УДК 621.396.96

А.Ю. ВОЛОВИК, О.В. ОСАДЧУК,
М.В. ВАСИЛЬКІВСЬКИЙ, О.П. ЧЕРВАК, М.А. ШУТИЛО
Вінницький національний технічний університет

ДІАГНОСТИКА РАПТОВИХ ЗМІН У ДИНАМІЦІ ОБ'ЄКТІВ КОНТРОЛЮ

У даній статті розглядається клас лінійних стохастичних систем, динаміка яких може зазнавати епізодичних змін, але настільки рідких, що статистичні дані про частоту цих змін відсутні. За таких умов методами оптимальної фільтрації та узагальненого відношення правдоподібності розв'язується задача сукупного оцінювання стану динамічної системи, виявлення моменту появи непередбачуваних змін та їх идентифікації.
Ключові слова: динамічні системи, фільтр Калмана, узагальнене відношення правдоподібності.

A.YU. VOLOVIK, A.V. OSADCHUK, M.V. VASYLKIVSKYI, O.P. CHERVAK, M.A. SHUTILO
Vinnytsia National Technical University

DIAGNOSTICS OF SUDDEN CHANGES IN DYNAMICS OF OBJECTS OF CONTROL

In this article the class of linear stochastic systems which dynamics can change incidentally and so seldom that statistical data on the frequency of changes are absent is considered. By results of the last researches and basic references analysis which is carried out in this direction it is revealed that used in such case the model conditional optimum Kalman's filter adjusted on a rated operating mode of controlled object creates the current assessment of a dynamic system state vector on the basis of all previous history and over time becomes too careful, inertly reacts to fast changings of a trend in separate results of supervision. In the presence of additional, real restrictions: malfunctions happen from time to time incidentally and so seldom that statistical data on the frequency of their emergence are absent; emergence of malfunctions has single character - cases of simultaneous emergence two and more malfunctions are excluded; at the disposal of the observer there is enough time for the analysis and decision-making, there is an actual problem of increase Kalman's filter sensitivity to sudden changes and application of compensation schemes. In this case this rather prime and universal model allows considering malfunctions both in a management subsystem and in a sensors subsystem which are usually modelled by jumps, shifts, or drift in separate variables state. For the solution of the specified task the following stages are used: on the basis of the assumption that malfunctions are absent the Kalman's filter is implemented; the secondary system of differential signal processing is implemented, due to emergence fault status monitoring of regarding change properties is its technical task; localization and the size caused loss estimation is carried out it for the introduction of compensation schemes in case of malfunction is detected. Use of a restriction data standard method of some last results in case of increase volume calculations in real time system. An assessment of emergence fault time to define within the data selective strobe is offered. The issue of the choice of acceptable width selective strobe is resolved by careful mathematical modelling. In such sequence methods of optimum filtering and the generalized likelihood ratio solve a problem of cumulative estimation camp of dynamic system, the emergence unforeseen changes of moment detection and identification.
Keywords: dynamic systems, Kallman's filter, generalized likelihood ratio approach.

Вступ та постановка задачі

У практичній діяльності нерідко трапляються випадки, коли несправності у підсистемах об'єкту контролю з'являються час від часу епізодично і настільки рідко, що статистичні дані про частоту їх появи відсутні. У такому разі застосування байєсового підходу, розглянутого роботах [1–3], стає неправомірним. Правда, можна скористатися правилом завдання найгіршого апріорного розподілу, яке іноді використовують у байєсовому підході та перейти до адаптивних схем оцінювання. Проте, як зазначалось у роботі [4], це призводить до значних труднощів, пов’язаних зі зберіганням на кожній ітерації неперервних апостеріорних густин розподілу ймовірностей у дискретній еквівалентній формі, які необхідні для обчислення вірогідності того, що об’єкт контролю працює справно. Окрім того, як показали результати моделювання [4], процес адаптації проходить надзвичайно повільно і у багатьох випадках, наприклад, для високо динамічних об'єктів, це неприпустимо. Таким чином, у арсеналі проектувальника залишається невеликий вибір – модельно-умовний фільтр Калмана, налаштований на номінальний режим роботи контрольованого об'єкту. Такий фільтр, будучи оптимальним, формує поточну оцінку вектору стану динамічної системи на основі усієї попередньої історії і з часом стає занадто обережним і мляво реагує на швидкі зміни тренду у окремих результатах спостережень. Отже актуальною постає задача підвищення чутливості фільтра Калмана до раптових змін та застосуванні компенсаційних схем.

Аналіз останніх досліджень та базових літературних джерел

Протягом останнього часу пошукові роботи з даної тематики розвивались у декількох напрямках:

1. Основу першого напрямку склали роботи, пов'язані з використанням елементів самоорганізації динамічних систем у темпі реального часу, причому у випадку стохастичної постановки задачі передбачалось застосування методів сукупного виявлення, оцінювання та ідентифікації як параметрів системи, так і її структури. Тут, серед численних робіт чисто академічного плану [5–8], у першу чергу, слід відзначити роботи прикладного характеру [9–10].

2. Основу другого напрямку склали роботи [3,11], пов'язані з розширенням смуги пропускання фільтра порівняно з оптимальною, при цьому процес фільтрації ставав квазіоптимальним, за рахунок чого підвищувалась чутливість фільтра до раптових змін у вхідних даних. Проте, ці зміни фіксувались лише опосередковано.

3. Ідейну основу робіт третього напрямку склали роботи [12–13], у яких безпосередньо оцінювався

вектор стану динамічної системи за наявності несправностей типу аномальних похибок, непередбачуваних зсувів, раптової втрати чутливості сенсорів, невідомих збурень, що не відносяться до класу випадкових, похибок лінеаризації, дрейфу параметрів системи, неврахованих нелінійних ефектів та тощо. У зв'язку обмеженою доступністю робіт [12–13] для широкого загалу, публічна дискусія з цих питань дещо затрималась і почалася лише після публікацій низки робіт [14–16] і продовжується донині. Розгорнуті коментарі з цього приводу наведені у роботах [1, 3]. Згідно з [1, 3, 14, 15] сценарій синтезу таких фільтрів зводиться до наступного:

1. Встановлення самого факту появи несправності та моменту часу, у який вона з'явилася.
2. Виконання на макрорівні процедури локалізації несправності: сенсорна підсистема, складові частини об'єкта контролю, силові приводи або виконавчі механізми підсистеми регулятора.
3. Оцінювання нанесених збитків у вигляді характерних змін основних параметрів.
4. Прийняття рішень про подальшу придатність системи, незважаючи на погіршення її якісних показників, з можливістю введення компенсаційних заходів для усунення негативних наслідків дії виявленої несправності.

Слід зауважити, що не усі перераховані пункти є обов'язково необхідними, оскільки виконання повної програми спряжено з ускладненням розрахунків та значними затратами обчислювальних ресурсів. Одначе за певних умов, наприклад, у процесах керування безпілотними апаратами наземного, повітряного та морського базування, системах посадки літаків як цивільної, так і військової авіації при обмежених апаратних резервах, програма повинна виконуватись у повному обсязі. Сценарій 1–4, який відноситься до третьої групи перерахованих методів, може бути реалізованим за наявності додаткових, цілком реалістичних обмежень:

1. Несправності трапляються час від часу епізодично і так рідко, що статистичні дані про частоту їх
2. появи відсутні.

3. Поява несправностей носить однократний характер, тобто виключаються випадки одночасної появи двох і більше несправностей.

4. У розпорядженні спостерігача є достатньо часу для аналізу та прийняття рішення.

До складу дорожньої карти, що приводить до розв'язку зазначеної задачі, входять наступні етапи:

1. Реалізується фільтр Калмана на підставі припущення, що несправності відсутні.

2. Реалізується вторинна система обробки різницевого сигналу, завданням якої є контроль стану інноваційного процесу на предмет зміни його властивостей за рахунок появи несправності.

3. Надалі, у випадку виявлення несправності проводиться її локалізація та оцінювання розміру нанесеного збитку з метою введення в дію компенсаційних схем.

Логіка дорожньої карти пояснюється небажанням погіршувати характеристики фільтра в режимі номінального функціонування, тому що несправності виникають украй рідко й більшу частину часу фільтр Калмана працює задовільно, а корегування оцінок проводиться лише однократно в момент часу, що випливає безпосередньо за фактом виявлення несправності.

Викладання основного матеріалу дослідження

Формально-математична сторона питання зводиться до наступного. Розглянемо дискретну динамічну систему зі змінними параметрами, яка представлена рівняннями у термінах змінних станів

$$\boldsymbol{x}(k+1)=\boldsymbol{A}(k+1,k)\,\boldsymbol{x}(k)+\boldsymbol{B}(k+1,k)\,\boldsymbol{w}(k)+\delta(k+1,\theta)\,\boldsymbol{v}; \tag{1}$$

$$\boldsymbol{y}(k)=\boldsymbol{C}(k)\,\boldsymbol{x}(k)+\boldsymbol{n}(k), \tag{2}$$

де $\boldsymbol{x}(k)$ – n-мірний вектор стану, початкове значення якого $\boldsymbol{x}(0)$ являє собою гауссову випадкову величину, що має середнє значення $\boldsymbol{x_0}$ та апріорі задану кореляційну матрицю $\boldsymbol{P}(0); \boldsymbol{w}(k)$ – дискретний білий гауссів шум, статистично незалежний від $\boldsymbol{x}(k)$, що має нульове середнє значення $\boldsymbol{M}[\boldsymbol{w}(k)]=0$ та апріорі задану кореляційну матрицю $\boldsymbol{M}\ [\boldsymbol{w}(k)\ \boldsymbol{w}^{\boldsymbol{T}}(k)]=\boldsymbol{Q}(k); \boldsymbol{y}(k)$ – m - мірний вектор спостережень; $\boldsymbol{n}(k)$ – дискретний білий гауссів шум спостережень, статистично незалежний від $\boldsymbol{n}(k)\,ma\ \ \boldsymbol{x}(0)$ з апріорі заданими параметрами $\boldsymbol{M}[\boldsymbol{n}(k)]=0; \boldsymbol{M}[\boldsymbol{n}(k)\boldsymbol{n}^{\boldsymbol{T}}(k)]=\boldsymbol{R}(k)$. Остання складова у виразі (1) описує можливі несправності, що проявляються у вигляді стрибкоподібних змін в одній або більш змінних стану. Тут $\delta(k+1,\theta)$ означає символ Кронекера, θ – цілочислена позитивна змінна, яка приймає певне значення пов'язане з моментом появи несправності, однак у випадку відсутності несправностей вона прямує до нескінченності; ν – невідомий розмір непередбаченої стрибкоподібної зміни. Щодо величини **ν** можна висунути два припущення: або це абсолютно вільна величина, тобто без уведення будь-яких обмежень, або існує певне число напрямків $\varphi_{1,\ \dots,}\ \varphi_{L}$ кожен з яких однозначно пов'язаний з відповідним типом несправності. Уведення таких напрямків дозволяє задавати сигнатуру несправностей. У цьому випадку величина **ν** може бути представлена як складова вектора $\nu=\alpha\varphi_i$, де α – невідомий скаляр, а *i* – невідомий номер напрямку. Залежно від обраного варіанту опису несправності розв'язки задачі будуть дещо відрізнятися. Розв'язок задачі полягає в одержанні методу виявлення стрибкоподібних змін, обумовлених появою несправності та оцінюванні стану системи ***x(k)*** за результатами проведених спостережень $y(k)$.

Слід зазначити що, незважаючи на удавану простоту, модель (1) досить універсальна і продуктивна. Наприклад, вона дозволяє враховувати несправності в підсистемі регулятора, які звичайно моделюються або у вигляді стрибків, або у вигляді зсувів, або дрейфів в окремих змінних стану. Те ж саме можна сказати й про сенсорну підсистему [16], у якій присутні окремі аномальні помилки. Крім того, поява несправностей у підсистемах об'єкта контролю супроводжується, як правило, зародженням мультиплікативних ефектів з одночасним зростанням рівня збурень. У першому наближенні, ці зміни можна враховувати уведенням адитивних складових у модель динаміки [16], тобто

$$\boldsymbol{x}(k+1)=[\boldsymbol{A}(k+1,k)+\Delta\boldsymbol{A}\,\sigma(k+1,\theta)]\,\boldsymbol{x}(k)+[\,\boldsymbol{B}(k+1,k)+\Delta\boldsymbol{B}\,\sigma(k+1,\theta)]\boldsymbol{w}(k);$$

де $\sigma(k+1,\theta)$ – функція одиничного стрибка.

Відповідно до наведеної дорожньої карти, на першому етапі слід реалізувати погоджений з гіпотезою H_0 (відсутність несправностей) модельно-умовний фільтр Калмана, використовуючи при цьому загальновідомі співвідношення [6, 17]:

$$\boldsymbol{x}^*(k/k)=\boldsymbol{x}^*(k/k-1)+\boldsymbol{K}(k)\boldsymbol{r}(k);$$

де $\boldsymbol{x}^*(k/k-1)=\boldsymbol{A}(k,k-1)\,\boldsymbol{x}^*(k-1/k-1);\quad \boldsymbol{r}(k)=\boldsymbol{y}(k)-\boldsymbol{C}(k)\,\boldsymbol{x}^*(k/k-1).$

Тут уведені такі позначення: $\boldsymbol{x}^*(k/k)$ – поточна оцінка вектора стану $\boldsymbol{x}(k)$ отримана на основі послідовності спостережень $\boldsymbol{Y}_1^{\boldsymbol{k}}=[\boldsymbol{y}\,(1),\ldots,\boldsymbol{y}\,(k)]$; $\boldsymbol{x}^*(k/k-1)$ – екстрапольована на один крок уперед оцінка вектора стану $\boldsymbol{x}(k)$; $\boldsymbol{K}(k)$ – матриця передачі фільтра Калмана; $\boldsymbol{r}(k)$ – інноваційна послідовність різницевих сигналів, що вносять нову інформацію у підсистему фільтра; $\boldsymbol{P_r}(k)$ – кореляційна матриця інноваційного процесу, що обчислюється з використанням тільки апріорних даних $\boldsymbol{P_r}(k)=\boldsymbol{C}(k)\,\boldsymbol{P}(k/k-1)\,\boldsymbol{C^T}(k)+\boldsymbol{R}(k)$; $\boldsymbol{P}(k/k-1)$ – кореляційна матриця похибок екстраполяції на один крок уперед $\boldsymbol{P}(k/k-1)=\boldsymbol{A}(k,k-1)\,\boldsymbol{P}(k-1/k-1)\,\boldsymbol{A^T}(k,k-1)+\boldsymbol{B}(k,k-1)\boldsymbol{Q}(k-1)\,\boldsymbol{B^T}(k,k-1)$; матриця передачі оптимального фільтра $\boldsymbol{K}(k)$ та кореляційна матриця похибок фільтрації $\boldsymbol{P}(k/k)$ обчислюється рекурентно з рівнянь [17] :

$$\boldsymbol{K}(k)=\boldsymbol{P}(k/k-1)\,\boldsymbol{C^T}(k)\,\boldsymbol{P_r}^{-1}(k);\qquad \boldsymbol{P}(k/k)=\boldsymbol{P}(k/k-1)[\boldsymbol{I}-\boldsymbol{K}(k)\boldsymbol{C}(k)].$$

Лінійність моделей (1) – (2) та фільтра дозволяють роздільно враховувати ефекти від впливу номінального режиму та режиму з наявністю несправностей, тобто передбачається справедливість співвідношень:

$$\boldsymbol{x}(k)=\boldsymbol{x}_0(k)+\boldsymbol{x}_1(k);\quad \boldsymbol{x}(k/k)=\boldsymbol{x}_0^*(k/k)+\boldsymbol{x}_1^*(k/k);\quad \boldsymbol{y}(k)=\boldsymbol{y}_0(k)+\boldsymbol{y}_1(k);\quad \boldsymbol{r}(k)=\boldsymbol{r}_0(k)+\boldsymbol{r}_1(k),\tag{3}$$

де індекси 0, 1 відповідають випадкам відсутності несправностей та їх наявності, відповідно. Методом математичної індукції нескладно показати, що компоненти з індексом 1 явно залежать від θ і ν

$$\boldsymbol{x}_1(k)=\boldsymbol{A}(k,\theta)\nu;\ \boldsymbol{x}_1^*(k/k)=\boldsymbol{F}(k,\theta)\nu;\boldsymbol{y}_1(k)=\boldsymbol{C}(k)\,\boldsymbol{A}(k,\theta)\nu;\ \boldsymbol{r}_1(k)=\boldsymbol{G}(k,\theta)\nu,\tag{4}$$

причому матриці $\boldsymbol{A}(k,\theta),\boldsymbol{F}(k,\theta),\boldsymbol{G}(k,\theta)$ будуть відмінними від нуля тільки при $k\geq\theta=k_1$, де k_1 – момент появи несправності. Зазначені матриці, як це випливає із застосування методу математичної індукції, визначаються наступними співвідношеннями:

$$\boldsymbol{A}(k+1,\theta)=\boldsymbol{A}(k,k-1)\boldsymbol{A}(k-1,\theta),\qquad \boldsymbol{A}(\theta,\theta)=I;$$

$$\boldsymbol{F}(k,\theta)=\sum_{j=\theta}^{k}\boldsymbol{\Theta}(k,j)\boldsymbol{K}(j)\boldsymbol{C}(j)\boldsymbol{A}(j,\theta);\qquad \boldsymbol{G}(k,\theta)=\boldsymbol{C}(k)[\boldsymbol{A}(k,\theta)-\boldsymbol{A}(k,k-1)\boldsymbol{F}(k-1,\theta)].\tag{5}$$

При $k\geq\theta\,\boldsymbol{\Theta}(k,\theta)$ відмінно від нуля і визначається виразами

$$\boldsymbol{\Theta}(k,\theta)=[\boldsymbol{I}-\boldsymbol{K}(k)\boldsymbol{C}(k)]\,\boldsymbol{A}(k,k-1)\,\boldsymbol{\Theta}(k-1,\theta),\qquad \boldsymbol{\Theta}(\theta,\theta)=\boldsymbol{I}.\tag{6}$$

Сукупність рівнянь (3)–(5) дозволяє сформулювати задачу розрізнення двох альтернативних гіпотез у вигляді:

$$\begin{cases}H_0:r(k)=\boldsymbol{r}_0(k) & -\textit{система справна}\\ H_1:r(k)=\boldsymbol{r}_0(k)+\boldsymbol{r}_1(k)=\boldsymbol{r}_0(k)+G(k,\theta)\nu & -\textit{система несправна}\end{cases}\tag{7}$$

де $\boldsymbol{r}_0(k)$ – інноваційний дискретний процес у фільтрі Калмана, що має нульове середнє значення і кореляційну матрицю $\boldsymbol{P}_r(k)$. Далі доречно врахувати апріорну інформацію про тип несправності ν, *чи* це вільна складова, чи $\nu=\alpha\varphi_i$, де α – невідомий скаляр, а i – невідомий номер напрямку з обмеженої множини напрямків $\varphi_1,\ldots,\varphi_L$, кожен з яких однозначно пов'язаний з відповідним типом несправності. Далі буде розглянуто випадок відсутності обмежень на тип несправності. Беручи до уваги зроблені зауваження, перейдемо до реалізації другого етапу наміченої програми – синтезу пристрою виявлення несправності та оцінки моменту її появи. Оскільки статистичні характеристики змінних θ і ν вважаються невідомими, то застосування стандартного відношення правдоподібності [17] для розв'язку задачі розрізнення вищезазначених гіпотез (7) є неправомірним. В умовах статистичної невизначеності слід скористатися рекомендаціями роботи [18] та застосувати метод узагальненого відношення правдоподібності

$$L(k)=\frac{p[\boldsymbol{r}(1),\ldots,\ \boldsymbol{r}(k)/H_1,\theta=\theta^*(k),\nu=\nu^*(k)]}{p[\boldsymbol{r}(1),\ldots,\ \boldsymbol{r}(k)/H_0]}\ \mathop{\gtrless}_{H_0}^{H_1}\ l_0,\tag{8}$$

де $p[\cdot]$ – функція правдоподібності за умови справедливості гіпотез $H_1 i$ H_0, відповідно; $\theta=\theta^*(k), \nu=\nu^*(k)$ – максимально правдоподібні оцінки моменту появи несправності та її розміру. Для обчислення цих оцінок необхідно розв’язати систему рівнянь

$$\begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial\theta(k)} p[\boldsymbol{r}(1),\ldots,\ \boldsymbol{r}(k)/H_{1,}\ \theta(k),\nu(k)]=0; \\ \dfrac{\partial}{\partial\nu(k)} p[\boldsymbol{r}(1),\ldots,\ \boldsymbol{r}(k)/H_{1,}\ \theta(k),\nu(k)]=0\ . \end{cases} \tag{9}$$

Оскільки умовні густини розподілу ймовірностей, що входять до виразу (9) є гауссовими з параметрами:

$$p[\boldsymbol{r}(j)/H_{0,}\ \theta(k),\nu(k)]=N\left[0,\ \boldsymbol{P_r}(j)\right]; \qquad p[\boldsymbol{r}(j)/H_{1,}\ \theta^*(k),\nu^*(k)]=N\left[\boldsymbol{G}(k,\theta)\nu,\ \boldsymbol{P_r}(j)\right],$$

то процедура обчислення оцінок може бути спрощена за рахунок уведення операції логарифмування [18] з наступною максимізацією частини виразу (9), яка залежить від ν

$$l(k,\theta)=2lnL(k,\theta)=\sum_{j=1}^{k}\boldsymbol{r}^T(j)\boldsymbol{P_r}^{-1}(j)\boldsymbol{r}(j)-$$

$$-\sum_{j=1}^{k}\{\boldsymbol{r}(j)-\boldsymbol{G}[k,\theta^*(k)]\nu^*(k)\}^T\boldsymbol{P_r}^{-1}(j)\left\{\boldsymbol{r}(j)-\boldsymbol{G}\left[k,\theta^*(k)\right]\nu^*(k)\right\}. \tag{10}$$

Для обчислення оцінки розміру несправності $\nu^*(k)$ за критерієм максимальної правдоподібності необхідно визначити похідну по ν від суми квадратичних форм

$$\sum_{j=1}^{k}\{\boldsymbol{r}(j)-\boldsymbol{G}[k,\theta^*(k)]\nu^*(k)\}^T\boldsymbol{P_r}^{-1}(j)(j)\left\{\boldsymbol{r}(j)-\boldsymbol{G}\left[k,\theta^*(k)\right]\nu^*(k)\right\}$$

та прирівняти її до нуля. Розв'язавши це рівняння відносно ν за умови, що оцінка $\theta^*(k)$ відома, можна встановити явну залежність оцінки $\nu^*(k)$ від $\theta^*(k)$

$$\nu^*(k)=\Xi^{-1}\left[k,\theta^*(k)\right]d\left[k,\theta^*(k)\right], \tag{11}$$

$$\Xi\left[k,\theta(k)\right]=\sum_{j=1}^{k}\boldsymbol{G^T}(j,\theta)\,\boldsymbol{P_r}^{-1}(j)\ \ \boldsymbol{G}(j,\theta) \tag{12}$$

$$d\left[k,\theta(k)\right]=\sum_{j=1}^{k}\boldsymbol{G^T}(j,\theta)\,\boldsymbol{P_r}^{-1}(j)\boldsymbol{r}(j) \tag{13}$$

де $\Xi\left[k,\theta(k)\right]$ – детермінована матриця , а $d\left[k,\theta(k)\right]$ – лінійна комбінація відліків різницевого сигналу.

Слід зазначити, що багато складових, входять до виразів (12) – (13) є нульовими, тому що $G(j,\theta)=0$ для всіх $j<\theta$. Лінійну комбінацію (11) відліків різницевого сигналу часто інтерпретують [17, с.135–136] як результат роботи дискретного узгодженого фільтра, що формує достатню статистику, необхідну для процедури прийняття рішення. На заключному кроці цієї процедури визначається максимально правдоподібна оцінка моменту появи несправності $\theta^*(k)$ шляхом знаходження максимуму виразу

$$l\left[k,\theta^*\right]=\max_{\tilde{\theta}} d^T\left[k,\tilde{\theta}\right]\Xi^{-1}\left[k,\tilde{\theta}\right]d\left[k,\tilde{\theta}\right] \tag{14}$$

за змінною $\tilde{\theta}$ у межах $\tilde{\theta}\le k$. Таким чином, остаточний вигляд правила прийняття рішення буде таким:

$$l\left[k,\theta^*\right]\ \overset{H_1}{\underset{H_0}{\gtrless}}\ \lambda_0=2\ln l_0.$$

Оскільки розглянуті системи відносяться до класу систем реального часу, то з ростом змінної k пропорційно зростає число необхідних узгоджувальних фільтрів, а це означає, що обсяг обчислень буде зростати необмежено. У цьому випадку діють традиційно – обсяг даних, що враховуються, обмежують М останніми результатами [15]. При цьому оцінку $\theta^*(k)$ слід шукати тільки в межах «ковзного» вікна даних $k-M<\tilde{\theta}\le k.$ Така апроксимація не буде вносити істотних похибок, якщо вибирати ширину вікна даних досить великою. Питання вибору прийнятної ширини вікна є одним з головних і вирішується шляхом ретельного математичного моделювання, наприклад, методом Монте-Карло. Граничне значення λ_o для прийняття рішення є параметром проектування і вибирається з компромісних міркувань між ймовірностями хибної тривоги та правильного виявлення. У загальному випадку, матриці $\boldsymbol{\Xi}(j,\theta),\boldsymbol{G}(j,\theta),\boldsymbol{F}(j,\theta),\boldsymbol{P}_r(j)$ є змінними в часі.

Звичайно, якщо розглядається стаціонарна система або оптимальний фільтр Калмана, що працює в усталеному режимі, то справедливо $\boldsymbol{\Xi}(j,\theta)=\boldsymbol{\Xi}(j-\theta,0),\boldsymbol{G}(j,\theta)=\boldsymbol{G}(j-\theta,0)$, $\boldsymbol{F}(j,\theta)=\boldsymbol{F}(j-\theta,0)$, $\boldsymbol{P}_r(j)=\boldsymbol{P}_r(0)$. Це суттєво спрощує необхідні обчислення та процес їх зберігання. Проте, у будь-якому разі необхідні обчислення потрібно виконати хоча б один раз і бажано у рекурсивній формі. Це дасть можливість послідовно обчислювати відношення правдоподібності $l\left[k,\theta^*\right]$ у темпі реального часу в термінах матриць $\boldsymbol{\Xi}(j,\theta),\boldsymbol{G}(j,\theta),\boldsymbol{F}(j,\theta),\boldsymbol{P}_r(j)$.

Висновки

Якщо обмежити ширину «ковзного» вікна величиною *M,* то відповідно до формул (5) – (6) діагностична процедура динамічної системи буде наступною:

1. Для усіх $k-M<\theta\le k$ слід обчислити матриці $\Xi^{-1}\left[k,\tilde{\theta}\right],d\left[k,\tilde{\theta}\right]$, які пов'язані з попередніми *(M-1)* ітераціями

$$\Xi(k,\theta)=\boldsymbol{G}^{\boldsymbol{T}}(k,\theta)\,\boldsymbol{P}_r^{-1}(k)\;\boldsymbol{G}(k,\theta)+\Xi(k-1,\theta); \tag{15}$$

$$d(k,\theta)=\boldsymbol{G}^{\boldsymbol{T}}(k,\theta)\,\boldsymbol{P}_r^{-1}(k)\,\boldsymbol{r}(k)+d(k-1,\theta). \tag{16}$$

2. Для обчислення матриці $\boldsymbol{G}(k,\theta)$ слід користуватися формулою (5)

$$\boldsymbol{G}(k,\theta)=\boldsymbol{C}(k)[\boldsymbol{A}(k,\theta)-\boldsymbol{A}(k,k-1)\;\boldsymbol{F}(k-1,\theta)], \tag{17}$$

$$\boldsymbol{F}(k,\theta)=\boldsymbol{K}(k)\boldsymbol{G}(k,\theta)+\boldsymbol{A}(k,k-1)\;\boldsymbol{F}(k-1,\theta)],\; k-M<\theta\le k \tag{18}$$

та *(2M-2)* рекурентними співвідношеннями для $\boldsymbol{A}(k,k-1)$ и $\boldsymbol{\Theta}(k,\theta)$

$$\boldsymbol{A}(k,\theta)=\boldsymbol{A}(k,k-1)\;\boldsymbol{A}(k-1,\theta),\;\boldsymbol{A}(\theta,\theta)=I\,; \tag{19}$$

$$\boldsymbol{\Theta}(k,\theta)=[\boldsymbol{I}-\boldsymbol{K}(k)\boldsymbol{C}(k)]\;\boldsymbol{A}(k,k-1)\boldsymbol{\Theta}(k-1,\theta),\quad \boldsymbol{\Theta}(\theta,\theta)=\boldsymbol{I}. \tag{20}$$

3. Новими елементами, необхідними для сукупності рівнянь (15) – (20) є лише ті, які відповідають появі стрибка у момент часу *k*:

$$\Xi(k,k)=\boldsymbol{C}^{\boldsymbol{T}}(k)\boldsymbol{P}_r^{-1}(k)\boldsymbol{C}(k); \tag{21}$$

$$d(k,k)=\boldsymbol{C}^{\boldsymbol{T}}(k)\boldsymbol{P}_r^{-1}(k)\boldsymbol{r}(k); \tag{22}$$

$$\boldsymbol{F}(k,k)=\boldsymbol{K}\;(k)\boldsymbol{C}(k). \tag{23}$$

Якщо система стаціонарна, то обчислення (17) – (23) необхідно провести тільки один раз для перших *M* спостережень, які зберігаються в пам'яті для усіх наступних ітерацій.

4. Відносно вибору мінімального значення M_{min} ширини «ковзного» вікна слід проявляти певну обережність через можливу втрату властивості «спостережливості» системи [13], що унеможливить обчислення оберненої матриці $\Xi^{-1}[k,\theta]$ для усіх $\theta>k-M_{min}$. У цьому разі можна порадити вибір деякого значення *M',* що лежить в інтервалі (M_{min} $-M$ *).* При цьому процедура оптимізації стає обмеженою і проводиться у діапазоні $k-M<\theta\le k-M'$.

Література

1. Гришин Ю. П. Динамические системы устойчивые к отказам / Ю. Гришин, Ю. Казаринов. – М. : Радио и связь, 1985. – 176 с.

2. Казаринов Ю.М. Обработка сигналов в комплексном измерителе при наличии нарушений в радиоканале / Казаринов Ю. М., Гришин Ю. П., Воловик Ю. Н. / Вопросы радиоэлектроники. – 1978. – Сер. ОТ, вып. 10. – С. 22–31.

3. Гришин Ю. П. Обнаружение нарушений в динамических системах: Обзор / Юрий Павлович Гришин // Зарубежная радиоэлектроника. – 1981. – № 5. – С. 42–53.

4. Кичак В.М. Адаптивное оценивание сообщений в телеметрическом канале связи, пораженном хаотической импульсной помехой / В. М. Кичак, Ю. Н. Воловик, А. Ю. Воловик // Прикладная радиоэлектроника. – Харьков. – 2006. – Т. 5, № 2. – С. 279–283.

5. Саридис Дж. Самоорганизующиеся стохастические системы управления / Дж. Саридис ; под ред. Я. З. Цыпкина. – М. : Наука, 1980. – 400 с.

6. Згуровский М. З. Аналитические методы калмановской фильтрации для систем с априорной неопределенностью / М. З. Згуровський, В. Н. Подладчиков. – К. : Наукова думка, 1995. – 253 с.

7. Казаков И. Е. Статистическая динамика систем с переменной структурой / И. Е. Казаков. – М. :

Наука, 1977. – 416 с.

8. Казаков И. Е. Оптимизация динамических систем случайной структуры / И. Е. Казаков, В. М. Артемьев. – М. : Наука, 1980. – 384 с.

9. Willsky A. S. Adaptive Filtering and Self-Test Methods for Failure Detection and Compensation / Willsky A. S., Deyst J. J., Crawford B. S. / Proc. of the 1974 JACC, Austin, Nexas, June 19–21, 1974.

10. Athans M. A practical Scheme for Adaptive Aircraft Flight Control Systems / M. Athans, D. Willner Presented at the Symposium on Parameter Estimation Tech. and Appl. In Aircraft Flight Testing, NASA Flight Research Center, Edwards Air Force Base, California, April 24–25, 1973.

11. Jazwinski A. H. Limited memory optimal filtering / A. H. Jazwinski / IEEE Trans. Automatic Control. – 1968, Vol. AC-13, P. 558-563.

12. Beard R. V. Failure Accommodation in Linear Systems Through Self-Reorganization / R. V. Beard Report No, MVT-71-1, Man Vehicle Laboratory, M.I.T., Cambridge, Mass. February 1971.

13. Jones H. L. Failure Detection in Linear Systems: Ph.D. Thesis / Dept. of Aeronautics and Astronautics, M.I.T., Cambridge, Mass., September 1973.

14. McAulay R. J. Decision-Derected Adaptive Tracker / R. J. McAulay, E. Denlinger / IEEE Trans. On Aerospace and Electronec Systems, Vol. AES-9, March 1973, P. 229–236.

15. Willsky A. S. A generalized likelihood ratio approach to the detection and estimation of jumps in linear systems / A. S. Willsky, H. L. Jones // IEEE Trans. Automatic Control, Vol. AC-21, No. 1, 1976, P. 108-112.

16. Willsky A. S. *(1976).* A survey of design methods for failure detection in dynamic systems / A. S. Willsky. *Automatica 12(6): P. 601-611.*

17. Сейдж Э. Теория оценивания и ее применение в связи и управлении / Э. Сейдж, Дж. Мелс ; пер. с англ. ; под ред. Б. Р. Левина. – М. : Связь, 1976. – 496 с.

18. Ван Трис Г. Теория обнаружения, оценок и модуляции / Г. Ван Трис ; пер. с англ. ; под ред. В. И. Тихонова.– М. : Сов. радио, 1972. – Т. 1. – 744 с.

References

1. Grishin Ju. P. Dinamicheskie sistemy ustojchivye k otkazam / Ju. Grishin, Ju. Kazarinov. – M. : Radio i svjaz', 1985. – 176 s.

2. Kazarinov Ju.M. Obrabotka signalov v kompleksnom izmeritele pri nalichii narushenij v radiokanale / Kazarinov Ju. M., Grishin Ju. P., Volovik Ju. N. / Voprosy radiojelektroniki. – 1978. – Ser. OT, vyp. 10. – S. 22–31.

3. Grishin Ju. P. Obnaruzhenie narushenij v dinamicheskih sistemah: Obzor / Jurij Pavlovich Grishin // Zarubezhnaja radiojelektronika. – 1981. – № 5. – S. 42–53.

4. Kichak V.M. Adaptivnoe ocenivanie soobshhenij v telemetricheskom kanale svjazi, porazhennom haoticheskoj impul'snoj pomehoj / V. M. Kichak, Ju. N. Volovik, A. Ju. Volovik // Prikladnaja radiojelektronika. Har'kov. 2006. T. 5, № 2. S. 279–283.

5. Saridis Dzh. Samoorganizujushhiesja stohasticheskie sistemy upravlenija / Dzh. Saridis ; pod red. Ja. Z. Cypkina. – M. : Nauka, 1980. – 400 s.

6. Zgurovskij M. Z. Analiticheskie metody kalmanovskoj fil'tracii dlja sistem s apriornoj neopredelennost'ju / M. Z. Zgurovs'kij, V. N. Podladchikov. – K. : Naukova dumka, 1995. – 253 s.

7. Kazakov I. E. Statisticheskaja dinamika sistem s peremennoj strukturoj / I. E. Kazakov. – M. : Nauka, 1977. – 416 s.

8. Kazakov I. E. Optimizacija dinamicheskih sistem sluchajnoj struktury / I. E. Kazakov, V. M. Artem'ev. – M. : Nauka, 1980. – 384 s.

9. Willsky A. S. Adaptive Filtering and Self-Test Methods for Failure Detection and Compensation / Willsky A. S., Deyst J. J., Crawford B. S. / Proc. of the 1974 JACC, Austin, Nexas, June 19–21, 1974.

10. 10. Athans M. A practical Scheme for Adaptive Aircraft Flight Control Systems / M. Athans, D. Willner Presented at the Symposium on Parameter Estimation Tech. and Appl. In Aircraft Flight Testing, NASA Flight Research Center, Edwards Air Force Base, California, April 24–25, 1973.

11. Jazwinski A. H. Limited memory optimal filtering / A. H. Jazwinski / IEEE Trans. Automatic Control. – 1968, Vol. AC-13, R. 558-563.

12. Beard R. V. Failure Accommodation in Linear Systems Through Self-Reorganization / R. V. Beard Report No, MVT-71-1, Man Vehicle Laboratory, M.I.T., Cambridge, Mass. February 1971.

13. Jones H. L. Failure Detection in Linear Systems: Ph.D. Thesis / Dept. of Aeronautics and Astronautics, M.I.T., Cambridge, Mass., September 1973.

14. McAulay R. J. Decision-Derected Adaptive Tracker / R. J. McAulay, E. Denlinger / IEEE Trans. On Aerospace and Electronec Systems, Vol. AES-9, March 1973, R. 229–236.

15. Willsky A. S. A generalized likelihood ratio approach to the detection and estimation of jumps in linear systems / A. S. Willsky, H. L. Jones // IEEE Trans. Automatic Control, Vol. AC-21, No. 1, 1976, R. 108-112.

16. Willsky A. S. (1976). A survey of design methods for failure detection in dynamic systems / A. S. Willsky. Automatica 12(6): R. 601-611.

17. Sejdzh Je. Teorija ocenivanija i ee primenenie v svjazi i upravlenii / Je. Sejdzh, Dzh. Mels ; per. s angl. ; pod red. B. R. Levina. – M. : Svjaz', 1976. – 496 s.

18. 18. Van Tris G. Teorija obnaruzhenija, ocenok i moduljacii / G. Van Tris ; per. s angl. ; pod red. V. I. Tihonova.– M. : Sov. radio, 1972. – T. 1. – 744 s.

Рецензія/Peer review : 14.11.2017 р. Надрукована/Printed :04.02.2018 р.
Рецензент: д.т.н., проф. Осадчук В.С.