодично змінні величини, можуть бути охарактеризовані частотою  $\nu$  і амплітудою  $A$ . Турбулентний рух має широкий діапазон величин  $A$  і  $\nu$ . В кожній точці турбулентного потоку

мають місце пульсаційні швидкості з цілим спектром частот: низькі – 5...10 Гц, дуже високі – 50...100 Гц. Переважають завжди низькочастотні коливання.

Середня амплітуда пульсації характеризується величинами

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{1}{t_0} \int_t^{t+t_0} u'^2 dt = \overline{u'^2}; \\ \sigma_y &= \overline{v'^2}; \\ \sigma_z &= \overline{w'^2}. \end{aligned} \right\} \quad (4.20)$$

Ступенем інтенсивності турбулентності називають відношення середньоквадратичної величини швидкості пульсації до середньої швидкості потоку

$$\varepsilon_x = \frac{\sqrt{\sigma_x}}{C}; \quad \varepsilon_y = \frac{\sqrt{\sigma_y}}{C}; \quad \varepsilon_z = \frac{\sqrt{\sigma_z}}{C}, \quad (4.21)$$

$$\text{де } C = \sqrt{\overline{u^2} + \overline{v^2} + \overline{w^2}}.$$

Величина інтенсивності турбулентності змінюється від 0,3 % в атмосфері до 7...8 % і більше в машинах.

Природа дотичних напружень, які виникають в турбулентному пото-



ці, більш складна, ніж в ламінарному. В процесі турбулентного перемішування маси рідини із центральної частини труби попадають в область потоку біля стінок, і навпаки, частинки, які рухаються біля стінок – в центральну область потоку. Маси, які переміщуються із центральної частини потоку до периферії, мають більші повздовжні швидкості, ніж ті, що переміщуються в протилежному напрямку, оскільки осереднена місцева швидкість більша в центральній області потоку. Маси, які рухаються з меншими швидкостями, коли попадають в область більших осереднених швидкостей, гальмують рух рідини в цій області. Таким чином, обмін масами рідини в потоці в поперечному напрямку призводить до відповідного обміну кількістю руху.

Для найпростішого випадку плоскопаралельного турбулентного потоку, який тече вздовж осі  $x$ , можна записати

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} - \rho \overline{u'v'} = \mu \frac{du}{dy} + \tau_T. \quad (4.22)$$

Перший доданок відповідає в'язкісним дотичним напруженням, які визначаються за гіпотезою Ньютона, а другий  $\tau_T$  – турбулентним напруженням.

Якщо подати турбулентні напруження за аналогією із законом Ньютона

$$\tau_T = -\rho \overline{u'v'} = A \frac{du}{dy}, \quad (4.23)$$

то величину  $A$  в цій формулі можна розглядати як коефіцієнт “турбулентної в'язкості”, викликаний макропереносом кількості руху скінченних об'ємів рідини поперечними пульсаціями швидкості. Якщо на випадок руху в плоскій трубці припустити, що величина  $A$  стала по перерізу, і визначити її за виміряним опором труби, то виявиться, що вона в десятки разів перебільшує величину коефіцієнта молекулярної в'язкості  $\mu$ .

### 4.3 Ламінарна течія. Гідравлічний опір і розподіл швидкостей по перерізу потоку

Ламінарна течія є строго упорядкованою, шаровою течією без переміщення рідини. Теорія ламінарної течії базується на законі тертя Ньютона. Це тертя між шарами рідини, що рухається, є єдиним джерелом втрати енергії в даному випадку.

На рис. 4.3 подана схема усталеної ламінарної течії рідини в прямій круглій циліндричній трубі з внутрішнім діаметром  $d = 2 \cdot r_0$ . Щоб виключити вплив сили ваги і цим спростити виведення, прийнято, що труба розташована горизонтально. Досить далеко від входу в ній, де потік уже цілком сформувався (стабілізувався), виділено відрізок довжиною  $l$  між перерізами 1-1 і 2-2.

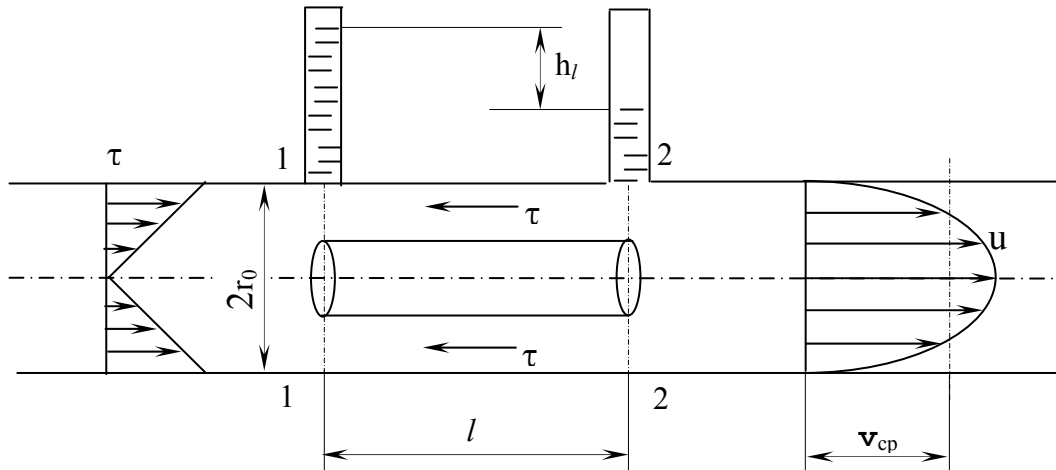


Рисунок 4.3

Нехай в перерізі 1-1 тиск дорівнює  $P_1$ , а в перерізі 2-2 –  $P_2$ . зважаючи на те, що діаметр труби сталий, швидкість рідини буде також сталою, а коефіцієнт  $\alpha$  буде незмінним вздовж потоку внаслідок його стабільності, тому рівняння Бернуллі для вибраних перерізів приймає вигляд

$$\frac{P_1}{\rho \cdot g} = \frac{P_2}{\rho \cdot g} + h_l, \quad (4.24)$$

де  $h_l$  – втрати напору на тертя по довжині.

Звідсілля

$$h_l = (P_1 - P_2) / (\rho \cdot g) = \Delta P_l / (\rho \cdot g), \quad (4.25)$$

що і показують п'єзометри, які встановлені в цих перерізах.

В потоці рідини виділено циліндричний об'єм радіусом  $r$ , який має основи у вибраних перерізах. Запишемо рівняння рівномірного руху виділеного об'єму рідини в трубі, тобто рівність нулю суми сил, які діють на об'єм: сил тиску і опору

$$(P_1 - P_2) \cdot \pi \cdot r^2 - 2 \cdot \pi \cdot r \cdot l \cdot \tau = 0,$$

звідкіля дотичне напруження на боковій поверхні циліндра

$$\tau = \Delta P_l \cdot r / (2 \cdot l). \quad (4.26)$$

Епюра дотичних напружень показана на рис. 4.3. Зміна  $\tau$  лінійна. Епюра не залежить від режиму течії.

Виразимо  $\tau$  за законом тертя Ньютона через динамічну в'язкість  $\mu$  і поперечний градієнт швидкості  $du/dy = -du/dr$

$$\tau = \mu \cdot du/dy = -\mu \cdot du/dr. \quad (4.27)$$

Знак мінус обумовлений тим, що напрямок підрахунку  $r$  (від осі до стінки) протилежний напрямку підрахунку  $y$  (від стінки).

Поєднуючи два рівняння (4.26) і (4.27) маємо

$$\Delta P_l \cdot r / (2 \cdot l) = -\mu \cdot du/dr. \quad (4.28)$$

Звідсіля приріст швидкості

$$du = -\Delta P_l \cdot r dr / (2 \cdot \mu \cdot l).$$

При додатному прирості радіуса маємо від'ємний приріст (зменшення) швидкості, що відповідає профілю швидкостей на рис. 4.3.

Виконавши інтегрування, одержимо

$$u = -\frac{\Delta P_l}{2 \cdot \mu \cdot l} \cdot \frac{r^2}{2} + C_1. \quad (4.29)$$

Сталу інтегрування  $C_1$  знайдемо із умови, що на стінці при  $r = r_0$ ,  $u = 0$

$$C_1 = (\Delta P_l \cdot r_0^2) / (4 \cdot \mu \cdot l).$$

Швидкість по колу радіусом  $r$

$$u = \Delta P_l \cdot (r_0^2 - r^2) / (4 \cdot \mu \cdot l). \quad (4.30)$$

Цей вираз є законом розподілення швидкостей по перерізу круглої труби при ламінарній течії. Крива (4.30) є параболою другого степеня.

Максимальна швидкість (Lofty speed) в центрі перерізу при  $r_0$

$$u_{\max} = \Delta P_l \cdot r_0^2 / (4 \cdot \mu \cdot l). \quad (4.31)$$

Відношення  $\Delta P_l / l = I_\Gamma \cdot \rho \cdot g / l$  є сталим вздовж прямої труби сталого

діаметра.

Визначимо об'ємну витрату рідини  $Q$  через переріз труби. Для цього виразимо спочатку елементарну витрату через нескінченно малу площадку  $ds$ :  $dQ = u ds$ . В даному випадку  $u$  є функцією радіуса, яка визначається за залежністю (4.30), а площадку  $ds$  доцільно взяти у вигляді кільця радіусом  $r$  і шириною  $dr$ , тоді

$$dQ = \Delta P_l \cdot (r_0^2 - r^2) \cdot \pi \cdot r dr / (4 \cdot \mu \cdot l). \quad (4.32)$$

Після інтегрування по всій площі поперечного перерізу, тобто від  $r = 0$  до  $r = r_0$

$$Q = \frac{\Delta P_l \cdot \pi}{2 \cdot \mu \cdot l} \int_0^{r_0} (r_0^2 - r^2) \cdot r dr = \frac{\Delta P_l \cdot \pi}{8 \cdot \mu \cdot l} \cdot r_0^4. \quad (4.33)$$

Середню по перерізу швидкість знайдемо діленням витрати на площу

$$v_{cp} = Q / (\pi \cdot r_0^2) = \Delta P_l \cdot r_0^2 / (8 \cdot \mu \cdot l). \quad (4.34)$$

Порівняння цього виразу із залежністю (4.28) показує, що середня швидкість при ламінарній течії в два рази менша максимальної  $v_{cp} = 0,5 \cdot v_{max}$ .

Закон опору, тобто вираження втрати  $h_l$  на тертя через витрату і розміри труби. Визначимо  $\Delta P_l$  із формули (4.34)

$$\Delta P_l = 8 \cdot Q \cdot \mu \cdot l / (\pi \cdot r_0^4). \quad (4.35)$$

Розділемо цей вираз на  $\Delta P_l = h_l \cdot \rho \cdot g$ , а також перейшовши від  $r_0$  до  $d = 2 \cdot r_0$ , знайдемо

$$h_l = \Delta P_l / (\rho \cdot g) = 128 \cdot Q \cdot \mu \cdot l / (\pi \cdot g \cdot d^4). \quad (4.36)$$

Тут  $h_l \sim Q$ ,  $h_l \sim \mu$ ,  $h_l \sim 1/d^4$ . Цей закон, який звичайно називають законом Пуазейля, використовується для розрахунку трубопроводів з ламінарною течією.

Зведемо закон опору (4.36) до вигляду формули Дарсі-Вейсбаха

$$h_l = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{v_{cp}^2}{2 \cdot g}. \quad (4.37)$$

Для цього у формулі (4.37) замінимо витрату добутком  $\pi \cdot d^2 \cdot v_{cp} / 4$  і помноживши і розділивши на  $v_{cp}$  і перегрупувавши множники, після скорочення одержимо

$$h_l = \frac{64 \cdot v}{v_{cp}} \cdot \frac{l}{d^2} \cdot \frac{v_{cp}^2}{2 \cdot g} = \frac{64}{Re} \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{v_{cp}^2}{2 \cdot g},$$

або, привівши до вигляду формули (4.37), знайдемо

$$h_l = \lambda_{л} \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{v_{cp}^2}{2 \cdot g},$$

де  $\lambda_{л}$  – коефіцієнт гідравлічного тертя для ламінарної течії, тобто

$$\lambda_{л} = \frac{64}{Re}. \quad (4.38)$$

Втрата напору на тертя по довжині при ламінарній течії пропорційна швидкості в першому степені,  $h_l \sim v_{cp}$ .

Коефіцієнт Коріоліса  $\alpha$ , який враховує нерівномірність розподілення швидкостей по перерізу труби в рівнянні Бернуллі для випадку стабілізованої ламінарної течії рідини в круглій трубі, легко визначити, знаючи закон розподілення швидкостей по перерізу труби

$$\alpha = \frac{1}{v_{cp}^3 \cdot \omega_{\omega}} \int u^3 d\omega = 16 \int_{\omega} \left(1 - \frac{r^2}{r_0^2}\right)^3 \frac{r dr}{r_0^2}. \quad (4.39)$$

Тут використані залежності для  $u$  і  $v_{cp}$  (4.29) і (4.34). Позначимо змінну  $1 - \frac{r^2}{r_0^2}$  через  $Z$ , знайдемо

$$\alpha = -8 \int_1^0 Z^3 dZ = 2 \left| Z^4 \right|_0^1 = 2. \quad (4.40)$$

Отже, дійсна кінетична енергія ламінарного потоку з параболічним розподілом швидкостей в 2 рази перевищує кінетичну енергію того ж потоку, але при рівномірному розподілі швидкостей.

Таким же шляхом можна показати, що секундна кількість руху ламінарного потоку з параболічним розподілом швидкостей в  $\beta$  раз більша кількості руху того ж потоку, але при рівномірному розподілі швидкостей. Причому коефіцієнт  $\beta$  називається коефіцієнтом Бусінекса, в даному випадку  $\beta = 4/3$ .

Викладена теорія ламінарної течії в круглій трубі добре підтверджується дослідженнями. Виведений закон опору звичайно не потребує якихось поправок, за винятком таких випадків:

- при течії на початковій ділянці труби, де відбувається поступове формування параболічного профілю швидкостей;
- при течії з теплообміном;
- при течії в капілярі і зазорах з облітерацією;
- при течії з великим перепадом тиску.

#### **4.4 Турбулентний потік в круглій трубі. Структура. Розподіл швидкостей. Гідравлічний опір**

На рис. 4.4 подана тришарова модель турбулентного потоку в круглій трубі.

В поперечному перерізі турбулентного потоку в круглій трубі згідно з моделлю, що розглядається, виділяють турбулентне ядро потоку і пристінкову область, в якій розглядаються дві зони.

В пристінній області виділяють першу зону, для якої виконується умова

$$v^* \cdot y/\nu \leq 30, \quad (4.41)$$

де  $v^* = \sqrt{\tau_0/\rho}$  – динамічна швидкість, м/с ;

$\tau_0$  – дотичне напруження на стінці труби, Па ;

$y$  – відстань від стінки до межі першої зони, м ;

$\rho$  – густина рідини, кг/м<sup>3</sup> .

Першу зону поділяють на дві підзони, для яких виконуються умови :

1) в'язкий підшар,  $v^* \cdot y/\nu \leq 5$  – дотичне напруження між шарами рідини визначається ламінарною течією  $\tau = \tau_{\text{л}}$  , оскільки турбулентна складова дотичного напруження  $\tau_{\text{т}} \approx 0$  , розподіл осереднених в часі  $\bar{u}$  швидкостей підпорядковується залежності

$$\frac{\bar{u}}{v^*} = \frac{v^* \cdot y}{\nu}, \quad (4.42)$$

де  $y$  – відстань частинок рідини від стінки, м.

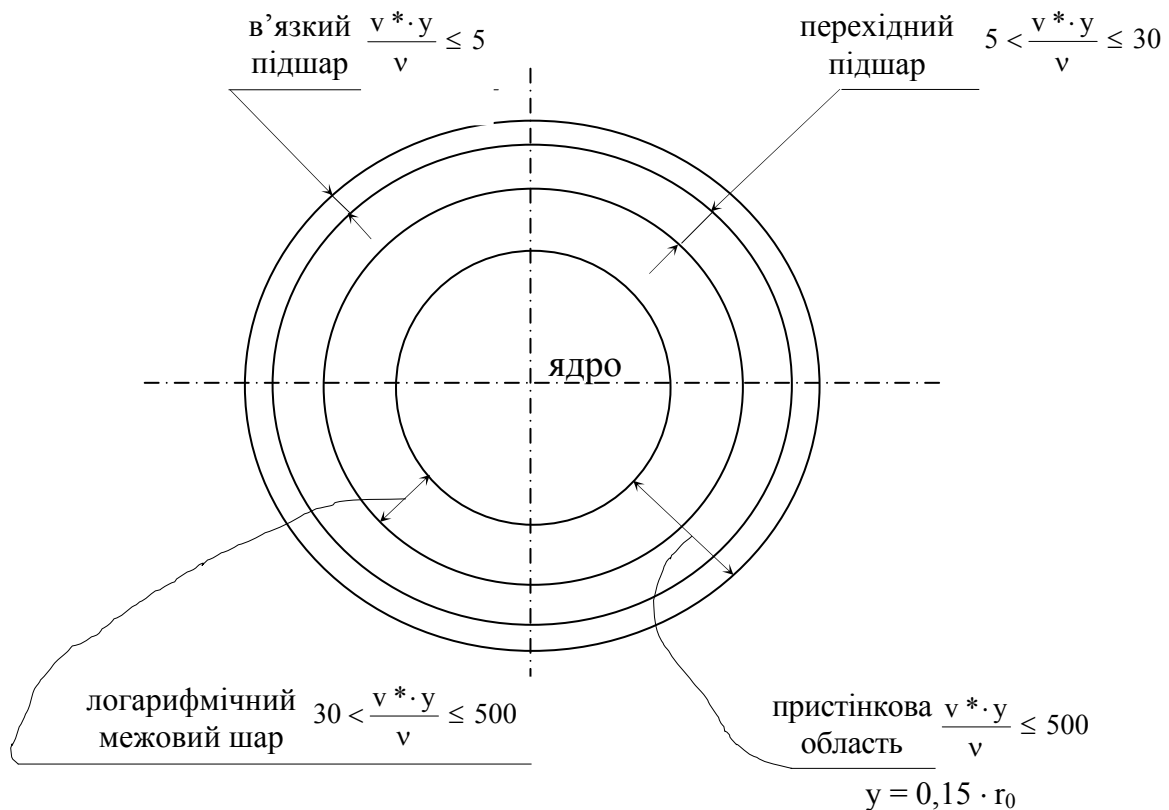


Рисунок 4.4 – Структура турбулентного потоку в круглій трубі

2) перехідний шар,  $5 < v^* \cdot y/\nu \leq 30$ , дотичне напруження між шарами рідини дорівнює  $\tau = \tau_l + \tau_t$ , розподіл швидкостей відхиляється від закономірності (4.39), оскільки збільшуються турбулентні напруження  $\tau_t$  і їх вплив на структуру шару.

Експериментатори спостерігали турбулентні пульсації скрізь в першій зоні, в тому числі і у в'язкому підшарі.

Друга зона, виконується умова

$$30 < v^* \cdot y/\nu \leq 500, \quad (4.43)$$

і спостерігається добрий збіг дослідних даних по розподілу осереднених в часі швидкостей  $\bar{u}$  з формулою

$$\frac{\bar{u}}{v^*} = \frac{1}{\chi} \ln \frac{v^* \cdot y}{\nu} + c, \quad (4.44)$$

яка одержана в припущенні, що по всій товщині логарифмічного підшару дотичне напруження не змінюється і дорівнює  $\tau = \tau_0$ .

Згідно із експериментальними даними для круглих труб  $\chi = 0,4 \dots 0,41$  і  $c = 4,9 \dots 5,85$ .

Логарифмічний межовий шар труби разом з перехідною областю і в'язким підшаром утворюють так звану пристінкову область при турбулентній течії в трубі. За даними дослідів, відстань зовнішньої межі цієї області від стінки, незалежно від числа  $Re$ , завжди стала і складає  $y = 0,15 \cdot r_0$ , ( $r_0$  – внутрішній радіус труби), в той же час як товщина в'язкого підшару  $\delta_{\text{л}} = 5 \cdot \nu / v^*$  і відстань зовнішньої межі перехідного шару від стінки труби  $\delta_{\text{г}} = 30 \cdot \nu / v^*$  залежать від числа  $Re$ .

Зміна дотичних напружень  $\tau$  слабо впливає на структуру поля швидкостей в пристінковій області потоку.

В зоні  $y > 0,15 \cdot r_0$ , тобто  $v^* \cdot y / \nu > 500$ , спостерігається відхилення швидкості від логарифмічного закону.

Т. Карманом рекомендована залежність

$$\frac{\bar{u}_T - \bar{u}}{v^*} = f\left(\frac{y}{r_0}\right), \quad (4.45)$$

де  $\bar{u}_T$  – осереднена в часі швидкість по осі труби.

Експериментальні дані описуються степеневими залежностями вигляду

$$\frac{\bar{u}}{\bar{u}_T} = \left(\frac{y}{r_0}\right)^{\frac{1}{n}}, \quad (4.46)$$

де  $(1/n)$  – величина, що характеризує повноту заповнення епюри швидкостей, і не може вважатись сталою.

При зміні числа Рейнольдса в межах  $Re = 4 \cdot 10^3 \dots 3 \cdot 10^6$  величина  $1/n = 1/6 \dots 1/10$ .

При  $1/n = 1/7$  можна отримати формулу Блаузіуса для гладких труб

$$\lambda = 0,316 \cdot Re^{-1/4}, \quad (4.47)$$

де  $10^5 > Re > 2,4 \cdot 10^3$ .



Коефіцієнт опору знаходять за емпіричними залежностями вигляду  $\lambda = f(\text{Re}, k_e/d)$  :

- область гідравлічно гладких труб (Hydraulically smooth pipes): виступи шорсткості прикриті в'язким підшаром і не порушують його цілісності. У цьому випадку шорсткість не впливає на гідравлічні втрати і коефіцієнт тертя визначається за формулою Блаузіуса

$$\lambda = 0,3164/\text{Re}^{0,25}; \quad (4.48)$$

За даними Альтшуля область  $\lambda = f(\text{Re})$ , коли  $\text{Re} \cdot \frac{k_e}{d} < 10$ ;

- область гідравлічно шорсткуватих труб (Hydraulically rough pipes): виступи шорсткуватості набагато вище товщини в'язкого підшару і на гідравлічні втрати впливає лише шорсткість. Тут прийнятна формула Шифринсона

$$\lambda = 0,11 \cdot \left( \frac{k_e}{d} \right)^{0,25}; \quad (4.49)$$

- перехідна область: висота виступів шорсткості того ж порядку, що і товщина в'язкого підшару. На гідравлічні втрати впливає як число Рейнольдса, так і величина виступів; для розрахунків можна прийняти формулу Альтшуля

$$\lambda = 0,11 \cdot \left( \frac{68}{\text{Re}} + \frac{k_e}{d} \right)^{0,25}. \quad (4.50)$$

Залежність для визначення значення середньої швидкості по перерізу труби має вигляд

$$\frac{v_{\text{cp}}}{u_{\text{T}}} = \frac{2 \cdot n^2}{(1+n) \cdot (1+2 \cdot n)}, \quad (4.51)$$

при  $1/n = 1/7$  –  $v_{\text{cp}} = 0,817 \cdot \overline{u_{\text{T}}}$ , тобто маємо порівняно рівномірний розподіл швидкостей.

При турбулентній течії значення коефіцієнта Коріоліса коливається в межах  $\alpha_k = 1,0 \dots 1,1$ . При роз'язанні задач часто приймається  $\alpha_k \approx 1,0$ . Для ламінарної течії  $\alpha_k = 2,0$ .

Вищенаведені формули застосовуються для усталеного турбулентного руху після стабілізаційної ділянки з безрозмірною довжиною  $(l/d)_{\text{стаб}} = 25 \dots 40$ .

Для ламінарної течії довжина стабілізаційної ділянки більша.

## 4.5 Приклади

**4.5.1** Визначити втрати тиску на тертя по довжині  $\Delta P_l$  у сталевій трубі круглого перерізу і квадратного перерізу при рівних довжині, площі живого перерізу труб і швидкості руху води. Довжина труби  $l$ , площі живого перерізу  $\omega$ , середня швидкість руху води  $v$ , температура води  $t$ .

*Розв'язування*

Для таких даних:  $l = 100$  м;  $\omega = 0,03$  м<sup>2</sup>;  $v = 10$  м/с;  $t = 20^\circ\text{C}$ .

Визначимо еквівалентні діаметри труб:

для труби круглого перерізу

$$d_{\text{е.кр}} = 4 \cdot \frac{\omega}{\chi} = 4 \cdot \frac{\pi \cdot d^2 / 4}{\pi \cdot d} = d;$$

для труби квадратного перерізу

$$d_{\text{е.кв}} = 4 \cdot \frac{\omega}{\chi} = 4 \cdot \frac{a^2}{4 \cdot a} = a,$$

де  $d$ ,  $a$ ,  $\chi$  – відповідно геометричний діаметр круглої труби, сторона квадрата, змочений периметр; для труби –  $\chi = \pi \cdot d$ , для квадрата  $\chi = 4 \cdot a$ .

Знайдемо величини  $d$  і  $a$ :

$$d = \sqrt{\frac{4 \cdot \omega}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 0,03}{3,14}} = 0,196(\text{м});$$

$$a = \sqrt{\omega} = \sqrt{0,03} = 0,174(\text{м}).$$

Отже, для круглої труби  $d_{\text{е.кр}} = d = 0,196$  м; для труби квадратного перерізу  $d_{\text{е.кв}} = a = 0,174$  м.

Для визначення коефіцієнта гідравлічного тертя знайдемо числа Рейнольдса і відносну шорсткість при  $k_e = 0,05$  мм =  $5 \cdot 10^{-5}$  м (див. табл. Б.1) і  $v = 1,01 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с (див. табл. А.12):

для труби круглого перерізу

$$Re = \frac{v \cdot d_{e,кр}}{\nu} = \frac{10 \cdot 0,196}{1,01 \cdot 10^{-6}} = 19,6 \cdot 10^5,$$

$$\frac{k_e}{d_{e,кр}} = \frac{5 \cdot 10^{-5}}{0,196} = 25,4 \cdot 10^{-5};$$

для труби квадратного перерізу

$$Re = \frac{v \cdot d_{e,кв}}{\nu} = \frac{10 \cdot 0,174}{1,01 \cdot 10^{-6}} = 17,4 \cdot 10^5,$$

$$\frac{k_e}{d_{e,кв}} = \frac{5 \cdot 10^{-5}}{0,174} = 28,7 \cdot 10^{-5};$$

За універсальною формулою Альтшуля

$$\lambda = 0,11 \cdot \left( \frac{68}{Re} + \frac{k_e}{d_e} \right)^{0,25};$$

для труби круглого перерізу

$$\lambda = 0,11 \cdot \left( \frac{68}{19,6 \cdot 10^5} + 25,4 \cdot 10^{-5} \right)^{0,25} = 0,014;$$

для труби квадратного перерізу

$$\lambda = 0,11 \cdot \left( \frac{68}{17,4 \cdot 10^5} + 28,7 \cdot 10^{-5} \right)^{0,25} = 0,0147.$$

Втрати тиску на тертя при густині води  $\rho = 998,2 \text{ кг/м}^3$  (див. табл. А.12) визначаємо за формулою:

для труби круглого перерізу

$$\Delta P_{кр} = \lambda_{кр} \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\rho \cdot v^2}{2} = 0,014 \cdot \frac{100}{0,196} \cdot \frac{998,2 \cdot 10^2}{2} = 3,565 \cdot 10^5 \text{ Па} = 356,5 \text{ кПа};$$

для труби квадратного перерізу

$$\Delta P_{кв} = \lambda_{кв} \cdot \frac{l}{a} \cdot \frac{\rho \cdot v^2}{2} = 0,0147 \cdot \frac{100}{0,174} \cdot \frac{998,2 \cdot 10^2}{2} = 4,22 \cdot 10^5 \text{ Па} = 422 \text{ кПа}.$$

Отже, в трубі квадратного перерізу втрати тиску в 1,18 раза більші, ніж у круглій трубі.

**4.5.2.** Визначити межове значення швидкості води в трубопроводах теплової мережі, вище якої лінійне зменшення тиску (втрати напору) прямопропорційне квадрату швидкості. Температура води  $t = 150^\circ\text{C}$ , абсолютна шорсткість труб  $k_e = 5 \cdot 10^{-4}$  м.

*Розв'язування*

Межове значення швидкості води визначаємо за формулою

$$v_{\text{гр}} = 568 \frac{v}{k_e}.$$

Кінематичну в'язкість води при  $t = 150^\circ\text{C}$  знаходимо в табл. А.12

$$\nu = 0,202 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}.$$

Межова швидкість води в трубах теплової мережі

$$v_{\text{гр}} = 568 \cdot \frac{0,202 \cdot 10^{-6}}{5 \cdot 10^{-4}} = 0,23 \text{ м/с}.$$

**4.5.3** Визначити питоми лінійне зменшення тиску в трубопроводі теплової мережі. Внутрішній діаметр трубопроводу  $d = 100$  мм, температура води  $t = 150^\circ\text{C}$ , швидкість  $v = 2$  м/с, абсолютна шорсткість труб  $k_e = 0,5$  мм.

*Розв'язування*

Питоми лінійне зменшення тиску визначається за формулою

$$\Delta P_l = \frac{\lambda}{d} \cdot \frac{\rho \cdot v^2}{2}$$

Для того, щоб вибрати розрахункову формулу  $\lambda$ , необхідно визначити режим руху води за критерієм Рейнольдса

$$\text{Re} = \frac{v \cdot d}{\nu}.$$

Кінематична в'язкість для води  $t = 150^\circ\text{C}$

$$\nu = 0,202 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с} \text{ (див. табл. А.12)}$$

$$\text{Re} = \frac{2 \cdot 0,1}{0,202 \cdot 10^{-6}} = 990000;$$

$$Re_{гр} = 568 \cdot \frac{d}{k_e} = 568 \cdot \frac{0,1}{5 \cdot 10^{-4}} = 113600.$$

Оскільки  $Re > Re_{гр}$ , то коефіцієнт опору тертя визначається за формулою Шифринсона (4.49)

$$\lambda = 0,11 \cdot \left( \frac{k_e}{d} \right)^{0,25} = 0,11 \cdot \left( \frac{0,0005}{0,1} \right)^{0,25} = 0,0292.$$

Густина води при  $t = 150^\circ\text{C}$   $\rho_B = 917 \text{ кг/м}^3$ . Питоме лінійне зменшення тиску

$$\Delta P_l = 0,0292 \cdot \frac{2^2}{2 \cdot 0,1} = 535,5 \text{ Па/м.}$$

**4.5.4** В круглій трубі довжиною  $L$ , діаметром  $d$ , витрата рідини  $G$ , температура рідини  $20^\circ\text{C}$ . Труба нова сталева. Визначити, як зміниться втрата тиску на тертя, якщо замість води з тою ж витратою пропустити касторове масло?

Дано:  $d = 50 \text{ мм}$ ,  $L = 23 \text{ м}$ ,  $G = 0,6 \text{ кг/с}$ .

*Розв'язування*

1. З табл. А.4 та табл. А.5 визначаємо теплофізичні властивості рідин при температурі  $20^\circ\text{C}$ :

- для води –  $\rho_B = 998 \text{ кг/м}^3$ ;  $\nu_B = 1,01 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ ;

- для касторового масла –  $\rho_M = 970 \text{ кг/м}^3$ ;  $\nu_M = 10,02 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$ .

2. Швидкість води в трубі

$$v_B = \frac{4 \cdot G}{\rho_B \cdot \pi \cdot d^2} = \frac{4 \cdot 0,6}{998 \cdot 3,14 \cdot 0,05^2} = 0,31 \text{ м/с.}$$

Число Рейнольдса

$$Re_B = \frac{v_B \cdot d}{\nu_B} = \frac{0,31 \cdot 0,05}{1,01 \cdot 10^{-6}} = 12000,$$

тобто, режим руху турбулентний.

Коефіцієнт тертя по довжині труби ( $k_e$  із табл. Б.1)

$$\lambda_1 = 0,11 \cdot \left( \frac{68}{Re} + \frac{k_e}{d} \right)^{0,25} = 0,11 \cdot \left( \frac{68}{12000} + \frac{0,014}{50} \right)^{0,25} = 0,03.$$

Втрати на тертя при русі води в круглій трубі

$$\Delta P_B = \lambda_1 \cdot \frac{L}{d} \cdot \frac{\rho_B \cdot v_B^2}{2} = 0,03 \cdot \frac{23}{0,05} \cdot \frac{998 \cdot 0,31^2}{2} = 662 \text{ Па.}$$

3. Швидкість касторового масла в трубi

$$v_M = \frac{4 \cdot G}{\rho_M \cdot \pi \cdot d^2} = \frac{4 \cdot 0,6}{970 \cdot 3,14 \cdot 0,05^2} = 0,315 \text{ м/с.}$$

Число Рейнольдса

$$Re_M = \frac{v_M \cdot d}{\nu_M} = \frac{0,315 \cdot 0,05}{10,02 \cdot 10^{-4}} = 12,75,$$

тобто, режим руху ламінарний.

Коефіцієнт тертя по довжині труби

$$\lambda_2 = \frac{64}{Re_M} = \frac{64}{12,75} = 4,06.$$

Втрати на тертя при русі касторового масла в круглій трубi

$$\Delta P_M = \lambda_2 \cdot \frac{L}{d} \cdot \frac{\rho_M \cdot v_M^2}{2} = 4,06 \cdot \frac{23}{0,05} \cdot \frac{970 \cdot 0,315^2}{2} = 89645 \text{ Па.}$$

Втрати на тертя при русі касторового масла в n раз більші ніж при русі води при тій же масовій витраті

$$n = \frac{\Delta P_M}{\Delta P_B} = \frac{89645}{662} = 135.$$

**4.5.5** По трубi діаметром  $d=0,5$  м транспортується вода. В двох точках живого перерізу трубопроводу заміряні швидкості:  $u = 2,3$  м/с на відстані від стінки  $y = 0,11$  м і  $u_{\max} = 2,6$  м/с на осі труби. Знайти втрати на тертя на 10 м довжини трубопроводу.

*Розв'язування*

Визначимо коефіцієнт гідравлічного тертя за формулою

$$u/u_{\max} = (y/r_0)^{0,9\sqrt{\lambda}}$$

логарифмуючи яку, отримаємо:

$$\lg \frac{u}{u_{\max}} = 0,9\sqrt{\lambda} \lg \frac{y}{r_0},$$

звідки

$$\lambda = \left[ \left( \lg \frac{u}{u_{\max}} \right) / \left( 0,9 \cdot \lg \frac{y}{r_0} \right) \right]^2 = \left[ \left( \lg \frac{2,3}{2,6} \right) / \left( 0,9 \cdot \lg \frac{0,11}{0,25} \right) \right]^2 = 0,0286.$$

Середню швидкість знаходимо за допомогою залежності

$$u_{\max} / v = 1 + 1,35\sqrt{\lambda} = 1 + 1,35\sqrt{0,0286} = 1,228,$$

$$v = 2,6 / 1,228 = 2,11 \text{ м/с.}$$

Втрати напору на тертя визначаємо за формулою Дарсі-Вейсбаха (4.12)

$$h_l = \frac{\lambda \cdot l \cdot v^2}{d \cdot 2 \cdot g} = \frac{0,0286 \cdot 1 \cdot 2,11^2}{0,5 \cdot 19,6} = 0,013 \text{ м на 1 м труби.}$$

#### 4.6 Завдання на СРС

**4.6.1.** По трубі діаметром  $d$  транспортується вода. В двох точках живого перерізу трубопровода заміряні швидкості:  $u$  на відстані від стінки  $y$  і  $u_{\max}$  на осі труби. Знайти втрати напору на тертя на 10 м довжини трубопровода.

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$d$ , мм	600	560	540	520	480	570	560	530	550	590
$y$ , м	0,18	0,12	0,13	0,14	0,15	0,11	0,125	0,135	0,15	0,16
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$u_{\max}$ , м/с	3,25	3,6	3,5	3,4	3,3	3,2	3,1	3,0	2,9	2,8
$u$ , м/с	2,75	3,16	3,14	3,10	3,05	2,8	2,7	2,6	2,3	2,2

**4.6.2** Димові гази з температурою  $t$  рухаються в каналі прямокутного перерізу розміром  $a$  х  $a$  зі швидкістю  $v$ . Фізичні властивості димових газів визначити при  $B = 760$  мм рт. ст.;  $P_{\text{CO}_2} = 0,13$ ;  $P_{\text{H}_2\text{O}} = 0,11$ ;  $P_{\text{N}_2} = 0,76$ . Визначити масову  $G$  і об'ємну  $Q$  витрату димових газів, число  $Re$ . Як зміниться  $G$ ,  $Q$  і  $Re$ , якщо розмір  $a$  зменшиться на  $b$  %.

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$a$ , мм	245	100	120	140	160	150	180	170	230	260
$v$ , м/с	1,5	3,0	2,9	3,1	3,2	2,8	2,7	2,6	2,5	2,0
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$t$ , °C	1000	100	200	300	400	500	600	700	800	900
$b$ , %	48	20	25	30	23	27	29	31	33	51

**4.6.3** В трубі з товщиною стінки  $\delta_{ст}$  і зовнішнім діаметром  $D_3$  рухається вода, температура якої  $t$ . Масова витрата води  $G$ . Надлишковий тиск в трубі  $P$ . Барометричний тиск  $B$ . Визначити швидкість води в трубі, режим руху, абсолютний тиск, об'ємну витрату води.

Передостання цифра шифру	$D_3$ , мм	$\delta_{ст}$ , мм	$G$ , кг/год	Остання цифра шифру	$t$ , °C	$P$	$B$ , мм рт. ст.
0	101,3	2,0	14000	0	45	0,025 МПа	743
1	17,0	2,5	3600	1	10	0,1 бар	745
2	21,3	2,5	3700	2	20	0,05 бар	748
3	26,8	2,8	4100	3	30	0,15 бар	746
4	33,5	2,8	5400	4	40	120 мм рт. ст..	738
5	42,3	3,0	6200	5	50	140 мм рт. ст..	739
6	48,0	3,0	6800	6	60	160 мм рт. ст..	741
7	60,0	3,2	7400	7	70	0,02 МПа	742
8	75,5	3,5	9600	8	65	0,016 МПа	740
9	88,5	3,5	12000	9	55	0,018 МПа	741

**4.6.4** Трансформаторне масло з температурою  $t$  рухається в трубі з внутрішнім діаметром  $d$ . Швидкість масла в трубі  $v$ . Абсолютний тиск в трубі  $P_{абс}$ . Барометричний тиск  $B$ . Визначити масову і об'ємну витрату масла в трубі, режим руху, надлишковий тиск в трубі в Па, кПа, МПа, бар, мм рт. ст.

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$t$ , °C	100	10	20	30	40	50	60	70	80	90
$P_{абс}$ , МПа	0,147	0,16	0,17	0,14	0,15	0,18	0,136	0,145	0,13	0,134
$B$ , мм рт. ст.	743	745	744	743	742	741	740	741	739	738
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$d$ , мм	54	20	23	25	33	37	40	45	48	51
$v$ , м/с	0,61	0,3	0,35	0,40	0,32	0,38	0,42	0,46	0,49	0,53

**4.6.5** Сухе повітря з температурою  $t$  рухається в круглій трубі внутрішнім діаметром  $D$ . Швидкість повітря  $v$ . Абсолютний тиск в трубі 760 мм рт. ст.. Визначити масову і об'ємну витрату повітря, режим руху. Абсолютний тиск в трубі записати в Па, кПа, МПа, бар.

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$D$ , мм	280	100	150	200	250	300	350	400	450	260
$t$ , °C	600	300	200	180	160	140	120	100	400	500
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$v$ , м/с	8,3	4,0	4,6	4,3	4,1	5,2	5,7	6,1	7,6	8,0

**4.6.6** У круглій гладкій трубі діаметром  $d$  рухається рідина зі швидкістю  $v$ . Температура рідини  $t$ . Визначити: 1) режим течії; 2) коефіцієнт тертя по довжині труби; 3) дотичне напруження на стінці труби та динамічну швидкість; 4) товщину ламінарного підшару; 5) товщину перехідного шару; 6) то-



вщину пристінкової області; 7) гідравлічний нахил; 8) масову витрату.

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Рідина	В	ПВ	В	ПВ	В	ПВ	В	ПВ	В	ПВ
$t, ^\circ\text{C}$	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$d, \text{мм}$	50	80	100	125	150	200	250	300	350	400
$v, \text{м/с}$	2,0	2,2	2,4	2,6	2,7	2,8	2,9	3,0	2,1	2,3

**4.6.7** Визначити втрати тиску на тертя по довжині  $\Delta P_1$  у сталевій трубі круглого перерізу і квадратного перерізу при рівних довжині, площі живого перерізу труб і швидкості руху води. Довжина труби  $l$ , площі живого перерізу  $\omega$ , середня швидкість руху води  $v$ , температура води  $t$ .

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$l, \text{м}$	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200
$\omega, \text{м}^2$	0,032	0,034	0,036	0,038	0,040	0,042	0,044	0,046	0,048	0,05
$v, \text{м/с}$	5,2	5,4	5,6	5,8	6,0	6,2	6,4	6,6	6,8	7,0
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$t, ^\circ\text{C}$	5	15	20	25	30	35	40	45	50	55

**4.6.8** По горизонтальному сталевому трубопроводі (ВТ – вид труби, СТ – стан труби) довжиною  $l$  подається вода, втрата води  $Q$ , втрати тиску  $\Delta P_1$ . Температура води, що подається  $t$ . Визначити діаметр  $d$  труби.

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ВТ	БСТ	БСТ	СТЗ	СТЗ	СТЗ	СТЗ	БСТ	БСТ	СТЗ	СТЗ
СТ	НЧ	Е	НЧ	С	ПЗ	ДЗ	НЧ	Е	ПЗ	ДЗ
$t, ^\circ\text{C}$	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$l, \text{м}$	900	920	940	960	980	1020	1040	1060	1080	1100
$Q, \text{м}^3/\text{с}$	0,019	0,021	0,022	0,024	0,026	0,028	0,023	0,025	0,018	0,027
$\Delta P_1 \cdot 10^{-5}, \text{Па}$	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,25	2,35	2,45

Вид труби: БСТ – безшовні сталеві труби; СТЗ – сталеві зварні труби; НЧ – нові чисті; С – старі іржаві; Е – після декількох років експлуатації; ПЗ – помірно іржаві; ДЗ – дуже іржаві.

**4.6.9** У водопровідній трубі (стан труби – СТ) діаметром  $d$  рухається вода, температура якої  $t$ . Швидкість на осі труби  $u_{\text{max}}$ . Заміри проведені трубкою Піто – Прандтля. Визначити об'ємну і масову витрати води.

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
СТ	НЧ	С	ПЗ	ДЗ	НЧ	С	ПЗ	ДЗ	НЧ	С
$t, ^\circ\text{C}$	25	20	15	10	5	10	15	20	25	30
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$d, \text{мм}$	280	310	320	322	330	314	290	296	286	316
$u_{\text{max}}, \text{м/с}$	4,0	4,2	4,4	4,5	4,6	4,7	4,8	4,25	4,3	3,9

СТ – стан труби; НЧ – нові чисті; С – старі іржаві; ПЗ – помірно іржаві; ДЗ – дуже іржаві.

**4.6.10** Вода рухається в трубі прямокутного поперечного перерізу з відношенням сторін  $a/b$  і в круглій трубі при тій же площі поперечного перерізу  $\omega$ . Визначити витрату води, якщо втрати тиску в цих трубах однакові і дорівнюють  $\Delta P_l$ , а довжина кожної труби  $L$ . Температура води  $t$ .

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\omega \cdot 10^4, \text{ м}^2$	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9	3,0
$L, \text{ м}$	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12
$\Delta P_l, \text{ Па}$	190	210	185	240	260	230	145	138	132	110
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$a/b$	0,25	0,20	0,15	0,18	0,22	0,24	0,26	0,17	0,16	0,14
$t, \text{ }^\circ\text{C}$	55	50	45	40	35	30	25	20	15	10

**4.6.11** В круглій трубі з діаметром  $d$  витрата води  $G$ . Температура води  $t$ . Матеріал труби – МТ. Стан труби – СТ. Визначити втрати напору та тиску на тертя в трубі довжиною  $L$ . Визначити перепад тиску на цій же ділянці для двох випадків: 1) труба горизонтальна; 2) труба вертикальна – рух рідини зверху вниз.

Остання цифра шифру	$d, \text{ мм}$	$G$	$t, \text{ }^\circ\text{C}$	Передостання цифра шифру	МТ	СТ	$L, \text{ м}$
0	50	3,1	10	0	сталь (с)	безшовні, нові чисті (нч)	11
1	80	4,6	20	1	кольоровий метал (км)	нові чисті (нч)	12
2	100	10,5	30	2	скло (ск)	нові чисті (нч)	13
3	125	14,8	40	3	чавун (ч)	нові	14
4	150	28	50	4	с	зварні (нч)	15
5	50	2,7	60	5	км	нч	16
6	80	5,4	70	6	ск	нч	17
7	100	14,1	80	7	ч	дуже старі	18
8	125	17,2	90	8	с	зварні старі іржаві	19
9	150	31	100	9	км	нч	20

**4.6.12** Труба з матеріалу  $M$  має трикутний переріз – рівносторонній трикутник. Площа живого перерізу  $\omega$ , довжина труби  $L$ , витрата води  $Q$ , температура води  $t$ . Визначити втрати тиску на тертя.

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$Q, \text{ м}^3/\text{с}$	0,29	0,43	0,32	0,38	0,47	0,42	0,36	0,48	0,62	0,043
$L, \text{ м}$	190	180	210	220	215	185	192	207	202	187
$\omega, \text{ м}^2$	0,04	0,05	0,06	0,042	0,053	0,066	0,038	0,052	0,064	0,047
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Матеріал, стан труби	СН	СС	ОН	ОЕ	СН	СС	ОН	О,Е	С,Н	С,С
$t, \text{ }^\circ\text{C}$	45	40	35	30	25	20	15	10	5	30

Примітка. СН – сталева нова; СС – сталева стара; ОН – оцинкована нова; ОЕ – оцинкована, після декількох років експлуатації.

**4.6.13.** По круглій трубі (матеріал і вид труби – МВТ стан труби – СТ) діаметром  $d$  і довжиною  $l$  подається трансформаторне масло (ТМ). Втрати на тертя по довжині труби  $\Delta P_f$ . Як зміниться витрата трансформаторного масла, якщо його температура зросте від  $t_1$  до  $t_2$ .

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
МВТ	ТКМ	БСТ	БСТ	ТКМ	БСТ	БСТ	ТКМ	БСТ	БСТ	БСТ
СТ	Н	Н	С	Н	Н	С	Н	Н	С	Н
$t_1, ^\circ\text{C}$	10	15	20	25	30	40	50	60	35	45
$t_2, ^\circ\text{C}$	90	80	70	60	50	10	110	90	75	120
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$d, \text{мм}$	15	20	25	18	22	27	30	32	28	24
$l, \text{м}$	90	110	120	80	70	115	95	87	97	126
$\Delta P_f \cdot 10^{-5}, \text{Па}$	2,0	2,5	2,7	1,9	1,8	2,1	1,95	1,86	1,92	1,7

Примітка. МВТ : БСТ – безшовні сталеві труби; ТКМ – тягнуті із кольорових металів; Н – нові; С – старі.

**4.6.14** В трубопроводі із матеріалу Мт діаметром  $d$  і довжиною  $l$  подається стисле повітря із надлишковим тиском  $P_1$ . Барометричний тиск  $B$ . Температура повітря  $t = 20^\circ\text{C}$ . Швидкість на початку трубопроводу  $v_1$ . Визначити масову витрату повітря  $M$  і тиск в кінці трубопроводу  $P_2$ . Кінематична в'язкість повітря  $\nu = 15,7 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ .

Остання цифра шифру	Мт	$d, \text{мм}$	$l, \text{м}$	$P_1, \text{ат}$	Передостання цифра шифру	$B, \text{мм рт. ст.}$	$v_1, \text{м/с}$
0	СтЗСЗр		125	7,76	0	1,026	250
1	Скл	50	40	8	1	1,025	160
2	БСтН	80	110	7,9	2	1,022	170
3	БСтЕ	90	120	7,8	3	1,021	180
4	СтЗНЧ	110	130	8,1	4	1,019	190
5	СтЗПЗр	120	140	8,2	5	1,027	200
6	СтЗСЗр	140	150	7,85	6	1,020	210
7	Скл	40	50	7,95	7	1,018	220
8	БСтЕ		105	8,15	8	1,017	280
9	СтЗПЗр		115	8,23	9	1,024	240

Примітка. Матеріал Мт: Скл – скло, БСтН – безшовні сталеві нові труби, декілька років експлуатації; СтЗНЧ – сталеві зварні нові чисті труби; СтЗПЗ – сталеві зварні помірно іржаві; СтЗСЗр – сталеві зварні старі іржаві.

## 5 МІСЦЕВІ ВТРАТИ НАПОРУ (ТИСКУ) В ТРУБАХ

### 5.1 Різні типи місцевих опорів, методи визначення коефіцієнтів місцевих опорів

Ділянки трубопроводів, де течія відрізняється від стабілізованої, розглядаються в розрахунках окремо. Умовно прийнято вважати, що збурення, які вносяться цими ділянками, носять локальний характер і їх вплив враховується коефіцієнтом місцевих опорів.

Основні види місцевих втрат напорів можна умовно розділити на такі групи:

- втрати, які пов'язані зі зміною перерізу потоку (або, що теж саме, його середньої швидкості). Сюди відносяться випадки раптового розширення, звуження. А також поступового розширення або звуження потоку;

- втрати, які викликані зміною напрямку потоку. Сюди відносяться різного роду коліна, косинці, відводи, які використовуються на трубопроводах;

- втрати, які пов'язані з протіканням рідини через арматуру різного типу (вентилі, крани, зворотні клапани, сітки, відбори, дросель-клапани тощо). Тут може відбуватись одночасно зміна швидкості як за величиною, так і за напрямком;

- втрати, які пов'язані з відділенням однієї частини потоку від іншої або злиттям двох потоків в один загальний (трійники, хрестовини, отвори в бокових стінах трубопроводів при наявності транзитної витрати).

Які основні причини виникнення місцевих втрат напорів в місцевих опорах (Local resistances)?

При розгляді різних видів місцевих опорів насамперед звертає на себе увагу різка зміна спектра течії на ділянках місцевих опорів. З кінематичної точки зору це означає великі зміни місцевих швидкостей як за величиною, так і за напрямком. Стрибкоподібна зміна швидкостей пов'язана з утворенням поверхонь поділу, які розпадаються на вихори з наступним каскадним процесом дисипації енергії в'язкої рідини.

В турбулентних течіях за перепоною ці вихори утворюють відривну область руху з великомасштабними пульсаціями, кінетична енергія яких переходить в пульсації більш малого масштабу, де і відбувається в кінцевому рахунку дисипація енергії. Цими ж причинами обумовлюються

втрати енергії при злитті та розділенні потоків. В деяких випадках причинами виникнення місцевих опорів є вторинні течії.

Втрати напору, який витрачений на подолання будь-якого місцевого опору, прийнято оцінювати в частках швидкісного напору, який відповідає середній швидкості безпосередньо за місцевим опором, що розглядається, тобто визначають їх за формулою Вейсбаха

$$h_m = \zeta \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g}. \quad (5.1)$$

де  $\zeta$  – так званий коефіцієнт місцевого опору.

Коефіцієнти різних місцевих опорів (втрат) знаходять, як правило, дослідним шляхом. Таблиці значень цих коефіцієнтів, або емпіричні криві і формули для них, містяться у всіх інженерних довідниках і посібниках з гідравліки [13, 20]. При користуванні довідниками треба звертати увагу на рекомендації щодо визначення швидкісного напору, тобто, яка швидкість приймається в розрахунках – до чи після місцевого опору. Для деяких практично важливих випадків значення коефіцієнтів місцевих опорів вдалось одержати також теоретичним шляхом.

Формула Вейсбаха також застосовується в такому вигляді

$$\Delta P_m = \zeta \cdot \frac{\rho \cdot v^2}{2}. \quad (5.2)$$

де  $\Delta P_m$  – втрати тиску в місцевому опорі.

Коефіцієнт місцевих втрат  $\zeta$  (Coefficient of local losses) визначається за експериментальними даними. Деякі значення для квадратичної області втрат наведені в табл. Б.2. Для деяких випадків є залежності. Так, при раптовому розширенні потоку

$$\zeta_{pp} = \alpha \cdot \left( \frac{D_2^2}{D_1^2} - 1 \right), \quad (5.3)$$

де  $\alpha$  – коефіцієнт Коріоліса перед розширенням;  
при раптовому звуженні потоку

$$\zeta_{pz} = 0,5 \cdot \left( 1 - \frac{D_2^2}{D_1^2} \right), \quad (5.4)$$

де  $D_1, D_2$  – відповідно діаметри труб до і після розширення.

Швидкісний напір  $v^2/(2g)$  розраховується за швидкістю за місцевим опором.

Місцеві втрати визначаються з рівняння Бернуллі для перерізів до місцевого опору і наприкінці ділянки стабілізації.

## 5.2 Стабілізація потоку за місцевими опорами і їх взаємний вплив

Якщо в трубі кілька місцевих опорів, то втрати напору (тиску) в них варто додавати. Але якщо відстані між опорами відносно невеликі, загальні втрати напору будуть відрізнятися від суми втрат у кожному з них. Справа в тому, що місцевий опір деформує потік, збільшує пульсації, перерозподіляє усереднені швидкості по перерізу і потік після першого місцевого опору не встигає стабілізуватися до іншого опору. Якщо довжина трубопроводу  $l_{тр}$  між цими опорами менша довжини ділянки стабілізації  $l_{ст}$ , то коефіцієнт місцевих опорів розраховується за залежністю

$$\zeta_l = \beta \cdot \zeta, \quad (5.5)$$

де  $\beta$  – коефіцієнт, що визначається з відповідних діаграм, цю формулу можна використовувати при  $l_{тр}/l_{ст} = 0,15 \dots 1,0$ .

## 5.3 Приклади

**5.3.1\*** Труба діаметром  $d_1$ , яка розташована горизонтально, раптово переходить в трубу діаметром  $d_2$ . Витрата води в трубі  $Q$ .

Потрібно визначити:

- а) втрати напору при раптовому розширенні труби;
- б) різницю тисків в обох трубах;
- в) втрати напору і різницю тисків для випадку, коли вода буде текти в протилежному напрямку ( тобто з широкої труби у вузьку );
- г) різницю тисків при поступовому розширенні труби ( вважаючи втрати напору дуже малими ).

Дано:  $d_1 = 0,1\text{ м}$ ;  $d_2 = 0,15\text{ м}$ ;  $Q = 0,03\text{ м}^3/\text{с}$ .

*Розв'язування*

а) знаходимо втрати напору при раптовому розширенні трубопроводу за формулою Борда

$$h_{р.р} = \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g};$$

$$v_1 = \frac{Q}{\omega_1} = \frac{0,03}{3,14 \cdot \frac{0,1^2}{4}} = 3,84 \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

$$v_2 = \left( \frac{d_1}{d_2} \right)^2 \cdot v_1 = \left( \frac{0,1}{0,15} \right)^2 \cdot 3,82 = 1,75 \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

$$h_{\text{р.р.}} = \frac{(3,84 - 1,75)^2}{2 \cdot 9,81} = 0,22 \text{ м.}$$

б) знаходимо різницю тисків в обох трубах із рівняння Бернуллі

$$\frac{P_1}{\rho \cdot g} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{P_2}{\rho \cdot g} + \frac{v_2^2}{2g} + h_{\text{р.р.}};$$

$$\frac{P_2 - P_1}{\rho \cdot g} = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} - h_{\text{р.р.}};$$

$$\begin{aligned} \text{або } P_2 - P_1 &= \frac{\rho \cdot (v_1^2 - v_2^2)}{2} - h_{\text{р.р.}} \cdot \rho g = \\ &= \frac{998,2 \cdot (3,84^2 - 1,75^2)}{2} - 0,22 \cdot 998,2 \cdot 9,8 = 3245 \text{ Па.} \end{aligned}$$

в) при зміні напрямку руху на зворотний, тобто з широкої труби у вузьку, швидкість в стислому перерізі

$$v_{\text{ст}} = \frac{\omega_1}{\omega_{\text{ст}}} \cdot v_1 = \frac{v_1}{\varepsilon}.$$

Ступінь стиснення потоку

$$n = \frac{d_1^2}{d_2^2} = \frac{0,1^2}{0,15^2} = 0,446.$$

Коефіцієнт стиснення струменя за формулою

$$\varepsilon = 0,57 + \frac{0,043}{1,1 - n} = 0,64;$$

Втрати напору при раптовому звуженні потоку

$$h_{p.зв.} = \frac{(v_{ст} - v_1)^2}{2g} = \frac{v_1^2 \left( \frac{\omega_1}{\omega_{ст}} - 1 \right)^2}{2g} = \frac{v_1^2 \left( \frac{1}{\varepsilon} - 1 \right)^2}{2 \cdot 9,8} = \frac{3,82^2}{2 \cdot 9,8} \left( \frac{1}{0,64} - 1 \right)^2 = 0,23 \text{ м.}$$

Різниця тисків

$$\frac{P_2 - P_1}{\rho g} = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} + h_{p.зв.} = 0,595 + 0,23 = 0,82 \text{ м;}$$

$$P_2 - P_1 = 8000 \text{ Па.}$$

г) якщо був забезпечений плавний перехід від труби вузького перерізу до труби широкого перерізу, то різниця тисків була б рівна:

$$\frac{P_2 - P_1}{\rho \cdot g} = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} = \frac{3,84^2 - 1,75^2}{2 \cdot 9,8} = 0,595 \text{ м;}$$

$$P_2 - P_1 = 5840 \text{ Па.}$$

**5.3.2** У сталевому трубопроводі системи гарячого водопостачання діаметром  $d$ , довжиною  $l$  рухається вода зі швидкістю  $v$ . Температура води  $t$ . У трубопроводі є  $n$  поворотів (вигинів) під кутом  $\alpha$  і пробковий кран. Визначити втрати тиску.

Дано:  $d = 12,5$  мм;  $l = 100$  м;  $v = 0,5$  м/с;  $\alpha = 90^\circ$ ;  $t = 50^\circ\text{C}$ ;  $n = 2$ .

*Розв'язування*

Втрати тиску  $\Delta P_{втр}$  складаються з втрат на тертя по довжині  $\Delta P_l$  і втрати в місцевих опорах  $\Delta P_m$ . Число Рейнольдса (при  $v = 0,55 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с; див. табл. А.12)

$$Re = \frac{v \cdot d}{\nu} = \frac{0,5 \cdot 0,0125}{0,55 \cdot 10^{-6}} = 11,8 \cdot 10^3.$$

Для сталевого трубопроводу  $k_e = 5 \cdot 10^{-5}$  м (див. табл. Б.1); відносна шорсткість

$$\frac{k_e}{d} = \frac{5 \cdot 10^{-5}}{0,0125} = 4 \cdot 10^{-3}.$$

Коефіцієнт гідравлічного тертя знаходимо за універсальною формулою



$$\lambda = 0,11 \cdot \left( \frac{k_e}{d} + \frac{68}{\text{Re}} \right)^{0,25} = 0,11 \cdot \left( \frac{5 \cdot 10^{-5}}{0,0125} + \frac{68}{11,8 \cdot 10^3} \right)^{0,25} = 0,035.$$

Втрати тиску на тертя по довжині трубопроводу при  $\rho = 988 \text{ кг/м}^3$   
(див. табл. А.12)

$$\Delta P_l = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \rho \cdot \frac{v^2}{2} = 0,035 \cdot \frac{100}{0,0125} \cdot 988 \cdot \frac{0,5^2}{2} = 3,56 \cdot 10^4 \text{ Па.}$$

Коефіцієнт місцевих опорів визначаємо за формулою

$$\zeta = \frac{A}{\text{Re}} + \zeta_{\text{КВ}};$$

для поворота під кутом  $90^\circ$   $\zeta_{\text{КВ}} = 1,4$ ;  $A = 400$  ( див. табл. Б.2)

для пробкового крана  $\zeta_{\text{КВ}} = 0,4$ ;  $A = 150$  ( див. табл. Б.2)

Сума коефіцієнтів місцевих опорів

$$\sum \zeta = 2 \cdot \left( \frac{400}{11,8 \cdot 10^3} + 1,4 \right) + \left( \frac{150}{11,8 \cdot 10^3} + 0,4 \right) = 3,27.$$

Місцеві втрати тиску

$$\Delta P_M = \sum \zeta \cdot \rho \cdot v^2 / 2 = 3,27 \cdot 988 \cdot 0,5^2 / 2 = 420 \text{ Па.}$$

Сумарні втрати тиску

$$\Delta P_{\text{втр}} = \Delta P_l + \Delta P_M = 3,56 \cdot 10^4 + 420 = 3,6 \cdot 10^4 \text{ Па.}$$

**5.3.3** Визначити втрати тиску при русі води в сталевому трубопроводі діаметром  $d$ , довжиною  $L$ , який складається із секцій довжиною по  $l$ , які зварені електродуговим зварюванням товщиною виступу стику над внутрішньою поверхнею трубопроводу  $\delta$ . Порівняти з втратами тиску в тому ж трубопроводі без врахування стиків, якщо витрата води  $Q$ , температура води  $t$ .

Варіант даних:  $d = 0,1 \text{ м}$ ;  $L = 200 \text{ м}$ ;  $l = 10 \text{ м}$ ;  $\delta = 3 \text{ мм}$ ;  $Q = 0,05 \text{ м}^3/\text{с}$ ;  $t = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ ;

#### *Розв'язування*

У зварному трубопроводі втрати тиску складаються із втрат по довжині і втрат у зварних стиках:

$$\Delta P_{\text{втр.}} = \left( \lambda \frac{L}{d} + \zeta_{\text{ст.}} \right) \cdot \rho \cdot \frac{v^2}{2}.$$

Швидкість води

$$v = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d^2} = \frac{4 \cdot 0,05}{3,14 \cdot 0,1^2} = 6,35 \text{ м/с.}$$

Число Рейнольдса (при  $v=1,01 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ ; див. табл. А.12)

$$Re = \frac{v \cdot d}{\nu} = \frac{6,35 \cdot 0,1}{1,01 \cdot 10^{-6}} = 6,35 \cdot 10^5.$$

Абсолютна шорсткість сталевій труби  $k_e = 5 \cdot 10^{-5} \text{ м}$  (див. табл. Б.1).

Відносна шорсткість

$$\frac{k_e}{d} = \frac{5 \cdot 10^{-5}}{0,1} = 5 \cdot 10^{-4}.$$

Коефіцієнт гідравлічного тертя визначаємо за формулою (4.50)

$$\lambda = 0,11 \cdot \left( \frac{68}{Re} + \frac{k_e}{d} \right)^{0,25} = 0,11 \cdot \left( \frac{68}{63,5 \cdot 10^4} + 5 \cdot 10^{-4} \right)^{0,25} = 0,0175$$

Коефіцієнт місцевого опору одного зварного стику знаходимо за формулою

$$\zeta_{\text{ст.}} = 14 \cdot \left( \frac{\delta}{d} \right)^{3/2} = 14 \cdot \left( \frac{3 \cdot 10^{-3}}{0,1} \right)^{3/2} = 0,07.$$

Число стиків

$$n = L/l = 200/10 = 20.$$

При густині води  $\rho = 998,2 \text{ кг/м}^3$  (див. табл. А.12)

$$\begin{aligned} \Delta P_{\text{втр.}} &= \lambda \cdot \frac{L}{d} \cdot \frac{\rho \cdot v^2}{2} + n \cdot \zeta_{\text{ст.}} \cdot \frac{\rho \cdot v^2}{2} = 0,0175 \cdot \frac{200}{0,1} \cdot 998,2 \cdot \frac{6,35^2}{2} + \\ &+ 20 \cdot 0,07 \cdot 998,2 \cdot \frac{6,35^2}{2} = 7,5 \cdot 10^5 \text{ Па} = 750 \text{ кПа.} \end{aligned}$$

Втрати тиску в тому ж трубопроводі без стиків

$$\Delta P_{\text{тр.}} = \lambda \cdot \frac{L}{d} \cdot \frac{\rho \cdot v^2}{2} = 0,0175 \cdot \frac{200}{0,1} \cdot 998,2 \cdot \frac{6,35^2}{2} = 7,2 \cdot 10^5 \text{ Па} = 720 \text{ кПа} .$$

Таким чином, у випадку, що розглядається, зварні стики збільшують втрати тиску на 4%.

**5.3.4** Знайти витрати тиску  $\Delta P_M$  на подолання місцевих опорів при русі води в сталевому трубопроводі діаметром  $d$  при повороті на кут  $\alpha$  без вставки і зі вставкою (рис. 5.1). Знайти найменшу довжину вставки  $l_{\text{впл.}}$ , при якій відсутній взаємний вплив двох місцевих опорів, швидкість води  $v$ , температура води  $t$ .

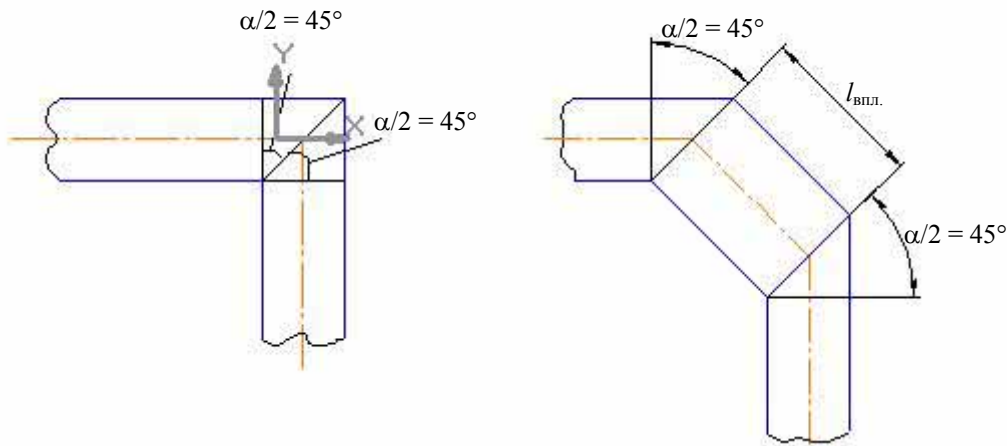


Рисунок 5.1

Дано:

1 варіант :  $d = 0,03 \text{ м}$ ,  $\alpha = 90^\circ$ ,  $v = 4 \text{ м/с}$ ,  $t = 50^\circ\text{C}$

2 варіант :  $d = 0,04 \text{ м}$ ,  $\alpha = 90^\circ$ ,  $v = 4,5 \text{ м/с}$ ,  $t = 40^\circ\text{C}$

3 варіант :  $d = 0,025 \text{ м}$ ,  $\alpha = 90^\circ$ ,  $v = 5 \text{ м/с}$ ,  $t = 20^\circ\text{C}$

*Розв'язування (3 варіант)*

Втрати тиску при повороті на кут  $90^\circ$  без вставки (а) і зі вставкою (б) знаходимо за формулою (5.2)

$$\Delta P_{(a)} = \zeta_{90^\circ} \cdot \frac{\rho \cdot v^2}{2} \quad \text{і} \quad \Delta P_{(б)} = 2 \cdot \zeta_{135} \cdot \frac{\rho \cdot v^2}{2} .$$

Приймаючи  $v = 1,01 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$  (див. табл. А.12), знаходимо число Рейнольдса для потоку води в трубі:

$$Re = \frac{v \cdot d}{\nu} = \frac{5 \cdot 0,025}{1,01 \cdot 10^{-6}} = 12,5 \cdot 10^4 .$$

Відносна шорсткість при  $k_e = 5 \cdot 10^{-5}$  м (див. табл. Б.1)

$$\frac{k_e}{d} = \frac{5 \cdot 10^{-5}}{25 \cdot 10^{-3}} = 2 \cdot 10^{-3}.$$

Коефіцієнт гідравлічного тертя трубопроводу визначаємо за формулою (4.50)

$$\lambda = 0,11 \cdot \left( \frac{k_e}{d} + \frac{68}{\text{Re}} \right)^{0,25} = 0,11 \cdot \left( 2 \cdot 10^{-3} + \frac{68}{12,5 \cdot 10^4} \right)^{0,25} = 0,0248.$$

Коефіцієнт місцевого опору при різкому повороті на  $90^\circ$  (див. табл. Б.2)  $\zeta_{90^\circ} = 1,3$ . Коефіцієнт місцевого опору при різкому повороті на  $135^\circ$  знаходимо за формулою

$$\zeta_{135^\circ} = \zeta_{90^\circ} \cdot (1 - \cos \alpha) = 1,3 \cdot (1 - \cos 135^\circ) = 1,3 \cdot (1 - \sqrt{3}/2) = 0,17.$$

Два повороти під кутом  $\alpha = 135^\circ$  не впливають один на одного, якщо відстань між ними більша, ніж  $l_{\text{впл.}}$ , яку знаходимо за формулою

$$\frac{l_{\text{впл.}}}{d} = \frac{12}{\sqrt{\lambda}} - 50 = \frac{12}{\sqrt{0,0248}} - 50 = 26;$$
$$l_{\text{впл.}} = 26 \cdot d = 26 \cdot 0,025 = 0,65 \text{ м}.$$

Таким чином, якщо відстань між двома поворотами  $\alpha = 135^\circ$  більша, ніж  $l_{\text{впл.}} = 0,65$  м, місцеві опори не будуть впливати один на одного. У цьому випадку

$$\frac{\Delta P_{90^\circ}}{\Delta P_{135^\circ}} = \frac{\zeta_{90^\circ}}{2\zeta_{135^\circ}} = \frac{1,3}{2 \cdot 0,17} = 3,8.$$

Вставка може знизити втрати тиску орієнтовно в 4 рази.

## 5.4 Завдання на СРС

**5.4.1\*** Труба діаметром  $d_1$ , яка розташована горизонтально, раптово переходить в трубу діаметром  $d_2$ . Витрата води в трубі  $Q$ .

Потрібно визначити:

- а) втрати напору при раптовому розширенні труби;
- б) різницю тисків в обох трубах;
- в) втрати напору і різницю тисків для випадку, коли вода буде текти в протилежному напрямку ( тобто з широкої труби у вузьку );
- г) різницю тисків при поступовому розширенні труби ( вважаючи втрати напору дуже малими ).

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$d_1, \text{ м}$	0,05	0,07	0,075	0,08	0,085	0,09	0,095	0,11	0,115	0,12	0,125	0,13	0,135	0,14
$d_2, \text{ м}$	0,07	0,11	0,115	0,12	0,125	0,13	0,14	0,15	0,16	0,17	0,18	0,19	0,2	0,21
$Q, \text{ м}^3/\text{с}$	0,008	0,012	0,015	0,018	0,02	0,025	0,029	0,032	0,036	0,045	0,055	0,065	0,06	0,07

**5.4.2** Визначити втрати тиску при русі води в сталевому трубопроводі діаметром  $d$ , довжиною  $L$ , який складається із секцій довжиною по  $l$ , які зварені електродуговим зварюванням товщиною виступу стику над внутрішньою поверхнею трубопроводу  $\delta$ . Порівняти з втратами тиску в тому ж трубопроводі без врахування стиків, якщо витрата води  $Q$ , температура води  $t$ .

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$d, \text{ мм}$	0,06	0,07	0,09	0,2	0,11	0,125	0,15	0,16	0,17	0,18
$Q, \text{ м}^3/\text{с}$	0,015	0,024	0,039	0,2	0,052	0,08	0,11	0,135	0,14	0,18
$\delta, \text{ мм}$	2	2,5	3	3,5	4	2	2,5	3	3,5	4
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$L, \text{ м}$	250	180	240	245	90	110	210	207	152	119
$l, \text{ м}$	10	9	8	7	6	5	10	9	8	7
$t, \text{ }^\circ\text{C}$	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55

**5.4.3** У сталевому трубопроводі системи гарячого водопостачання діаметром  $d$ , довжиною  $l$  рухається вода зі швидкістю  $v$ . Температура води  $t$ . У трубопроводі є  $n$  поворотів (вигинів) під кутом  $\alpha$  і пробковий кран. Визначити втрати тиску.

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$d, \text{ мм}$	12,5	13,0	14,0	15,0	16,0	17,0	18,0	19,0	20,0	16,0
$l, \text{ м}$	120	110	120	130	140	150	160	170	180	200
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$v, \text{ м/с}$	0,8	0,6	0,7	0,8	0,9	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5
$\alpha, \text{ гр.}$	30	60	90	100	120	40	50	70	80	60
$t, \text{ }^\circ\text{C}$	40	45	50	55	60	65	70	75	65	60
$n$	2	2	3	3	4	4	5	6	5	6

**5.4.4** З метою обмеження витрати води у водогоні встановлена діафрагма. Надлишковий тиск в трубі до і після діафрагми сталий і рівний відповідно  $P_1$  та  $P_2$ . Діаметр труби  $D$ . Визначити необхідний діаметр отвору діафрагми  $d$  з таким розрахунком, щоб витрата в лінії була рівною  $Q$ .

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$P_1$ , кПа	63,7	50,3	87,2	23,1	32,5	48,3	57,1	37,2	41,1	59,1
$P_2$ , кПа	20,5	25,7	52,8	13,2	20,1	22,7	31,5	12,1	32,5	31,9
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$D$ , м	0,076	0,05	0,1	0,08	0,15	0,125	0,2	0,175	0,3	0,25
$Q$ , л/с	6,1	4,2	8,1	6,5	18	19,3	28,5	31	85	55

**5.4.5 \* Вода з температурою  $t$  рухається по теплової мережі. На початку і в кінці розглянутої ділянки встановлено манометри. Манометр на початку ділянки має покази  $P_{M1}$ . Визначити тиск  $P_{M2}$ , якщо діаметр вхідного перерізу  $D$ , а вихідного –  $d$ , еквівалентна шорсткість труб  $k_e = 0,5$  мм, трубопровід містить різке звуження та зворотний клапан, швидкість води у початковому перерізі  $v_1$  (рис. 5.2). Визначити також найменшу відстань між місцевими опорами, щоб не проявлявся їх взаємний вплив.**

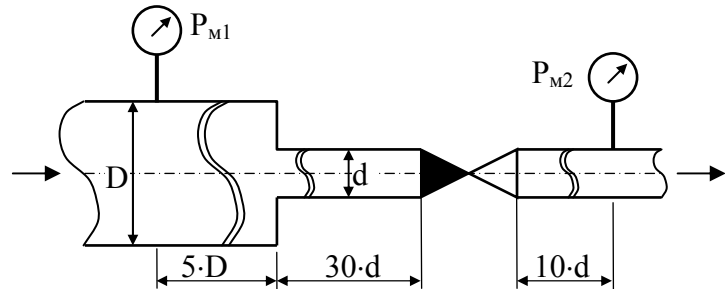


Рисунок 5.2

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$v_1$ , м/с	1,1	1,2	1,3	1,4	1,0	1,1	1,5	1,4	1,2	1,3
$t$ , °C	70	130	90	150	80	110	60	140	50	100
$P_{M1}$ , кПа	63,7	50,3	87,2	23,1	32,5	48,3	57,1	37,2	41,1	59,1
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$d$ , м	0,015	0,032	0,065	0,025	0,08	0,02	0,1	0,05	0,125	0,04
$D$ , м	0,032	0,08	0,10	0,040	0,15	0,05	0,15	0,125	0,25	0,065

**5.4.6 Розрахувати коефіцієнт місцевого опору фільтра, який встановлений на трубопроводі діаметром  $d$ , якщо перепад тиску на фільтрі при витраті води  $G$  (температура води  $t$ ) становить величину  $\Delta P = P_{M1} - P_{M2}$  (рис. 5.3).**

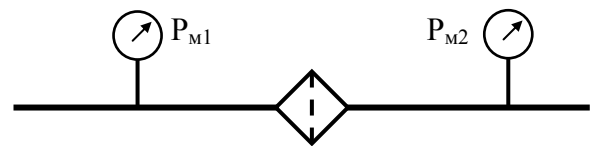


Рисунок 5.3

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$t$ , °C	5	10	15	20	25	30	5	10	15	20
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$G$ , кг/с	1,23	3,0	7,0	0,5	1,0	2,6	2,5	2,0	1,0	1,4
$d$ , мм	25	18	16	32	30	15	16	28	20	22
$\Delta P$ , бар	3,45	2,19	1,8	3,2	3,95	3,05	2,51	2,10	1,53	1,02

**5.4.7** В перерізах I-I і II-II, які розташовані на відстані  $L$  один від одного на скляному трубопроводі, встановлені п'єзометри. Визначити коефіцієнт місцевого опору, встановленого на скляному трубопроводі діаметром  $d$ , якщо при витраті води  $G$  (температура води  $t$ ) різниця показань п'єзометрів дорівнює  $h$  (рис. 5.4).

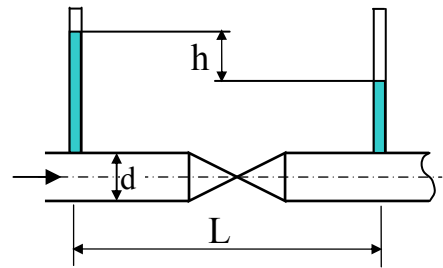


Рисунок 5.4

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$t, ^\circ\text{C}$	5	7	10	12	15	5	10	15	7	12
$G, \text{кг/с}$	0,38	0,39	0,40	0,41	0,42	0,43	0,38	0,39	0,40	0,42
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$L, \text{м}$	12,2	2,0	3,1	4,0	4,95	6,3	7,1	8,4	9,2	10,6
$d, \text{мм}$	30	15	16	18	20	22	24	12	14	28
$h, \text{мм}$	790	310	355	397	460	530	565	637	705	825

**5.4.8** Визначити втрати тиску (в Па, кПа, бар, атм, МПа) на вентилі, який встановлений на трубопроводі діаметром  $d$ , при витраті води  $G$  (рис. 5.5). Коефіцієнт місцевого опору  $\zeta$  заданий. Температура води  $t$ .

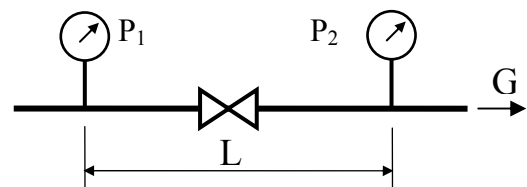


Рисунок 5.5

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$t, ^\circ\text{C}$	5	10	15	20	25	30	5	10	15	20
$\zeta$	30	3	4	5	6	7	9	14	19	26
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$G, \text{кг/с}$	1,3	0,21	0,29	0,41	0,53	0,62	0,74	0,79	0,9	1,1
$d, \text{мм}$	45	15	18	20	25	32	40	16	22	30

\* в розрахунках застосувати рівняння Бернуллі.

## 6 РІВНЯННЯ БЕРНУЛЛІ, РОЗРАХУНОК ПРОСТИХ ТРУБОПРОВОДІВ

### 6.1 Рівняння Бернуллі

Рівняння Бернуллі є основним рівнянням практичної гідродинаміки (Hydrodynamics). Воно відбиває зв'язок між тиском, середньою швидкістю і геометричною висотою в різних перерізах потоку.

Для двох довільних перерізів 1–1 та 2–2 потоку рівняння Бернуллі в формі напорів має такий вигляд

$$Z_1 + \frac{P_1}{\rho \cdot g} + \alpha_1 \cdot \frac{v_1^2}{2 \cdot g} = Z_2 + \frac{P_2}{\rho \cdot g} + \alpha_2 \cdot \frac{v_2^2}{2 \cdot g} + h_{\text{втр}}^{1-2} = H = \text{const}, \quad (6.1)$$

де  $Z_1$  – геометрична висота, яка характеризує потенціальну енергію положення одиниці ваги рідини (питома енергія положення);

$P/(\rho \cdot g)$  – п'езометрична висота, яка характеризує потенціальну енергію тиску одиниці ваги рідини (питома енергія тиску);

$\alpha \cdot v^2/(2 \cdot g)$  – швидкісна висота, яка характеризує кінетичну енергію одиниці ваги рідини (питома кінетична енергія);

$h_{\text{втр}}^{1-2}$  – втрачена висота, яка характеризує енергію одиниці ваги рідини, що витрачена на подолання гідравлічних опорів на шляху між перерізами, що розглядаються, (питома енергія, яка втрачається на шляху від першого до другого перерізу);

$\alpha$  – коефіцієнт нерівномірності розподілення швидкості по перерізу потоку (коефіцієнт Коріоліса), який являє собою відношення дійсної живої сили потоку до живої сили, яка розрахована за середньою швидкістю

$$\alpha = \left[ \int_{\omega} u^3 d\omega \right] / (v^3 \cdot \omega). \quad (6.2)$$

За допомогою рівняння Бернуллі розв'язується більшість задач практичної гідравліки. Для цього вибирають два перерізи по довжині потоку так, щоб для одного з них були відомі величини  $Z$ ,  $P$ , і  $v$ , а для другого – одна чи дві з них підлягали визначенню.

Величина  $h_{\text{втр}}$ , яка входить в рівняння Бернуллі, являє собою суму всіх втрат напору, які є на даній ділянці потоку. Втрати напору на подо-



ланья гідравлічних опорів  $h_{\text{втр}}$  звичайно поділяють на дві групи :

а) втрати напору, які розподілені по довжині потоку (лінійні),  $h_l$  – втрати на подолання опору тертя ;

б) місцеві втрати напору  $h_m$  – втрати, які викликані різкими змінами конфігурації потоку.

Повні втрати на даній ділянці  $h_{\text{втр}}$  дорівнюють сумі всіх втрат

$$h_{\text{втр}} = \Sigma h_l + \Sigma h_m, \quad (6.3)$$

Рівняння Бернуллі в формі тисків відносно одиниці об'єму має вигляд

$$\rho \cdot g \cdot Z_1 + P_1 + \alpha_1 \cdot \frac{\rho \cdot v_1^2}{2} = \rho \cdot g \cdot Z_2 + P_2 + \alpha_2 \cdot \frac{\rho \cdot v_2^2}{2} + \Delta P_{\text{втр}}. \quad (6.4)$$

Тут кожний член має розмірність тиску і являє собою енергію, яка віднесена до одиниці об'єму. Величину  $P$  називають статичним тиском на відміну від величини  $\alpha \cdot \rho \cdot v^2/2$ , яка характеризує динамічний тиск. Член, який враховує вплив сил ваги, часто називають гравітаційним тиском.

Рівняння (6.4) застосовується в тих випадках, коли п'єзометричні відмітки (на відміну від рівняння в формі напорів) не є характерними показниками роботи системи, зокрема, для вивчення руху газу (повітря).

Рівняння Бернуллі, яке віднесене до одиниці маси, називають основним рівнянням

$$g \cdot Z_1 + \frac{P_1}{\rho} + \alpha_1 \cdot \frac{v_1^2}{2} = g \cdot Z_2 + \frac{P_2}{\rho} + \alpha_2 \cdot \frac{v_2^2}{2} + E_{\text{п}}, \quad (6.5)$$

де  $E_{\text{п}}$  – частина механічної енергії, яка внаслідок в'язкості на ділянці між перерізами 1 і 2 необоротно перейшла в теплову форму енергії (процес дисипації). Ця теплова енергія розсіюється в навколишньому середовищі.

## 6.2 Прості трубопроводи: короткі і довгі

При гідравлічних розрахунках розглядається декілька видів трубопроводів.

**Прості** (Simple pipelines) – трубопроводи, котрі не мають в собі розгалужень. Вони можуть бути з'єднані так, що утворюють послідовні, паралельні з'єднання, або розгалужений трубопровід. (рис. 6.1 і рис. 6.2)

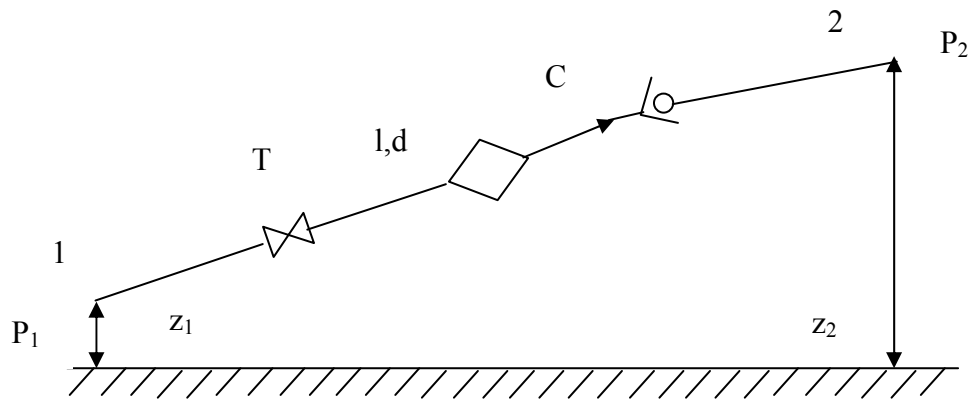


Рисунок 6.1 – Схема простого трубопроводу

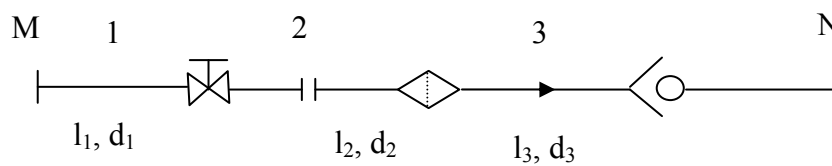


Рисунок 6.2 – Простий трубопровід змінного перерізу

Якщо трубопровід має декілька труб, які виходять із одного місця, то він називається розгалуженням.

### ***Короткі і довгі трубопроводи***

В основі розрахунків трубопроводів лежать формула Дарсі для визначення втрат напора на тертя по довжині і формула Вейсбаха для місцевих втрат.

При ламінарному режимі зручно користуватись законом Пуазейля

$$h_l = \frac{128 \cdot \nu \cdot l \cdot Q}{\pi \cdot g \cdot d^4}, \quad (6.6)$$

або 
$$\Delta P_l = \frac{128 \cdot \nu \cdot \rho \cdot l \cdot Q}{\pi \cdot d^4}. \quad (6.7)$$

### ***Турбулентна течія***

Формула Дарсі через витрати

$$h_l = \lambda_{\tau} \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{8Q^2}{g \cdot \pi^2 \cdot d^4}. \quad (6.8)$$

Для визначення коефіцієнта тертя по довжині труби застосовується універсальна формула Альтшуля

$$\lambda_T = 0,11 \cdot \left( \frac{68}{\text{Re}} + \frac{k_e}{d} \right)^{0,25} \quad (6.9)$$

Для гладких труб при малих  $\text{Re}$  і  $k_e/d$  – формула Блаузіуса

$$\lambda_T = \frac{0,316}{\sqrt[4]{\text{Re}}} \quad (6.10)$$

При великих  $\text{Re}$  і  $k_e/d$ , квадратична область –

$$\lambda_T = 0,11 \cdot \left( \frac{k_e}{d} \right)^{0,25} \quad (6.11)$$

Сумарна втрата напору в простому трубопроводі складається із втрат на тертя по довжині і місцевих втрат

$$\sum h_{\text{втр}} = h_l + \sum h_m = \left( \lambda \cdot \frac{l}{d} + \sum \zeta \right) \cdot \frac{8 \cdot Q^2}{g \cdot \pi^2 \cdot d^4} \quad (6.12)$$

Формула (6.12) в принципі справедлива для обох режимів течії, однак при ламінарному режимі частіше використовують формулу (6.6) із заміною в ній фактичної довжини трубопроводу розрахунковою, яка дорівнює  $l_{\text{розр}} = l + l_{\text{ек}}$ , де  $l_{\text{ек}}$  – довжина, еквівалентна всім гідравлічним опорам в трубопроводі.

Розрахунок простих трубопроводів проводиться із застосуванням рівняння Бернуллі. Нижче наводяться залежності, які одержані із застосуванням рівняння Бернуллі.

Якщо в трубопроводі необхідно забезпечити витрати рідини  $Q$ , то потрібний для цього напір  $H_{\text{потр}}$ , тобто п'єзометрична висота в початковому перерізі  $P_1/(\rho \cdot g)$ , визначається за формулою

$$\frac{P_1}{\rho \cdot g} = H_{\text{потр}} = \sum h_{\text{втр}} + H_{\text{ст}} \quad (6.13)$$

де  $\sum h_{\text{втр}}$  – сумарні втрати напору на опір в трубопроводі;

$H_{\text{ст}}$  – статичний напір, який включає геометричну висоту  $\Delta Z$ , на котру необхідно підняти рідину в процесі її руху по трубопроводу, і п'єзометричну висоту в кінцевому перерізі трубопроводу  $P_2/(\rho \cdot g)$ , тобто

$$H_{\text{ст}} = \Delta Z + \frac{P_2}{\rho g}. \quad (6.14)$$

Звичайно втрати виражають через витрати, і тоді формула (6.13) приймає вигляд

$$H_{\text{потр}} = H_{\text{ст}} + K \cdot Q^m. \quad (6.15)$$

З достатнім ступенем точності можна прийняти:

- для ламінарного режиму течії

$$K = \frac{128 \cdot \nu \cdot l_{\text{розр}}}{\pi \cdot g \cdot d^4}, m = 1; \quad (6.16)$$

- для турбулентного режиму течії

$$K = \left( \lambda_{\text{т}} \cdot \frac{l}{d} + \sum \xi \right) \cdot \frac{8}{g \cdot \pi^2 \cdot d^4}, 1 < m < 2; \quad (6.17)$$

- для розвиненого турбулентного режиму течії (квадратична область)

$$K = \left( \lambda_{\text{т}} \cdot \frac{l}{d} + \sum \xi \right) \cdot \frac{8}{g \cdot \pi^2 \cdot d^4}, m = 2. \quad (6.18)$$

Згідно з формулами (6.16) і (6.18), характеристики необхідного напору  $H_{\text{потр}} = f(Q)$  і трубопроводів  $\sum h_{\text{втр}} = \varphi(Q)$  при ламінарній течії – прямі лінії, а при турбулентній – параболи 2-го ступеня.

## 6.3 Приклади

**6.3.1** Визначити швидкість газів в газоході парового котла, якщо динамічний напір, заміряний за допомогою спиртового манометра, рівний  $h_{\text{ст}} = 4$  мм, середня температура газів в газоході  $t_{\text{г}} = 367^\circ\text{C}$ . Густина газів за нормальних фізичних умов  $\rho_{\text{г}} = 1,29$  кг/м<sup>3</sup>; густина спирту  $\rho_{\text{сп}} = 0,8$  кг/м<sup>3</sup>;  $\varphi = 0,98$ .

*Розв'язування*

Швидкість газів в газоході визначається за формулою

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_{\text{г}}},$$

де  $h_{\text{г}}$  - динамічний напір, м газ. ст.

Густина газів при  $t_r = 367^\circ\text{C}$

$$\rho_r = \rho_r^0 \cdot [273/(273 + t_r)] = 1,29 \cdot [273/(273 + 367)] = 0,55 \text{ кг/м}^3,$$

тоді динамічний напір в метрах газового стовпа буде рівний

$$h_r = (h_{\text{ст}} \cdot \rho_{\text{ст}}) / \rho_r = (0,004 \cdot 0,8) / 0,55 = 5,82 \text{ м газ. ст.}$$

Швидкість газів

$$v = \varphi \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h_r} = 0,98 \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 5,82} = 9,3 \text{ м/с.}$$

**6.3.2** Визначити теоретичну витрату води, якщо різниця напорів у великому і малому перерізах водоміра Вентурі  $\Delta h_{\text{рт}} = 500$  мм рт. ст. Діаметр трубопроводу  $D = 300$  мм, діаметр циліндричної ділянки водоміра  $d = 100$  мм (рис. 6.5).

*Розв'язування*

Для розв'язання скористаємося формулою

$$Q = \omega_1 \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot \Delta h}{(\omega_1/\omega_2)^2 - 1}}.$$

Різниця п'єзометричних напорів у метрах водяного стовпа

$$\Delta h = \frac{\Delta h_{\text{рт}} \cdot (\rho_{\text{рт}} - \rho_{\text{в}}) \cdot g}{\rho_{\text{в}} \cdot g} = \frac{0,5 \cdot (13,6 - 1) \cdot 10^3}{1 \cdot 10^3} = 6,3 \text{ м.}$$

Витрата води

$$Q = \frac{3,14 \cdot 0,3^2}{4} \sqrt{\frac{2 \cdot 9,81 \cdot 6,3}{(0,3^2/0,1^2)^2 - 1}} = 0,08715 \text{ м}^3/\text{с.}$$

**6.3.3** Визначити режим руху води у стані насичення по трубопроводу, що має внутрішній діаметр 125 мм, при об'ємній витраті  $Q_t = 88,2$  м<sup>3</sup>/год. Температура води 150 °С.

*Розв'язування*

Для того, щоб визначити режим руху води по трубопроводу, необхідно обчислити критерій Рейнольдса

$$Re = \frac{v \cdot d}{\nu}$$

Швидкість руху води рівна

$$v = \frac{Q_t}{\omega} = \frac{Q_t}{\pi \cdot d^2 / 4} = \frac{88,2 \cdot 4}{3600 \cdot 3,14 \cdot 0,125^2} = 2 \text{ м/с.}$$

З табл. А1.12 знаходимо  $\mu$  для води при  $t = 150 \text{ }^\circ\text{C}$ :

$$\mu = 186,2 \cdot 10^{-6} \text{ Н}\cdot\text{с/м}^2.$$

Тоді  $\nu = \mu/\rho = 186,2 \cdot 10^{-6} / 917 = 0,203 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ .

Оскільки

$$Re = \frac{2 \cdot 0,125}{0,202 \cdot 10^{-6}} = 1,18 \cdot 10^6 \gg 2300,$$

то режим руху води турбулентний.

**6.3.4** Для потреб гарячого водопостачання до споживачів подається вода в кількості  $Q = 200 \text{ м}^3/\text{год}$  при температурі  $t = 70^\circ\text{C}$ . Довжина трубопроводу  $l = 1000 \text{ м}$ , внутрішній діаметр  $d_T = 259 \text{ мм}$ , тиск води на початку лінії  $P_1 = 5 \text{ кгс/см}^2$ . Відмітка осі трубопроводу в кінцевій точці на  $2 \text{ м}$  вища початкової. Визначити повний напір і тиск на початку і кінці трубопроводу, якщо шорсткість труб  $k_e = 5 \cdot 10^{-4} \text{ м}$ , а втрата напору в місцевих опорах рівна  $10 \%$  лінійних втрат.

*Розв'язування*

Повний напір в початковій точці визначається за рівнянням Бернуллі

$$H_1 = Z_1 + \frac{P_1}{\rho \cdot g} + \frac{v_1^2}{2 \cdot g}.$$

Напір в кінці трубопроводу

$$H_2 = H_1 - \Sigma h_{\text{втр}}.$$

Втрати напору визначимо за рівнянням

$$\sum h_{\text{втр}} = h_l + \sum h_m = 1,1 \cdot h_l = 1,1 \cdot \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g}.$$

Визначимо характер руху рідини в трубопроводі

$$v_{\text{гр}} = 568 \cdot \frac{v}{k_e}.$$

При  $t = 70 \text{ }^\circ\text{C}$  коефіцієнт кінематичної в'язкості (див. табл. А.12)  
 $v = 0,416 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$

$$v_{\text{гр}} = 568 \cdot \frac{0,416 \cdot 10^{-6}}{5 \cdot 10^{-4}} = 0,472 \text{ м/с}.$$

Швидкість води в трубопроводі

$$v = \frac{4 \cdot Q}{3600 \cdot \pi \cdot d^2} = \frac{4 \cdot 200}{3600 \cdot 3,14 \cdot 0,259^2} = 1,055 \text{ м/с}.$$

Оскільки  $v > v_{\text{гр}}$ , то коефіцієнт гідравлічного тертя слід визначати за формулою Шифринсона

$$\lambda = 0,11 \cdot \left( \frac{k_e}{d} \right)^{0,25} = 0,11 \cdot \left( \frac{0,0005}{0,259} \right)^{0,25} = 0,024.$$

Зрештою знайдемо втрати напору за умови, що  $\rho_v = 977,81 \text{ кг/м}^3$  (див. табл. А.12), з урахуванням місцевих втрат, які за умовою задачі складають 0,1 лінійних

$$\sum h_{\text{втр}} = 1,1 \cdot 0,024 \cdot \frac{1000}{0,259} \cdot \frac{1,055^2}{2 \cdot g} = 5,78 \text{ м вод. ст. або } 55467 \text{ Па}.$$

Якщо прийняти за початок відліку  $Z_1 = 0$ , то

$$H_1 = 0 + \frac{5 \cdot 9,81 \cdot 10^4}{977,81 \cdot 9,81} + \frac{1,055^2}{2 \cdot 9,81} = 51,186 \text{ м};$$

$$H_2 = 51,186 - 5,78 = 45,406 \text{ м}.$$

Тиск в кінці трубопроводу (згідно з рівнянням Бернуллі)

$$P_2 = P_1 - \rho \cdot g \cdot [\Sigma h_{\text{втр}} + (Z_2 - Z_1)] = 5 \cdot 98066,5 - 55467 - (2 - 0) \cdot 977,81 \cdot 9,91 = \\ = 415681 \text{ Па або } 4,24 \text{ кгс/см}^2.$$

**6.3.5** Визначити максимальну швидкість води ( $\rho_{\text{в}}=1000 \text{ кг/м}^3$ ) в трубопроводі, якщо різниця повного і п'єзометричного напорів за ртутним дифманометром рівна 20 мм рт. ст.

*Розв'язування*

Максимальна швидкість води в трубі матиме місце в центрі труби, тобто, збігатиметься з віссю установлення трубки для виміру швидкісного напору. Запишемо розрахункову формулу

$$v_{\text{макс}} = a \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot \Delta h \cdot \left( \frac{\rho_{\text{рт}}}{\rho_{\text{в}}} - 1 \right)},$$

де  $\rho_{\text{рт}} = 13\,600 \text{ кг/м}^3$ ,

$$v_{\text{макс}} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 20 \cdot 10^{-3} \cdot \left( \frac{13600}{1000} - 1 \right)} = 2,44 \text{ м/с}.$$

**6.3.6** Визначити можливу витрату води з водопроводу в будівлі, розташованій на відстані 1 км від водонапірної башти, якщо відомо, що рівень води в башті підтримується постійним на висоті 20 м. Вода в будівлю повинна бути подана на висоту 10 м. Водопровід має внутрішній діаметр  $d = 175 \text{ мм}$  і прокладений по прямій між водонапірною баштою і будівлею.

*Розв'язування*

Для визначення витрати води з водопроводу,  $\text{м}^3/\text{с}$ , скористаємося формулою

$$Q = K \cdot \sqrt{\Sigma h_{\text{втр}}/L},$$

де  $K$  – витратна характеристика труби, визначається за [23]; для  $d = 175 \text{ мм}$  знаходимо  $K^2 = 0,05274$

Втрата напору визначається різницею висот рівня води в башті і в будівлі  $\Sigma h_{\text{втр}} = 20 - 10 = 10 \text{ м}$ .

Тоді

$$Q = \sqrt{K^2 \cdot \frac{\Sigma h_{\text{втр}}}{L}} = \sqrt{0,05274 \cdot \frac{10}{1000}} = 0,023 \text{ м}^3/\text{с}.$$



**6.3.7** Визначити необхідну висоту рівня води в напірному баці, призначеному для подачі води споживачам по трубопроводу діаметром  $d = 125$  мм і завдовжки  $l = 1200$  м, якщо витрата  $Q = 60$  м<sup>3</sup>/год.

*Розв'язування*

Висота рівня водопровідного бака повинна бути такою, щоб подолати опори на шляху від бака до споживача. Отже, висота рівня води в баку повинна бути рівною або більше втрат напору

$$h \geq \Sigma h_{\text{втр}} = Q^2 \cdot \frac{l}{K^2}.$$

Витратну характеристику  $K$  знаходимо за [23]. При  $d = 125$  мм :  $K^2 = 0,009416$ .

Тоді

$$h \geq \left( \frac{60}{3600} \right)^2 \cdot \frac{1200}{0,009416} = 35,5 \text{ м.}$$

**6.3.8** Із відкритого резервуара А, в якому підтримується сталий рівень рідини, по трубопроводу із двох послідовно з'єднаних труб рідина (вода) перетікає у резервуар Б (рис. 6.3). Різниця рівнів води в резервуарах дорівнює  $H$ . Довжина труб  $l_1, l_2$ , а їх внутрішні діаметри  $d_1, d_2$ .

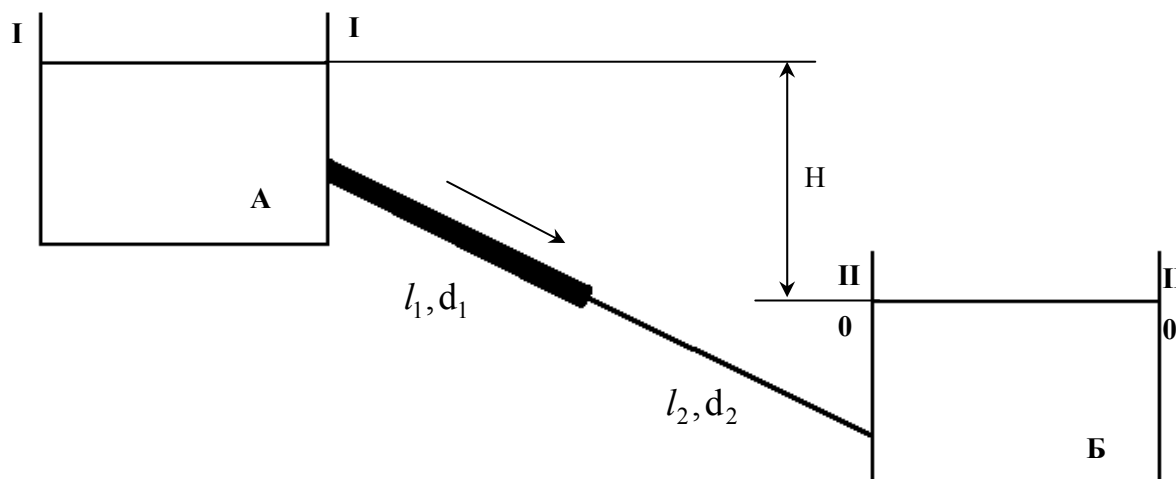


Рисунок 6.3

Дано:  $H = 27$  м;  $l_1 = 30$  м;  $l_2 = 10,5$  м;  $d_1 = 22$  мм;  $d_2 = 60$  мм; коефіцієнт тертя по довжині труби  $\lambda = 0,028$ .

Визначити :  $Q$ ?

### Розв'язування

На рис. 6.3 подана розрахункова схема, на якій позначимо діаметри та довжини труб, різницю рівнів рідини.

Для розв'язання задачі застосовуємо рівняння Бернуллі. Для цього вибираємо площину порівняння 0-0, вона повинна бути горизонтальною і мати два перерізи по довжині потоку I-I та II-II.

Перерізи вибираються за напрямком руху рідини так, щоб для одного з них були відомі всі величини ( $Z$ ,  $P$ ,  $v$ ), а для другого – одна чи дві з них підлягали визначенню.

В даному випадку переріз I-I збігається з рівнем рідини в резервуарі А, переріз II-II збігається з рівнем рідини в резервуарі Б і з площиною порівняння 0-0.

Запишемо рівняння Бернуллі в загальному вигляді

$$Z_I + \frac{P_I}{\rho \cdot g} + \frac{\alpha_1 \cdot v_I^2}{2 \cdot g} = Z_{II} + \frac{P_{II}}{\rho \cdot g} + \frac{\alpha_2 \cdot v_{II}^2}{2 \cdot g} + h_{\text{втр}},$$

де  $Z_I, Z_{II}$  - геометрична висота, яка характеризує потенціальну енергію положення одиниці ваги рідини;

$\frac{P_I}{\rho \cdot g}, \frac{P_{II}}{\rho \cdot g}$  - п'єзометрична висота, яка характеризує потенціальну

енергію тиску одиниці ваги рідини (питома енергія тиску);

$\frac{\alpha_1 \cdot v_I^2}{2 \cdot g}, \frac{\alpha_2 \cdot v_{II}^2}{2 \cdot g}$  - швидкісна висота, що характеризує кінетичну енергію

одиниці ваги рідини;

$h_{\text{втр}}$  - втрачена висота, яка характеризує енергію одиниці ваги рідини, що витрачена на подолання гідравлічних опорів на шляху між перерізами.

Приймаємо  $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ .

Згідно з розрахунковою схемою:  $Z_I = H$ ;  $Z_{II} = 0$ ;  $P_I = P_{II} = P_{\text{атм}}$ ;  $v_I = v_{II} = 0$ , оскільки площі живого перерізу ємностей А і Б значно більші площ живого перерізу першої і другої труби.

Втрати енергії I-I і II-II визначаємо так

$$h_{\text{втр}} = h_{\text{вх}} + h_{/1} + h_{\text{р.р.}} + h_{/2} + h_{\text{вих}},$$

де  $h_{\text{вх}} = \zeta_{\text{вх}} \frac{v_1^2}{2g}$  - втрати енергії (напору) на вході води в першу трубу,

м вод. ст.;

$\zeta_{\text{вх}}$  – коефіцієнт місцевого опору входу води в першу трубу,  $\zeta_{\text{вх}} = 0,5$ ;  
 $v_1$  – середня швидкість води в першій трубі, м/с,  $v_1 = 4 \cdot Q / (\pi \cdot d_1^2)$ .

$$h_{l_1} = \lambda \cdot \frac{l_1}{d_1} \cdot \frac{v_1^2}{2g} \text{ – втрати енергії (напору) по довжині першої труби,}$$

м вод. ст;

$$h_{\text{р.р}} = \zeta_{\text{р.р}} \cdot \frac{v_2^2}{2g} \text{ – втрати енергії (напору) в раптовому розширенні,}$$

м. вод. ст.,

де  $\frac{v_2^2}{2g}$  – швидкісний напір, який розраховується за швидкістю за місцевим опором;

цеvim опором;

$$\xi_{\text{р.р}} = \left( \frac{\omega_2}{\omega_1} - 1 \right) = \left( \frac{0,028}{0,00038} - 1 \right) = 6,4 \text{ коефіцієнт місцевого опору в рапто-}$$

вому розширенні,  $n = \omega_2/\omega_1$ ;  $\omega_1, \omega_2$  відповідно площа живого перерізу першої і другої труби, м<sup>2</sup>;

$$\omega_1 = \frac{\pi d_1^2}{4} = \frac{\pi \cdot 0,022^2}{4} = 0,00038, \quad \omega_2 = \frac{\pi d_2^2}{4} = \frac{\pi \cdot 0,06^2}{4} = 0,0028;$$

$$h_{l_2} = \lambda \cdot \frac{l_2}{d_2} \cdot \frac{v_2^2}{2g} \text{ втрати енергії (напору) по довжині другої труби,}$$

м вод. ст;

$$v_2 \text{ – середня швидкість води в другій трубі, м/с, } v_2 = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d_2^2};$$

$$h_{\text{вих}} = \zeta_{\text{вих}} \cdot \frac{v_2^2}{2g} \text{ втрати енергії (напору) на виході води з другої труби у}$$

великий об'єм, м вод. ст;

$\zeta_{\text{вих}}$  коефіцієнт місцевого опору на виході води з другої труби у великий об'єм, м.вод.ст,  $\zeta_{\text{вих}}=1,0$ .

Підставимо всі вирази для визначення втрат в рівняння Бернуллі.

Тоді рівняння Бернуллі стосовно конкретної розрахункової схеми буде мати такий вигляд

$$H = \zeta_{\text{вх}} \cdot \frac{v_1^2}{2g} + \lambda \cdot \frac{l_1}{d_1} \cdot \frac{v_1^2}{2g} + \zeta_{\text{р.р}} \cdot \frac{v_2^2}{2g} + \lambda \cdot \frac{l_2}{d_2} \cdot \frac{v_2^2}{2g} + \zeta_{\text{вих}} \cdot \frac{v_2^2}{2g}.$$

Виразимо  $v_1$  і  $v_2$  через  $Q$ , отримаємо

$$H = \zeta_{\text{вх}} \cdot \left( \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d_1^2} \right)^2 \cdot \frac{1}{2 \cdot g} + \lambda \cdot \frac{l_1}{d_1} \cdot \left( \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d_1^2} \right)^2 \cdot \frac{1}{2 \cdot g} + \zeta_{\text{р.р}} \cdot \left( \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d_2^2} \right)^2 \cdot \frac{1}{2 \cdot g} + \\ + \lambda \cdot \frac{l_2}{d_2} \cdot \left( \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d_2^2} \right)^2 \cdot \frac{1}{2 \cdot g} + \zeta_{\text{вих}} \cdot \left( \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d_2^2} \right)^2 \cdot \frac{1}{2 \cdot g}.$$

Розв'яжемо отриманий вираз відносно Q, маємо:

$$Q = \sqrt[0,5]{H \cdot \left[ \frac{16}{\pi^2 \cdot d_1^4 \cdot 2g} \cdot \left( \zeta_{\text{вх}} + \lambda \cdot \frac{l_1}{d_1} \right) + \frac{16}{\pi^2 \cdot d_2^4 \cdot 2g} \cdot \left( \zeta_{\text{р.р}} + \lambda \cdot \frac{l_2}{d_2} + \zeta_{\text{вих}} \right) \right]^{-1}};$$

$$Q = \left( 27 \cdot \left[ \frac{16}{\pi^2 \cdot 0,022^4 \cdot 2g} \cdot \left( 0,5 + 0,028 \cdot \frac{30}{0,022} \right) + \frac{16}{\pi^2 \cdot 0,06^4 \cdot 2g} \cdot \left( 6,4 + \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. + 0,028 \cdot \frac{10,5}{0,06} + 1,0 \right) \right]^{-1} \right)^{0,5} = 0,0014 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Швидкість в першій та другій трубі

$$v_1 = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d_1^2} = \frac{4 \cdot 0,0014}{\pi \cdot 0,022^2} = 3,69 \text{ (м/с)}; \quad v_2 = \frac{4 \cdot Q}{\pi d_2^2} = \frac{4 \cdot 0,0014}{\pi \cdot 0,06^2} = 0,495 \text{ (м/с)}.$$

## 6.4 Завдання на СРС

**6.4.1** Визначити можливу витрату води з бака біля споживача, що знаходиться на відстані 300 м, якщо трубопровід має внутрішній діаметр  $d = 150$  мм, а рівень води в баку підтримується постійним на висоті 18 м.

*Відповідь:*  $Q = 133 \text{ м}^3/\text{год}$ .

**6.4.2** Визначити діаметр труби, через яку необхідно подати  $180 \text{ м}^3/\text{год}$  води на відстань 300 м, якщо рівень води в напірному баку на 15 м вищий за місце водозабору.

*Відповідь:*  $d = 175 \text{ мм}$ .

**6.4.3** Визначимо максимальну швидкість води в трубопроводі, якщо різниця рівнів ртуті в U-подібному манометрі, приєднаному до напірної трубки, рівна 10 мм рт. ст.

*Відповідь:*  $v = 1,54 \text{ м/с}$ .

**6.4.4** Для визначення витрати бензину, що подається по трубі діаметром  $D = 20$  мм, встановлено сопло діаметром  $d = 10$  мм і приєднані п'єзо-

метри (рис. 6.4). Визначити витрату бензину по трубі, якщо різниця рівнів бензину в п'єзометрах  $\Delta h = 1$  м.

Коефіцієнт витрати сопла  $\mu = 1$ .

Відповідь:  $Q = 0,799$  л/с.

**6.4.5** Визначити витрату води, якщо різниця п'єзометричних напорів у великому і малому перерізах водомірної труби (рис. 6.5)  $\Delta h = 250$  мм, діаметр великого перерізу  $D = 200$  мм, діаметр малого перерізу  $d = 100$  мм. Коефіцієнт витрати  $\mu = 0,98$ .

Відповідь:  $Q = 0,0176$  м<sup>3</sup>/с.

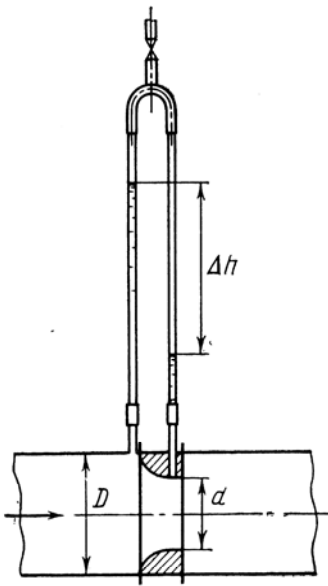


Рисунок 6.4

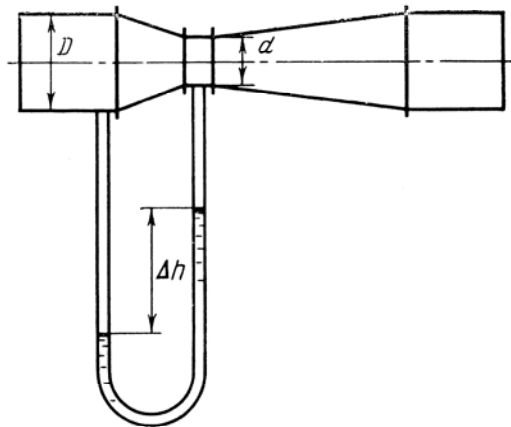


Рисунок 6.5

**6.4.6** Для визначення витрати води встановлений водомір Вентурі наступних геометричних розмірів:  $D = 50$  мм,  $d = 30$  мм (рис. 6.5). Визначити витрату води, якщо різниця рівнів ртуті в U-подібному диференціальному манометрі  $\Delta h = 400$  мм.

Відповідь:  $Q = 7,5$  л/с.

**6.4.7** Визначити граничну швидкість для насиченої пари з  $t_n = 250$  °С. Абсолютна шорсткість паропроводу  $k_e = 2 \cdot 10^{-4}$  м.

Відповідь:  $v_{гр} = 2,59$  м/с.

**6.4.8** Із отвору у бічній стінці посудини (рис. 6.6) по горизонтальній трубі змінного

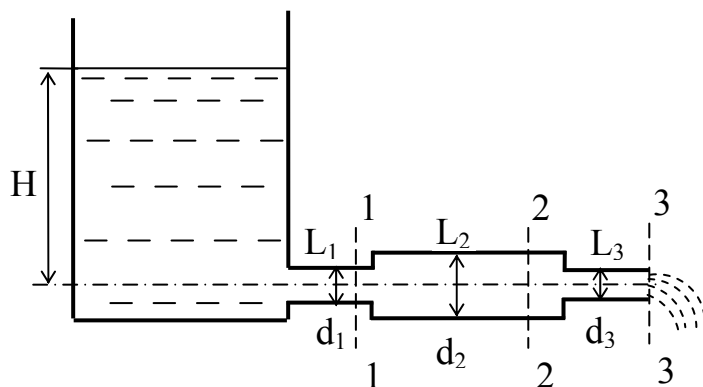


Рисунок 6.6

перерізу витікає вода. Визначити витрату води  $Q$ , а також середні швидкості і тиски у перерізі трубопроводу 1, 2 і 3, якщо рівень води у посудині постійний за умови, що відомі діаметри трубопроводу  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $d_3$ , а рівень води у посудині відносно осі трубопроводу  $H$ . Гідравлічними втратами у трубі знехтувати.

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$H$ , м	1,8	2,0	2,5	3,0	2,3	2,7	1,9	1,1	1,3	1,5
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$d_1$ , мм	40	32	25	50	70	100	80	125	250	200
$d_2$ , мм	80	100	70	125	150	225	250	300	350	400
$d_3$ , мм	15	20	20	32	40	50	70	80	100	125

**6.4.9** Чому повинен дорівнювати манометричний тиск  $P_M$  на поверхні рідини в закритому резервуарі А (рис. 6.7) для того, щоб забезпечити подачу рідини Ж в кількості  $Q$  при температурі  $20\text{ }^\circ\text{C}$  у відкритий резервуар Б? Різниця рівнів в резервуарах –  $H$ . Трубопровід має довжину  $2l$  і діаметр  $d$ . Посередині нього встановлений клапан К, коефіцієнт місцевого опору  $\zeta_{\text{кл}}$ .

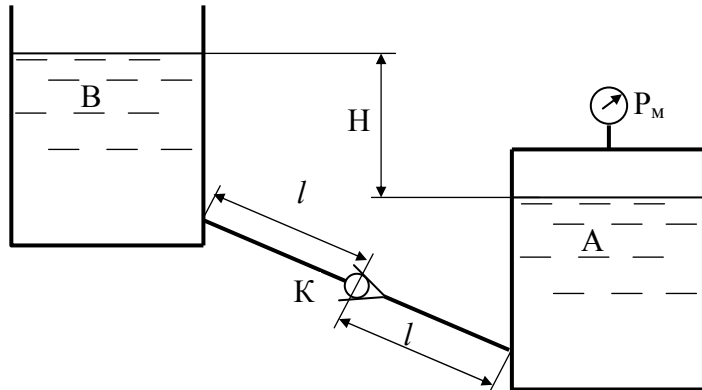


Рисунок 6.7

Остання цифра шифру	Матеріал труби	Рідини Ж	$Q$ , л/с	$d$ , мм	Передостання цифра шифру	$l$ , м	$H$ , м	$\zeta_{\text{кл}}$
0	Сталеві нові	гас	0,3	20	0	6	3	5,0
1	Сталеві старі	нафта	2,8	60	1	7	4	5,2
2	Скляні	спирт	0,35	23	2	8	5	5,4
3	Кол. метал	бензин	0,65	28	3	9	6	5,6
4	Оцинковані нові	вода	0,7	30	4	10	7	5,8
5	Оцинковані старі	вода	0,95	33	5	11	8	6,0
6	Чавунні нові	вода	1,1	37	6	12	6,5	6,2
7	Чавунні старі	вода	1,1	35	7	13	5,5	6,4
8	Чавунні дуже старі	вода	0,25	18	8	14	6,3	6,6
9	Сталеві дуже іржаві	вода	2,6	51	9	15	8,2	6,8

**6.4.10** Вода перетікає із бака А в резервуар В через вентиль з коефіцієнтом опору  $\zeta_v = 5$  по трубах:  $L_1$ ,  $d_1$ ;  $L_2$ ,  $d_2$ ;  $L_3$ ,  $d_3$  (рис. 6.8). Вважаючи режим руху турбулентним і, прийнявши коефіцієнт тертя по довжині  $\lambda$ , визначити витрату. Врахувати втрати напору при раптових звуженнях і розширеннях. Висоти:  $H_1$  і  $H_2$ ; надлишковий тиск в баці  $P_0$ .

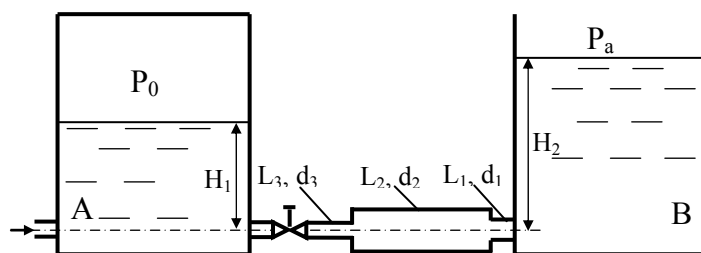


Рисунок 6.8

Остання цифра шифру	$L_1$ , м	$d_1$ , мм	$L_2$ , м	$d_2$ , мм	$L_3$ , м	$d_3$ , мм	Передостання цифра шифру	$\lambda$	$H_1$ , м	$H_2$ , м	$P_0$ , МПа
0	14	20	16	32	15	25	0	0,026	1,1	2,2	0,21
1	16	32	18	50	17	40	1	0,025	1,3	1,9	0,19
2	18	25	20	40	19	20	2	0,024	1,4	2,6	0,18
3	20	40	22	70	21	50	3	0,023	1,5	2,8	0,22
4	22	50	24	70	23	40	4	0,022	1,6	2,3	0,23
5	24	70	32	90	28	80	5	0,027	1,7	3,1	0,24
6	32	80	36	125	34	90	6	0,028	1,8	3,6	0,17
7	36	90	40	125	38	70	7	0,029	1,9	4,0	0,16
8	40	100	42	150	41	125	8	0,03	2,0	4,5	0,25
9	42	125	47	150	44	100	9	0,031	2,2	4,8	0,27

**6.4.11** З ріки потік води з витратою  $Q$  надходить в колодезь по трубі довжиною  $L$  (рис. 6.9). Визначити діаметр труби  $d$ , якщо різниця рівнів в річці і в колодезі  $H$ . Коефіцієнт Дарсі прийняти  $\lambda$ . Швидкостями руху води на вільній поверхні в річці і в колодезі знехтувати. При підборі діаметра слід враховувати стандартні розміри труби.

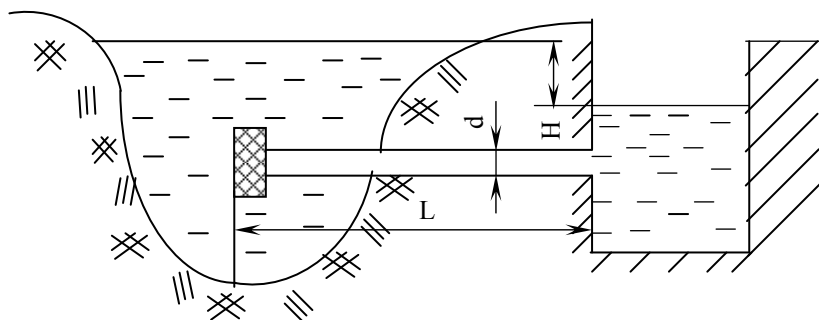


Рисунок 6.9

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$Q$ , л/с	60	59	58	57	56	55	54	53	52	51
$\lambda$	0,022	0,023	0,024	0,025	0,026	0,027	0,028	0,029	0,030	0,031
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$L$ , м	120	125	130	140	145	150	155	160	165	170
$H$ , м	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4

**6.4.12.** Із великого відкритого резервуару А, в котрому підтримується сталлий рівень рідини, по трубопроводу, який складається із двох послідовно з'єднаних труб, рідина Р, при температурі 20°C, тече в резервуар В. Різниця рівнів рідини в резервуарах дорівнює Н

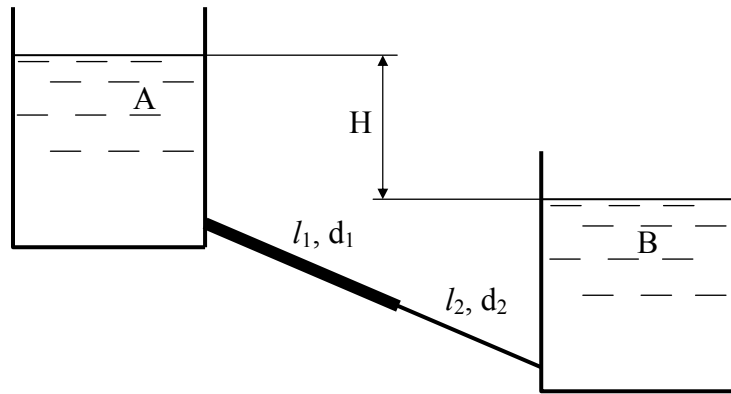


Рисунок 6.10

(рис. 6.10). Довжина труб  $l_1$  і  $l_2$ , а їх діаметри  $d_1$  і  $d_2$ . Визначити витрату  $Q$  рідини, яка рухається по трубопроводу. Місцеві витрати напору  $\zeta_{\text{вх}}=0,5$ ,  $\zeta_{\text{вих}}=1$ . Коефіцієнт опору раптового звуження труби визначається за формулою Ідельчика. Матеріал і характеристика трубопроводу наведені в таблиці.

Остання цифра шифру	Матеріал і хар-ка трубопроводу	Рідина при $t=20^\circ\text{C}$	H, м	$l_1$ , м	$d_1$ , мм	Передостання цифра шифру	$l_2$ , м	$d_2$ , мм
0	Безшовні сталеві/БС/ нові	вода	9.5	12	20	0	30	38
1	БС старі	бензин	11	14	23	1	32	42
2	Сталеві зварні/СЗ/ нові	гліцерин	14	16	15	2	33	20
3	СЗ неон. корозія	диз. пал.	15	18	25	3	34	32
4	СЗ в міру іржаві	гас	16	20	32	4	35	50
5	СЗ старі іржаві	нафта	18	22	40	5	36	70
6	СЗ сильно іржаві	спирт етиловий	20	24	50	6	38	80
7	скляні	масло кастор.	23	26	20	7	40	30
8	Барвн. мет.	масло льняне	24	28	25	8	14,5	32
9	БС старі	масло мінер.	27	30	22	9	10,5	60

**6.4.13.** В бак подається вода з витратою  $Q$  (рис. 6.11). Щоб запобігти його переповненню встановлена зливна труба з  $d$  і загальною довжиною  $L$ . Визначити при якому напорі  $H$  рівень води в баці стане сталим. Коефіцієнт Дарсі  $\lambda$ .

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$d$ , мм	150	125	100	150	125	100	150	125	100	150
$Q$ , л/с	49	37	20	52	38	23	54	34	25	46
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$L$ , м	8,5	9,0	9,5	10	10,5	11,0	11,5	12,0	12,5	14,0
$\lambda$	0,03	0,029	0,028	0,027	0,026	0,025	0,024	0,023	0,022	0,021



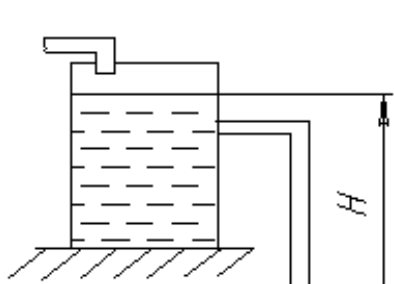


Рисунок 6.11

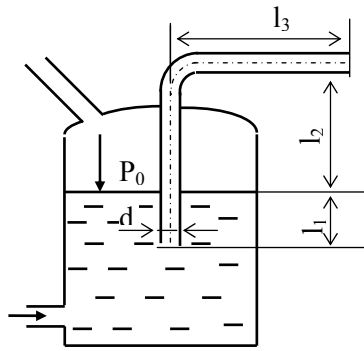


Рисунок 6.12

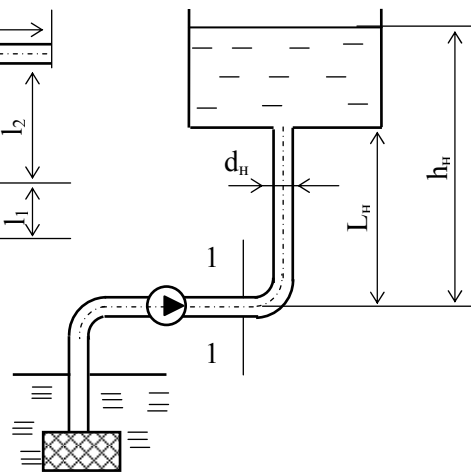


Рисунок 6.13

**6.4.14** В закритому резервуарі підтримується сталий рівень і сталий манометричний тиск  $P_M$  (рис. 6.12). Визначити витрату води в трубі при заданих  $l_1, l_2, l_3, d$ ; закруглення труби має центральний кут повороту  $\alpha = 90^\circ$ . Коефіцієнт Дарсі прийняти  $\lambda$ .

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$P_M$ , кПа	78	80	82	84	86	88	90	92	94	96
$L_2$ , м	2,6	2,7	2,8	2,9	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$l_1$ , м	2,9	2,8	2,7	2,6	2,5	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5
$l_3$ , м	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
$d$ , мм	25	20	33	34	39	49	39	30	40	50
$\lambda$	0,033	0,032	0,031	0,03	0,029	0,028	0,027	0,026	0,025	0,024

**6.4.15** Відцентрований насос подає воду із колодязя в резервуар при витраті  $Q$  і геометричній висоті нагнітання  $h_n$ . Визначити величину тиску води в кінці горизонтальної ділянки нагнітального трубопроводу в преррізі 1 – 1, якщо задані  $L_n$  і  $d_n$ ; закруглення нагнітального трубопроводу має центральний кут  $\alpha = 90^\circ$ . Коефіцієнт Дарсі  $\lambda$  (рис. 6.13).

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$d$ , мм	150	125	100	50	70	80	90	150	125	100
$Q$ , л/с	22	16	10	2,6	5,0	6,5	8,3	23	17	11
$\lambda$	0,035	0,034	0,033	0,032	0,031	0,030	0,029	0,028	0,027	0,026
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$h_n$ , м	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
$L_n$ , м	27	28	29	30	31	32	33	34	35	35,5

## 7 РОЗРАХУНОК СКЛАДНИХ ТРУБОПРОВІДІВ

### 7.1 Складні трубопроводи

**Складні трубопроводи** (Difficult pipelines) – містять в собі як послідовні, так і паралельні з'єднання труб або розгалуження (рис. 7.1).

Якщо трубопровід складається із  $n$  послідовно з'єднаних ділянок, то справедлива рівність

$$\begin{cases} Q_1 = Q_2 = Q_3 = \dots = Q_n \\ \sum h = \sum h_1 + \sum h_2 + \dots + \sum h_n. \end{cases} \quad (7.1)$$

При паралельному з'єднанні  $n$  трубопроводів ( $n$  – кількість розгалужень)

$$\begin{cases} Q = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n \\ \sum h_1 = \sum h_2 = \dots = \sum h_n, \end{cases} \quad (7.2)$$

де  $Q$  – витрати в точці розгалуження.

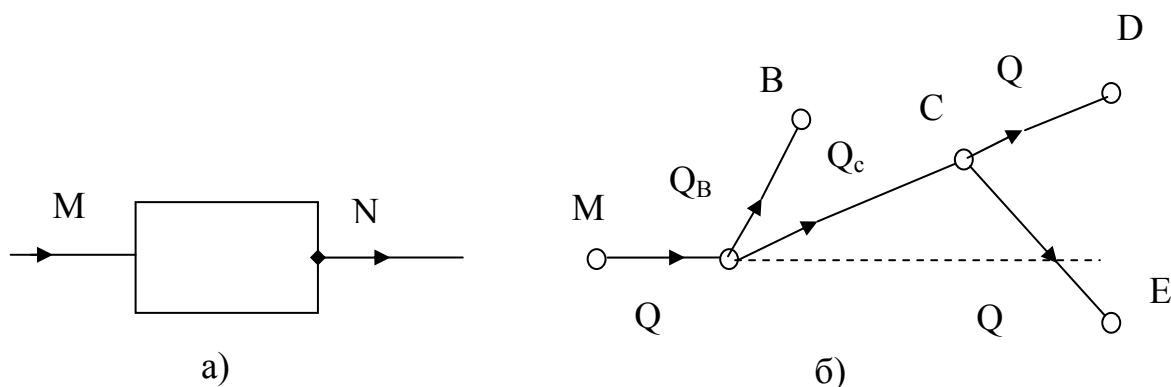


Рисунок 7.1 – Схеми складних трубопроводів: а) з послідовним і паралельним їх з'єднанням; б) з розгалуженням гілок

На рівностях (7.1) і (7.2) базується спосіб побудови характеристик складних трубопроводів, які складаються із послідовних і паралельних з'єднань простих трубопроводів. Для того, щоб побудувати характеристику потрібного напору складного трубопроводу, доцільно:

- подати трубопровід у вигляді з'єднань простих ділянок;
- розрахувати і побудувати характеристики кожної простої ділянки трубопроводу;
- провести графічне складання характеристик паралельних ділянок;
- провести графічне складання послідовних ділянок.

## 7.2 Приклади

**7.2.1** Складний трубопровід містить в собі як послідовні, так і паралельні з'єднання труб (рис. 7.2). Ділянка ВЕС і ВFC з'єднані паралельно. Рух рідини

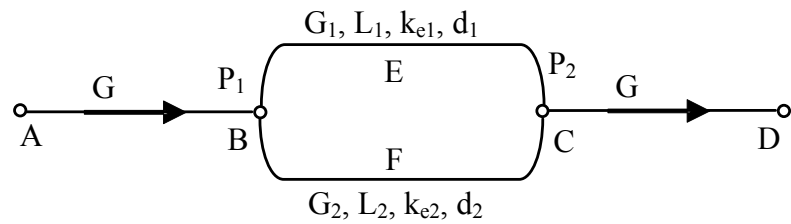


Рисунок 7.2

здійснюється від перерізу А до перерізу D. На схемі:  $G$  – загальна масова витрата рідини по двох ділянках, кг/с;  $G_1, G_2$  – масова витрата рідини відповідно на ділянках ВЕС і ВFC (ВЕС – ділянка 1, ВFC – ділянка 2);  $d, L$  – діаметр і довжина ділянок;  $k_e$  – еквівалентна шорсткість труб, мм;  $P_1, P_2$  – тиск в точках В і С, МПа. Визначити масові витрати рідини на ділянках ВЕС і ВFC та тиск  $P_2$ , якщо відомо, що по трубопроводах рухається вода з температурою  $20\text{ }^\circ\text{C}$  з витратою  $G = 1,2$  кг/с, а також тиск в точці В  $P_1 = 0,6$  МПа, геометричні розміри ділянок:  $L_1 = 16$  м,  $L_2 = 17$  м,  $d_1 = 30$  мм,  $d_2 = 35$  мм; та еквівалентна шорсткість  $k_{e1} = 0,1$  мм,  $k_{e2} = 0,3$  мм.

### Розв'язування

Розв'язування виконуватимемо графоаналітичним методом. Спочатку задаємо витратою в першому з паралельних трубопроводів  $G_1$ , при цьому витрата води в другому трубопроводі складатиме  $G_2 = G - G_1$ . Визначаємо втрати тиску в кожному з трубопроводів  $\Delta P_1$ , та  $\Delta P_2$ , заносимо результати розрахунку в таблицю. Змінюємо  $G_1$  з певним кроком, робимо аналогічні розрахунки, і закінчуємо їх коли  $G_1 = G$ . Будуємо графіки залежностей  $\Delta P_1 = f(G_1)$  та  $\Delta P_2 = f(G_1)$ . Точка перетину цих ліній і буде розв'язком задачі.

Отже, задамо  $G_1 = 0$  кг/с, тоді

$$G_2 = G - G_1 = 1,2 - 0 = 1,2 \text{ кг/с.}$$

Втрати тиску в першому трубопроводі  $\Delta P_1 = 0$  Па.

Із табл. А.12 визначаємо густину та в'язкість води при температурі  $20\text{ }^\circ\text{C}$ :  $\rho = 998,2$  кг/м<sup>3</sup>,  $\nu = 1,306 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с.

Швидкість води у другому трубопроводі

$$v_2 = \frac{4 \cdot G_2}{\rho \cdot \pi \cdot d_2^2} = \frac{4 \cdot 1,2}{998,2 \cdot 3,14 \cdot 0,035^2} = 1,25 \text{ м/с.}$$

Число Рейнольдса

$$Re_2 = \frac{v \cdot d}{\nu} = \frac{1,25 \cdot 0,035}{1,306 \cdot 10^{-6}} = 33503.$$

Коефіцієнт гідравлічного тертя

$$\lambda_2 = 0,11 \cdot \left( \frac{68}{Re} + \frac{k_{e2}}{d_2} \right)^{0,25} = 0,11 \cdot \left( \frac{68}{33503} + \frac{0,0003}{0,035} \right)^{0,25} = 0,0353.$$

Коефіцієнти місцевих опорів:

трийник на розгалуження  $\zeta_1 = 1,5$ ;

трийник на злиття потоків  $\zeta_2 = 2$ ;

поворот на  $90^\circ$  для  $R/d = 4$   $\zeta_3 = 0,5$ ;

Сума коефіцієнтів місцевих опорів

$$\Sigma \zeta = \zeta_1 + \zeta_2 + 2 \cdot \zeta_3 = 1,5 + 2 + 2 \cdot 0,5 = 4,5.$$

Втрати тиску в другому трубопроводі

$$\Delta P_2 = \left( \Sigma \zeta + \frac{\lambda_2 \cdot L_2}{d_2} \right) \cdot \frac{\rho \cdot v_2^2}{2} = \left( 4,5 + \frac{0,0353 \cdot 17}{0,035} \right) \cdot \frac{998,2 \cdot 1,25^2}{2} = 16882,6 \text{ Па.}$$

Аналогічні розрахунки проводимо для інших витрат в першому і другому трубопроводах. Результати зводимо у табл. 7.1.

Таблиця 7.1 – Результати розрахунку втрат тиску в складному трубопроводі

Показник	Результати розрахунку						
	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2
$G_1$ , кг/с	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2
$v_1$ , м/с	0	0,284	0,567	0,852	1,13	1,42	1,70
$Re_1$	0	6514	13029	19543	26058	32572	39087
$\lambda_1$	0	0,0377	0,033	0,0316	0,0305	0,0298	0,0293
$\Delta P_1$ , Па	0	987	3587	7715	13352	20491	29128
$G_2$ , кг/с	1,2	1,0	0,8	0,6	0,4	0,2	0
$v_2$ , м/с	1,25	1,042	0,833	0,625	0,417	0,208	0
$Re_2$	33503	27919	22335	16751	11168	5584	0
$\lambda_2$	0,0353	0,0356	0,036	0,037	0,0383	0,0417	0
$\Delta P_2$ , Па	16883	11812	7641	4370	2001	537	0

За результатами, наведеними в табл. 7.1, будемо графік (рис. 7.3).

Як видно із рис. 7.3,  $\Delta P_1$ , та  $\Delta P_2$  перетинаються в точці з витратою  $G_1 = 0,51164$  кг/с, при цьому витрата  $G_2 = 0,68836$  кг/с, а втрати тиску складають  $\Delta P_1 = \Delta P_2 = 5704$  Па, тоді тиск у точці С складатиме

$$P_2 = P_1 - \Delta P_1 = 0,6 \cdot 10^6 - 5704 = 594296 \text{ Па.}$$

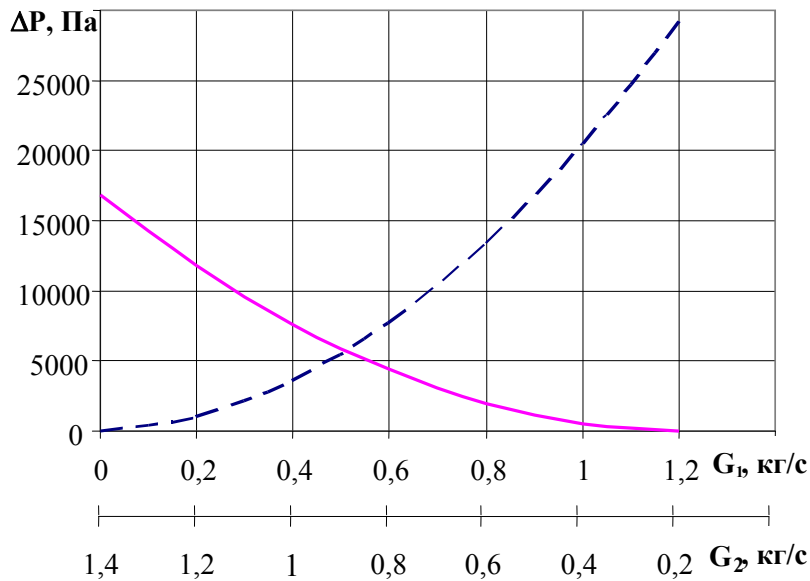


Рисунок 7.3

### 7.3 Завдання на СРС

**7.3.1** Складний трубопровід містить в собі як послідовні, так і паралельні з'єднання труб (див. рис.7.2). Ділянка ВЕС і ВФС з'єднані паралельно. Рух рідини здійснюється від перерізу А до перерізу D. На схемі:  $G$  – загальна масова витрата рідини по двох ділянках, кг/с;  $G_1$ ,  $G_2$  – масова витрата рідини відповідно на ділянках ВЕС і ВФС (ВЕС – ділянка 1, ВФС – ділянка 2);  $d$ ,  $L$  – діаметр і довжина ділянок;  $k_e$  – еквівалентна шорсткість труб, мм;  $P_1$ ,  $P_2$  – тиск в точках В і С, МПа. Визначити масові витрати рідини на ділянках ВЕС і ВФС та тиск  $P_2$ , якщо відомо, що по трубопроводах рухається вода з температурою  $20^\circ\text{C}$  з витратою  $G$ , а також тиск в точці В, геометричні розміри ділянок та еквівалентна шорсткість  $k_{e1} = 0,1$  мм,  $k_{e2} = 0,3$  мм.

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$L_1$ , м	18	16	20	24	32	22	26	30	28	25
$L_2$ , м	25	17	22	26	38	29	30	35	30	28
$d_1$ , мм	32	30	25	20	32	25	32	20	25	40
$d_2$ , мм	25	35	32	25	40	20	25	32	40	25
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$P_1$ , МПа	0,75	0,6	0,8	1	0,7	0,9	1,1	0,65	0,85	1,05
$G$ , кг/с	2,1	1,2	1,4	1,6	1,8	1,1	1,3	1,5	1,7	1,9

**7.3.2** Визначити витрати на кожній з ділянок у новому сталевому звареному трубопроводі, що складається з трьох ділянок, дві з яких з'єднані (ZZ) послідовно, а третя йде паралельно їм

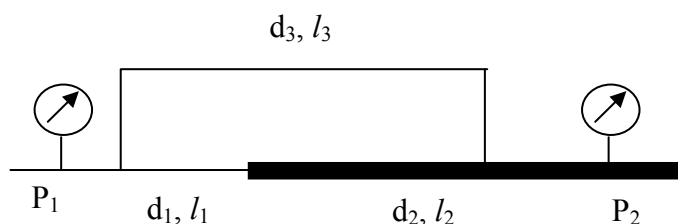


Рисунок 7.4

(рис. 7.4). Діаметри ділянок  $d_1=20$  мм,  $d_2=40$  мм. Довжина ділянки  $L_2 = 100$  мм. Втрати на місцевих опорах становлять 20% від втрат на тертя. Різниця тисків ( $P_1 - P_2$ ) на кінцях трубопроводу дорівнює  $\Delta P$ .

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$d_3$ , мм	50	15	16	18	20	22	25	30	32	42
$\Delta$ , мкм	50	5	100	20	30	40	60	80	120	150
$L_1$ , м	40	50	25	20	22	24	26	28	30	35
$L_3$ , м	200	20	40	60	80	100	120	140	160	180
$\Delta P$ , кПа	200	20	4	8	10	40	60	80	100	120
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ZZ	2+3	1+2	1+3	2+3	1+2	1+3	2+3	2+3	1+3	1+2

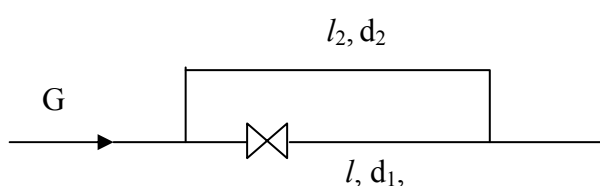


Рисунок 7.5

ні, діаметри трубопроводів однакові  $d_1 = d_2$ . Температура рідини дорівнює  $t$ . Сумарна витрата на обох гілках дорівнює  $G$ . Трубопровід вважати гідравлічно гладким.

**7.3.3** У гілці, довжиною  $L_1$ ,

установлений дросель із коефіцієнтом витрати  $\mu = 0,7$  (рис. 7.5). Визначити діаметр дроселя, при якому витрати рідини у гілках будуть рівні

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$L_1$ , м	50	50	10	15	20	25	30	35	40	45
$L_2$ , м	800	200	250	300	350	400	450	500	550	600
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$d_1$ , мм	100	20	25	30	32	40	50	65	75	90
Рідина	МС20	бензин	вода	нафта	гас	спирт	NH <sub>3</sub>	И-20	И-50	вода
$t$ , °C	80	20	25	30	35	40	45	50	60	70
$G$ , кг/с	4,0	2,4	2,5	2,6	2,8	3,0	3,2	3,4	3,6	3,8

**7.3.4** Визначити витрати в кожній з гілок трубопроводу з латунних труб, якщо манометр на вході показує  $P_1 = 6$  атм, на виході –  $P_2$  (рис. 7.6). Ха-

рактики першого трубопроводу:  $L_1 = 5$  м,  $d_1 = 15$  мм,  $\xi_1 = 3$ . Коефіцієнт місцевого опору  $\xi_2 = 10$ ;  $\xi_3 = 20$ . Інші характеристики наведені в таблиці.

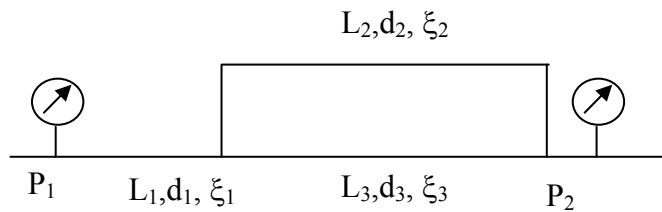


Рисунок 7.6

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$d_3$ , мм	8	3	4	5	6	2	3	4	5	6
$d_2$ , мм	18	4	5	6	8	10	12	14	15	16
$P_2$ , атм	5,5	1	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0
$L_2$ , м	12	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$L_3$ , м	0,5	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	0,8	0,6	0,7

**7.3.5** Визначити при рівні  $H = 4$  м і тиску в ресивері  $P_1 = 2$  атм показники манометра, встановленого за теплообмінником 1 і виконаним з мідних трубок  $d_1 = 20$  мм; довжиною  $L_1 = 2$  м;  $\xi_1 = 20$ , при витраті води  $G$ , якщо відомо, що сталеві, помірно заржавлені труби на ділянках 1 і 2 мають довжину  $L_2 = L_3 = 20$  м (рис. 7.7).

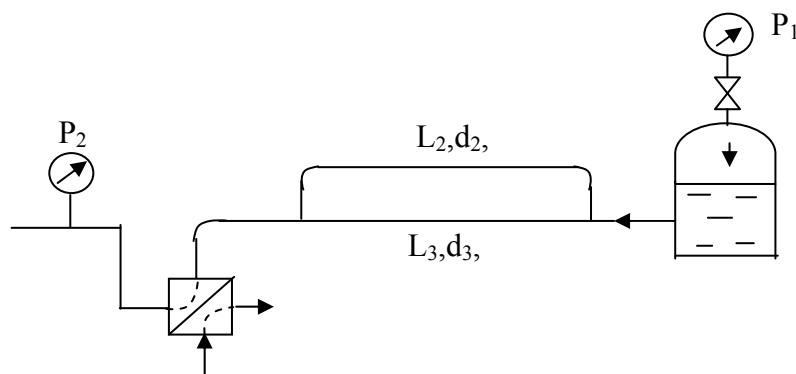


Рисунок 7.7

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$G$ , кг/с	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9
$d_3$ , мм	16	4	5	6	8	9	10	12	14	15
$d_2$ , мм	25	8	10	12	14	15	16	18	20	22
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\xi_2$	13	7,5	8,5	9,5	7	8	9	10	15	14
$\xi_3$	6,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6

**7.3.6** Рідина з мережі по чавунному водоводу діаметром 50 мм, довжиною 200 м з витратою  $G$  через вентиль  $\zeta_1$  і паралельно з'єднані теплообмінник і нагрівач надходить у бак (рис. 7.8). Визначити, який рівень  $H$

установиться в баку, якщо  $P_1 = 3$  атм, характеристика теплообмінника описується виразом  $H = N \cdot (G_3)^2$ , де  $H$ , м;  $G_3$ , кг/с.

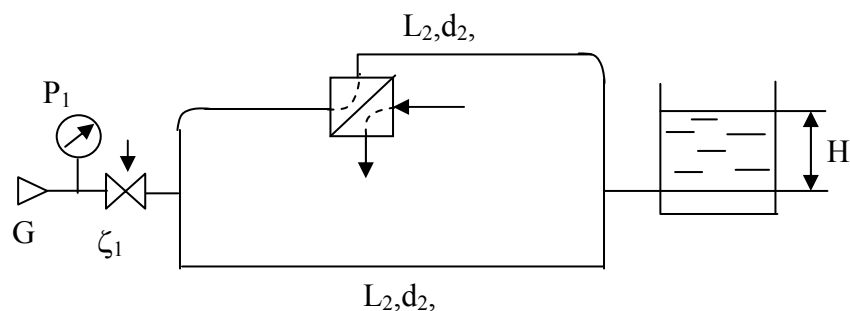


Рисунок 7.8

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\zeta_1$	30	5	7	8	9	10	12	15	20	15
$2L_2$ , м	7	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6
$d_2$ , мм	15	20	22	25	30	32	40	18	16	14
$\zeta_2$	12	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$G$ , кг/с	1,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$N$	75	30	35	40	45	50	55	60	65	70

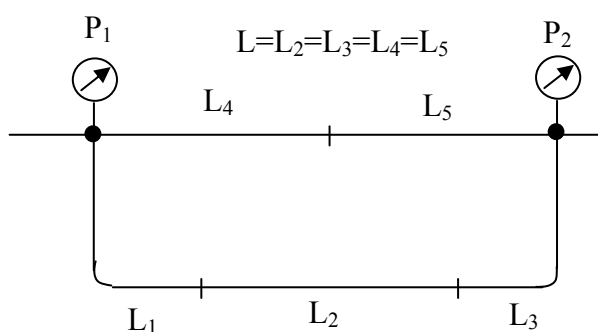


Рисунок 7.9

**7.3.7** Складний трубопровід, утворений з'єднанням мідних труб однакової довжини  $L = 2$  м (рис. 7.9). Визначити втрати напору на ділянках 1 і 5, якщо різниця тисків дорівнює  $P_1 - P_2$ . Втратами тисків на місцевих опорах знехтувати.

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$d_1$ , мм	8	2	2,5	3	3,2	4	4,5	5	5,5	6
$d_2$ , мм	12	3	3,2	4	4,5	5	5,5	6	8	10
$d_3$ , мм	15	6	8	10	12	14	16	18	5	4
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$d_4$ , мм	5	1,6	1,8	2,0	2,2	2,5	3,2	3,5	4,0	4,5
$d_5$ , мм	15	5	6	8	10	12	14	16	18	20
$P_1 - P_2$ , ат	3	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4	2,6	2,8



## 8 ГІДРАВЛІЧНИЙ УДАР В ТРУБАХ

### 8.1 Основні поняття і залежності

Гідравлічним ударом називається різка зміна тиску в напірному трубопроводі внаслідок раптової зміни швидкості рідини в часі.

На рис. 8.1 поданий стенд для дослідження параметрів гідравлічного удару

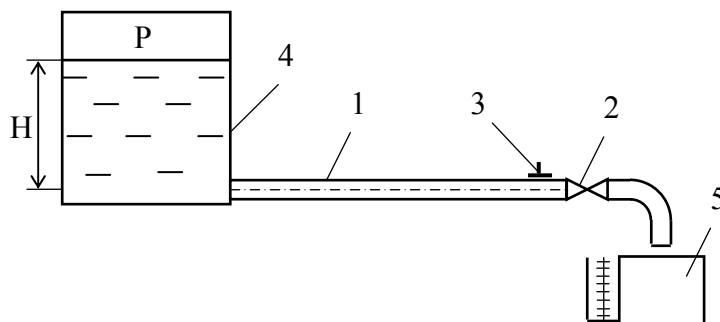


Рисунок 8.1 – Дослідження гідравлічного удару: 1 – довга труба; 2 запірний пристрій; 3 – датчик тиску; 4 – резервуар; 5 – мірна ємність

При гідравлічному ударі відбувається різке підвищення тиску в трубі. Кінетична енергія шарів рідини, які зупинилися в трубі, перетворюється в потенціальну енергію стиснутої рідини.

В першу чергу тиск збільшується безпосередньо біля запірного пристрою після зупинки перших шарів рідини. Потім, в міру зупинення наступних шарів, збільшення тиску буде швидко розповсюджуватись вгору по трубопроводу, утворюючи хвилю підвищення тиску (ударну хвилю (Shock wave)). Підвищення тиску, розповсюджуючись по трубопроводу з великою швидкістю, викликає стиск рідини і розширення стінок труби.

Вказана пружна деформація рідини і труби відбувається зі швидкістю розповсюдження тиску по довжині труби.

Швидкість розповсюдження пружних деформацій називається швидкістю розповсюдження ударної хвилі.

Після того як зупиниться останній шар рідини біля резервуара, із котрого починається трубопровід, тиск біля запірного пристрою досягне свого максимуму. Характер підвищення тиску біля запірного пристрою показаний на схематичній „ударній діаграмі” (рис. 8.2), розглядаючи котру бачимо, що підвищення тиску біля засувки відбувається не на самому початку удару, а через деякий, правда дуже малий, проміжок часу від початку підвищення тиску. Це пояснюється тим, що явище удару відбувається в

пружному середовищі.

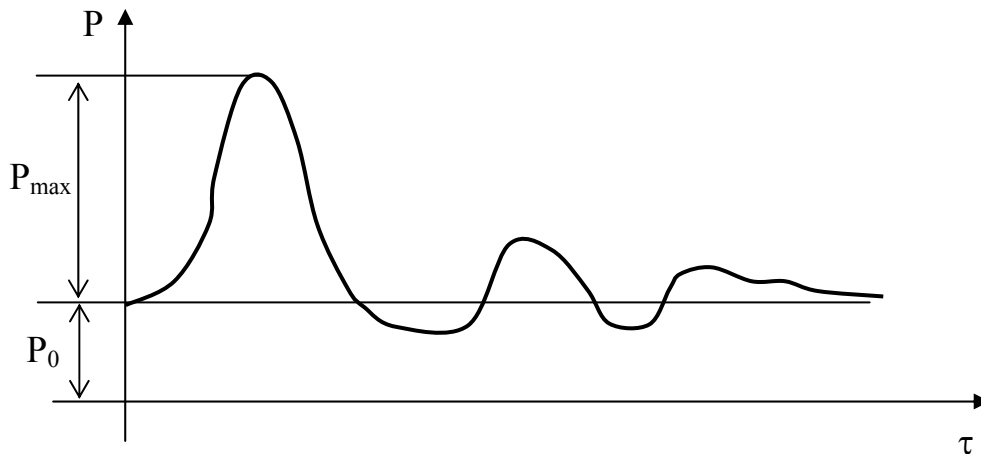


Рисунок 8.2 – Діаграма зміни тиску – “ударна діаграма”

Таким чином, після зупинення останнього шару вся рідина в трубопроводі буде стиснута. Але оскільки в цей момент тиск в резервуарі буде меншим ніж тиск в трубопроводі, то рідина прийде в рух по напрямку до резервуара. Внаслідок цього відбудеться різке зниження тиску в трубопроводі.

Зниження тиску, яке передається від шару до шару і розповсюджується по напрямку до запірного пристрою, називається зворотною ударною хвилею.

Час пробігу прямої і зворотної ударної хвиль складає тривалість фази гідравлічного удару  $T$ . Коли тиск знизиться по всьому трубопроводу, рідина зупиниться, знаходячись під пониженим тиском. При цьому положенні, коли тиск в трубопроводі буде менший, ніж в резервуарі, почнеться зворотний рух рідини до запірного пристрою з відновленням швидкості і тиску, а потім знову відбудеться гідравлічний удар. Він буде характеризуватись меншим підвищенням тиску, оскільки частина енергії втрачена. За цією зворотною хвилею настане друга, тобто повториться фаза гідравлічного удару і т. д.

Описаний процес відбувається надзвичайно швидко, оскільки швидкості розповсюдження ударної хвилі дуже великі. Втрати енергії супутні коливному руху рідини, призводять до поступового згасання даного процесу.

На рис. 8.2 схематично показана діаграма зміни тиску при гідравлічному ударі в залежності від часу, котра показує, що підвищення тиску при гідравлічному ударі може на багато разів перевищувати тиск, який маємо в умовах статичного напору.

Вперше явище гідравлічного удару експериментально і теоретично було вивчено Н. Е. Жуковським, котрий в 1898 році розробив теорію гід-

равлічного удару.

При виведенні основних залежностей гідравлічного удару Жуковський користувався теоремою про кількість руху, а також фрагментами теорії пружності  $\left(\frac{\Delta d}{d}, \frac{\Delta \sigma}{E}\right)$ .

Формула для швидкості розповсюдження ударної хвилі має вигляд

$$C = \sqrt{\frac{E_0}{\rho}} / \left( \sqrt{1 + \frac{E_0 \cdot d}{E \cdot \delta}} \right), \quad (8.1)$$

де  $\delta$  – товщина стінок труби;

$E$  – модуль пружності матеріалу, із якого зроблений трубопровід;

$\sqrt{\frac{E_0}{\rho}}$  – швидкість розповсюдження пружних деформацій в рідині з

густиною  $\rho$  і модулем пружності  $E_0$ , для води  $C_0 = \sqrt{\frac{E_0}{\rho}} = 1425$  м/с.

Коли по трубопроводу діаметром  $d$  рухається вода

$$C = \frac{1425}{\sqrt{1 + \frac{E_0 \cdot d}{E \cdot \delta}}}. \quad (8.2)$$

Підвищення тиску

$$\Delta P = P - P_0 = -\rho \cdot C \cdot (v - v_0), \quad (8.3)$$

де  $P_0$  і  $v_0$  – тиск і швидкість, яка відповідає початковому моменту перед ударом.

Максимальне підвищення тиску  $\Delta P_{\text{макс}}$  маємо, коли  $v = 0$ , отже

$$\Delta P_{\text{макс}} = P - P_0 = \rho \cdot v_0 \cdot C. \quad (8.4)$$

Формула (8.4) справедлива при прямому гідравлічному ударі, тривалість фази котрого  $T = 2 l/C$  більша часу закривання трубопроводу  $T_3$ , тобто  $T > T_3$ . Це значить, що відбита хвиля підійде до кінця труби в той момент, коли засувка уже буде повністю закрыта.

Великі тиски, які виникають при гідравлічному ударі, небезпечні для цілісності труб. Тому є багато методів боротьби з гідравлічним ударом.

Наприклад, якщо повільно закривати трубопровід

$$P = \rho \cdot v_0 \cdot C \cdot \frac{T}{T_3}, \quad (8.5)$$

де  $T$  – тривалість фази удару ;

$T_3$  – час закриття запірною пристроєю, с ;

Гідравлічний удар можливий при раптовому припиненні подачі енергії до насосів. Створені клапани – гасителі гідравлічних ударів.

## 8.2 Приклади

**8.2.1** Визначити найменший час закриття засувки  $\tau_3 = \tau_{\min}$ , щоб підвищення тиску в кінці трубопроводу, яке викликане гідравлічним ударом, було не більше  $\Delta P_{\max}$ . Вода витікає із резервуара по горизонтальному новому сталевому трубопроводу довжиною  $l$ , з внутрішнім діаметром  $d$  і товщиною стінки  $\delta$ . Рівень води в резервуарі над центром труби  $H$ . Температура води  $t = 20^\circ\text{C}$ , коефіцієнт тертя по довжині труби  $\lambda$ . Чому буде дорівнювати підвищення тиску на випадок миттєвого закриття засувки в трубопроводі?

Дано:  $l = 270$  м,  $d = 207$  мм,  $\delta = 6$  мм,  $H = 12$  м,  $\Delta P_{\max} = 4 \cdot 10^5$  Па,  $\lambda = 0,024$ .

*Розв'язування*

На рис. 8.3 подана розрахункова схема: 0 - 0 – площина порівняння; 1 - 1 і 2 - 2 – перерізи за рухом води.

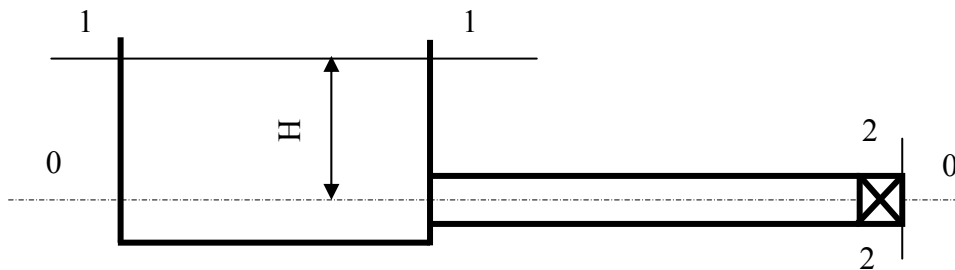


Рисунок 8.3

Рівняння Бернуллі для цілого потоку вязкої рідини

$$Z_1 + \frac{P_1}{\rho \cdot g} + \frac{\alpha_1 \cdot v_1^2}{2 \cdot g} = Z_2 + \frac{P_2}{\rho \cdot g} + \frac{\alpha_2 \cdot v_2^2}{2 \cdot g} + h_w.$$

Згідно з рис. 8.3:  $Z_1 = H$ ;  $Z_2 = 0$ ;  $P_1 = P_2 = P_{\text{атм}}$ .

Тоді рівняння Бернуллі приймає вигляд при  $\alpha_2 = 1$

$$H = h_w + \frac{v_2^2}{2 \cdot g}$$

Втрати напору між перерізами 1 - 1 і 2 - 2

$$h_w = h_1 + \sum h_m = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{v_2^2}{2 \cdot g} + \zeta_{\text{BX}} \cdot \frac{v_2^2}{2 \cdot g},$$

де  $v$  – середня швидкість в трубі, м/с;

$\zeta_{\text{BX}}$  – коефіцієнт місцевого опору входу,  $\zeta_{\text{BX}} = 0,5$ .

Розв'язуємо рівняння Бернуллі відносно  $v_2$

$$\begin{aligned} H &= \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{v_2^2}{2 \cdot g} + \zeta_{\text{BX}} \cdot \frac{v_2^2}{2 \cdot g} + \frac{v_2^2}{2 \cdot g}, \\ v_2 &= \sqrt{H \cdot \left( \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{1}{2 \cdot g} + \zeta_{\text{BX}} \cdot \frac{1}{2 \cdot g} + \frac{1}{2 \cdot g} \right)^{-1}} = \\ &= \sqrt{12 \cdot \left( 0,024 \cdot \frac{270}{0,207} \cdot \frac{1}{2 \cdot 9,8} + 0,5 \cdot \frac{1}{2 \cdot 9,8} + \frac{1}{2 \cdot 9,8} \right)^{-1}} = 2,692 \text{ м/с.} \end{aligned}$$

Для непрямого гідравлічного удару ( $T_3 > T$ )

$$\Delta P = \rho \cdot v \cdot C \cdot T / T_3,$$

де  $v$  – середня швидкість води в трубі,  $v = v_2 = 2,692$  м/с;

$C$  – швидкість розповсюдження ударної хвилі в трубопроводі, м/с;

$$C = \frac{\sqrt{\frac{E_0}{\rho_B}}}{\sqrt{1 + \frac{E_0}{E} \cdot \frac{d}{\delta}}} = \frac{\sqrt{\frac{19,6 \cdot 10^8}{998}}}{\sqrt{1 + \frac{19,6 \cdot 10^8}{21,2 \cdot 10^{10}} \cdot \frac{207}{6}}} = 1393,$$

де  $E_0$  – модуль об'ємної пружності води, при  $t = 20^\circ\text{C}$ ,  $E_0 = 19,6 \cdot 10^8$  Па (табл. А.2);

$E$  – модуль об'ємної пружності матеріалу стінок труби, сталь  $E = 21,2 \cdot 10^{10}$  Па (табл. А.6);

$\rho_B$  – густина води, при  $t = 20^\circ\text{C}$   $\rho_B = 998$  кг/м<sup>3</sup> (табл. А.12);

$T$  – період гідравлічного удару,  $T = 2 \cdot l / C = 2 \cdot 270 / 1393 = 0,387$  с.

Приймаємо  $\Delta P = \Delta P_{\max}$  і визначаємо час закриття засувки  $\tau_{\min}$

$$\tau_{\min} = \frac{\rho \cdot v \cdot C \cdot T}{\Delta P_{\max}} = \frac{2 \cdot \rho \cdot l \cdot v}{\Delta P_{\max}} = \frac{2 \cdot 998 \cdot 270 \cdot 2,67}{4 \cdot 10^5} = 3,59 \text{ с.}$$

В результаті миттєвого закриття засувки підвищення тиску складатиме

$$\Delta P = \rho \cdot v \cdot C = 998,2 \cdot 2,692 \cdot 1393 = 3743210 \text{ Па.}$$

Отже, у випадку миттєвого закриття засувки підвищення тиску в  $n$  разів перевищує допустиме

$$n = \Delta P / \Delta P_{\max} = 3743210 / 400000 = 9,36.$$

**8.2.2** Система складається з двох послідовно з'єднаних сталевих трубопроводів (діаметри трубопроводів:  $d_1 = 200$  мм,  $d_2 = 100$  мм; довжини:  $l_1 = 100$  м,  $l_2 = 200$  м) і засувки, яка встановлена в кінці системи (рис. 8.4). Витрата води  $Q = 0,02$  м<sup>3</sup>/с. Товщина стінок трубопроводу  $\delta = 5$  мм, температура води  $t = 20^\circ\text{C}$ .

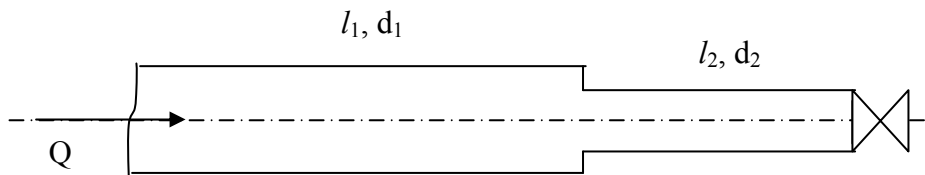


Рисунок 8.4

1. Визначити підвищення тиску перед засувкою, якщо її закрити за час  $\tau = 0,2$  с.
2. Визначити найменший час закриття засувки, який виключає прямий гідравлічний удар.

#### Розв'язування

Спочатку графічно зобразить розрахункову схему.

Найменший час закриття засувки, який необхідний для попередження прямого гідравлічного удару, знаходимо за формулою

$$\tau_{\min} = T = 2 \cdot l / a.$$

Швидкість ударної хвилі визначається за формулою

$$C = \sqrt{\frac{E_0}{\rho}} \cdot \sqrt{\frac{1}{1 + E_0 \cdot d / (E \cdot \delta)}},$$

де  $E_0 = 19,6 \cdot 10^8$  Па (див. табл. А.2),  $E = 21,2 \cdot 10^{10}$  Па (див. табл. А.6).

Для першого трубопроводу

$$C = \sqrt{\frac{19,6 \cdot 10^8}{998,2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{1 + 19,6 \cdot 10^8 \cdot 0,2 / (21,2 \cdot 10^{10} \cdot 5 \cdot 10^{-3})}} = 1190 \text{ м/с};$$

для другого трубопроводу

$$C = \sqrt{\frac{19,6 \cdot 10^8}{998,2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{1 + 19,6 \cdot 10^8 \cdot 0,1 / (21,2 \cdot 10^{10} \cdot 5 \cdot 10^{-3})}} = 1280 \text{ м/с}.$$

Тоді

$$\tau_{\min} = 2 \cdot 100 / 1190 + 2 \cdot 200 / 1280 = 0,48 \text{ с}.$$

Заданий час закриття засувки  $\tau$  менший, ніж мінімальний час закриття  $\tau_{\min}$ , який необхідний для попередження прямого удару.

Таким чином, буде спостерігатись прямий гідравлічний удар, при якому підвищення тиску можна визначити за формулою

$$\Delta P = \rho \cdot v \cdot C.$$

Швидкість руху води в трубопроводі до закриття засувки

$$v_2 = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d_2^2} = \frac{4 \cdot 0,02}{3,14 \cdot 0,1^2} = 2,54 \text{ м/с}.$$

Отже,

$$\Delta P = \rho \cdot v \cdot C = 998,2 \cdot 2,54 \cdot 1280 = 3,26 \text{ МПа}.$$

**8.2.3** Визначити підвищення тиску  $\Delta P$ , що виникає при раптовому закритті засувки на водопровідній трубі, якщо швидкість руху води 1 м/с. Швидкість розповсюдження ударної хвилі  $C$  прийняти рівною 1000 м/с.

*Розв'язування*

Для визначення миттєвого підвищення тиску скористаємося формулою (8.3)

$$\Delta P = \rho \cdot v \cdot C = 1000 \cdot 1 \cdot 1000 = 1 \text{ МПа}.$$

**8.2.4** В сталевій водопровідній трубі діаметром  $d = 0,5$  м і товщиною стінок  $\delta = 0,005$  м вода рухається зі швидкістю  $v = 1$  м/с. Визначити величину підвищення тиску після миттєвого перекриття труби.

*Розв'язування*

Швидкість розповсюдження ударної хвилі визначаємо за формулою

$$C = \sqrt{\frac{E_0}{\rho}} \cdot \sqrt{\frac{1}{1 + E_0 \cdot d / (E \cdot \delta)}}$$

Значення модуля пружності води –  $E_0 = 2,1 \cdot 10^9$  Па (див. табл. А.2), модуля пружності матеріалу стінок труби –  $E = 2,1 \cdot 10^{11}$  Па (див. табл. А.6),  $\rho = 998,2$  кг/м<sup>3</sup> (див. табл. А.12)

$$C = \sqrt{\frac{2,1 \cdot 10^9}{998,2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{1 + 2,1 \cdot 10^9 \cdot 0,5 / (2,1 \cdot 10^{11} \cdot 0,005)}} = 1008 \text{ м/с.}$$

Величину підвищення тиску визначаємо за формулою

$$\Delta P = \rho \cdot v \cdot C = 998,2 \cdot 1 \cdot 1008 = 1000 \text{ кПа.}$$

### 8.3 Завдання на СРС

**8.3.1** Визначити миттєве підвищення тиску в трубі при гідравлічному ударі, якщо її внутрішній діаметр  $d = 200$  мм, а витрата води  $Q = 200$  м<sup>3</sup>/год. Швидкість розповсюдження ударної хвилі  $C = 1200$  м/с.

*Відповідь:*  $\Delta P = 214$  м вод. ст.

**8.3.2** Визначити мінімальний час закриття засувки на трубопроводі завдовжки  $l = 500$  м при швидкості води  $v = 2$  м/с, якщо допустиме підвищення тиску не повинне перевищувати 0,5 МПа.

*Відповідь:*  $\tau_{\min} = 4$  с.

**8.3.3** В сталевому трубопроводі внутрішнім діаметром 100 мм і товщиною 10 мм, довжина якого 130 м, встановлений запірний пристрій. Трубопровід витримає без пошкодження тиск не більший 2 МПа. З якою швидкістю повинна рухатися по трубопроводу рідина, щоб у випадку гідравлічного удару не відбулось порушення трубопроводу.

*Відповідь:* не більше 1,43 м/с.



**8.3.4** В сталевій водопровідній трубі діаметром  $d$  і товщиною стінок  $\delta$  рухається вода з температурою  $t$ , середня за перерізом труби швидкість води до гідравлічного удару  $v_0$ . Визначити величину підвищення тиску після миттєвого перекриття труби.

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$d$ , м	0,95	0,45	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90
$\delta$ , мм	14	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$t$ , °C	10	5	10	15	20	5	10	15	20	5
$v_0$ , м/с	1,6	0,8	0,85	0,90	0,95	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5

**8.3.5** Система складається з двох послідовно з'єднаних сталевих трубопроводів (діаметри трубопроводів:  $d_1$ ,  $d_2$ ; довжини:  $l_1$ ,  $l_2$ ) і засувки, яка встановлена в кінці системи (рис. 5.4). Витрата води  $Q$ . Товщина стінок трубопроводу  $\delta$ , температура води  $t$ . Визначити підвищення тиску перед засувкою, якщо її закрити за час  $\tau = 0,2$  с. Визначити найменший час закриття засувки, який виключає прямий гідравлічний удар.

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$Q$ , м <sup>3</sup> /с	0,14	0,19	0,18	0,16	0,16	0,2	0,195	0,205	0,18	0,15
$d_1$ , мм	165	210	190	180	185	220	225	230	195	170
$d_2$ , мм	80	100	90	80	85	110	110	115	90	85
$\delta$ , мм	2,5	5	4	4	2,5	5	5	5	4	2,5
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$t$ , °C	27	10	15	20	25	30	35	12	17	22
$l_1$ , м	85	105	110	95	90	100	115	120	112	90
$l_2$ , м	190	205	200	190	195	206	180	170	175	185

**8.3.6** В сталевому трубопроводі довжиною  $L$ , внутрішнім діаметром  $d$  і товщиною стінок  $\delta$ , витрата води  $Q$  з температурою 20°C. Визначити найменший час закриття засувки  $\tau_{\min}$ , щоб підвищення тиску в кінці трубопроводу, яке викликане гідравлічним ударом, було не більшим  $\Delta P_{\max}$ . Чому буде дорівнювати підвищення тиску на випадок миттєвого закриття засувки в трубопроводі.

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$d$ , мм	121	207	170	150	143	184	191	147	131	125
$\delta$ , мм	4	6	5	4,5	4,5	5	6	4,5	4,5	4
$Q$ , м <sup>3</sup> /с	0,035	0,11	0,07	0,055	0,048	0,082	0,09	0,049	0,042	0,038
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$L$ , м	205	250	245	240	235	230	225	220	215	210
$\Delta P_{\max}$ 10 <sup>-5</sup> Па	3,75	4,0	4,1	4,2	4,3	4,4	3,9	3,8	3,7	3,6

## 9 ВИТІКАННЯ РІДИНИ ІЗ ОТВОРІВ І НАСАДОК

### 9.1 Основні поняття і залежності

#### *Витікання нестисливої рідини із малого отвору в тонкій стінці*

При варіюванні витрати рідини, при розрахунку і створенні сильного, дальнобійного і компактного струменя, при розрахунку розповсюдження вільного струменя в масі рідини, розрахунку повітряних завіс, забезпеченні швидкого випорожнення резервуарів, при конструюванні сопел і форсунок та в ряді інших випадків потрібно знати закономірності витікання рідини із отворів і насадок.

Тому дослідження витікання рідини із отворів і насадок має велике практичне значення.

Отвором в тонкій стінці називається такий круглий отвір, товщина стінок якого складає не більше чверті його діаметра, а вхідна кромка скошена (не скруглена).

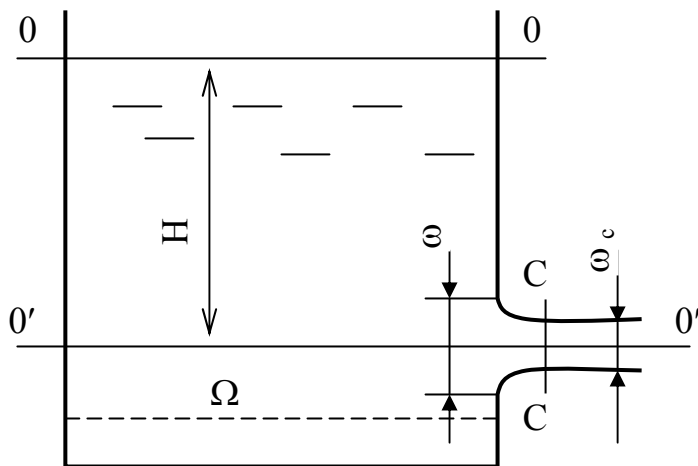


Рисунок 9.1 – Витікання крапельної рідини через незатоплений отвір в тонкій стінці

вільної поверхні рідини у відкритому резервуарі (рис. 9.1) і для стислого перерізу C - C струменя, який витікає.

В перерізі C - C окремі струминки приблизно паралельні і рух можна вважати плавно змінним. Для площини порівняння 0' - 0', яка проведена відносно осі отвору,

$$H + \frac{P_{\text{ман}0}}{\rho \cdot g} + \frac{v_0^2}{2 \cdot g} = \frac{P_{\text{ман}c}}{\rho \cdot g} + \alpha \cdot \frac{v_c^2}{2 \cdot g} + \zeta \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g}, \quad (9.1)$$

де  $\zeta$  – коефіцієнт місцевого опору.

Оскільки манометричний тиск в перерізах, що розглядаються, дорівнює нулю ( $P_{\text{ман } 0} = P_{\text{ман } c} = 0$ ), то

$$H + \frac{v_0^2}{2 \cdot g} = (\alpha + \zeta) \cdot \frac{v_c^2}{2 \cdot g}. \quad (9.2)$$

Позначимо площу перерізу резервуара по площині 0 - 0 через  $\Omega$ , а стисненого перерізу струменя  $\omega_c$ . Тоді

$$v_0 \cdot \Omega = v_c \cdot \omega_c. \quad (9.3)$$

Стиснення струменя відбувається під дією відцентрових сил скривлених струминок, які утворюються при раптовому звуженні струменя.

Стиснений переріз потоку  $\omega_c$  менший перерізу самого отвору, тобто

$$\omega_c = \varepsilon \cdot \omega \quad \text{і} \quad v_0 = (\varepsilon \cdot \omega / \Omega) \cdot v_c = \varepsilon \cdot n \cdot v_c, \quad (9.4)$$

де  $\varepsilon$  – коефіцієнт стиснення, який залежить від відношення  $n = \omega / \Omega$ .

Швидкісний напір в перерізі 0 - 0 можна подати так :

$$\frac{v_0^2}{2 \cdot g} = \varepsilon^2 \cdot n^2 \cdot \frac{v_c^2}{2 \cdot g}. \quad (9.5)$$

При  $n < 0,5$  ( $\varepsilon < 0,644$ ) добуток  $\varepsilon^2 \cdot n^2 < (0,5 \cdot 0,644)^2 \approx 0,1$ . Отже, швидкісний напір  $v_c^2 / (2 \cdot g)$  складає менше 10 % швидкісного  $v_c^2 / (2 \cdot g)$  в стиснутому перерізі і ним можна знехтувати. Отвори, які відповідають цим умовам називають **малими** (Small opening).

Вважають, що досконалий стиск струменя практично має місце при  $n < 0,1$  і розташуванні отвору від стінок резервуара на відстані не менше трьох діаметрів.

Для малих отворів рівняння механічної енергії запишеться так

$$H = (\alpha + \zeta) \cdot \frac{v_c^2}{2 \cdot g}, \quad (9.6)$$

звідки швидкість струменя, що витікає

$$v_c = v = \frac{1}{\sqrt{\alpha + \zeta}} \sqrt{2 \cdot g \cdot H} = \varphi \sqrt{2 \cdot g \cdot H}, \quad (9.7)$$

де  $\varphi$  - коефіцієнт швидкості

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{\alpha + \zeta}}. \quad (9.8)$$

В ідеалізованому випадку, коли швидкості окремих струминок в перерізі С - С однакові ( $\alpha = 1$ ) і втрати відсутні ( $\zeta = 0$ ),  $\varphi = 1$  і

$$v_c = \sqrt{2 \cdot g \cdot H}. \quad (9.9)$$

Співвідношення (9.7) показує, що коефіцієнт швидкості враховує зменшення швидкості витікання внаслідок втрат і нерівномірного розподілу швидкостей в стисненому перерізі.

Нехай  $\zeta = 0$  (нехтуємо втратами), а  $\alpha = 1,06$ , тоді  $\varphi = (1,06 + 0)^{-0,5} = 0,97$ .

Нехай  $\zeta = 0,06$ ,  $\alpha = 1,00$ , тоді  $\varphi = (1,00 + 0,06)^{-0,5} = 0,97$ .

Формулу для витрати води через отвір подамо як добуток площі отвору (з урахуванням стиску струменя) на швидкість витікання

$$Q = v_c \cdot \omega_c = v_c \cdot \varepsilon \cdot \omega. \quad (9.10)$$

Підставимо в (9.10) значення  $v_c$  із (9.9)

$$Q = \varepsilon \cdot \omega \cdot \varphi \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H} = \mu \cdot \omega \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H}, \quad (9.11)$$

де  $\mu$  - коефіцієнт витрати

$$\mu = \varepsilon \cdot \varphi. \quad (9.12)$$

Величину цього коефіцієнта для малих отворів в середньому беруть  $\mu = 0,64 \cdot 0,97 = 0,62$ .

### *Випорожнення резервуара*

Розрахунок випорожнення резервуара полягає у визначенні часу цього процесу. Коли отвір відкритий, то за час  $dt$  із резервуара витікає кількість рідини  $dQ$

$$dQ = \mu \cdot \omega \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot z} \, d\tau, \quad (9.13)$$

де  $z$  – напір над центром ваги отвору у момент часу  $d\tau$ .

Одночасно рівень в резервуарі опуститься на величину  $dz = dQ/\Omega$ .

Звідси

$$-\Omega dz = \mu \cdot \omega \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot z} \, d\tau. \quad (9.14)$$

Знак мінус у (9.14) показує, що напір зменшується

$$d\tau = -\frac{\Omega dz}{\mu \cdot \omega \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot z}}. \quad (9.15)$$

Проінтегрувавши (9.15) в межах між напорами  $H_1$  та  $H_2$  отримаємо

$$\tau = \frac{2\Omega(\sqrt{H_1} - \sqrt{H_2})}{\mu \cdot \omega \cdot \sqrt{2 \cdot g}}. \quad (9.16)$$

Для випадку повного випорожнення резервуару, тобто коли  $H_2 = 0$  рівняння (9.16) прийме вигляд

$$\tau = \frac{2\Omega\sqrt{H_1}}{\mu \cdot \omega \cdot \sqrt{2 \cdot g}}. \quad (9.17)$$

Формула (9.17) може бути падана у вигляді

$$\tau = \frac{2\Omega H_1}{\mu \cdot \omega \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H_1}} = \frac{2 \cdot W}{Q}, \quad (9.18)$$

де  $W$  – об'єм резервуара,  $m^3$ ;

$Q$  – витрата рідини при початковому напорі  $H_1$ ,  $m^3/c$ .

Таким чином, час повного випорожнення резервуара (Emptying of reservoir) при змінному напорі в два рази більший того часу, який необхідний для витікання із резервуара рідини при початковому напорі в кількості, рівній початковому об'єму.

Аналогічним чином виводиться рівняння для визначення часу протягом якого різниця рівнів в резервуарах, що сполучені між собою, зміниться від деякої початкової величини  $H_1$  до заданої кінцевої  $H_2$

$$\tau = \frac{2\Omega_1 \cdot \Omega_2}{(\Omega_1 + \Omega_2) \cdot \mu \cdot \omega \cdot \sqrt{2 \cdot g}} \cdot (\sqrt{H_1} - \sqrt{H_2}), \quad (9.19)$$

де  $\Omega_1, \Omega_2$  – площа поперечного перерізу першого і другого резервуарів, що сполучені між собою (по руху рідини).

Якщо у формулі (9.19) прийняти  $H_2 = 0$ , то отримаємо залежність для визначення часу повного вирівнювання рівнів рідин у посудинах, що сполучені між собою

$$\tau = \frac{2\Omega_1 \cdot \Omega_2 \cdot \sqrt{H_1}}{(\Omega_1 + \Omega_2) \cdot \mu \cdot \omega \cdot \sqrt{2 \cdot g}}. \quad (9.20)$$

## 9.2 Приклади

**9.2.1** Визначити витрату і швидкість витікання води із малого круглого отвору діаметром  $d = 0,03$  м в боковій стінці резервуара великих розмірів. Напір над центром отвору  $H = 1$  м, температура води  $t = 20^\circ\text{C}$ .

*Розв'язування*

Із табл. А.12 кінематична в'язкість води при  $t = 20^\circ\text{C}$ ,  $\nu = 1 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с. Визначаємо число Рейнольдса, яке характеризує витікання

$$\text{Re} = \frac{\sqrt{2 \cdot g \cdot H} \cdot d}{\nu} = \frac{\sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 1} \cdot 0,03}{1 \cdot 10^{-6}} = 133000.$$

При  $\text{Re} > 10000$

$$\mu = 0,529 + \frac{5,5}{\sqrt{\text{Re}}} = 0,529 + \frac{5,5}{\sqrt{133000}} = 0,61.$$

Приймаємо  $\varphi = 0,98$ .

Швидкість витікання води із отвору

$$v_c = \varphi \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H} = 0,98 \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 1} = 4,3 \text{ м/с}.$$

Витрата води, що витікає із отвору

$$Q = \mu \cdot \omega \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H} = 0,59 \cdot \frac{3,14 \cdot 0,03^2}{4} \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 1} = 0,00191 \text{ м}^3/\text{с} = 1,91 \text{ л/с}.$$

**9.2.2** В пароохолодник через трубку зі свердленням надходить охолоджувальна вода з температурою  $20^{\circ}\text{C}$  з витратою  $Q = 0,00278 \text{ м}^3/\text{с}$ . Тиск води в трубці  $P_1 = 10^6 \text{ Па}$ , тиск в корпусі пароохолодника  $P_2 = 0,7 \cdot 10^6 \text{ Па}$ . Визначити скільки отворів діаметром  $d = 0,003 \text{ м}$  треба просвердлити в трубці для забезпечення заданої витрати води.

*Розв'язування*

Із табл. А.12 густина води  $\rho = 998,2 \text{ кг/м}^3$ , кінематична в'язкість  $\nu = 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ .

Визначаємо число Рейнольдса, яке характеризує витікання із отвору

$$Re = \frac{\sqrt{2 \cdot \Delta P / \rho} \cdot d}{\nu} = \frac{\sqrt{2 \cdot 0,3 \cdot 10^6 / 998,2} \cdot 0,003}{1 \cdot 10^{-6}} = 73800.$$

При  $Re > 10000$

$$\mu = 0,529 + 5,5 / \sqrt{Re} = 0,529 + 5,5 / \sqrt{78000} = 0,61.$$

Витрата води, що витікає через один отвір:

$$q = \mu \cdot \omega \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta P}{\rho}} = 0,61 \cdot \frac{3,14 \cdot 0,003^2}{4} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 0,3 \cdot 10^6}{998,2}} = 10,3 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{с}.$$

Необхідна кількість отворів

$$n = \frac{Q}{q} = \frac{0,00278}{10,3 \cdot 10^{-5}} = 27 \text{ отворів}.$$

**9.2.3** Визначити швидкість течії і витрату води з бака через круглий отвір  $d = 10 \text{ см}$ , якщо перевищення рівня води над центром отворів  $H = 5 \text{ м}$ . Коефіцієнт витрати  $\mu = 0,62$ .

*Розв'язування*

Для визначення дійсної швидкості витікання води через отвір

$$v = \varphi \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H} = 0,98 \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 5} = 9,6 \text{ м/с};$$

$$\omega = \frac{\pi}{4} \cdot d^2 = 0,785 \cdot 0,1^2 = 0,00785 \text{ м}^2.$$

Витрата води з бака з урахуванням коефіцієнта витрати

$$Q = \mu \cdot F \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H} = 0,62 \cdot 0,00785 \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 5} = 0,058 \text{ м}^3/\text{с}.$$

**9.2.4** Визначити витрату води, яка витікає з теплової мережі через отвір в стінці трубопроводу, що утворився в результаті аварії. Надлишковий тиск в мережі  $P_{\text{надл.}}=4 \text{ кгс/см}^2$ , густина води  $\rho_{\text{в}}=1000 \text{ кг/м}^3$ , площа отвору  $F=1 \text{ см}^2$ . Коефіцієнт витрати отвору  $\mu = 1$ .

*Розв'язування*

Визначимо масову витрату води, кг/с, через отвір, що утворився:

$$G = Q \cdot \rho = \rho \cdot \mu \cdot F \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H},$$

де  $Q$  - об'ємна витрата,  $\text{м}^3/\text{с}$ ;

$H$  - втрата напору, м вод. ст.

$$H = \frac{P_{\text{надл.}}}{\rho \cdot g} = \frac{4 \cdot 9,81 \cdot 10^4}{1000 \cdot 9,81} = 40 \text{ м вод. ст.};$$

$$G = 1000 \cdot 1 \cdot 10^{-4} \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 40} = 2,8 \text{ кг/с}.$$

**9.3 Завдання на СРС**

**9.3.1** Визначити витрату води, що витікає з басейну (рис. 9.2): через отвір в стінці  $Q_0$  (рис. 9.2, а); через внутрішній циліндричний насадок  $Q_{\text{в.н.}}$  (рис. 9.2, б); через зовнішній циліндричний насадок  $Q_{\text{з.н.}}$  (рис. 9.2, в); через коноїдальний насадок  $Q_{\text{к.н.}}$  (рис. 9.2, г). Внутрішній діаметр вихідних отворів  $d = 100 \text{ мм}$ . Висота рівня води над центром отвору 5 м.

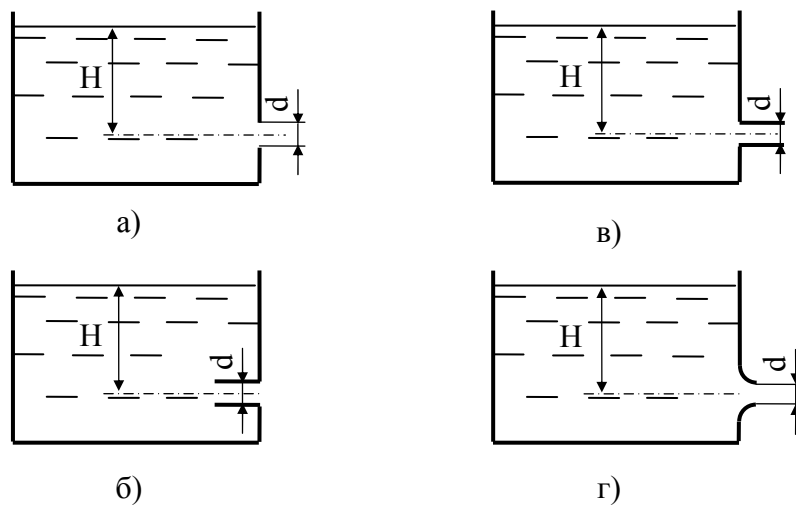


Рисунок 9.2



Відповідь: а)  $Q_0 = 48,2$  л/с; б)  $Q_{в.н.} = 55,2$  л/с; в)  $Q_{з.н.} = 63,7$  л/с; г)  $Q_{к.н.} = 75,3$  л/с.

**9.3.2** Визначити швидкість переміщення поршня вниз, якщо до його штоку прикладена сила  $F$  (рис. 9.3). Поршень діаметром  $D$  має п'ять отворів діаметром  $d$  кожний. Отвори розглядаються як зовнішні циліндричні насадки з коефіцієнтом витрати  $\mu$ .

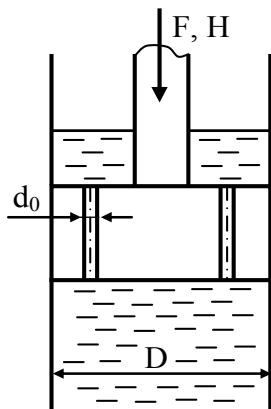


Рисунок 9.3

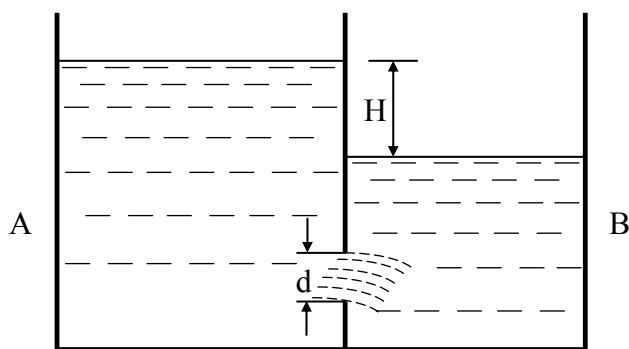


Рисунок 9.4

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$F$ , кН	11,0	12,0	11,5	12,5	10,5	10,0	9,5	9,0	8,5	8,0
$D$ , мм	70	75	80	90	65	60	65	60	85	95
$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	950	960	970	980	990	965	975	985	995	1010
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$d$ , мм	2,0	1,5	1,8	2,2	2,4	1,7	1,6	2,5	2,6	2,7
$\mu$	0,82	0,81	0,83	0,82	0,81	0,83	0,81	0,82	0,83	0,82

**9.3.3** Трубка, через яку проходить охолоджувальна вода з температурою  $t$  в пароохолодник, має  $n$  просвердлених отворів діаметром  $d$ . Тиск води в трубці  $P_1$ , тиск в корпусі  $P_2$ . Визначити витрату води в пароохолоднику.

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$P_1 \cdot 10^{-6}$ , Па	0,95	0,98	1,02	1,05	1,10	1,08	1,15	1,18	1,21	1,24
$P_2 \cdot 10^{-6}$ , Па	0,79	0,78	0,77	0,76	0,75	0,74	0,73	0,72	0,71	0,69
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$t$ , °С	10	15	20	25	30	10	15	20	25	30
$d$ , мм	2	3	4	2	3	4	2	3	4	2
$n$	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27

**9.3.4** Визначити час, необхідний для вирівнювання рівнів у двох посудинах А і В, що сполучені між собою. Посудини мають сталий по висоті поперечний переріз  $F_1$  (посудини А)  $F_2$  (посудини В). Діаметр отвору  $d$ , початкова різниця рівнів  $H$  (рис. 9.4).

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$F_1, \text{м}^2$	3	2	3,5	2,5	4	3	1,5	2,5	4,5	5,5
$F_2, \text{м}^2$	2	3	2,5	3,5	3	4	2,5	1,5	5,5	4,5
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$d, \text{см}$	10	8	12	6	14	4	11	9	13	7
$H, \text{м}$	1,5	1,9	1,6	2,1	1,8	2,2	1,7	1,0	1,3	0,9

**9.3.5** В двох посудинах А і В знаходиться вода з температурою  $t$ . Визначити в якому напрямку буде рухатись вода між посудинами та у якій кількості, якщо манометр в посудині В має показання  $P_m$ , а різниця рівнів між посудинами  $H = \text{const}$ . Посудини мають сталий по висоті поперечний переріз  $F_1$  (посудини А)  $F_2$  (посудини В), причому  $F_1 = F_2$ . Діаметр отвору між посудинами  $d$ . Визначити також при якій різниці рівнів  $H$  вода між посудинами не перетікатиме.

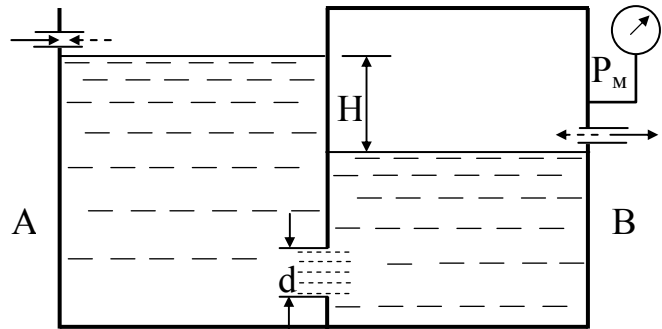


Рисунок 9.5

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$t, ^\circ\text{C}$	20	40	25	45	30	50	15	55	10	60
$d, \text{см}$	7	4	13	11	6	8	14	9	12	10
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$P_m, \text{кПа}$	25	40	39	30	50	45	35	25	55	20
$H, \text{м}$	2	5,5	2,5	5	3	6,5	1,5	3,5	4	4,5

**9.3.6** Над малим отвором діаметром  $d$  в тонкій стінці знаходиться шар води висотою  $H = \text{const}$ . Розглянути три варіанти витікання води : із малого отвору, із зовнішнього, із внутрішнього циліндричних насадків такого ж діаметра. Зіставити швидкості і витрати води. Пояснити розбіжність визначених величин. Пояснити механізм процесу витікання в кожному випадку. Визначити масові витрати води при температурі  $t$ .

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$d, \text{мм}$	3,5	4	5	6,1	7,3	8,1	9,4	10,6	11,3	14
$t, ^\circ\text{C}$	4	8	10	12	14	16	18	20	21	25
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$H, \text{м}$	1,0	0,9	0,8	0,85	0,92	0,73	0,76	0,81	0,92	0,63

**9.3.7** Розв'язати задачу 9.3.6 за умови відсутності підливання води у ємності ( $H = \text{var}$ ). За який час вода опуститься до рівня отвору в трьох варіантах витікання?

**9.3.8** В тонкій перегородці, яка розділяє бак на дві ємності А і В, є отвір діаметром  $d$ . Вода з ємності витікає в атмосферу через циліндричні насадки, що мають діаметри  $d_A$  і  $d_B$  (рис. 9.6). Визначити, на якій висоті встановляться рівні води в ємностях, якщо витрата води, що надходить в ємність В, дорівнює  $Q$ .

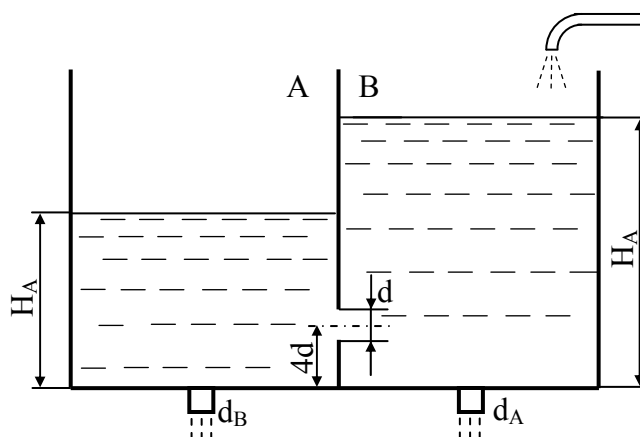


Рисунок 9.6

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$d$ , мм	17,0	16,5	16,0	16,8	17,2	17,5	16,2	16,5	16,0	18,0
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$Q$ , л/с	1,22	0,21	0,30	0,39	0,51	0,60	0,69	0,82	0,90	1,05
$d_A$ , мм	22	6	8	10	12	14	15	16	18	20
$d_B$ , мм	12	14	15	16	18	20	22	25	30	32

**9.3.9** Визначити час спорожнювання циліндричного резервуара через циліндричний насадок, якщо початковий рівень рідини дорівнює  $H$ , діаметр бака  $D$ , діаметр насадка  $d$  (рис. 9.7).

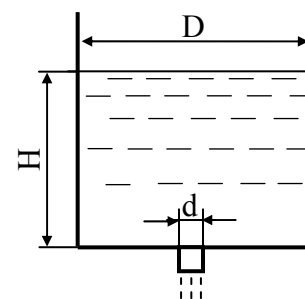


Рисунок 9.7

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$H$ , м	2,9	1,1	1,2	1,3	1,5	1,7	2,0	2,2	2,45	2,55
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$D$ , м	1,75	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,1	1,2	1,45	1,5
$d$ , мм	45	30	27	34	22	20	40	18	42	16

## 10 ОДНОВИМІРНІ ТЕЧІЇ ГАЗУ

### 10.1 Рівняння Бернуллі для адіабатної течії газу, швидкість звуку, максимальна і критична швидкість, критичні параметри

Для одновимірних потоків характерна зміна параметрів тільки в одному напрямку. Наприклад, швидкість  $C$ , тиск  $P$ , густина  $\rho$ , температура  $T$  залежать від однієї координати  $l$  і часу  $\tau$

$$C, P, \rho, T = f(l, \tau).$$

Ці обставини суттєво спрощують всі вихідні рівняння і дозволяють врахувати і проаналізувати вплив різних зовнішніх дій на структуру потоку.

Одновимірною можна вважати течію рідини в каналі з поперечним перерізом, що плавно змінюється, і малою кривизною осі. Одночасно вводиться припущення про сталість всіх параметрів потоку в поперечному перерізі каналів або замість дійсних величин використовуються їх середні значення.

Ця наближена модель потоку в багатьох випадках досить добре збігається з експериментом.

Рівняння безперервності для двох довільних перерізів 1 і 2 при відсутності масообміну із зовнішнім середовищем приймає вигляд

$$\omega_1 \cdot \rho_1 \cdot C_1 = \omega_2 \cdot \rho_2 \cdot C_2. \quad (10.1)$$

Логарифмуючи вираз (10.1), одержимо

$$\ln \omega + \ln C + \ln \rho = \text{const}. \quad (10.2)$$

А логарифмічний диференціал від (10.1) має вигляд

$$\frac{d\rho}{\rho} + \frac{dC}{C} + \frac{d\omega}{\omega} = 0. \quad (10.3)$$

При цьому враховані такі перетворення

$$\int \frac{d\rho}{\rho} = \ln \rho; \quad d(\ln \rho) = d \int \frac{d\rho}{\rho}; \quad d \ln \rho = \frac{d\rho}{\rho}. \quad (10.4)$$

Рівняння кількості руху для одновимірної сталої, енергоізольованої течії при відсутності масових сил, безпосередньо витікає із рівняння Ейлера

$$C \frac{dC}{dx} = -\frac{1}{\rho} \frac{dP}{dx},$$

або  $CdC = -\frac{dP}{\rho}.$  (10.5)

Його інтегралом є рівняння Бернуллі для баротропної рідини

$$\frac{C^2}{2} + \int \frac{dP}{\rho} = \text{const.} \quad (10.6)$$

Ізоентропійний (адіабатний) процес описується залежностями

$$\frac{P}{\rho^k} = A, \quad P v^k = A \approx \text{const.} \quad (10.7)$$

Рівняння енергії (теплоємності) для ідеальної рідини, що стискається, має такий же вигляд для ізоентропійного, як і рівняння кількості руху

$$\frac{C^2}{2} + \frac{k}{k-1} \cdot \frac{P}{\rho} = \text{const.} \quad (10.8)$$

### ***Параметри гальмування***

Записуючи (10.8) для перерізу, де швидкість зменшується до нуля і, отже, потік гальмується, знайдемо вираз для сталої в правій частині (10.8). Ця стала може бути подана різними способами

$$h_0 = c_p \cdot T_0 = \frac{k}{k-1} \cdot \frac{P_0}{\rho_0} = \text{const}, \quad (10.9)$$

де  $h_0$  – ентальпія загальмованого потоку або його повна енергія;

$P_0, \rho_0, T_0$  – параметри загальмованого потоку або параметри повного гальмування.

При повному гальмуванні потоку вся кінетична енергія переходить в теплову і температура  $T_0$ , як і ентальпія, також має одне певне значення. Тиск гальмування  $P_0$  і густина  $\rho_0$  можуть приймати різні значення, але їх відношення  $P_0/\rho_0$  повинно залишатися сталим. При використанні парамет-

рів гальмування (Parameters of braking) рівняння енергії (теплоємності) можна записати таким чином:

$$\frac{C^2}{2} + h = h_0 ; \quad (10.10)$$

$$\frac{C^2}{2} + \frac{k}{k-1} \cdot \frac{P}{\rho} = \frac{k}{k-1} \cdot \frac{P_0}{\rho_0} ; \quad (10.11)$$

$$\frac{C^2}{2} + c_p \cdot T = c_p \cdot T_0 \quad \text{або} \quad T + \frac{C^2}{2 \cdot c_p} = T_0 . \quad (10.12)$$

Як видно із (10.10) – (10.12), в сталому енергоізолюваному потоці сума кінетичної і потенціальної енергії (віднесеної до одиниці маси) стала вздовж трубки течії.

Якщо газову струмину загальмувати цілком, то параметри газу досягають максимального значення. При ідеальному гальмуванні газової течії перехід від стану руху до загальмованого стану описується рівнянням ідеальної адіабати

$$\frac{P}{P_0} = \left( \frac{T}{T_0} \right)^{\frac{k}{k-1}} ; \quad \frac{\rho}{\rho_0} = \left( \frac{T}{T_0} \right)^{\frac{1}{k-1}} , \quad (10.13)$$

де  $k$  – показник адіабати.

### **Швидкість звуку**

Під швидкістю звуку (Speed of sound)  $a$  розуміють швидкість розповсюдження малих збурювань. Дозвукова течія реалізується при  $C < a$ , надзвукова –  $C > a$ .

Є принципова різниця в поведінці дозвуківих і надзвуківих потоків. Оцінка тієї межі швидкостей, де ще можна вважати рідини нестисливими і не враховувати в розрахунках зміну їх густини, дуже важлива.

Правильна оцінка швидкості звуку дозволяє визначати не тільки методи розв'язання газодинамічних задач, але й правильність кінцевих результатів.

В однофазному ізоентропійному потоці  $P/\rho^k = \text{const}$  швидкість розповсюдження слабих збурювань (швидкість звуку) залежить від фізичних властивостей середовища, його температури і визначається за допомогою залежностей

$$a = \sqrt{dP/d\rho},$$

$$a = \sqrt{k \cdot P/\rho} = \sqrt{k \cdot R \cdot T}. \quad (10.14)$$

### ***Критична швидкість***

Із аналізу рівнянь (10.10) – (10.12) – швидкість потоку не може рости нескінченно, а обмежується деякою максимальною величиною  $C_{\max}$ . Вона досягається при повному переході всієї наявної енергії в кінетичну.

Отже, із (10.10) – (10.12)

$$\frac{C_{\max}^2}{2} = h_0 = \frac{k}{k-1} \cdot \frac{P_0}{\rho_0} = \frac{k \cdot R \cdot T_0}{k-1},$$

$$C_{\max} = \sqrt{2h_0} = \sqrt{2 \frac{k}{k-1} \cdot \frac{P_0}{\rho_0}} = \sqrt{2 \frac{k \cdot R \cdot T_0}{k-1}}. \quad (10.15)$$

Оскільки швидкість звуку визначається за залежностями (10.14), а для загальмованого потоку

$$\frac{k \cdot P_0}{\rho_0} = k \cdot R \cdot T_0 = a_0^2. \quad (10.16)$$

Перетворимо (10.11) до вигляду

$$\frac{C^2}{2} + \frac{a^2}{k-1} = \frac{a_0^2}{k-1}. \quad (10.17)$$

Звідсіля

$$C_{\max} = a_0 \sqrt{2/(k-1)}. \quad (10.18)$$

Фізично максимальна швидкість відповідає витіканню газу в абсолютний вакуум ( $h = 0$ ,  $P = 0$ ,  $T = 0$ ). Практично така швидкість недосяжна. Таким чином, максимальна швидкість є теоретичною межею для швидкості газу.

Використовуючи (10.18), запишемо (10.17) у вигляді

$$\frac{C^2}{2} + \frac{a^2}{k-1} = \frac{C_{\max}^2}{2}. \quad (10.19)$$

Переріз  $x_{\text{кр}}$  (тут  $C = a = C_*$ ) і параметри в цьому перерізі назвемо кри-

тичними ( $C_*$ ,  $P_*$ ,  $\rho_*$ ,  $T_*$ ,  $\omega_*$ ) (рис. 10.1).

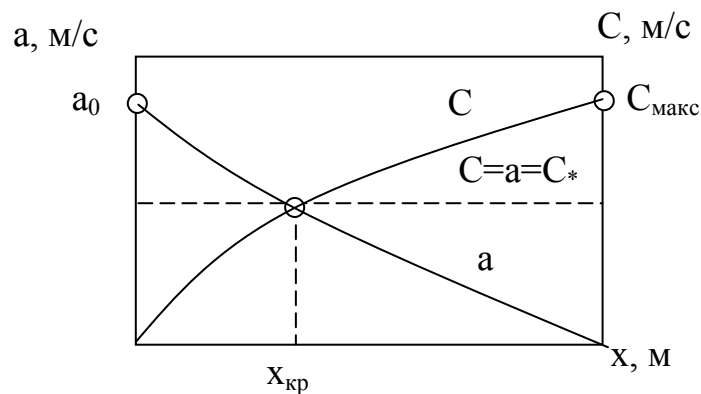


Рисунок 10.1 – Зміна швидкості потоку і локальної швидкості звуку при витіканні рідини в абсолютний вакуум:  $C_*$  – критична швидкість

Дуже важливе значення в газодинамічних дослідженнях мають безрозмірні швидкості :

$M = \frac{C}{a}$  – число Маха – це відношення швидкості потоку до швидкості звуку в даному газовому потоці; дає співвідношення між кінетичною і потенціальною енергією потоку;

$\lambda = \frac{C}{C_*}$  – коефіцієнт швидкості газового потоку.

Якщо  $M < 1$ , то течія називається дозвуковою.

Якщо  $M > 1$  – надзвукова течія газу.

Якщо  $M = 1$  – критична течія.

Параметри потоку при числі Маха  $M=1$  називаються критичними параметрами (Critical parameters) ( $C_*$ ,  $T_*$ ,  $P_*$ ,  $\rho_*$ ).

Критична швидкість (Stalling speed)

$$C_*^2 = a_{кр}^2 = \frac{2 \cdot k}{k+1} \cdot R \cdot T_0. \quad (10.20)$$

Критична температура

$$T_* = T_0 \cdot \frac{2}{k+1}. \quad (10.21)$$

Рівняння теплоємності можна записати в безрозмірному вигляді



$$\frac{T}{T_0} = 1 + M^2 \cdot \frac{k-1}{2} \quad \text{або} \quad \frac{T}{T_0} = 1 + \lambda^2 \cdot \frac{k-1}{k+1}. \quad (10.22)$$

При надзвуковій течії газу або при русі твердого тіла в газі з надзвуковою швидкістю виникають ударні хвилі або стрибки ущільнень. Швидкість при прямому стрибку падає, при цьому надзвукова швидкість до стрибка переходить у дозвукову швидкість після стрибка. Зв'язок швидкостей визначається за формулою

$$C_*^2 = V_1 \cdot V_H \quad \text{або} \quad \lambda_1 \cdot \lambda_H = 1. \quad (10.23)$$

Тиск при прямому стрибку збільшується. Відношення тисків можна виразити

$$\frac{P_1}{P_H} = \frac{2 \cdot k}{k+1} \cdot M^2 - \frac{k-1}{k+1} \quad \text{або} \quad \frac{P_1}{P_H} = \frac{\lambda_H^2 - \frac{k-1}{k+1}}{1 - \frac{k-1}{k+1} \cdot \lambda_H^2}. \quad (10.24)$$

Швидкість витікання у вихідному перерізі сопла, що звужується, визначається за формулою

$$C = \sqrt{\frac{2 \cdot k}{k-1} \cdot \frac{P}{P_0} \cdot \left(1 - \left(\frac{P}{P_0}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right)}. \quad (10.25)$$

Масова витрата через сопло визначається за формулою

$$G = \omega \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot k}{k-1} \cdot P_0 \cdot \rho_0 \cdot \left(\left(\frac{P}{P_0}\right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{P}{P_0}\right)^{\frac{k+1}{k}}\right)}. \quad (10.26)$$

Течія газу в соплі характеризується двома безрозмірними параметрами: коефіцієнтом тиску  $\sigma = \frac{P_{02}}{P_{01}} = \frac{P_{02}}{(P_{02})_{ид}}$ , коефіцієнтом швидкості  $\varphi = \frac{V}{V_{ид}}$ .

## 10.2 Рівняння Гюгоніо

Якщо всі кінематичні, динамічні і термодинамічні величини газового потоку є функціями тільки однієї координати і часу, то такий потік назива-

ється одновимірним.

При наближених розрахунках газових потоків в трубах в багатьох випадках можна задовольнитися спрощеною одновимірною стаціонарною схемою. Приймаючи вектор швидкостей в даному перерізі труби чи каналу направленим вздовж осі, а величини швидкості  $C$ , тиску  $P$ , густини  $\rho$  і температури  $T$  сталими по перерізу, будемо розглядати їх як величини, котрі змінюються від перерізу до перерізу каналу, причому закон зміни площини перерізу  $\omega$  вздовж осі  $x$  будемо вважати заданим, тобто

$$\omega = f(x); C, P, \rho, T = f(\omega). \quad (10.27)$$

Візьмемо за основний аргумент прямолінійну декартову координату  $x$ , яка відраховується вздовж осі каналу вниз за потоком від деякого початкового перерізу. Потік будемо вважати адіабатним, а газ досконалим (ідеальним). При цих умовах рух газу можна вважати ізоентропійним.

Користуючись рівнянням Ейлера

$$C \frac{dC}{dx} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{dP}{dx} \quad (10.28)$$

і рівнянням безперервності

$$\rho \cdot C \cdot \omega = \text{const}, \quad (10.29)$$

легко встановити диференціальні співвідношення між змінами швидкості і площини перерізу труби. Для цього перетворимо (10.5) до вигляду

$$CdC = -\frac{dP}{\rho} = -\frac{dP}{d\rho} \cdot \frac{d\rho}{\rho} = -a^2 \frac{d\rho}{\rho}, \quad (10.30)$$

де  $a = \sqrt{dP/d\rho}$  - швидкість звуку.

Візьмемо від обох частин (10.29) логарифмічний диференціал; тоді отримаємо

$$\frac{d\rho}{\rho} = -\frac{dC}{C} - \frac{d\omega}{\omega}. \quad (10.31)$$

Виключаючи за допомогою цієї рівності густину в попередньому рівнянні, знайдемо

$$CdC = -a^2 \left( -\frac{dC}{C} - \frac{d\omega}{\omega} \right),$$

$$(C^2 - a^2) \frac{dC}{C} = -a^2 \frac{d\omega}{\omega}$$

або, поділивши обидві частини на  $a^2$ ,

$$(M^2 - 1) \frac{dC}{C} = \frac{d\omega}{\omega}. \quad (10.32)$$

Із отриманого рівняння (яке носить ім'я Гюгоніо) витікають висновки:

- якщо  $M < 1$ , то знак  $dC$  протилежний знаку  $d\omega$ ; це дозвукова течія; збільшення швидкості буде відбуватись у каналі, який звужується (рис. 10.2, а);

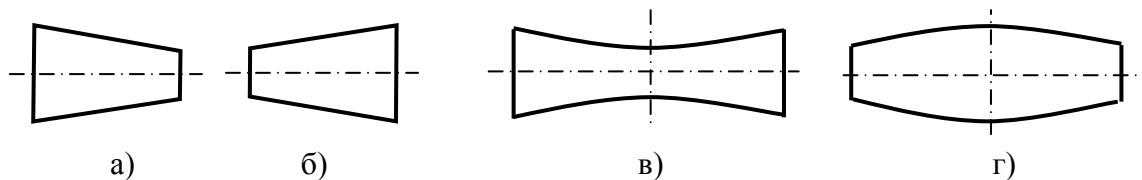


Рисунок 10.2 – До висновків із рівняння Гюгоніо: а – канал звужується; б – канал розширюється; в, г – переріз екстремальний; в – переріз мінімальний; г – переріз максимальний

- якщо  $M > 1$ , знак  $dC$  однаковий зі знаком  $d\omega$ , це надзвукова течія; збільшення швидкості буде відбуватись в каналі, який розширюється (рис. 10.2, б);

- якщо  $M = 1$ , то  $d\omega = 0$ ; відповідний переріз труби буде критичним;
- якщо  $d\omega = 0$  і переріз  $x_{кр}$  екстремальний (максимальний чи мінімальний), то або  $M = 1$  і, отже, цей переріз критичний ( $x_{кр}$ ), або  $M \neq 1$  і  $dC = 0$ .

### 10.3 Приклади

**10.3.1** Визначити необхідний внутрішній діаметр димової труби висотою  $H = 120$  м для видалення гарячих газів при масовій втраті  $G = 100$  кг/с. Температура зовнішнього повітря  $t = 20$  °С, барометричний тиск біля поверхні землі  $P_a = 1,026 \cdot 10^5$  Па. Температура гарячих газів  $t_1 = 250$  °С, початковий їх тиск  $P_1 = 0,997$  бар, густина газів  $\rho_r = 1,295$  кг/м<sup>3</sup> при  $t_0 = 0$  °С і  $P_0 = 100$  кПа. Шорсткість внутрішньої поверхні труби  $k_e = 2$  мм.

### Розв'язування

Враховуючи незначну зміну тиску і густини газів на вході і виході із труби, скористаємось рівнянням Бернуллі без врахування стисливості.

Тиск на виході із труби

$$P_2 = P_a - \rho_a \cdot g \cdot H,$$

де  $\rho_a$ ,  $P_a$  – густина і тиск повітря біля поверхні землі.

$$\rho_a = \frac{1,293 \cdot P_a \cdot T_0}{P_0 \cdot T} = \frac{1,293 \cdot 1,026 \cdot 10^5 \cdot 273}{100 \cdot 10^3 \cdot 293} = 1,24 \text{ кг/м}^3.$$

$$P_2 = 1,026 \cdot 10^5 - 1,24 \cdot 9,8 \cdot 120 = 1,011 \cdot 10^5 \text{ Па.}$$

Початкова густина гарячих газів

$$\rho_1 = \frac{\rho_r \cdot P_1 \cdot T_0}{P_0 \cdot T_1} = \frac{1,295 \cdot 0,997 \cdot 10^5 \cdot 273}{100 \cdot 10^3 \cdot 523} = 0,69 \text{ кг/м}^3.$$

За табл. А.15 для димових газів ( $P=1,01 \cdot 10^5$ ;  $P_{\text{CO}_2} = 13$ ;  $P_{\text{H}_2\text{O}} = 0,11$ ;  $P_{\text{N}_2} = 0,76$ , де  $P_{\text{CO}_2}$ ,  $P_{\text{H}_2\text{O}}$ ,  $P_{\text{N}_2}$  – відповідно парціальні тиски  $\text{CO}_2$ , водяної пари  $\text{H}_2\text{O}$  і  $\text{N}_2$  в димових газах) –  $\rho_1 = 0,682 \text{ кг/м}^3$ . Кінематична в'язкість газів при  $P = 1,01 \cdot 10^5 \text{ Па}$ ,  $t = 250 \text{ }^\circ\text{C}$  і  $\rho = 0,682 \text{ кг/м}^3$ ,  $\nu = 39,03 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ .

В подальшому використовуємо метод підбору, для цього приймаємо три значення діаметра димової труби  $d_1 = 3 \text{ м}$ ,  $d_2 = 4 \text{ м}$ ,  $d_3 = 5 \text{ м}$ .

Для цих значень середня швидкість гарячих газів в трубі, враховуючи  $\rho_1 = 0,69 \text{ кг/м}^3$  на всій протяжності труби

$$C_1 = \frac{4 \cdot G}{\rho_1 \cdot \pi \cdot d_1^2} = \frac{4 \cdot 100}{0,69 \cdot 3,14 \cdot 3^2} = 20,5 \text{ м/с,}$$

аналогічно  $C_2 = 11,54 \text{ м/с}$ ,  $C_3 = 7,38 \text{ м/с}$ .

Відповідно до числа Рейнольдса

$$\text{Re}_1 = \frac{C_1 d_1}{\nu_1} = \frac{20,5 \cdot 3}{39,03 \cdot 10^{-6}} = 15,7 \cdot 10^5, \quad \text{Re}_2 = 11,8 \cdot 10^5, \quad \text{Re}_3 = 9,45 \cdot 10^5.$$

На границі змішаного і шорсткого тертя:

$$Re_{гр}^1 = \left(120 \cdot \frac{d_1}{k_e}\right)^{1.125} = \left(120 \cdot \frac{3}{2 \cdot 10^{-3}}\right)^{1.125} = 8,17 \cdot 10^5;$$

$$Re_{гр}^2 = \left(120 \cdot \frac{d_1}{k_e}\right)^{1.125} = \left(120 \cdot \frac{4}{2 \cdot 10^{-3}}\right)^{1.125} = 11,3 \cdot 10^5;$$

$$Re_{гр}^3 = \left(120 \cdot \frac{d_1}{k_e}\right)^{1.125} = \left(120 \cdot \frac{5}{2 \cdot 10^{-3}}\right)^{1.125} = 14,5 \cdot 10^5.$$

У двох перших випадках  $Re > Re_{гр}$ , і для визначення гідравлічного коефіцієнта тертя використаємо формулу Мурина:

$$\lambda_1 = \frac{1}{\left(1,14 + 2 \lg \frac{d_1}{k_e}\right)^2} = \frac{1}{\left(1,14 + 2 \lg \frac{3}{2 \cdot 10^{-3}}\right)^2} = 0,0178,$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{\left(1,14 + 2 \lg \frac{d_2}{k_e}\right)^2} = \frac{1}{\left(1,14 + 2 \lg \frac{4}{2 \cdot 10^{-3}}\right)^2} = 0,0167.$$

Оскільки  $10^5 < Re_3 < Re_{гр}^3$  при  $d_3=5$ м, то використовуємо формулу Альтшуля

$$\lambda_3 = 0,11 \cdot \left(\frac{k_e}{d_3} + \frac{68}{Re_3}\right)^{0.25} = 0,11 \cdot \left(\frac{2 \cdot 10^{-3}}{5} + \frac{68}{9,45 \cdot 10^5}\right)^{0.25} = 0,0162.$$

Враховуючи, що при початковому тиску:

$$P_1 = 0,997 \cdot P_a = 0,997 \cdot 1,026 \cdot 10^5 \text{ Па},$$

швидкість газів  $C_1 = 0$ , залишимо рівняння Бернуллі для початкового і кінцевого перерізів газового потоку:

$$\rho_1 \cdot g \cdot Z_1 + P_1 = \rho_1 \cdot g \cdot Z_2 + P_2 + \alpha \cdot \frac{\rho \cdot C_2^2}{2} + \lambda \cdot \frac{H}{d} \cdot \frac{\rho \cdot C_2^2}{2}.$$

І оскільки  $Z_1 - Z_2 = H$ , то

$$P_1 - P_2 = \rho_1 \cdot g \cdot H + \alpha \cdot \frac{\rho \cdot C_2^2}{2} + \lambda \cdot \frac{H}{d} \cdot \frac{\rho \cdot C_2^2}{2}.$$

Враховуючи, що

$$C_2 = 4 \cdot G / (\rho_1 \cdot \pi \cdot d^2),$$

маємо

$$\Delta P = \rho_1 \cdot g \cdot H + \frac{8 \cdot G^2}{\rho_1^2 \cdot \pi^2} \cdot \left( \frac{1}{d^4} + \lambda \cdot H \cdot \frac{1}{d^5} \right).$$

Останнє рівняння розв'язуємо графоаналітичним методом, маючи на увазі що задане  $\Delta P_3 = P_1 - P_2 = 0,997 \cdot 1,026 \cdot 10^5 - 1,011 \cdot 10^5 = 1192,2$

Результати розрахунків кривої  $\Delta P = f(d)$  при  $H = 120$  м і  $G = 120$  кг/с зводимо в таблицю

Номер п\п	d, м	$\lambda$	$\frac{1}{d^4} + \lambda \cdot H \cdot \frac{1}{d^5}$	$\Delta P$ , Па
1	2,8	0,0177	0,0287	1330
2	3	0,178	0,021	1169
3	4	0,0167	0,00586	911
4	5	0,0162	0,0222	849

Далі будемо залежність  $\Delta P = f(d)$  і знаходимо  $d = 2,92$  м (рис. 10.3)

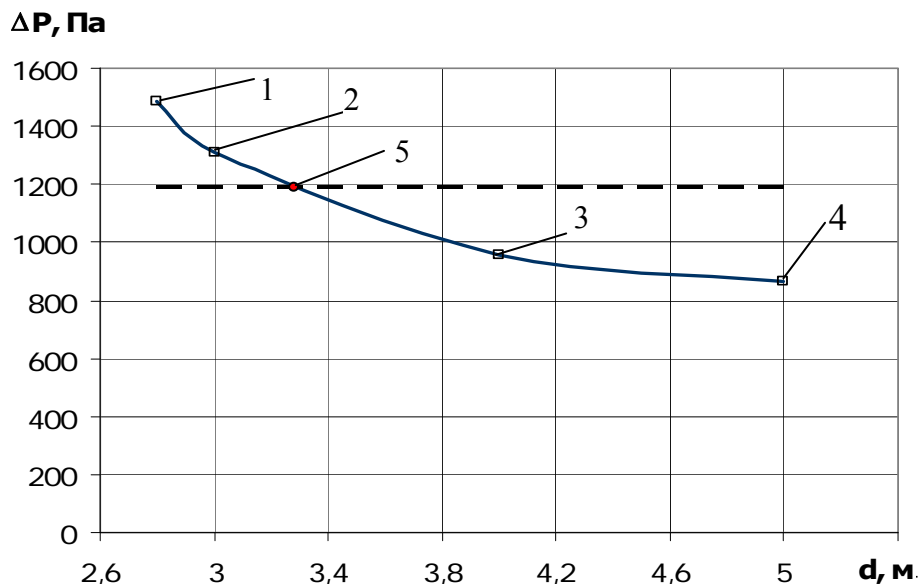


Рисунок 10.3 – Залежність  $\Delta P = f(d)$ : 1,2,3,4 – розрахункові точки; 5 – точка відповідає розв'язку

**10.3.2** В сталевому трубопроводі діаметром  $d = 0,1$  м і довжиною  $l = 100$  м подається стисле повітря під тиском абсолютним  $P_1 = 900$  кПа.

Температура повітря  $t = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ . Швидкість на початку трубопроводу  $C_1 = 30 \text{ м/с}$ . Визначити масову витрату повітря  $G$  і тиск в кінці труби  $P_2$ . Кінематична в'язкість повітря  $\nu = 15,7 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ . Абсолютна шорсткість стінок трубопроводу  $k_e = 0,3 \text{ мм}$ .

*Розв'язування*

Густина повітря на початку труби

$$\rho_1 = P_1 / (R \cdot T_1) = 900000 / (287 \cdot 293) = 10,7 \text{ кг/м}^3.$$

Масова втрата стислого повітря

$$G = \rho_1 \cdot \omega \cdot C_1 = 10,7 \cdot \frac{3,14 \cdot 0,1^2}{4} \cdot 30 = 2,52 \text{ кг/с}.$$

Число Рейнольдса

$$Re = C \cdot d / \nu = 30 \cdot 0,1 / (15,7 \cdot 10^{-6}) = 1,91 \cdot 10^5.$$

Відносна шорсткість

$$k_e / d = 0,3 / 100 = 0,003.$$

Коефіцієнт гідравлічного тертя

$$\lambda = 0,11 \cdot \left( \frac{k_e}{d} + \frac{68}{Re} \right)^{0,25} = 0,11 \cdot \left( 0,003 + \frac{68}{1,91 \cdot 10^5} \right)^{0,25} = 0,031.$$

Тиск в кінці трубопроводу знаходимо за формулою

$$\frac{P_1^2 - P_2^2}{2} = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{G^2}{2 \cdot \omega^2 \rho_1};$$

$$\frac{(9 \cdot 10^5)^2 - P_2^2}{2} = 0,031 \cdot \frac{100}{0,1} \cdot \frac{2,52^2}{2 \cdot (3,14 \cdot 0,1^2 / 4)^2} \cdot \frac{900000}{10,7};$$

$$P_2 = 735724,8 \text{ Па}$$

## 10.4 Завдання на СРС

**10.4.1** По трубопроводу з внутрішнім діаметром 150 мм протікає пара з тиском  $P_{\text{абс}} = 100 \text{ кгс/см}^2$  і температурою  $t = 500 \text{ }^\circ\text{C}$ . Швидкість пари  $C = 40 \text{ м/с}$ . Визначити годинну витрату пари і критерій Рейнольдса.

*Відповідь:*  $m_t = 21,09 \text{ кг/с} = 75,92 \text{ т/год}$ ;  $Re = 6,17 \cdot 10^6$ .

**10.4.2** Визначити втрату напору в прямому трубопроводі завдовжки  $l=1000 \text{ м}$ , по якому прокачується нафтопродукт з густиною  $\rho = 900 \text{ кг/м}^3$  в кількості  $Q = 31,4 \text{ л/с}$ . Внутрішній діаметр трубопроводу  $d = 200 \text{ мм}$ , коефіцієнт гідравлічного опору  $\lambda = 0,04$ .

*Відповідь:*  $h_{\pi} = 90 \text{ кПа}$ .

**10.4.3** У повітряний потік, що рухається в трубі з числом Маха  $M$  і температурою гальмування  $T_0$ , введений легкий предмет, що з часом набуває швидкості потоку. Яка буде його температура після настання теплової рівноваги?

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$T_0, \text{ К}$	400	400	450	500	420	550	380	510	400	450
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$M$	0,9	0,8	0,9	0,65	1,2	1,4	1,0	0,85	1,3	0,7

**10.4.4** Потік повітря в аеродинамічній трубі має статичний тиск  $P = 0,1 \text{ МПа}$ . При швидкості  $C \text{ м/с}$  його температура дорівнює  $T$ . Знайти критичні параметри ( $a^*$ ,  $T^*$ ,  $P^*$ ,  $\rho^*$ ).

Остання цифра шифру	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
$T, \text{ К}$	550	500	400	440	520	410	550	380	420	500
Передостання цифра шифру	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
$C, \text{ м/с}$	150	200	250	180	230	270	170	220	180	150

**10.4.5** У потоці повітря, що рухається зі швидкістю  $C \text{ м/с}$ , за допомогою термометра вимірювалася температура, що виявилась рівною  $T$ . Знайти число Маха і коефіцієнт швидкості  $\lambda$ .

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$T, \text{ К}$	400	410	380	400	420	300	350	400	440	370
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$C, \text{ м/с}$	250	240	300	450	400	550	280	380	580	420

**10.4.6** Трубка Піто вмонтована в крило літака, що рухається зі швидкістю  $C \text{ м/с}$ , атмосферний тиск  $P = 0,7 \cdot 10^5 \text{ Па}$ , а швидкість звуку  $a$ . Знайти тиск загальмованого потоку  $P_0$  на носіку трубки Піто.



Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a, м/с	329	350	410	400	420	440	422	388	340	408
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
C, м/с	1000	1200	1100	950	1150	900	1250	1120	1080	980

**10.4.7** Потік повітря при тиску  $P = 10,2 \cdot 10^5$  Па і температурі  $t$  °С тече зі швидкістю  $C$  м/с. Знайти параметри гальмування ( $T_0, P_0, \rho_0$ ) і швидкість звуку в потоці.

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
t, °С	-3	-10	-8	-15	-7	-15	-4	-3	-6	-5
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
C, м/с	100	150	200	300	220	350	120	100	280	170

**10.4.8** Знайти швидкість звуку, число Маха і зведену швидкість для струмینی газу, що впливає з балона зі швидкістю, рівною половині максимальної. Температура в балоні  $t$  °С, показник –  $k$ .

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
t, °С	27	40	38	25	30	28	20	20	32	35
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Газ	повітря	CO <sub>2</sub>	метан	пропан	повітря	CO <sub>2</sub>	азот	повітря	CO <sub>2</sub>	пропан
k	1,4	1,3	1,31	1,13	1,4	1,3	1,4	1,4	1,3	1,13

**10.4.9** Визначити необхідний внутрішній діаметр димової труби  $H$  для видалення гарячих газів при масовій втраті  $G$ . Температура зовнішнього повітря  $t$ , барометричний тиск біля поверхні землі  $P_a$  Па. Температура гарячих газів  $t_1$ , початковий їх тиск  $P_1$ , густина газів  $\rho_r = 1,295$  кг/м<sup>3</sup> при  $t = 0$  °С і  $P = 100$  кПа. Шорсткість внутрішньої поверхні труби  $k_e = 2$ мм.

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
H, м	127	110	115	125	130	135	140	145	150	132
G, кг/с	83	80	85	90	95	103	110	87	92	97
t, °С	15	20	0	5	10	15	20	0	5	10
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$P_a \cdot 10^{-5}$ , Па	1,026	1,025	1,022	1,021	1,019	1,027	1,020	1,018	1,017	1,024
$t_1$ , °С	250	160	170	180	190	200	210	220	280	240
$P_1 \cdot 10^{-5}$ , кПа	1,023	1,022	1,02	1,017	1,016	1,024	1,017	1,015	1,014	1,021

**10.4.10** Визначити, яку висоту повинна мати димова труба для видалення гарячих газів при масовій витраті  $G$  з початковою температурою  $t_1$ ,

початковим тиском  $P_1$  і густиною  $\rho_0$  при  $t_0$ , діаметром труби  $d$ , барометричним тиском поверхні землі  $P_a$ .

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
G, кг/с	95	55	50	60	65	70	75	80	85	90
t, °C	195	150	160	165	170	175	180	190	200	185
d, м	3,5	1,9	1,8	2	2,1	2	2,2	2,4	2,8	3,0
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$P_a \cdot 10^{-5}$ , Па	1,012	0,987	0,990	0,995	0,997	0,999	1,01	1,02	1,05	1,07
$P_1 \cdot 10^{-5}$ , кПа	1,04	0,981	0,982	0,990	0,992	0,994	0,996	0,997	0,998	1,02

**10.4.11** Газ рухається в каналі. Температура гальмування  $T_0$ . Визначити швидкість звуку в газі при  $T_0$ , максимальну швидкість газу, ентальпію гальмування. Визначити швидкість звуку при  $T$ , швидкість газу.

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Газ	повітря	He	O <sub>2</sub>	N <sub>2</sub>	CO	N <sub>2</sub>	O <sub>2</sub>	He	CO <sub>2</sub>	Повітря
$T_0$ , К	590	500	510	520	530	540	550	560	570	580
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
T, К	460	293	303	320	340	360	380	400	420	440

**10.4.12** Газ в деякому перерізі має тиск  $P$ , температуру  $t$ , масову витрату  $G$ . Площа перерізу  $\omega$ . Яким повинен бути канал ( $\omega$  збільшуватись чи зменшуватись), щоб швидкість зростала?

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
P, кПа	280	120	140	160	180	190	200	220	240	260
t, °C	200	20	40	60	80	100	120	140	160	180
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
G, кг/с	22	2	4	6	8	10	12	14	16	20
$\omega$ , м <sup>2</sup>	0,11	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,10
Газ	CO <sub>2</sub>	повітря	He	O <sub>2</sub>	N <sub>2</sub>	CO	N <sub>2</sub>	O <sub>2</sub>	повітря	He

## 11 МЕЖОВИЙ ШАР НЕСТИСЛИВОЇ РІДИНИ

В сучасних умовах широко використовується «зшиття» рішень: характеристики ядра потоку знаходяться із розв'язання задачі потенціальної течії, а для врахування особливостей пристінного руху застосовується теорія межового шару. Одна із найбільш важливих практичних задач механіки рідини та газу – це визначення опору. На величину відповідного коефіцієнту опору, в основному, впливає гідродинамічна обстановка в безпосередній близькості від твердої межі потоку, в так званому межовому шарі. Оскільки розрахувати деталі течії в цій області на основі розв'язання рівнянь Нав'є-Стокса не є можливим в силу нелінійності і складності останніх, то виникає необхідність в якихось задовільних наближеннях, одним із котрих є *теорія межового шару*.

Німецький інженер і математик Л. Прандтль в 1904 році опублікував теорію межового шару. Це велике відкриття в історії механіки рідини, воно дозволило зрозуміти багато уявних парадоксів в поведінці реальної рідини.

### 11.1 Основні поняття і залежності

#### *Види і структура межового шару*

На пластину натікає потік газу зі сталою швидкістю  $u_\infty$  (рис. 11.1)

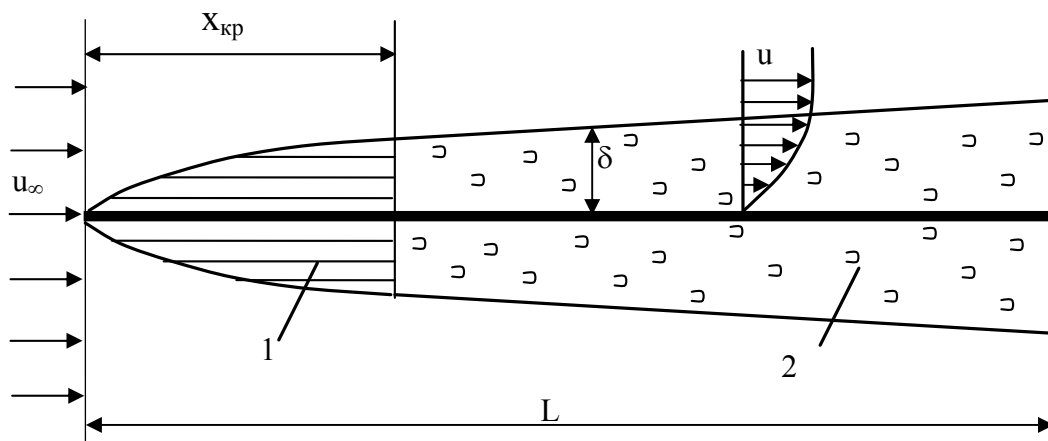


Рисунок 11.1 – обтікання пластини вздовж: 1 – ламінарний межовий шар (МШ); 2 – турбулентний МШ

Нема відриву струмини, але вздовж пластини виникає так званий межовий шар (МШ) рідини, поперечні розміри  $\delta$  котрого збільшуються вниз по течії. Поза цим шаром швидкість потоку така, якою вона була б

при відсутності пластини, тобто вплив в'язкості тут може бути знехтуваним. Навпаки, в межах межового шару сили в'язкості виявляються настільки суттєвими, як і сили інерції.

МШ починається у передній точці обтічного тіла, розповсюджується по всій його поверхні; при цьому він поступово розширюється. Практично за товщину шару беруть ту відстань від пластини, де швидкість відрізняється не більше ніж на 1% від швидкості незбуреного потоку  $u_\infty$  (рис. 11.1).

МШ може бути ламінарним або турбулентним. Від стану МШ значною мірою залежить і величина опору тертя,  $MШ = f(Re_x)$

$$Re_x = u_\infty \cdot L / \nu. \quad (11.1)$$

Для плоскої пластини ламінарний межовий шар переходить в турбулентний при

$$Re_{кр} = u_\infty \cdot x_{кр} / \nu. \quad (11.2)$$

де  $x_{кр}$  – довжина від переднього ребра пластини до кінця ламінарної частини межового шару.

Якщо  $L < x_{кр}$ , то весь межовий шар буде ламінарним; при  $L > x_{кр}$  – частина межового шару буде ламінарною, а частина – турбулентною (змішаний межовий шар).

*Опір пластини в потоці при обтіканні її вздовж*

Для визначення величини опору тертя застосовується залежність

$$F_{тр} = C_F \cdot \omega \cdot \rho \cdot u_\infty^2 / 2, \quad (11.3)$$

де  $\omega$  – площа обтічної поверхні тіла;

$C_F$  – коефіцієнт опору тертя.

Розглянемо пластину довжиною  $L$ , шириною  $l$ , площею  $\omega = l \cdot L$ , яку обтікає потік рідини. Виділяємо перерізи 1 та 2.

Застосуємо теорему про кількість руху. Різниця кількості руху рідини, яка протікає в одиницю часу через вказані перерізи, повинна дорівнювати сумі всіх сил, які діють на рідину на ділянці довжиною  $x$  між перерізами 1 і 2.

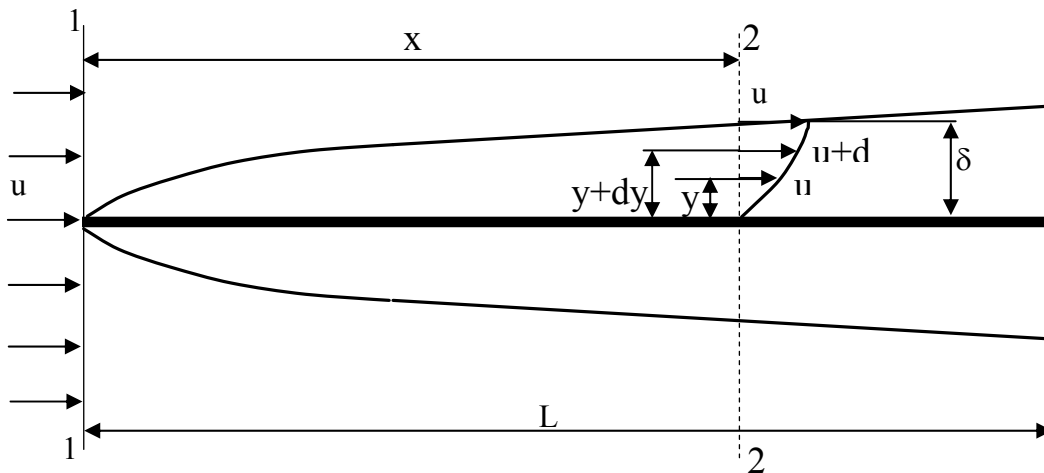


Рисунок 11.2 – До розрахунків межового шару на плоскій пластинці

Розглянемо елементарну площадку  $l dy$  другого перерізу потоку. Маса рідини, яка протікає через цю площадку –  $\rho u l dy$ , де  $u l dy$  – об'єм рідини, яка проходить через площадку в одиницю часу. Втрата швидкості, яка визвана гальмівною дією пластини, дорівнює  $u_\infty - u$ . Таким чином зменшення кількості руху за рахунок сил тертя:

$$(u_\infty - u) \cdot \rho \cdot u \cdot l dy = \rho \cdot u \cdot l \cdot (u_\infty - u) dy. \quad (11.4)$$

Втрата кількості руху стосується тільки тих частинок, котрі знаходяться всередині межового шару, для решти маси рідини  $u = u_\infty$ , отже,  $u_\infty - u = 0$ . Тому шукана різниця кількості руху рідини, яка протікає в одиницю часу через перший і другий переріз потоку, виразиться інтегралом

$$2 \int_0^\delta \rho l u (u_\infty - u) dy, \quad (11.5)$$

який розповсюджений тільки в межах межового шару і при тому по обидві сторони пластини (це враховується множителем 2).

Опір тертя тієї частини пластини, котра розміщена між перерізами 1 і 2

$$F_{тр} = 2 \int_0^x \tau_0 l dx, \quad (11.6)$$

де  $\tau_0$  – напруження тертя на довільному елементі поверхні.

Відповідно до теореми імпульсів

$$2 \int_0^{\delta} \rho l u (u_{\infty} - u) dy = 2 \int_0^x \tau_0 l dx \quad (11.7)$$

або

$$\rho \int_0^{\delta} u (u_{\infty} - u) dy = \int_0^x \tau_0 dx . \quad (11.8)$$

Диференціюючи обидві частини останнього виразу за  $x$ , отримаємо

$$\rho \frac{d}{dx} \int_0^{\delta} u (u_{\infty} - u) dy = \tau_0 . \quad (11.9)$$

Рівняння (11.9) являє собою спрощену форму так званого *інтегрального співвідношення Кармана*, справедливого як при ламінарному, так і турбулентному режимах.

При ламінарному обтіканні пластини наближено приймемо лінійний закон розподілення швидкостей

$$\frac{u}{u_{\infty}} = \frac{y}{\delta} . \quad (11.10)$$

Згідно із законом Н'ютона, дотичні напруження на стінці

$$\tau_0 = \mu \left( \frac{du}{dy} \right)_{y=0} = \mu \frac{u_{\infty}}{\delta} . \quad (11.11)$$

Визначимо тепер значення інтеграла, який входить в ліву частину рівняння (11.9)

$$\int_0^{\delta} u (u_{\infty} - u) dy = u_{\infty} \int_0^{\delta} u dy - \int_0^{\delta} u^2 dy = u_{\infty} \int_0^{\delta} u_{\infty} \frac{y}{\delta} dy - \int_0^{\delta} \left( u_{\infty} \frac{y}{\delta} \right)^2 dy = \frac{1}{6} u_{\infty}^2 \delta . \quad (11.12)$$

Підставимо (11.12) в (11.9)

$$\frac{\rho}{6} u_{\infty}^2 \frac{d\delta}{dx} = \tau_0 \quad (11.13)$$

або з врахуванням (11.11)

$$\frac{\rho}{6} \cdot u_{\infty}^2 \frac{d\delta}{dx} = \mu \cdot \frac{u_{\infty}}{\delta} . \quad (11.14)$$

Відповідно товщина межового шару, дотичне напруження на відстані  $x$  від переднього ребра пластини

$$\delta = 3,46 \sqrt{\frac{\nu \cdot x}{u_\infty}}; \quad (11.15)$$

$$\tau_o = 0,289 \sqrt{\frac{u_\infty^3 \rho}{x}} \mu. \quad (11.16)$$

Повний опір тертя пластини довжиною  $L$  з обох боків

$$F_{\text{тр}} = 2 \int_0^L \tau_o \cdot l \, dx = 2 \int_0^L 0,289 \sqrt{\frac{u_\infty^3 \rho}{x}} \mu \, dx, \quad (11.17)$$

$$F_{\text{тр}} = 1,16 \sqrt{u_\infty^3 \cdot \rho \cdot L \cdot \mu}.$$

Коефіцієнт опору тертя

$$C_F = 1,16 / \sqrt{\text{Re}}, \quad (11.18)$$

де  $\text{Re} = u_\infty L / \nu$ .

Проведений Блазіусом більш точний розрахунок дозволив отримати таку залежність

$$C_F = 1,328 / \sqrt{\text{Re}}. \quad (11.19)$$

У випадку турбулентного обтікання можна використати дані, які отримані при дослідженні турбулентного руху рідини в трубі, діаметром  $d$

$$\tau_o = \rho \cdot v^2 \cdot \lambda / 8, \quad (11.20)$$

де  $v$  – середня швидкість потоку в трубі;

$$\tau_o = 0,0275 \cdot \left( \frac{k_e}{d} + \frac{68 \cdot \nu}{v \cdot d} \right)^{0,25} \frac{\rho \cdot v^2}{2}. \quad (11.21)$$

Рівнянням (11.21) можна користуватися для оцінювання опору тертя, яке відбувається біля поверхні пластини. Переходимо із середньої швидкості в трубі  $v$  до швидкості на осі труби

$$u_{\max} (v \approx 0,8164 \cdot u_{\max}), \quad u_{\infty} = u_{\max}, \quad \delta = r,$$

де  $\delta$  – товщина межового шару,  
 $r$  – радіус труби, тоді

$$\tau_o = 0,015 \cdot \left( \frac{k_e}{\delta} + \frac{83 \cdot v}{u_{\infty} \cdot \delta} \right)^{0,25} \cdot \frac{\rho \cdot u_{\infty}^2}{2}. \quad (11.22)$$

Приймаємо розподіл швидкості в межовому шарі

$$\frac{u}{u_{\infty}} = \left( \frac{y}{\delta} \right)^{1/7}. \quad (11.23)$$

Тоді відповідно товщина межового шару, дотичне напруження на відстані  $x$  від переднього ребра пластини

$$\delta = 0,153 \cdot \left( k_e + \frac{83 \cdot v}{u_{\infty}} \right)^{1/5} \cdot x^{4/5}, \quad (11.24)$$

$$\tau_o = 0,024 \cdot \frac{\rho \cdot u_{\infty}^2}{2} \cdot \left( \frac{83 \cdot v}{u_{\infty} \cdot x} + \frac{k_e}{x} \right)^{1/5}. \quad (11.25)$$

Опір тертя пластини довжиною  $L$  і шириною  $1$  м при односторонньому обтіканні

$$F_{\text{тр}} = 0,03 \cdot \left( \frac{k_e}{L} + \frac{83 \cdot v}{u_{\infty} \cdot L} \right)^{1/5} \cdot \frac{\rho \cdot u_{\infty}^2}{2} L. \quad (11.26)$$

Коефіцієнт тертя

$$C_F = 0,03 \cdot \left( \frac{k_e}{L} + \frac{83}{\text{Re}} \right)^{1/5}, \quad (11.27)$$

де  $\text{Re} = u_{\infty} L / v$ .

Узагальнена формула Альтшуля (11.27) для коефіцієнта опору тертя пластини дійсна для всієї області турбулентної течії.

На випадок, коли

$$\frac{k_e}{L} \ll \frac{83}{\text{Re}} \quad \text{або} \quad \text{Re} \cdot \frac{k_e}{L} = \frac{u_{\infty} \cdot k_e}{v} \ll 83, \quad (11.28)$$



що характерно для обтікання моделей (мала шорсткість поверхні, малі швидкості), рівняння (11.27) приймає вигляд  
 - одностороннє обтікання:

$$C_F = 0,072 \cdot Re^{-0,2}. \quad (11.29)$$

На випадок, коли

$$\frac{k_e}{L} \gg \frac{83}{Re} \text{ або } Re \cdot \frac{k_e}{L} = \frac{u_\infty \cdot k_e}{\nu} \gg 83, \quad (11.30)$$

що характерно для великих швидкостей і значної шорсткості, рівняння приймає вигляд

$$C_F = \left( \frac{k_e}{L} \right)^{0,20}. \quad (11.31)$$

Більш строга залежність при умовах (11.28)

$$C_F = \frac{0,455}{(\lg Re)^{2,58}}, \quad (11.32)$$

при умовах (11.30)

$$C_F = \frac{0,357}{\left( \lg 24,7 \frac{L}{k_e} \right)^{2,58}}. \quad (11.33)$$

## 11.2 Приклади

**11.2.1** На плоску пластину(нову, чисту, матеріал – сталь) натікає повітря зі швидкістю  $v = 30 \text{ м/с}$  і температурою  $t = 10^\circ \text{C}$ . Визначити стан межового шару (ламінарного або турбулентного), а також його товщину на відстані  $x = 1 \text{ м}$  і  $x = 0,1 \text{ м}$  від попереднього краю пластини.

*Розв'язування*

Визначаємо (додаток) густину і кінематичну в'язкість повітря при  $t = 10^\circ \text{C}$ :  $\rho = 1,247 \text{ кг/м}^3$ ,  $\nu = 14,16 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ .

Критерій Рейнольдса межового шару на відстані  $x = 1 \text{ м}$

$$Re_x = \frac{v \cdot x}{\nu} = \frac{30 \cdot 1}{14,16 \cdot 10^{-6}} = 2118644.$$

Отже, межовий шар турбулентний.

Товщина межового шару на відстані  $x = 1$  м :

$$\begin{aligned} \delta &= 0,153 \cdot \left( k_e + \frac{83 \cdot v}{v} \right)^{1/5} \cdot x^{4/5} = \\ &= 0,153 \cdot \left( 0,03 \cdot 10^{-3} + \frac{83 \cdot 14,16 \cdot 10^{-6}}{30} \right)^{1/5} \cdot 1^{4/5} = 0,225 \text{ м}. \end{aligned}$$

Якщо  $x = 0,1$  м –  $Re_x = \frac{30 \cdot 0,1}{14,16 \cdot 10^{-6}} = 211864$  – межовий шар ламінарний.

Товщина межового шару:

$$\delta = 3,46 \cdot \sqrt{\frac{v \cdot x}{\nu}} = 3,46 \cdot \sqrt{\frac{14,16 \cdot 10^{-6} \cdot 0,1}{30}} = 0,75 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

**11.2.2** Плоска пластина з розмірами  $L = 1,1$  м і  $l = 3,9$  м ( $L$  – довжина пластини,  $l$  – ширина пластини; розмір паралельний кресленню) і абсолютно еквівалентною шорсткуватістю  $k_e = 0,05$  мм обдувається в ребро  $l = 3,9$  м потоком повітря зі швидкістю  $u_\infty = 70$  м/с. Температура повітря  $t = 10^\circ \text{C}$ . Визначити силу тертя між повітрям і пластиною з двох боків пластини.

*Розв'язування*

Густина і кінематична в'язкість при  $t = 10^\circ \text{C}$ :  $\rho = 1,247 \text{ кг/м}^3$ ,  $\nu = 14,16 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ .

Число Рейнольдса в кінці пластини :

$$Re_L = \frac{u_\infty \cdot L}{\nu} = \frac{70 \cdot 1,1}{14,16 \cdot 10^{-6}} = 5,44 \cdot 10^6.$$

Отже, на кінці пластини межовий шар турбулентний.

Число Рейнольдса в критичному перерізі:

$$Re_{кр} = \frac{u_\infty \cdot x_{кр}}{\nu},$$

звідсілля 
$$x_{кр} = \frac{Re_{кр} \cdot \nu}{u_{\infty}} = \frac{485000 \cdot 14,16 \cdot 10^{-6}}{70} = 0,098 \text{ м},$$

тобто, на відстані 0,098 м від початку пластини маємо ламінарний межовий шар, при  $x_{кр} < x \leq L$  маємо турбулентний межовий шар.

Силу тертя між повітрям і пластиною при двосторонньому турбулентному обтіканні визначимо за формулою:

$$F_{тр} = 2 \cdot C_F \cdot \omega \cdot \frac{\rho \cdot u_{\infty}^2}{2},$$

де  $C_F$  - коефіцієнт тертя;

$\omega$  - площа тертя з одного боку,  $\omega = L \cdot l, \text{ м}^2$ ;

$\frac{\rho \cdot u_{\infty}^2}{2}$  - динамічний напір, Па.

Для турбулентного обтікання пластини:

$$C_F = 0,03 \cdot \left( \frac{k_e}{L} + \frac{83 \cdot \nu}{u_{\infty} \cdot L} \right)^{1/5},$$

$$F_{тр} = 2 \cdot l \cdot 0,03 \cdot \left( \frac{k_e}{L} + \frac{83 \cdot \nu}{u_{\infty} \cdot L} \right)^{1/5} \cdot \frac{\rho \cdot u_{\infty}^2}{2} L =$$

$$= 2 \cdot 3,9 \cdot 0,03 \cdot \left( \frac{0,05 \cdot 10^{-3}}{1,100} + \frac{83 \cdot 14,16 \cdot 10^{-6}}{70 \cdot 1,1} \right)^{1/5} \cdot \frac{1,247 \cdot 70^2}{2} \cdot 1,1 = 112,8 \text{ Н}.$$

### 11.3 Завдання на СРС

**11.3.1** На плоску пластину натікає повітря зі швидкістю  $u_{\infty}$  і температурою  $t$ . Визначити стан межового шару (ламінарний або турбулентний), а також його товщину на відстані  $x$  від переднього краю пластини.

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$u_{\infty}$ , м/с	30	32	34	36	38	40	45	50	55	60
$t$ , °С	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$x$ , м	1	2	3	1,4	2,5	1,6	1,7	1,8	0,3	0,4
Якщо $x$ , м	0,1	0,2	0,3	0,14	0,25	0,16	0,17	0,18	0,03	0,04

**11.3.2** Плоска пластинка з розмірами  $L$  і  $l$  (розмір перпендикулярний до креслення) і абсолютною еквівалентною шорсткістю  $k_e$  обдувається в ребро потоком повітря зі швидкістю  $u_{\infty}$ . Температура повітря  $t$ . Визначити силу тертя між повітрям і пластиною з двох її боків.

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
L, м	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0
l, м	3,9	3,8	3,7	3,6	3,5	3,4	3,3	3,2	3,1	2,9
k <sub>e</sub> , мм	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,11	0,12	0,13	0,14	0,15
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
u <sub>∞</sub> , м/с	70	69	68	67	66	65	64	63	62	61
t, °C	10	12	14	16	20	25	30	35	40	45

**11.3.3** Димові гази натікають на плоску пластину зі швидкістю  $u_{\infty}$  і температурою  $t$ . На якій відстані  $x$  від переднього краю пластини товщина межового шару  $\delta$ ? Який межовий шар (ламінарний чи турбулентний) в цьому перерізі?

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1 варіант: $\delta$ , мм	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	1,2	1,6	2,3
2 варіант: $\delta$ , мм	21,0	24,0	30,0	36,0	42,0	48,0	57,0	80,0	75,0	68,0
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
t, °C	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550
u <sub>∞</sub> , м/с	8,0	9,0	10,0	11,0	8,5	9,5	10,5	11,5	12,0	14,0

**11.3.4** Поток газу з температурою  $t$  зі сталою по перерізу швидкістю  $u_{\infty}$  набігає на плоску пластину розміром  $L_1 \times L_2$  в ребро довжиною  $L_1$ . Виникає результуюча сила  $F_2$ ,  $N$ , тертя між повітрям і пластиною. Як зміниться сила тертя  $F$ , коли потік буде набігати на ребро  $L_2$  тієї ж пластини. Тиск газу  $P = 0,1$  МПа. Еквівалентна шорсткість пластини  $k_e = 0,05$  мм.

Передостання цифра шифру	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
L <sub>1</sub> , м	1,00	1,25	1,50	1,75	2,00	2,25	2,50	2,75	3,00	3,25
L <sub>2</sub> , м	3,8	2,60	2,40	2,10	1,60	3,60	1,80	1,40	1,10	0,90
Остання цифра шифру	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Газ	N <sub>2</sub>	Ar аргон	Водяна пара	Пові- тря	CH <sub>4</sub>	CO	CO <sub>2</sub>	Про- пан	CO <sub>2</sub>	CH <sub>4</sub>
t, °C	0	0	t <sub>н</sub>	30	0	0	0	0	0	0

**11.3.5** На дві однакові пластини, які розташовані паралельно на відстані  $H$ , набігає потік повітря (температура  $t$ ) з однаковою швидкістю  $u_{\infty}$ . На якій відстані від ребер, на які натікає повітря, межові шари на нижній і верхній пластині змикаються. Тиск повітря  $P = 0,1$  МПа. Еквівалентна шорсткість  $k_e$ .

Передостання цифра шифру	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
H, м	0,05	0,08	0,10	0,12	0,14	0,16	0,18	0,20	0,22	0,24
k <sub>e</sub> , мм	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,15	0,16	0,20	0,25	0,30
Остання цифра шифру	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
u <sub>∞</sub> , м/с	10	11	12	13	14	15	16	9	8	7
t, °C	5	10	15	20	25	30	7	12	23	27

## 12 ЗАТОПЛЕНІ ТУРБУЛЕНТНІ СТРУМИНИ

### 12.1 Визначення, поняття і залежності

Процес розповсюдження газу, який витікає із сопла чи отвору в заповнене газом довкілля, називається струминним процесом, а сам газ, що витікає, і частинки утягненого ним в рух навколишнього середовища – струминою.

Струмина, яка не обмежена твердими стінками, називається *вільною*.

Струмина вважається *затопленою*, якщо вона розповсюджується в просторі, зайнятому однорідною рідиною (крапельною чи газоподібною).

Теоретичні та експериментальні дослідження показали таке. Струмина, яка виходить із отвору з насадком в умовах плавного окреслення (контуру) входу в насадок і при умові, що тиск на виході із нього не нижче «критичного» (на випадок витікання газу), поступово розширюється у вигляді конуса і завдяки в'язкості утягує в рух рідину, яка її оточує. Таким чином між струминою і довкіллям відбувається обмін масою так, що в напрямленні руху струмини її маса збільшується.

В вихідному перерізі сопла (круглого радіусом  $r_0$ , прямокутного – півшириною  $b_0$ )  $ab - u_0 = \text{const}$  (рис. 12.1). В області трикутника  $abc$  у всіх точках струмини швидкості рідини рівні між собою і рівні  $u_0$ , це ядро струмини.

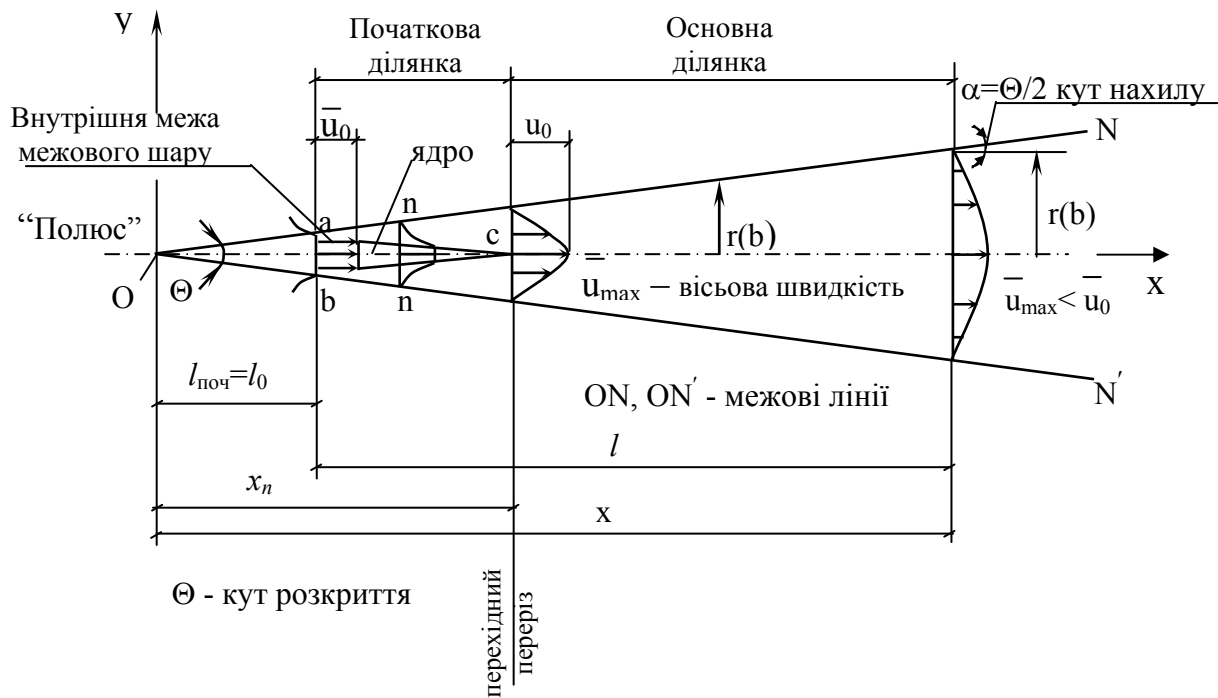


Рисунок 12.1

На межових лініях (рис. 12.1)  $ON$  і  $ON'$  повздовжні швидкості дорівнюють нулю; ці лінії перетинаються на осі в точці  $O$ , яка називається «плюсом».

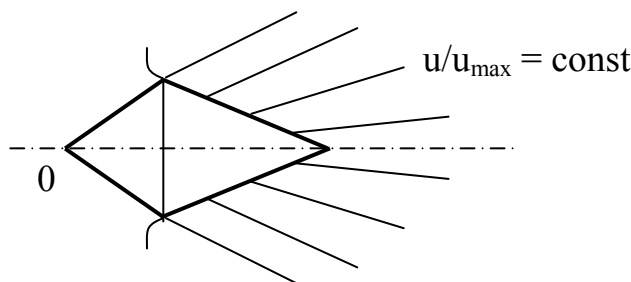


Рисунок 12.2

Ізотахи (рис. 12.2) – лінії рівних відносних швидкостей  $u/u_{\max}$  в області основної ділянки струмини (рис. 12.3).

В різних перерізах (рис. 12.4) поле швидкостей безперервно деформується. Чим далі переріз від початку струмини,

тим нижча і ширша еюра швидкостей. Інакше кажучи, підтверджується загальна картина поступового розширення струмини і зменшення її швидкості.

Якщо всі ці дані подати в безрозмірних координатах  $\bar{u}/\bar{u}_{\max} = f(y/r)$  для круглої і  $\bar{u}/\bar{u}_{\max} = f(y/b)$  для плоскої струмини виявляється така цікава обставина: всі дослідні точки для будь-яких перерізів відкладаються на одну загальну криву (рис. 12.5). Тобто, швидкості в подібних точках різних перерізів струмини подібні між собою.

Іншими словами, закономірність розподілення швидкостей і, отже, епюри повздовжніх осереднених швидкостей мають однаковий характер для всіх перерізів основної ділянки струмини.

Для круглої трубки еюра швидкостей добре апроксимується функ-

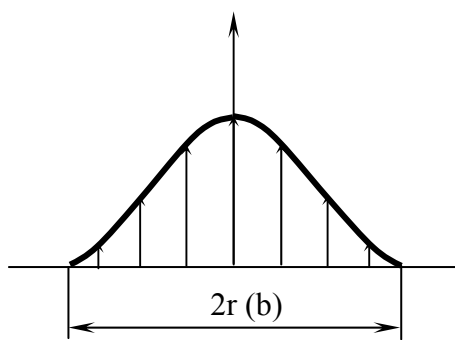


Рисунок 12.3 – Розподілення швидкостей в поперечному перерізі струмини основної ділянки

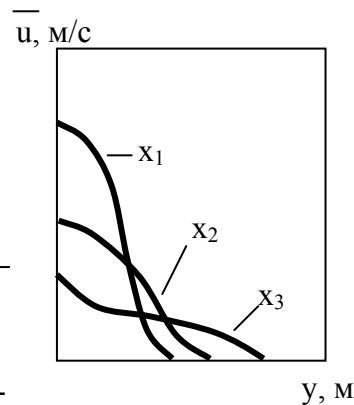


Рисунок 12.4 – Розподіл швидкостей в поперечному перерізі струмини при  $x_3 > x_2 > x_1 > x_n$

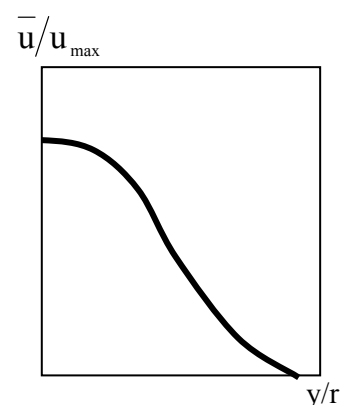


Рисунок 12.5

цією помилок, тобто виразом вигляду

$$\frac{\bar{u}}{\bar{u}_{\max}} = e^{-0,5 \cdot (e/(c \cdot x))^2}, \quad (12.1)$$

де  $c$  - деяка стала (із дослідів).

Для круглої і плоскої струмини:  $\bar{u}_{\max} = \text{const}/x$ ;  $\bar{u}_{\max} = \text{const}/\sqrt{x}$ . Стала “const” визначається із дослідів.

Таблиця 12.1 – Розрахункові формули (за Абрамовим Г. Н.) для круглої і плоскої вільної струмини

Параметри струмини	Позначення	Розрахункові формули струмини	
		кругла	плоска
Кут нахилу (на один бік) умовної зовнішньої межі	$\theta/2$	$3,4a$	$2,4a$
Відносна довжина початкової ділянки	$l_0/r_0$ ; $l_0/b_0$	$0,67/a$	$1,03/a$
Відносний радіус (півширина)	$r/r_0$ ; $b/b_0$	$3,4[0,29+(al/r_0)]$	$2,4[0,41+(al/b_0)]$
Відносна осьова швидкість на основній ділянці	$\bar{u}_{\max}/u$	$0,96/[0,29+(al/r_0)]$	$1,2/\sqrt{0,41+(al/b_0)}$
Відносні витрати на основній ділянці	$Q/Q_0$	$2,18/[0,29+(al/r_0)]$	$1,2/\sqrt{0,41+(al/b_0)}$

Примітка.  $a$  – константа; в рівномірному початковому полі швидкостей  $a = 0,066$  для круглої і  $a = 0,09$  – для плоскої струмини. При цьому кут нахилу зовнішньої умовної межі  $\theta/2$  відповідно дорівнює  $13^\circ$  і  $15^\circ$  для круглої і плоскої струмини. Відповідно:  $l_0=10 \cdot r_0$  і  $15 \cdot b_0$ . При розвинутій початковій епюрі швидкостей (рівномірний турбулентний потік в круглій трубі) –  $a = 0,07$ . В цих формулах довжина  $l$  означає відстань від початку струмини, яка в загальному випадку не збігається з відстанню  $x$  від “полюса” 0.

При більш детальних розрахунках струмин користуються співвідношеннями, які наведені в табл. 12.2 і 12.3.

Безрозмірний коефіцієнт структури  $a$  враховує вплив нерівномірності розподілу швидкостей в початковому перерізі і ступінь турбулентності потоку на параметри струмини. Наближені значення цього коефіцієнта для сопла – 0,07, для циліндричної труби – 0,76 (таблиця 12.3), для плоскої струмини – 0,09...0,12 (таблиця 12.2).

Розподіл швидкостей в струміні можна також розрахувати за формулою Шліхтінга

$$\frac{u}{u_{\max}} = (1 - \eta^{3/2}), \quad (12.2)$$

де  $\eta$  – відносна ордината точки, для круглої струмини  $\eta = y/r$ , для плоскої –  $\eta = y/b$ .

Таблиця 12.2 – Розрахункові формули для плоскої струмини

Параметри	Позначення	Початкова ділянка	Перехідний переріз	Основна ділянка
Відстань від полюса до початкового перерізу	$l_{\text{поч}}$	$0,41 \cdot b_o/a$	–	–
Відстань від полюса до перехідного перерізу	$x_{\text{п}}$	$1,44 \cdot b_o/a$	–	–
Півширина струмини	$\bar{b}_x$	$1 + \bar{x} \cdot \text{tg}\alpha$	3,53	$1 + \bar{x} \cdot \text{tg}\alpha$
Витрата	$\bar{Q}_x$	$1 + 0,183 \cdot \bar{x} \cdot \text{tg}\alpha$	1,46	$0,78\sqrt{1 + \bar{x} \cdot \text{tg}\alpha}$
Осьова швидкість	$\bar{V}_{\text{max}}$	1	1	$\frac{1,88}{\sqrt{1 + \bar{x} \cdot \text{tg}\alpha}}$
Середня швидкість витрати	$\bar{V}_p$	$\frac{1}{1 + 0,183 \cdot \bar{x} \cdot \text{tg}\alpha}$	0,685	$\frac{1,28}{\sqrt{1 + \bar{x} \cdot \text{tg}\alpha}}$
Кінетична енергія	$\bar{E}_k$	$1 - 0,102 \cdot \bar{x} \cdot \text{tg}\alpha$	0,743	$\frac{1,39}{\sqrt{1 + \bar{x} \cdot \text{tg}\alpha}}$

В таблиці 12.2 відносні величини:  $\bar{x} = \frac{x}{b_i}$ ;  $\bar{b}_x = \frac{b_x}{b_o}$ ;  $\bar{Q}_x = \frac{Q_x}{Q_o}$ ;

$$\bar{V}_{\text{max}} = \frac{u_{\text{max}}}{u_o}; \bar{V}_p = \frac{Q_o}{Q_x}; E_o = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot u_o^2 \cdot Q_o, \bar{E}_k = E_k / E_o, \text{tg}\alpha = 2,4 \cdot a.$$

Таблиця 12.3 – Розрахункові формули для круглої струмини

Параметри	Позначення	Початкова ділянка	Перехідний переріз	Основна ділянка
Відстань від полюса до початкового перерізу	$l_{\text{поч}}$	$0,29 \cdot r_o/a$	–	–
Відстань від полюса до перехідного перерізу	$x_{\text{п}}$	$0,96 \cdot r_o/a$	–	–
Радіус струмини	$\bar{r}$	$1 + \bar{x} \cdot \text{tg}\alpha = 1 + n$ $n = \bar{x} \cdot \text{tg}\alpha$	3,29	$1 + n$
Витрата	$\bar{Q}$	$1 + 0,229 +$ $+ 0,1145n^2$	2,12	$0,645(1+n)$
Осьова швидкість	$\bar{V}_{\text{max}}$	1	1	$3,29/(1+n)$
Середня швидкість площі	$\bar{V}_A$	$\frac{\bar{Q}}{(1+n)^2}$	0,1965	$\frac{0,645}{1+n}$
Середня швидкість витрати	$\bar{V}_B$	$1/\bar{Q}_x$	0,471	$1,55/(1+n)$
Кінетична енергія	$\bar{E}_k$	$1 - 0,1176n -$ $- 0,0588n^2$	0,426	$\frac{1,4}{1+n}$



В таблиці 12.3 відносні величини:  $\bar{x} = \frac{x}{r_0}$ ;  $\bar{r} = \frac{r}{r_0}$ ;  $\bar{Q} = \frac{Q}{Q_0}$ ;  $\bar{V}_{\max} = \frac{u_{\max}}{u_0}$ ;

$$\bar{V}_A = \frac{Q}{r^2}; \bar{V}_B = \frac{Q_0}{Q}; \bar{E}_K = \frac{\alpha_K \cdot Q^3}{r^4} \quad (\alpha_K - \text{коефіцієнт Коріоліса}), \operatorname{tg} \alpha = 3,4 \cdot a.$$

Взаємодія струмин. Зміною кута зіткнення двох струмин, які витікають в необмежений простір, вдається змінити форму, характер затухання швидкості і напрямок руху результуючої струмини, що утворилася.

В полум'яних печах, використовуючи опалення за допомогою направлених під кутом один до одного пальних пристроїв, можна змінювати форму і довжину як аеродинамічного факела, так і факела горіння в порівнянні з опаленням одним пальником. Розв'язувати такі задачі аналітичним методом не вдається.

Із практики встановлено: далекобійність результуючої струмини зменшується зі збільшенням кута зустрічі струмин, що стикаються. Це наслідок зміни рівня турбулентності вздовж осі результуючої струмини. А також збільшується відношення периметра струмини до її перерізу. В результаті чого із навколишнього нерухомого середовища втягується більша маса газу, котра діє з більшою гальмівною дією.

При проектуванні газових пальників важливо вміти розрахувати процес розвитку і змішування струмин. Наводимо деякі розрахункові співвідношення для круглої і прямокутної струмин (рис. 12.6):

а) рівняння для осі круглої струмини

$$\frac{a \cdot y}{d_0} = 195 \left( \frac{\rho_1 \cdot u_1^2}{\rho_2 \cdot u_2^2} \right)^{1/3} \cdot \left( \frac{a \cdot x}{d_0} \right)^2 + \frac{a \cdot x}{d_0} \operatorname{ctg} \alpha_1, \quad (12.3)$$

справедливо при  $45^\circ \leq \alpha \leq 135^\circ$  і

$$\left( \frac{\rho_1 \cdot u_1^2}{\rho_2 \cdot u_2^2} \right) = (1,45 \dots 8) \cdot 10^{-3}; \quad (12.4)$$

б) глибина проникнення круглої струмини в потік

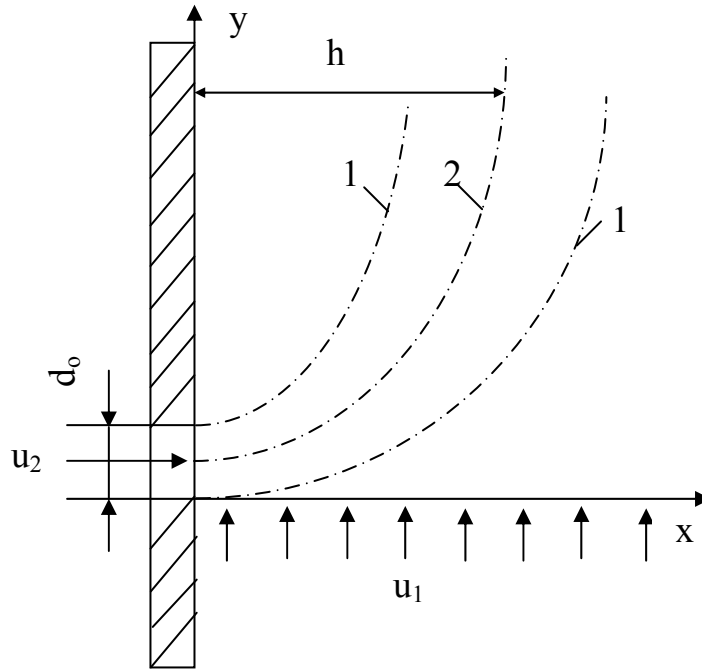


Рисунок 12.6 – Схема взаємодії струмин: 1 – умовні межі струмини; 2 – вісь струмини;  $h$  – глибина проникнення струмини;  $d_0$  – діаметр отвора, із якого відбувається витікання;  $\alpha$  – кут між осями струмин;  $u_2$  – швидкість основного потоку;  $u_1$  – швидкість потоку, що зносить основну струмину

$$h = \frac{0,132 \cdot d_0 \cdot u_2}{a} \cdot \frac{u_2}{u_1} \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}}; \quad (12.5)$$

в) рівняння осі прямокутної струмини

$$\frac{y}{d_{ек}} = \left( \frac{\rho_1 \cdot u_1}{\rho_2 \cdot u_2} \right)^{1/3} \cdot \left( \frac{x}{d_{ек}} \right)^3 + \frac{x}{d_{ек}} \operatorname{ctg} \alpha, \quad (12.6)$$

де  $d_{ек} = \sqrt{A_c / \pi}$  – еквівалентний діаметр струмини;

$A_c$  – площа сопла;

г) глибина проникнення прямокутної струмини в потік

$$h = 1,9 \cdot d_{ек} \frac{u_2}{u_1} \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}}, \quad (12.7)$$

велика сторона сопла при цьому направлена паралельно швидкості  $u_1$ .

## 12.2 Приклади

**12.2.1** Визначити швидкість на осі струмини в перерізі, який знаходиться на відстані  $x = 0,45\text{м}$  від зрізу сопла. Струмина газу витікає із сопла  $d_0 = 30\text{мм}$  зі швидкістю  $u_0 = 28\text{м/с}$ .

*Розв'язування*

Спочатку визначимо довжину початкової ділянки (табл. 12.1)

$$l_0 = 0,67/a \cdot (d_0/2) = 0,67/0,066 \cdot (0,03/2) = 0,152\text{м}.$$

Заданий переріз  $x$  знаходиться на основній ділянці, оскільки  $l_0 < x$ .

Швидкість на осі струмини:

$$\begin{aligned} \overline{u_{\max}} &= u_0 \cdot \{0,96/[0,29 + (a \cdot l/r_0)]\} = \\ &= 28 \cdot \{0,96/[0,29 + (0,066 \cdot 0,45/0,015)]\} = 11,8 \text{ м/с}. \end{aligned}$$

**12.2.2** Визначити товщину межового шару струмини, яка витікає із сопла  $d_0 = 50\text{мм}$ , в перерізі, який знаходиться на відстані  $x = 80\text{мм}$  від зрізу сопла.

*Розв'язування*

Перехідний переріз струмини знаходиться на відстані від зрізу сопла:

$$l_0 = (d_0/2) \cdot 0,67/a = (50/2) \cdot 0,67/0,066 = 253,8\text{мм} = 0,254\text{м}.$$

Радіус струмини на відстані  $x$  від зрізу сопла:

$$\begin{aligned} r_x &= (d_0/2) \cdot 3,4 \cdot [0,29 + (a \cdot l/r_0)] = (50/2) \cdot 3,4 \cdot [0,29 + (0,066 \cdot 80/(50/2))] = \\ &= 42,6\text{мм} = 0,043 \text{ м}. \end{aligned}$$

Радіус ядра сталих швидкостей в перерізі  $x$  знайдемо із співвідношення

$$\frac{r_0}{l_0} = \frac{r_x}{l_0 - x},$$

звідкілля

$$r_x = \frac{l_0 - x}{l_0} \cdot r_0 = \frac{0,254 - 0,08}{0,254} \cdot \frac{0,05}{2} = 0,017\text{м}.$$

Товщина межового шару:

$$r_{\text{мш}} = r_x - r_y = 0,043 - 0,017 = 0,026\text{м}.$$

## 12.3 Завдання на СРС

**12.3.1** Визначити відстань від сопла до перехідного перерізу, якщо масова витрата круглої струмини  $Q_T = 0,0635$  кг/с, густина газу  $\rho_T = 1,3$  кг/м<sup>3</sup>, а швидкість витікання дорівнює: а) 25 м/с; б) 30 м/с; в) 35 м/с; г) 40 м/с; д) 45 м/с; е) 50 м/с.

*Відповідь:* а)  $x_{\text{п}} = 0,239$  м.

**12.3.2** Побудувати поле швидкостей струмини на відстані  $x = 0,8$  м від зрізу сопла, якщо масова витрата  $Q_T = 0,23$  кг/с, густина газу  $\rho_T = 1,19$  кг/м<sup>3</sup>, діаметр сопла  $d_0 = 70$  мм.

**12.3.3** Визначити, на якій відстані від зрізу відбувається подвоєння витрати струмини, якщо діаметр сопла  $d_0$  дорівнює: а) 75 мм; б) 60 мм; в) 70 мм; г) 80 мм; д) 90 мм; е) 100 мм.

*Відповідь:* а) 0,333 м.

**12.3.4** Знайти співвідношення швидкостей струмини  $u_{\text{max}}/u_0$  в перерізі, де відбувається подвоєння витрати сопла, якщо діаметр сопла  $d_0$  дорівнює: а) 75 мм; б) 60 мм; в) 70 мм; г) 80 мм; д) 90 мм; е) 100 мм.

*Відповідь:* а)  $u_{\text{max}}/u_0 = 1$ .

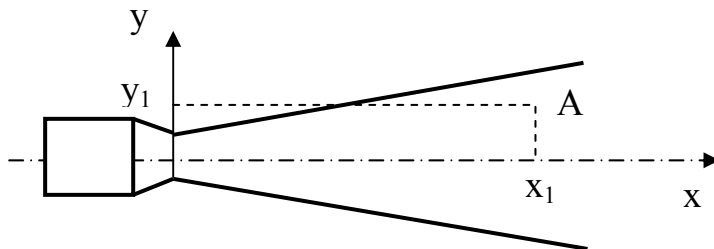


Рисунок 12.7

**12.3.5** В точці А камери печі (рис. 12.7) з координатами, м: а)  $x=0,3$ ,  $y=0,04$ ; б)  $x = 0,4$ ,  $y = 0,04$ ; в)  $x = 0,45$ ,  $y = 0,04$ ; г)  $x = 0,5$ ,  $y = 0,04$ . За допомогою трубки Піто заміряна

швидкість газу  $u = 25,1$  м/с. Визначити швидкість витікання газу із сопла, діаметр якого  $d_0 = 40$  мм.

*Відповідь:* а)  $u_0 = 69,5$  м/с.

**12.3.6** Знайти співвідношення середніх за витратою і площею швидкостей в перерізі струмини, яка проходить через точку А, і визначити ці швидкості (рис.12.7). Координати точки А: а)  $x = 0,3$ ,  $y = 0,04$ ; б)  $x = 0,4$ ,  $y = 0,04$ ; в)  $x = 0,45$ ,  $y = 0,04$ ; г)  $x = 0,5$ ,  $y = 0,04$ . В точці А швидкість газу  $u = 25,1$  м/с, діаметр сопла, із якого витікає газ, дорівнює  $d_0 = 40$  мм.

*Відповідь:* а)  $v_p = 23,4$  м/с;  $v_A = 9,8$  м/с.

**12.3.7** При якій швидкості витікання струмини із сопла діаметром  $d_0 = 100$  мм середня швидкість струмини на відстані  $x$  від зрізу сопла, яка дорівнює: а) 0,6 м; б) 0,65 м; в) 0,7 м; г) 0,75 м; д) 0,8 м; е) 0,85 м, буде  $v = 30$  м/с?

*Відповідь:* а)  $u_0 = 75$  м/с.

**12.3.8** В якому співвідношенні повинні знаходитись абсциси перерізів основної ділянки струмини, в яких середня швидкість по витраті дорівнює середній швидкості по площі? Діаметр сопла  $d_0 = 100$  мм.

*Відповідь:*  $x_p / x_k = 2,38$ .

**12.3.9** Струмина газу витікає із сопла діаметром  $d_0 = 50$  мм зі швидкістю  $u_r = 90$  м/с і вдувається в потік повітря, яке рухається зі швидкістю  $u_n = 20$  м/с під кутом  $\alpha = 90^\circ$ . Побудувати траєкторію осі струмини, якщо густина газу  $\rho_r = 1,45$  кг/м<sup>3</sup>, а густина повітря  $\rho_n = 1,29$  кг/м<sup>3</sup>.

**12.3.10** Плоска вільна струмина газу витікає із сопла півшириною  $b_0$  зі швидкістю  $u_0$ . Визначити швидкість на осі струмини в двох перерізах, які знаходяться на відстані  $x_1$  і  $x_2$ .

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$b_0$ , м	0,035	0,05	0,10	0,15	0,08	0,02	0,04	0,06	0,08	0,03
$u_0$ , м/с	44	34	35	36	37	38	39	40	41	42
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$x_1$ , м	0,23	0,30	0,32	0,34	0,28	0,26	0,24	0,22	0,18	0,16
$x_2$ , м	1,42	0,7	0,75	0,80	0,67	0,7	1,1	1,15	1,20	1,22

**12.3.11** Вільна плоска струмина газу витікає із сопла півшириною  $b_0$ . Визначити товщину межового шару струмини на відстані  $x$  від зрізу сопла.

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$b_0$ , м	0,036	0,02	0,022	0,024	0,026	0,028	0,03	0,035	0,032	0,034
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$x$ , м	0,08	0,15	0,17	0,11	0,21	0,16	0,18	0,13	0,07	0,1

## ЛІТЕРАТУРА

1. Альтшуль А. Д. Примеры расчетов по гидравлике : [учебное пособие] / Альтшуль А. Д., Калицун В. И., Майрановский Ф. Г. – М. : Стройиздат, 1977. – 255 с.
2. Башта Т. М.. Гидравлика, гидромашины и гидроприводы : [учебник. 2-е изд., перераб.] / Башта Т. М., Руднев С. С., Некрасов Б. Б. – М. : Машиностроение, 1982. – 423 с.
3. Дейч М. Е. Газодинамика / М. Е. Дейч, А. Е. Зарянкин. – М. : Энергоиздат, 1984. – 384 с.
4. Вильнер Я. М. Справочное пособие по гидравлике, гидромашинам и гидроприводам [2-е изд., перераб. и дополн.] / Вильнер Я. М., Ковалев Я. Т., Некрасов Б. Б.; под. ред. Некрасова Б. Б. – Минск : Высшая школа, 1985. – 382 с.
5. Чугаев Р. Р. Гидравлика / Чугаев Р. Р. – Л. : Энергия, 1970. – 552 с.
6. Грабовский А. М. Гидромеханика и газовая динамика. Сборник задач / Грабовский А. М., Иванов К. Ф., Дунчевский Г. М. – К. : Вища школа, 1987. – 64 с.
7. Альтшуль А. Д. Гидравлика и аэродинамика / А. Д. Альтшуль, П. Г. Киселев. – М. : Стройиздат, 1975. – 323 с.
8. Альтшуль А. Д. Гидравлические сопротивления / Альтшуль А. Д. – М. : Недра, 1970. – 216 с.
9. Идельчик И. Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям / Идельчик И. Е. – М. : Машиностроение, 1975. – 464 с.
10. Киселев П. Г. Гидравлика: основы механики жидкости / Киселев П. Г. – М. : Энергия, 1980. – 380 с.
11. Кулінченко В. Р. Гідравліка, гідравлічні машини і гідропривід: [підручник] / Кулінченко В. Р. – Київ : Фірма "ІНКОС", Центр навчальної літератури, 2006. – 616 с.
12. Угинчус А. А. Гидравлика и гидравлические машины [4-е изд. перераб.] / Угинчус А. А. – Харьков : Издательство Харьковского университета, 1970. – 395 с.
13. Альтман Е. І. Гідрогазодинаміка [посібник для практичних занять та самостійної роботи студентів] / Альтман Е. І., Большаков І. Л., Кожелупенко Ю. Д. – Одеса, 2008. – 150 с.
14. Ткаченко С. Й. Гідрогазодинаміка. Лабораторний практикум / Ткаченко С. Й., Чепурний М. М., Степанов Д. В.. – Вінниця : ВНТУ, 2003. – 65 с.

15. Справочник по гидравлическим расчетам / Под. ред. П. Г. Киселева. – М. : Энергия, 1974. – 312 с.
16. Справочник по гидравлике / Под ред. В. А. Большакова. – Киев : Выш. шк., 1984. – 279 с.
17. Колчунов В. І. Теоретична та прикладна гідромеханіка : навч. посіб. / Колчунов В. І. – К. : НАУ, 2004. – 336 с.
18. Завойко Б. М. Технічна механіка рідин і газів: основні теоретичні положення та задачі : навч. посіб. для студентів інженерно-технічних спеціальностей / Б. М. Завойко, Н. П. Лелій. – Львів : "Новий світ - 2000", 2004. – 119 с.

## Додаток А

Таблиця А.1 – Коефіцієнти об'ємного стиснення води в залежності від тиску і температури

t, °C	$\beta_w \cdot 10^{10}$ , Па <sup>-1</sup> , при тискові, МПа				
	0,5	1	2	3,9	7,8
0	5,4	5,37	5,31	5,23	5,15
5	5,29	5,23	5,18	5,08	4,93
10	5,23	5,18	5,08	4,98	4,81
15	5,18	5,1	5,03	4,88	4,7
20	5,15	5,05	4,95	4,81	4,6

Таблиця А.2 – Значення модуля пружності прісної води

t, °C	$\beta_w \cdot 10^{10}$ , Па <sup>-1</sup> , при тискові, МПа				
	0,5	1	2	3,9	7,8
0	185400	186400	188400	191300	197200
5	189300	191300	193300	197200	203100
10	191300	193300	197200	201100	208000
15	193300	194200	199100	205000	212900
20	194200	198200	202100	208000	217800

Таблиця А.3 – Коефіцієнти температурного розширення води

t, °C	$\beta_t \cdot 10^6$ , К <sup>-1</sup> , при тискові, МПа				
	0,1	10	20	50	90
1–10	14	43	72	149	229
10–20	150	165	183	236	289
40–50	422	422	426	429	437
60–70	556	548	539	523	514
90–100	719	704	–	661	621

Таблиця А.4 – Густина крапельних рідин при 20 °C

Рідина	Густина $\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	Рідина	Густина $\rho$ , кг/м <sup>3</sup>
Анілін	945	Масло касторове	970
Бензол	876...880	Масло лляне	930
Бензин авіаційний	739...780	Масло мінеральне	877...892
Бітум рідкий	1050	Нафта	850...950
Вода прісна	998,2	Ртуть	13547
Вода морська	1002...1030	Спирт етиловий	790
Гліцерин безводний	1250	Хлористий натрій	1200
Гас	792...840	Ефір етиловий	715...719
Масло турбінне	940...952	Паливо дизельне	878,7



Таблиця А.5 – Кінематична в'язкість деяких рідин

Найменування	t, °C	$\nu \cdot 10^4$ , м <sup>2</sup> /с	Найменування	t, °C	$\nu \cdot 10^4$ , м <sup>2</sup> /с
Бензин (Б-70)	20	0,0064	Масло касторове	20	10,02
Гас (Т-1)	20	0,025	Масло ляне	20	0,55
Гліцерин	20	4,1	Масло мінеральне	20	3,13...14,5
Масло М-20	0	76	Нафта		0,081...0,093
	20	11,2	Ртуть		0,0011
	40	2,7	Спирт етиловий безводний		0,0151
Масло трансформа- торне	0	1,35	Хлористий натрій		0,0153
	20	0,36	Паливо дизельне	20	0,08
	40	0,15		40	0,046

Таблиця А.6 – Густина і модуль пружності твердих тіл

Матеріал	Густина, $\rho \cdot 10^{-3}$ , кг/м <sup>3</sup>	Модуль пружності, $E \cdot 10^{-10}$ , Па	Матеріал	Густина, $\rho \cdot 10^{-3}$ , кг/м <sup>3</sup>	Модуль пружності, $E \cdot 10^{-10}$ , Па
Алюміній	2,7	7,05	Латунь	8,5	10
Бетон	–	2,12	Лід	0,92	0,28
Вісмут	9,8	3,19	Магній	1,74	4,26
Вольфрам	19,15	41,1	Мідь	8,9	12,98
Дерево:			Мрамор	2,7	3,5
дуб	0,7	1,3	Нікель	8,8	20,4
сосна	0,5	0,9	Платина	21,4	16,8
червоне	0,8	0,86	Свинець	11,3	1,62
Дюралюміній	2,8	7,1	Срібло	10,5	8,27
Залізо (сталь)	7,8	21,2	Скло	3	6
Золото	19,3	7,8	Цинк	7,1	9
Кварц	2,65	7,3	Чавун	7	11,5

Таблиця А.7 – Густина і кінематична в'язкість деяких рідин при P = 0,1 МПа

Рідина	Температура, t, °C	Густина, $\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	Кінематична в'язкість, $\nu \cdot 10^6$ , м <sup>2</sup> /с
1	2	3	4
Нафтопродукти			
Бензин авіаційний	20	710-780	0,4-0,5
Автомобільний	20	690-760	0,55-0,75
Дизельне паливо	20	830-860	2-6
Гас	20	790-860	2,5
Мазут	80	880-940	43-420
Масило авіаційне			
МС-14	100	860	14
МС-20	100	870	20,5
МК-22	100	880	22

Продовження таблиці А.7

1	2	3	4
АС-6	100	860	6
АС-8	100	870	8
АС-10	100	870	10
ДС-8	100	860	8
ДС-11	100	880	11
Мастило моторне			
МТ-14п	100	870	13,5-14,5
МТ-16п	100	870	16-17,5
МН-7,5	100	870	7,5
МС-6	50	850	6
М-20М	100	850	20
Мастило індустріальне			
И-5А	50	890	4-5
И-8А	50	900	6-8
И-12А	50	880	10-14
И-25А	50	890	24-27
И-30А	50	890	28-33
И-40А	50	895	35-45
И-70А	50	910	65-75
И-100А	50	920	90-118
Масло АМГ-10	50	850	13
Мастила			
Веретенне АУ	100	890-900	3,6
Турбулентне ТП-30	50	900	28-32
Турбулентне ТП-22	50	900	20-24
Турбулентне ТП-46	50	900	44-48
Трансформаторне	50	880-890	9
Нафта	18	760-900	25-140
Холодоагенти			
R12	20	1327	0,199
R22	20	1211	0,198
R717	20	610	0,237
R502	20	1259	0,142
R152	20	1121	0,292
Вітчизняні мастила для холодильних машин (див. примітку)			
ХА	20/50	880	42-58
ХА23		875	11,5-15,5
ХА30		879	22-24
ХА34		880	33-35
ХА35		910	34
ХА50		920	50
ХС25		845	27
ХС40		845	42
ХС50		850	55
ХФ12		874	18
ХФ22		883	24,5-28,4
ХФ22з		994	16

Продовження таблиці А.7

1	2	3	4
ХСН-40	20/50	885	41
ПФГОС-4		1055	42
ФМ-5,6АП		970	12-16
Холодоносії			
Хлористий кальцій			
29,9%	20	1286	2,75
26%	20	1240	1,53
Натрій хлористий			
23%	20	1175	1,84
26%	20	1100	1,53
Вода дистильована	4	1000	1,57
	20	998	1,01
	60	983	0,48
	80	972	0,37
Етиленгліколь			
100%	20	1113	19,17
60%	60	1051	15,98
40%	60	1029	4,6
Органічні речовини			
Бензол	20	870-880	0,07
Анілін	20	945	4,3
Масло касторове	20	970	1000
Масло льняне	20	930	55
Гліцерин (безводний)	20	1260	870
ртуть	15	13560	0,11
скипидар	16	870	1,83
Спирт етиловий безводний	20	790	1,51
Примітка. Густина масла наведена при $t = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$ , в'язкість при $t = 50\text{ }^{\circ}\text{C}$			

Таблиця А.8 – Густина і кінематична в'язкість деяких газів при  $t = 0\text{ }^{\circ}\text{C}$  і тиску  $P = 0,1\text{ МПа}$

Рідина	Густина, $\rho$ , $\text{кг/м}^3$	Кінематична в'язкість, $\nu \cdot 10^6$ , $\text{м}^2/\text{с}$
Азот	1,25	13
Аргон	1,78	12
Водяна пара	0,80	11
Повітря	1,29	13
Метан	0,72	14
Оксид вуглецю	1,25	13-14
Діоксид вуглецю	1,98	7
Пропан	2,02	3,7

Таблиця А.9 – Середні значення ізотермічного модуля пружності і коефіцієнта об’ємного стиску і розширення деяких рідин

Рідина	Модуль пружності, Е, МПа	Коефіцієнти	
		Об’ємного стиску, $\beta_w$ , $10^{-9}$ 1/Па	Термічного розширення, $\beta_t$ , $10^{-4}$ 1/К
Бензин авіаційний	1350	0,741	11,5
Вода	2060	0,485	0,5
Гліцерин	4464	0,224	5,0
Гас	1275	0,784	10,0
масла			
АМГ-10	1305	0,766	8,0
И-20	1362	0,734	6,5
И-50	1473	0,679	7,0
ТП	1717	0,582	-
Силіконова рідина	1030	0,971	-
Спирт етиловий безводний	1275	0,784	11,0
Ртуть	32373	-	1,8
Анілін	-	0,039	8,5
Ацетон	901	1,11	14,3
Бензол, ефір	1282	0,78	12,2
Толуол	-	-	10,7

Таблиця А.10 – Тиск насичених парів деяких рідин  $P_{абс}$ , кПа

Рідина	Температура, °С									
	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200
<i>l</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>	<i>9</i>	<i>10</i>	<i>11</i>
Бензин Б-70	16,3	33,2	55,8	103,3	-	-	-	-	-	-
Вода	2,4	7,5	20,2	48,2	103,3	195	334	-	-	-
Гас Т-1	3,9	5,8	7,5	12,1	20,3	35	57	90,5	138,5	-
масла										
АМГ-10	-	-	0,4	0,8	1,8	3,1	5,8	11,8	23,8	-
И-20	-	-	0,14	0,3	0,4	0,6	0,9	2,0	3,8	6,8
И-50	-	-	-	-	0,14	0,3	0,7	1,6	3,0	5,8
Нафта (легка)	7,8	13,7	37,2	85,3	-	-	-	-	-	-
Ртуть	0,0002	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Спирт етиловий	8,0	20,0	49,3	-	-	-	-	-	-	-
Рідина	Температура, °С									
	-30	-20	-10	0	10	20	30	40	50	
R12	100	151	219	309	423	566	743	957	1214	
R22	164	245	355	498	681	910	1191	1532	1941	
R502	198	290	412	569	765	1008	1304	1659	2082	
R717	119,4	190	290	429	615	857	1167	1555	2033	
R13	839	1139	1511	1966	2516	3178	-	-	-	
R113	2,83	5,20	9,05	15,0	23,87	36,58	54,20	78,02	109,4	
R142	40,26	64,24	98,4	145,2	207,9	289,6	393,8	524,5	685,7	
R11	9,2	15,7	25,6	40,21	60,56	88,65	126,1	174,8	235,7	
R21	16,76	28,35	45,74	70,86	105,9	153,2	215,6	295,9	-	

Таблиця А.11 – Залежність густини рідини від температури, кг/м<sup>3</sup>

t, °C	-40	-30	-20	-10	0	10	20	40	60	80
Вода	-	-	-	-	1000	1000	998	992	983	972
R11	1600	1578	1556	1534	1511	1487	1438	-	-	-
R12	1518	1489	1459	1428	1396	1362	1327	1252	1165	1058
R21	1492	1471	1448	1426	1402	1378	1328	-	-	-
R22	1406	1380	1349	1317	1285	1249	1211	1132	1031	894
R113	1688	1665	1643	1621	1598	1575	1528	1479	1428	-
R142	-	1240	1218	1194	1170	1145	1121	1069	985	917
R502	1466	1443	1410	1376	1340	1300	1259	1138	1006	-
R717	690	677	665	682	638	624	610	579	545	505
Етиленгліколь і розчини етиленгліколю у воді										
t, °C	-40	-20	0	20	40	60	80	100	120	140
100%	-	-	1127	1113	1099	1085	1070	1055	1055	1022
60%	1108	1098	1088	1077	1064	1051	1036	1020	1000	986
40%	-	1067	1061	1052	1041	1029	1016	1000	984	966

Таблиця А.12 – Теплофізичні властивості води на лінії насичення

t, °C	P, бар	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	$C_p$ кДж/(кг·град)	$\lambda$ , Вт/(м·град)	$a$ , 10 <sup>7</sup> м <sup>2</sup> /с	$\mu$ , 10 <sup>-6</sup> , Н·с / м <sup>2</sup>	$\nu$ , 10 <sup>-6</sup> , м <sup>2</sup> / с	$\beta$ , 10 <sup>-4</sup> 1/град	$\sigma$ , 10 <sup>-4</sup> , кГ/м	Pr
0	1,01	999,9	4,212	0,551	1,31	1787,8	1,789	-0,63	77,1	13,67
10	1,01	999,7	4,191	0,574	1,37	1305,3	1,306	+0,7	75,6	9,52
20	1,01	998,2	4,183	0,599	1,43	1004,2	1,0006	1,82	74,1	7,02
40	1,01	992,2	4,174	0,634	1,53	653,2	0,659	3,87	71,0	4,31
60	1,01	983,2	4,178	0,659	1,60	468,8	0,478	5,11	67,5	2,98
80	1,01	971,8	4,195	0,674	1,66	355,0	0,365	6,32	63,8	2,21
100	1,01	958,4	4,220	0,683	1,69	383,4	0,295	7,52	60,0	1,75
120	1,99	943,1	4,25	0,686	1,71	237,3	0,252	8,64	55,9	1,47
140	3,62	926,1	4,287	0,685	1,72	201,0	0,217	9,72	51,7	1,26
160	6,18	907,4	4,346	0,683	1,73	173,6	0,191	10,7	47,5	1,10
180	10,03	886,9	4,417	0,674	1,72	153,0	0,173	11,9	43,1	1,00
200	15,55	863,0	4,505	0,663	1,70	136,3	0,158	13,3	38,4	0,93
220	23,20	840,3	4,614	0,646	1,66	124,6	0,148	14,8	33,8	0,89
240	33,48	813,6	4,756	0,628	1,62	114,7	0,141	16,8	29,1	0,87
260	46,59	784,0	4,949	0,605	1,56	105,9	0,135	19,7	24,2	0,87
280	64,20	750,7	5,229	0,574	1,46	98,1	0,131	23,7	19,5	0,90
300	85,92	712,5	5,736	0,540	1,32	91,2	0,128	29,2	14,7	0,97
320	112,90	667,1	6,573	0,506	1,15	85,3	0,128	38,2	10,0	1,11
340	146,08	610,1	8,164	0,457	0,92	77,5	0,127	53,4	5,78	1,39
360	186,81	528,0	13,98	0,396	0,54	66,7	0,126	109,0	2,06	2,35
370	210,54	450,5	40,42	0,337	0,18	56,9	0,126	264,0	0,48	6,79

Таблиця А.13 – Деякі фізичні властивості повітря

t, °C	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	$\nu \cdot 10^6$ , м <sup>2</sup> /с	t, °C	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	$\nu \cdot 10^6$ , м <sup>2</sup> /с
10	1,247	14,16	200	0,746	34,85
20	1,205	15,06	250	0,674	40,61
30	1,165	16,00	300	0,615	48,33
40	1,128	16,96	350	0,566	55,46
50	1,093	17,95	400	0,524	63,09
60	1,060	18,97	500	0,456	79,38
70	1,029	20,02	600	0,404	96,89
80	1,000	21,09	700	0,362	115,4
90	0,972	22,10	800	0,329	134,8
100	0,946	23,13	900	0,301	155,1
120	0,898	25,45	1000	0,277	177,1
140	0,854	27,80	1100	0,257	199,3
160	0,815	30,09	1200	0,239	233,7
180	0,779	32,49			

Таблиця А.14 – Теплофізичні властивості водяної пари на лінії насичення

t, °C	P, бар	$\rho''$ , кг/м <sup>3</sup>	$i''$ , кДж/кг	$r$ , кДж/кг	$C_p$ , кДж/(кг·К)	$\lambda$ , 10 <sup>-2</sup> Вт/(м·град)	$a$ , 10 <sup>-6</sup> м <sup>2</sup> /с	$\mu$ , 10 <sup>-6</sup> Н·с/м <sup>2</sup>	$\nu$ , 10 <sup>-6</sup> м <sup>2</sup> /с	Pr
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
100	1,013	0,598	2675,9	2256,8	2,135	2,372	18,58	11,97	20,02	1,08
110	1,43	0,826	2691,4	2230,0	2,177	2,489	13,83	12,46	15,07	1,09
120	1,98	1,121	2706,5	2202,8	2,206	2,593	10,50	12,85	11,46	1,09
130	2,7	1,496	2720,7	2174,3	2,257	2,686	7,972	13,24	8,85	1,11
140	3,61	1,966	2734,1	2145,0	2,315	2,791	6,130	13,54	6,89	1,12
150	4,76	2,547	2746,7	2114,4	2,395	2,884	4,728	13,93	5,47	1,16
160	6,18	3,258	2758,0	2082,6	2,479	3,012	3,722	14,32	4,39	1,18
170	7,92	4,122	2768,9	2049,5	2,583	3,128	2,939	14,72	3,57	1,21
180	10,03	5,157	2778,5	2015,2	2,709	3,268	2,339	15,11	2,93	1,25
190	12,55	6,394	2786,4	1978,8	2,856	3,419	1,872	15,60	2,44	1,30
200	15,55	7,862	2793,1	1940,7	3,023	3,547	1,492	15,99	2,03	1,36
210	19,08	9,588	2798,2	1900,5	3,199	3,722	1,214	16,38	1,71	1,41
220	23,20	11,62	2801,5	1857,8	3,408	3,896	0,983	16,87	1,45	1,47
230	27,98	13,99	2803,2	1813,0	3,634	4,094	0,806	17,36	1,24	1,54
240	33,48	16,76	2803,2	1765,6	3,881	4,291	0,658	17,76	1,06	1,61
250	39,78	19,98	2801,1	1715,8	4,158	4,512	0,544	18,25	0,913	1,68
260	46,94	23,72	2796,5	1661,4	4,468	4,803	0,453	18,84	0,794	1,75
270	55,05	28,09	2789,8	1604,4	4,815	5,106	0,378	19,32	0,688	1,82
280	64,19	33,19	2779,7	1542,9	5,234	5,489	0,317	19,91	0,600	1,90
290	74,45	39,15	2766,4	1476,3	5,694	5,827	0,261	20,60	0,526	2,01
300	85,92	46,21	2749,2	1404,3	6,280	6,268	0,216	21,29	0,461	2,13
310	98,70	54,58	2727,4	1325,2	7,118	6,838	0,176	21,97	0,403	2,29

Продовження таблиці А.14

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
320	112,90	64,72	2700,2	1238,1	8,206	7,513	0,141	22,86	0,353	2,50
330	128,65	77,10	2665,9	1139,7	9,881	8,257	0,108	23,94	0,310	2,86
340	146,08	92,76	2621,9	1027,1	12,35	9,304	0,0811	25,21	0,272	3,35
350	165,37	113,6	2564,5	893,1	16,24	10,70	0,0580	26,58	0,234	4,03
360	186,74	144,0	2481,2	719,7	23,03	10,79	0,0386	29,14	0,202	5,23
370	210,53	203,0	2330,9	438,4	56,52	17,10	0,0150	33,75	0,166	11,1

Таблиця А.15 – Теплофізичні властивості димових газів

( $V=760$  мм рт. ст.  $\approx 0,01 \cdot 10^5$  Па;  $\bar{p}(\text{CO}_2) = 0,13$ ;  $\bar{p}(\text{H}_2\text{O}) = 0,11$ ;  $\bar{p}(\text{N}_2) = 0,76$ )

t, °C	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	$C_p$ , кДж/(кг·К)	$\lambda$ , 10 <sup>-2</sup> Вт/(м·К)	$a$ , 10 <sup>-6</sup> м <sup>2</sup> /с	$\mu$ , 10 <sup>-6</sup> Па·с	$\nu$ , 10 <sup>-6</sup> м <sup>2</sup> /с	Pr
0	1,295	1,042	2,28	16,9	15,8	12,20	0,72
100	0,950	1,068	3,13	30,8	20,4	21,54	0,69
200	0,748	1,097	4,01	48,9	24,5	32,80	0,67
300	0,617	1,122	4,84	69,9	28,2	45,81	0,65
400	0,525	1,151	5,70	94,3	31,7	60,38	0,64
500	0,457	1,185	6,56	121,1	34,8	76,30	0,63
600	0,405	1,214	7,42	150,9	37,9	93,61	0,62
700	0,363	1,239	8,27	183,8	40,7	112,1	0,61
800	0,330	1,264	9,15	219,7	43,4	131,8	0,60
900	0,310	1,290	10,0	258,0	45,9	152,5	0,59
1000	0,275	1,306	10,90	303,4	48,4	174,3	0,58
1100	0,257	1,323	11,75	345,5	50,7	197,1	0,57
1200	0,240	1,340	12,62	392,4	53,0	221,0	0,56

Таблиця А.16 – Теплофізичні властивості трансформаторного масла

t, °C	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	$C_p$ , кДж/(кг·К)	$\lambda$ , Вт/(м·К)	$\nu$ , 10 <sup>-6</sup> м <sup>2</sup> /с	$a$ , 10 <sup>-8</sup> м <sup>2</sup> /с	$\beta$ , 10 <sup>-4</sup> 1/К	Pr
10	886,4	1,62	0,111	37,9	7,83	6,85	484
20	880,3	1,666	0,11	22,5	7,55	6,9	298
30	874,2	1,729	0,1092	14,7	7,27	6,95	202
40	868,2	1,787	0,1089	10,3	7,027	7	146
50	862,1	1,846	0,108	7,58	6,8	7,05	111
60	856	1,905	0,107	5,78	6,58	7,1	87,8
70	850	1,963	0,106	4,54	6,36	7,15	71,3
80	843,9	2,026	0,1056	3,66	6,16	7,2	59,3
90	837,8	2,095	0,1046	3,03	6,0	7,25	50,5
100	831,8	2,14	0,1038	2,56	5,83	7,3	43,9
110	825,7	2,2	0,103	2,2	5,66	7,35	38,8
120	819	2,25	0,1022	1,92	5,33	7,4	34,9

## Додаток Б

Таблиця Б.1 – Середні значення еквівалентної шорсткості

Труби	$k_e$ , мм
Тягнені труби із скла і кольорових металів, нові	0...0,002 (0,001)*
Сталеві суцільнотягнені нові	0,01...0...0,02 (0,014)
Те ж, після експлуатації	0,15...0...0,3 (0,2)
Сталеві зварені нові	0,03...0,1 (0,06)
Те ж, помірно заржавілі	0,3...0,7 (0,5)
Те ж, старі заржавілі	0,8...1,5 (1,0)
Чавунні нові	0,25...1...1,0
Чавунні і сталеві зварені ненові	0,8...1...1,5
Азбоцементні нові	0,05...0...0,1
Те ж, ненові	0,6
Бетонні і залізобетонні	0,3...0...0,8

\* - середнє значення

Таблиця Б.2 – Коефіцієнти місцевих опорів

Вид опору	$\zeta_{KB}$
Пробковий кран	0,4...1...1,5
Вентиль	2,5...6
Засувка, цілком відкрита	0,17
Вхід із резервуара в трубу	0,5
Вихід із труби в резервуар	1
Теж, зі зворотним клапаном	10
Різкий поворот труби на кут 30°	0,155
Те ж на кут 45°	0,318
60°	0,555
90°	1,19
Плавний поворот на кут $\varphi$ при радіусі повороту $R_n = 1,5 \cdot D$ при радіусі повороту $R_n = 2,5 \cdot D$	0,45·( $\varphi/90^\circ$ ) 0,42·( $\varphi/90^\circ$ )

Таблиця Б.3 – Значення коефіцієнтів витікання для різних видів насадків

Тип насадка	$\varepsilon$	$\varphi$	$\mu$
Круглий отвір	0,64	0,97	0,62
Зовнішній циліндричний насадок	1,0	0,82	0,82
Внутрішній циліндричний насадок	1,0	0,707	0,707
Конічно розбіжний при $\theta = 5-7^\circ$	1,0	0,45-0,50	0,45-0,50
Конічно східний при $\theta = 13^\circ 24'$	0,98	0,96	0,94
Колоїдальний	1,0	0,98	0,98



## Додаток В

### Деякі поняття та теореми теорії поля

Скаляр - тензор 0-го порядку.

Вектор - тензор 1-го порядку.

Деякі відомості із векторного і тензорного аналізу.

Тензор – багатокомпонентна величина, що характеризується певною поведінкою (трансформаційними властивостями) при перетвореннях системи координат.

Узагальнення понять скаляра, вектора.

Тензора напруження.

Функція  $\varphi$ , яка зіставляє кожній точці  $M$  простору деякий скаляр  $\varphi(M)$ , називається скалярною функцією або скалярним полем.

Функція  $\bar{U}$ , яка зіставляє кожній точці простору деякий вектор  $\bar{U}(M)$ , називається векторною функцією або векторним полем.

Аналогічним чином вводиться поняття тензорного поля.

Оператор  $\nabla$  (набла) в прямокутних декартових координатах визначається формулою

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x_1} \bar{i}_1 + \frac{\partial}{\partial x_2} \bar{i}_2 + \frac{\partial}{\partial x_3} \bar{i}_3.$$

Гradient скалярної функції  $\varphi(x_1, x_2, x_3)$  – це векторна функція, яка визначається співвідношенням

$$\overline{\text{grad}}\varphi = \nabla\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial x_1} \bar{i}_1 + \frac{\partial\varphi}{\partial x_2} \bar{i}_2 + \frac{\partial\varphi}{\partial x_3} \bar{i}_3.$$

Дивергенція векторної функції  $\bar{U}(x_1, x_2, x_3) = u_1 \bar{i}_1 + u_2 \bar{i}_2 + u_3 \bar{i}_3$  – це скалярна функція, яка визначається таким чином

$$\text{div} \bar{U} = \nabla \cdot \bar{U} = \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3}.$$

Ротор векторної функції  $\bar{U}$  визначається формулою

$$\text{rot} \bar{U} = \nabla \times \bar{U} = \left( \frac{\partial u_3}{\partial x_2} - \frac{\partial u_2}{\partial x_3} \right) \bar{i}_1 + \left( \frac{\partial u_1}{\partial x_3} - \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \right) \bar{i}_2 + \left( \frac{\partial u_2}{\partial x_1} - \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \right) \bar{i}_3.$$

Ця величина - псевдовектор.

Диференціальні операції другого порядку зводяться до послідовного застосування диференціальних операцій першого порядку, тобто операцій знаходження градієнта, дивергенції і ротора.

Оператор Лапласа (лапласіан), який в прямокутних декартових координатах визначається формулою

$$\Delta = \nabla \cdot \nabla \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

Таким чином

$$\nabla \cdot (\nabla \varphi) = \Delta \varphi,$$

де  $\varphi$  – скалярна функція.

Векторне поле  $\vec{U}$  називається потенціальним в деякій просторовій області  $V$ , якщо існує скалярна функція  $\varphi$ , яка називається потенціалом векторного поля така, що

$$\vec{U} = -\nabla \varphi$$

в кожній точці області  $V$ . Необхідною і достатньою умовою потенціальності векторного поля є виконання тотожності

$$\nabla \times \vec{U} \equiv 0$$

у кожній точці області  $V$ . Потенціальне векторне поле називається також безвихровим.

### Формулювання деяких інтегральних теорем векторного і тензорного аналізу

1. Теорема Петроградського - Гауса (теорема про дивергенцію). Нехай  $\omega$  - замкнута поверхня, яка обмежує об'єм  $V$ ,  $\vec{n}$  - зовнішня нормаль до поверхні  $\omega$ . Для будь-якого векторного поля  $\vec{U}$

$$\int_V (\nabla \cdot \vec{U}) dV = \int_S U_n dS,$$

де  $U_n$  - проекція вектора  $\vec{U}$  на нормаль  $\vec{n}$ .

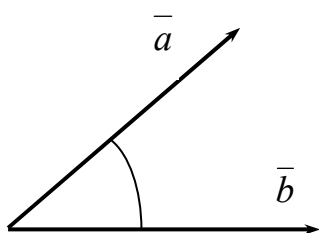
2. Теорема Стокса. Нехай  $\omega$  площа поверхні, яка обмежена замкнутою кривою  $C$ .

Для будь-якого векторного поля  $\vec{U}$  виконується співвідношення

$$\int_{\omega} [(\vec{\nabla} \times \vec{U}) \cdot \vec{n}] d\omega = \oint_C \vec{U} d\vec{r}.$$

Орієнтація вектора нормалі  $\vec{n}$  повинна бути узгоджена з напрямом обходу контура  $C$  за правилом правого гвинта.

Скалярний добуток двох векторів



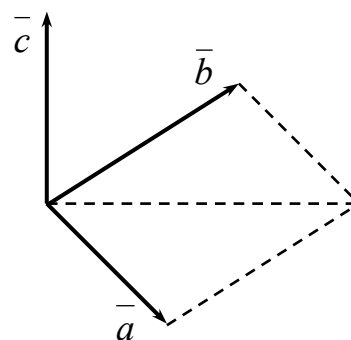
$$\begin{aligned} \vec{a} \cdot \vec{b} &= |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\angle \vec{a}, \vec{b}) \\ |\vec{b}| \cdot \cos(\angle \vec{a}, \vec{b}) &= \text{пр}_a \vec{b} \\ A &= \vec{F} \cdot \vec{S}. \end{aligned}$$

Скалярний добуток базових векторів

$$\begin{aligned} \vec{i} \cdot \vec{i} &= \vec{j} \cdot \vec{j} = \vec{k} \cdot \vec{k} = 1; \\ \vec{i} \cdot \vec{j} &= \vec{j} \cdot \vec{i} = 0; \quad \vec{j} \cdot \vec{k} = \vec{k} \cdot \vec{j} = 0; \quad \vec{k} \cdot \vec{i} = \vec{i} \cdot \vec{k} = 0. \end{aligned}$$

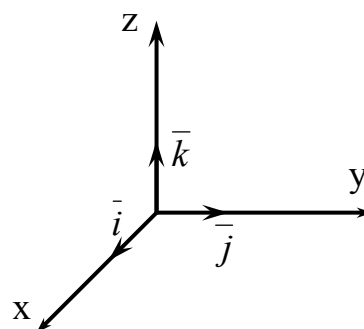
Векторний добуток двох векторів

$$\begin{aligned} \vec{c} &= \vec{a} \times \vec{b}; \\ |\vec{c}| &= |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin(\angle \vec{a}, \vec{b}) \end{aligned}$$



Векторний добуток базових векторів

$$\begin{array}{l|l|l} \vec{i} \times \vec{i} = 0 & \vec{i} \times \vec{j} = \vec{k} & \vec{i} \times \vec{k} = -\vec{j} \\ \vec{j} \times \vec{i} = -\vec{k} & \vec{j} \times \vec{j} = 0 & \vec{j} \times \vec{k} = \vec{i} \\ \vec{k} \times \vec{i} = \vec{j} & \vec{k} \times \vec{j} = -\vec{i} & \vec{k} \times \vec{k} = 0. \end{array}$$



## Додаток Г

### Вхідний контроль для студентів перед вивченням дисципліни "Гідрогазодинаміка"

За основу взята дисципліна "Теоретична механіка"

#### 1 Статика

1.1 Поняття сили.

1.2 Момент сили відносно вибраного центра.

1.3 Умови рівноваги плоскої системи сил.

1.4 Умови рівноваги плоскої системи сил, що сходяться в одній точці.

1.5 Умови рівноваги просторової системи сил.

1.6 Умови рівноваги просторової системи сил, що сходяться в одній точці.

#### 2 Кінематика

2.1 Поняття матеріальної точки, системи матеріальних точок.

2.2 Як описати рух матеріальної точки?

2.3 Швидкість, вектор швидкості.

2.4 Прискорення, визначення прискорення.

#### 3 Динаміка

3.1 Закон Ньютона.

3.2 Сила інерції.

3.3 Кількість руху.

3.4 Імпульс сили.

3.5 Теорема про зміну кількості руху.

3.6 Момент кількості руху.

3.7 Теорема про зміну моменту кількості руху.

3.8 Принцип Даламбера.

## Додаток Д

### Д.1 Питання для самоперевірки з дисципліни "Гідрогазодинаміка"

- 1 Поняття та теореми теорії поля.
  - 1.1 Поняття про вектори і скаляри.
  - 1.2 Вираз вектора через компоненти і через скаляри.
  - 1.3 Кут між віссю координат і вектором.
  - 1.4 Скалярний добуток двох векторів.
  - 1.5 Скалярний добуток базових векторів.
  - 1.6 Векторний добуток двох векторів.
  - 1.7 Векторний добуток базових векторів.
  - 1.8 Поняття тензора. Приклади тензора із гідрогазодинаміки.
  - 1.9 Поняття скалярного поля.
  - 1.10 Поняття векторного поля.
  - 1.11 Які операції відносяться до диференціальних операцій першого порядку?
  - 1.12 Диференціальні операції другого порядку.
  - 1.13 Потенціал векторного поля.
  - 1.14 Теорема Остроградського - Гауса.
  - 1.15 Теорема Стокса.
  
- 2 Фізичні параметри рідини.
  - 2.1 В чому різниця між густиною і об'ємною вагою? Яке між ними співвідношення? Розмірність?
  - 2.2 Як зміниться густина крапельної рідини при збільшенні тиску і температури?
  - 2.3 Який зв'язок між коефіцієнтом об'ємного стиснення і об'ємним модулем пружності?
  - 2.4 Що являє собою коефіцієнт температурного розширення?
  - 2.5 Як залежить в'язкість від температури і тиску?
  - 2.6 Яке співвідношення між динамічним і кінематичним коефіцієнтами в'язкості?
  - 2.7 Чим відрізняється ідеальна рідина від реальної? В яких випадках при практичних розрахунках рідину можна вважати ідеальною?
  - 2.8 Як розрахувати величину капілярного підйому чи опускання рідини в скляній трубці малого діаметра?
  - 2.9 Що називається тиском насиченої пари рідини? Від чого він залежить?
  - 2.10 Від чого залежить розчинність повітря і других газів в рідині?
  - 2.11 Які розмірності густини, об'ємної ваги, коефіцієнтів температурного

розширення і об'ємного тиску, об'ємного модуля пружності динамічного і кінематичного коефіцієнтів в'язкості в одиницях СІ?

3 Гідростатика, основи.

3.1 В яких одиницях вимірюється гідростатичний тиск? Які його основні властивості?

3.2 Який вираз має основне рівняння гідростатики? Чому воно називається основним?

3.3 Що називається абсолютним тиском, манометричним тиском, вакуумом? Яка найбільша можлива величина вакууму і чим вона обмежується?

3.4 Чому при визначенні сили тиску рідини на поверхню, частіше всього оперують не абсолютним, а манометричним тиском чи величиною вакууму?

3.5 Сформулюйте закон Архімеда.

4 Кінематика, основи.

4.1 В чому відзнака методу Ейлера від методу Лагранжа при дослідженні руху рідини?

4.2 В чому полягає гіпотеза суцільності?

4.3 Назвіть складові повного прискорення в загальному випадку.

4.4 Чим сталий рух відрізняється від несталого?

4.5 Чим рівномірний рух відрізняється від нерівномірного?

4.6 Чим напірний рух відрізняється від ненапірного?

4.7 Дайте визначення лінії течії.

4.8 Дайте визначення вихрової лінії.

4.9 Запишіть співвідношення для лінії течії.

4.10 Запишіть співвідношення для вихрової лінії.

4.11 Знайдіть математичний вираз для лінії течії, поле швидкостей котрої визначене.

4.12 В якому випадку траєкторія руху фіксованої частини і лінії течії збігаються, а в якому – ні?

4.13 Що являє собою траєкторія руху частинки рідини? Чим вона відрізняється від лінії течії?

4.14 Що таке лінія течії?

4.15 Що таке трубка течії?

4.16 Що таке струминка?

4.17 Як визначається швидкість лінійних деформацій?

4.18 Як визначається швидкість кутової деформації?

4.19 Як визначається швидкість об'ємної деформації?

4.20 Який вираз називається дивергенцією вектора швидкості? Запишіть його.

5. Гідрогазодинаміка, гідравліка, основи.
- 5.1 Запишіть диференціальні рівняння безперервності нестационарної тривимірної течії. Поясніть значення величин, котрі входять у ці рівняння.
- 5.2 Запишіть диференціальні рівняння одновимірної течії. Поясніть його.
- 5.3 Запишіть рівняння безперервності в інтегральній формі.
- 5.4 Які сили враховуються при виведенні рівняння руху ідеальної рідини?
- 5.5 Запишіть диференціальне рівняння руху ідеальної рідини в векторній формі відносно одиниці об'єму. Поясніть значення величин, складових членів.
- 5.6 Який вигляд має інтеграл Бернуллі, якщо із масових сил розглядати тільки сили тяжіння?
- 5.7 Які сили враховуються в рівнянні Нав'є - Стокса?
- 5.8 Як направлені поверхневі сили в ідеальній рідині, в реальній? В чому різниця?
- 5.9 Дайте якісну характеристику турбулентної течії.
- 5.10 З чим пов'язаний перехід від ламінарного режиму до турбулентного? За допомогою яких критеріїв визначається цей перехід?
- 5.11 Дайте характеристику моделі турбулентного потоку, яка приймається для вивчення.
- 5.12 Для чого вводиться одновимірна схематизація потоку? В чому вона полягає?
- 5.13 Рівняння Бернуллі. Геометричний зміст рівняння Бернуллі.
- 5.14 Енергетичний зміст рівняння Бернуллі.
- 5.15 Чим відрізняється рівняння Бернуллі для ідеальної та реальної рідини? Поясніть.
- 5.16 Запишіть загальну формулу для розрахунків витрат енергії по довжині потоку в'язкої рідини.
- 5.17 Втрати енергій, перепад тиску, втрати напору, викликані місцевим опором.
- 5.18 Фізична природа втрат енергії в місцевому опорі.
- 5.19 Коефіцієнт місцевого опору  $\xi_m$ . Розмірність. Від чого залежить  $\xi_m$ . Наведіть приклади.
- 5.20 Як одержують формули, за якими розраховують коефіцієнт опору  $\lambda$  при ламінарній течії в трубі?
- 5.21 Яку криву показує закон розподілу швидкостей в круглій трубі при ламінарній течії?
- 5.22 Сформулюйте межові умови ламінарної течії в круглій трубі.
- 5.23 За якими формулами можна розрахувати втрати енергії по довжині потоку в'язкої рідини? Запишіть ці формули. Поясніть значення величин, які в них входять.

- 5.24 Чому одна і та ж труба в одному випадку може бути гідравлічно гладкою, а в іншому гідравлічно шорсткою?
- 5.25 Як пов'язані між собою коефіцієнти стиснення  $\epsilon$ , швидкості  $\phi$ , витрат  $\mu$ , місцевого опору  $\xi$  малого отвору? Який фізичний зміст цих коефіцієнтів?
- 5.26 Чому дорівнює реактивна сила взаємодії між струменем і твердим тілом?
- 5.27 Які рівняння застосовуються при розрахунках напірних трубопроводів?
- 5.28 В чому різниця при розрахунках коротких і довгих трубопроводів? Наведіть приклади.
- 5.29 Яке явище в напірних трубах називається гідравлічним ударом?
- 5.30 Чим відрізняється прямий удар від непрямого?
- 5.31 Як визначити зміну тиску при гідравлічному ударі?
- 5.32 Чому дорівнює активна сила струменя рідини на плоску поверхню?

## 6 Одновимірні течії газу. Форми рівняння Бернуллі для адіабатної течії.

- 6.1 Дайте визначення адіабатної течії.
- 6.2 Рівняння безперервності в диференціальній формі (логарифмічний диференціал).
- 6.3 Рівняння Бернуллі для баротропної рідини (газу).
- 6.4 Параметри гальмування. Фізичний зміст, співвідношення між ними.
- 6.5 Запишіть рівняння енергії з використанням параметрів гальмування.
- 6.6 Максимальна швидкість газу. В яких умовах вона досягається? Чи можна досягти максимальної швидкості?
- 6.7 Критична швидкість, її фізичний зміст. Критичні параметри, критичний переріз.
- 6.8 Безрозмірні швидкості, їх фізичний зміст.

## 7 Рівняння Гюгоніо та його аналіз.

- 7.1 Дати визначення одновимірної течії.
- 7.2 Які рівняння використовують для виведення рівняння Гюгоніо?
- 7.3 Запишіть рівняння Гюгоніо. Поясніть зміст його складових.
- 7.4 Які висновки витікають із рівняння Гюгоніо?
- 7.5 Як змінюється швидкість дозвукового потоку в залежності від зміни площі перерізу каналу?
- 7.6 Як змінюється швидкість надзвукового потоку в залежності від зміни площі перерізу каналу?

## 8. Плоска потенціальна течія.

- 8.1 Який рух рідини називається плоским?



- 8.2 Аналітична умова потенціальності плоскої течії.
- 8.3 Потенціал швидкості  $\phi$ . Як визначити складові швидкості частинок рідини через  $\phi$ ?
- 8.4 Функція течії  $\psi$ . Які умови вона задовольняє?
- 8.5 Запишіть вираз для повного диференціалу функції течії (плоский потенціальний рух рідини).
- 8.6 Запишіть рівняння лінії течії для плоского потенціального руху рідини.
- 8.7 Як змінюється функція течії  $\psi$  вздовж лінії течії?
- 8.8 Аналітичний вираз для сімейства кривих, які збігаються із лініями течії.
- 8.9 Яка взаємозалежність між потенціалом швидкості і функцією течії?

9 Межовий шар у нестислої рідини. Види і структура.

- 9.1 Що таке зшиття рішень?
- 9.2 Що здійснює основний вплив на коефіцієнт опору?
- 9.3 В зв'язку з чим виникла теорія межового шару?
- 9.4 Запишіть залежність для визначення величини опору тертя при обтіканні тіла рідиною.
- 9.5 Що таке межовий шар?
- 9.6 Які сили діють в межах межового шару?
- 9.7 Як визначається товщина межового шару? Чим відрізняється межовий шар від незбуреного потоку?
- 9.8 Дайте характеристику ламінарного і турбулентного межового шару.
- 9.9 Як визначити число  $Re$  при обтіканні рідиною плоскої пластини?
- 9.10 За допомогою якого параметра можна визначити перехід ламінарного межового шару в турбулентний на плоскій пластині?
- 9.11 Інтегральне співвідношення Кармана для межового шару.
- 9.12 Від яких параметрів залежить товщина  $\delta$  та дотичне напруження  $\tau$  ламінарного межового шару на плоскій пластині?
- 9.13 Від яких параметрів залежить коефіцієнт опору тертя ламінарного межового шару на плоскій пластині?
- 9.14 Від яких параметрів залежить товщина  $\delta$  та дотичне напруження  $\tau$  турбулентного межового шару на плоскій пластині?
- 9.15 Від яких параметрів залежить коефіцієнт опору тертя турбулентного межового шару на плоскій пластині?

10 Затоплені турбулентні струмини і їх структура.

- 10.1 Дати визначення струминного процесу, струмини.
- 10.2 Дати визначення струмини вільної, затопленої, незатопленої. Навести приклади.

- 10.3 Процес витікання струмینی із насадки.
- 10.4 Структура струмینی.
- 10.5 "Поліус" струмینی, ізотахи.
- 10.6 Покажіть характер розподілення швидкостей в поперечному перерізі струмینی.
- 10.7 Взаємодія струмін. Чого можна досягти зіткненням струмін?
  
- 11 Неньютонівські рідини, двофазні течії.
- 11.1 Поняття про неньютонівські рідини.
- 11.2 Двофазні течії, структури потоку.
- 11.3 Складові перепаду тиску одно- і двофазної течії.

## **Д.2 Контрольні запитання**

- 1 Гідрогазодинаміка.
- 2 Фізичні властивості рідини. Навіщо їх знати. Основні властивості.
- 3 Гідростатика – визначення.
- 4 Основне рівняння гідростатики, зміст, приклади його застосування.
- 5 Гідростатичний тиск на плоскі тіла: вертикальні, горизонтальні.
- 6 Кінематика – визначення, задачі.
- 7 Рівняння безперервності, об'ємна і масова витрата, середня швидкість.
- 8 Гідродинаміка – визначення, задачі.
- 9 Рівняння Бернуллі в різних видах. Фізичний і геометричний зміст. Його застосування для розв'язання задач.
- 10 Втрати енергії, тиску, напору по довжині труби. Рівняння Дарсі (Дарсі Вейсбаха). Гідравлічно гладкі і шорсткуваті труби.
- 11 Втрати енергії, тиску, напору в місцевому опорі. Механізм. Формула Вейсбаха.
- 12 Ламінарний і турбулентний примежовий шар. Визначення, значення для розв'язування основної задачі.
- 13 Витікання рідини із отворів і насадок. Механізм. Формули для розрахунку швидкості і об'ємної витрати.
- 14 Гідравлічний удар. Механізм. Формула для визначення підвищення тиску.
- 15 Активна і реактивна взаємодія струмینی і твердого тіла. Вільна струмина, її структура.
- 16 Ньютонівські і неньютонівські рідини, їх різниця.
- 17 Двофазні течії, визначення. Де вони мають місце?

## ГЛОСАРІЙ

Атмосферний тиск	– Atmospheric pressure
Вакуум	– Vacuum
Вектор швидкості	– Vector of speed
Випорожнення резервуару	– Emptying of reservoir
Внутрішнє тертя	– Internal friction
Водотоннажність	– Displacement
Втрати напору	– Losses of pressure
В'язкість	– Viscidity
Газ	– Gas
Гідравлічний нахил	– Hydraulic inclination
Гідравлічний опір	– Hydraulic resistance
Гідравлічний радіус	– Hydraulic radius
Гідравлічний удар	– Water-hammer
Гідравлічно гладкі труби	– Hydraulically smooth pipes
Гідравлічно шорсткуваті труби	– Hydraulically rough pipes
Гідрогазодинаміка	– Hydrogasdynamics
Гідродинаміка	– Hydrodynamics
Гідростатика	– Hydrostatics
Гіпотеза неперервності	– Hypothesis of continuity
Межовий шар	– Border-line layer
Густина	– Density
Динамічна швидкість	– Dynamic speed
Дифманометр	– Differential manometer
Довгий трубопровід	– Long pipeline
Дотичне напруження	– Tangent tension
Закон Архімеда	– Law Of Archimedes
Затоплена турбулентна струмінь	– Flooded turbulent stream
Змочений периметр	– The moistened perimeter
Ідеальна рідина	– Ideal liquid
Кінематика рідини	– Kinematics of liquid
Коефіцієнт місцевих втрат	– Coefficient of local losses
Коефіцієнт тертя	– Coefficient of friction
Короткий трубопровід	– Short pipeline
Критична швидкість	– Stalling speed
Критичні параметри	– Critical parameters
Кутова швидкість обертання	– Angular speed of rotation
Ламінарний режим	– The Laminar mode

Лінії течії – Lines of current  
Максимальна швидкість – Lofty speed  
Малий отвір – Small opening  
Місцеві втрати – Local losses  
Місцеві опори – Local resistances  
Надлишковий тиск – Surplus pressure  
Насадок – Attachments  
Об’ємна витрата – By a volume expense  
Об’ємні (або масові) сили – By (or mass) a volume forces  
Одновимірне течія – One-mayor flow  
Параметри гальмування – Parameters of braking  
Питома вага – Specific gravity  
Поверхневий натяг – Superficial pull  
Поверхневі сили – Superficial forces  
Повна сила тиску – Complete force of pressure  
Поле швидкостей – The field of speeds  
Потенціал швидкості – Potential of speed  
Прискорення – Acceleration  
Прості трубопроводи – Simple pipelines  
Рівномірний рух – Even motion  
Рівняння нерозривності – Equation of indissolubility  
Рідина – Liquid  
Середня швидкість потоку – Middle speed of stream  
Складний трубопровід – Difficult pipeline  
Стабілізація потоку – Stabilization of stream  
Стисливість – Compressibility  
Струмінь – Stream  
Суцільні середовища – Continuous environments  
Температурне розширення – Temperature expansion  
Течія рідини – Flow of liquid  
Тиск – Pressure  
Траєкторія – Trajectory  
Трубка течії - Tube of flow  
Турбулентний режим – Turbulent mode  
Ударна хвиля – Shock wave  
Функція течії – Function of current  
Центр тиску – Center of pressure  
Швидкість – Speed  
Швидкість звуку – Speed of sound

*Навчальне видання*

**Ткаченко Станіслав Йосипович**  
**Степанова Наталія Дмитрівна**

**ГІДРОГАЗОДИНАМІКА**  
**(ПРИКЛАДИ І ЗАДАЧІ)**

Навчальний посібник

Редактор В. Дружиніна

Коректор З. Поліщук

Оригінал-макет підготовлено Степановою Н.

Підписано до друку  
Формат 29,7×41¼ . Папір офсетний.  
Гарнітура Times New Roman.  
Друк різнографічний. Ум. друк. арк.  
Наклад прим. Зам. №

Вінницький національний технічний університет,  
навчально-методичний відділ ВНТУ.  
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95,  
ВНТУ, к. 2201.  
Тел. (0432) 59-87-36.  
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи  
серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.

Віддруковано у Вінницькому національному технічному університеті  
в комп'ютерному інформаційно-видавничому центрі.  
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95,  
ВНТУ, ГНК, к. 114.  
Тел. (0432) 59-87-38.  
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи  
серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.