УДК 621.391

А.Я. КУЛИК, Я.А. КУЛИК

ПРИЙМАННЯ ІНФОРМАТИВНИХ СИГНАЛІВ НА ФОНІ ЗАВАД З АПРІОРНО НЕВИЗНАЧЕНИМИ ПАРАМЕТРАМИ

Вінницький національний технічний університет,
95, Хмельницьке шосе, м. Вінниця, 21021, Україна
Тел.: (+380) (0432)598-437, E-mail: kulyk@inaesu.vstu.vinnica.ua

Анотація. Апріорні відомості про завади зазвичай незначні порівняно з апостеріорними відомостями. Поріг визначення результату вибирається адаптивно в залежності від інтенсивності завад, а для ідентифікації інформативного сигналу фіксується його різниця порівняно із завадами.

Аннотация. Априорные сведения о помехах обычно несущественны сравнительно с апостериорными сведениями. Порог определения результата выбирается адаптивно, в зависимости от интенсивности помех, а для определения результата фиксируется его разница по сравнению с помехами.

Abstract. Aprioristic data on handicaps are usually insignificant compared with posteritic data. The threshold of definition of result gets out is adaptive, depending on intensity of handicaps, and for definition of result its difference in comparison with handicaps is fixed.

Ключові слова: оптимальне приймання інформації, критерій, завади.

ВСТУП

Побудові ефективних систем передавання інформації, в тому числі і широкосмугових, в теперішній час приділяється дуже багато уваги [1 – 3]. Класичний підхід до аналізу процесу приймання і побудови приймачів базується на тому, що під час передавання сигналів каналом із завадами, повністю безпомилкове відновлення переданого символу неможливе за рахунок того, що випадковість завад унеможливлює встановлення однозначної відповідності між переданим і прийнятим сигналами.

РОЗВ'ЯЗАННЯ ПОСТАВЛЕНОЇ ЗАДАЧІ

Під час передавання дискретних повідомлень, що складаються з n символів алфавіту А = (a_0, a_1, ..., a_{n-1}), кожному символу a_i ставиться у відповідність за певним критерієм сигнал $X_i(t)$ тривалістю T, імовірність появи якого дорівнює $p(X_i)$. Протягом тактового циклу T на вхід приймача поступає сумарний сигнал $\hat{X}(t) = X(t) + \xi(t)$, який внаслідок завад $\xi(t)$ в каналі точно не співпадає із жодним з сигналів $X_i(t)$. Задачею приймального пристрою є формування рішення щодо прийнятого символу. У випадку передавання двійкових повідомлень (n = 2), виникає необхідність у перевірці статистичних гіпотез H_0 (переданий сигнал X_0) та H_1 (переданий сигнал X_1). Можливі чотири ситуації:

— сформована гіпотеза Н0, правильною є гіпотеза Н0;
— сформована гіпотеза Н0, правильною є гіпотеза Н1;
— сформована гіпотеза Н1, правильною є гіпотеза Н0;
— сформована гіпотеза Н0, правильною є гіпотеза Н1.

Якщо відомі апріорні імовірності $p(X_0)$ та $p(X_1)$, то умовними імовірностями будуть $p(X_0 / X_0)$, $p(X_0 / X_1)$, $p(X_1 / X_0)$, $p(X_1 / X_1)$. Можна додатково ввести вартість втрат L_{01}, $L_{10} > 0$ або виграшу L_{01}, $L_{10} \leq 0$. Сформований ряд критеріїв, які визначають певні умови вибору гіпотез (в різних літературних джерелах їх назви дещо відрізняються): метод середнього ризику, максимуму апостеріорної імовірності, Неймана-Пірсона, мінімаксу тощо. Найбільш простим і природним є критерій В.А. Котельникова, який вимагає, щоб кожного разу під час приймання сигналу $\hat{X}(t)$ рішення, що передавався сигнал $X_i(t)$, який відповідає повідомленню $a_i(t)$, для якого апостеріорна імовірність має максимальне значення. Розрахунок умовної імовірності $p\left(X_i / \hat{X}\right)$ здійснюється за допомогою відомої формули Байєса:

$$p\left(X_i / \hat{X}\right) = \frac{p(X_i) \cdot p\left(\hat{X} / X_i\right)}{p\left(\hat{X}\right)}, \qquad (1)$$

де $p\left(\hat{X}\right)$ – імовірність приймання сигналу $\hat{X}$;

$p\left(\hat{X} / X_i\right)$ – імовірність приймання $\hat{X}$ за умови передавання сигналу X_i;

$p(X_i)$ – апріорна імовірність передавання символу a_i.

Множник $1/\hat{X}$ в правій частині рівняння (2.1) є однаковим для обох величин, тому можна порівнювати величини $p(X_0) \cdot p\left(\hat{X} / X_0\right)$ та $p(X_1) \cdot p\left(\hat{X} / X_1\right)$ або $p\left(\hat{X} / X_0\right) / p\left(\hat{X} / X_1\right)$ та $p(X_1) / p(X_0)$. Якщо виконується умова $p(X_0) = p(X_1)$, то умова перетворюється на відношення правдоподібності:

$$\Lambda_{01} = \frac{p\left(\hat{X} / X_0\right)}{p\left(\hat{X} / X_1\right)} > 1 \cdot \qquad (2)$$

З урахуванням того, що умовні імовірності $p\left(\hat{X} / X_0\right)$ та $p\left(\hat{X} / X_1\right)$ утворюють повну групу подій, можна отримати критерій мінімуму середньої імовірності помилки:

$$p_{пом} = p(X_0) \cdot p(X_1 / X_0) + p(X_1) \cdot p(X_0 / X_1) = \min \qquad (3)$$

Критерії оцінки завадозахищеності за максимумом апостеріорної імовірності та мінімуму середньої імовірності помилки використовуються у випадку передавання дискретних повідомлень в системах зв’язку, коли будь-які помилкові переходи однаково небажані, тоді як критерій Неймана-Пірсона використовуються у випадку, коли помилкові переходи є нерівнозначними за умовою.

При заданому детермінованому сигналі $X_i(t)$ умовну імовірність $p\left(\hat{X} / X_i\right)$ можна замінити щільністю імовірності $f\left(\hat{X} / X_i\right)$. В свою чергу розподіл $f\left(\hat{X}\right)$ повністю визначається розподілом випадкової величини $\xi(t)$, тобто

$$\begin{aligned} f\left(\hat{X} / X_0\right) &= f(\xi) = f\left(\hat{X} - X_0\right), \\ f\left(\hat{X} / X_1\right) &= f(\xi) = f\left(\hat{X} - X_1\right). \end{aligned} \qquad (4)$$

Синтез алгоритмів визначення сигналів на основі критеріїв передбачає, що умовні імовірності $p\left(\hat{X} / X_i\right)$ або їхні щільності розподілу $f\left(\hat{X} / X_i\right)$ точно відомі. Це означає, що до початку передавання відомий не лише сам закон розподілу, але й всі параметри завади – математичне сподівання, дисперсія тощо. В реальних ситуаціях такі дані апріорно чи взагалі відсутні, або немає впевненості у їхній достатній вірогідності. В зв’язку з цим отримали розвиток методи подолання апріорної невизначеності, хоча і для дуже вузького кола задач [4].

Якщо стоїть задача приймання інформативних сигналів X_i на фоні завад $\hat{\xi}$ з апріорно невідомими параметрами, то вважається, що щільності розподілу імовірностей $f\left(\hat{X} / X_0, \hat{\xi}\right)$ та $f\left(\hat{X} / X_1, \hat{\xi}\right)$ реалізацій $\hat{x} = (\hat{x}_1, \hat{x}_2, ..., \hat{x}_n)$ залежать від невідомого параметра. Якщо співвідношення встановлені і параметри завад $\hat{\xi}$ визначені, то задача перевірки гіпотез H_0 та H_1 вирішується за допомогою розглянутих методів. Теорія перевірки статистичних гіпотез і оцінювання параметрів базується на відомостях про відомі параметри $\hat{\xi}$, що мають щільність закону розподілу $f\left(\hat{\xi}\right)$. Якби розподіл $f\left(\hat{\xi}\right)$ був точно відомий, то, після інтегрування відомої спільної щільності закону розподілу $f\left(\hat{X}, \hat{\xi} / X_i\right)$, можна було б отримати необхідні формули

$$f\left(\hat{X} / X_i\right) = \int f\left(\hat{X}, \hat{\xi} / X_i\right) d\xi = \int f(\xi / X_i) \cdot f\left(\hat{X} / X_i, \hat{\xi}\right) d\xi, \qquad (5)$$

для використання необхідного критерія. В реальних ситуаціях щільність розподілу імовірності $f\left(\hat{\xi}\right)$ невідома, хоча для побудови оптимального алгоритму приймання необхідно якимось чином отримати ці відомості. З урахуванням того, що кінцевий результат синтезу правила оброблювання спостережень мало залежить від вигляду апріорного розподілу, якщо дійсна щільність розподілу імовірності є невизначеною функцією, можна замість невідомої щільності розподілу імовірності $f\left(\hat{\xi}\right)$ прийняти рівномірний закон. Це зумовлено тим, що апріорні відомості про завади $\hat{\xi}$ зазвичай незначні порівняно з апостеріорними відомостями.

Якщо інформація щодо ξ невідома, то невідома також інформація щодо лінійного перетворення $\xi_1 = a\xi + b$, де a та b – завдані величини ($a \neq 0$). Тому, якщо можна вважати розподіл величини ξ рівномірним, то і величина ξ_0 також буде розподілятися за рівномірним законом.

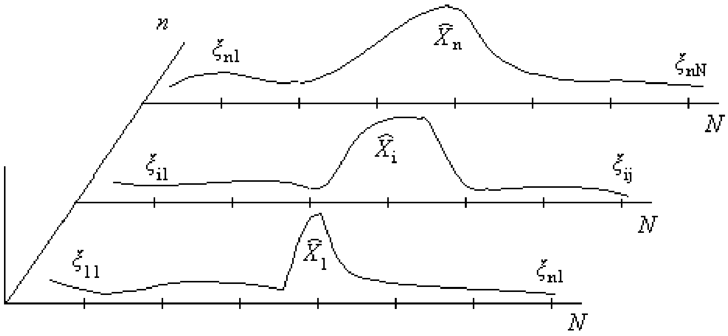

Рис. 1. Інформативні відрахунки $\hat{X}_i$ та відрахунки завад ξ_{ij}

Якщо інформативний сигнал відсутній, то всі спостереження підпорядковуються релеєвському закону:

$$f\left(\xi_{ij} / X_0, \xi\right) = \frac{\xi_{ij}}{\xi^2} e^{-\frac{\xi_{ij}^2}{2\xi^2}}, \ \xi > 0, \tag{6}$$

$$f\left(X_i / X_0, \xi\right) = \frac{\hat{X}_i}{\xi^2} e^{-\frac{X_i^2}{2\xi^2}}, \ \xi > 0, \tag{7}$$

де невідомий параметр ξ, який визначає інтенсивність завади. Тоді спільну умовну щільність розподілу імовірності всіх спостережень можна визначити:

$$f\left(\hat{X}_i, \xi / X_0, \xi\right) = \prod_{i=1}^{n}\left(f\left(\hat{X}_i / X_0, \xi\right) \prod_{j=1}^{N} f\left(\xi_{ij} / X_0, \xi\right)\right) = \frac{\prod_{i=1}^{n}\left(\hat{X}_i \prod_{j=1}^{N} \xi_{ij}\right)}{\xi^{2n(N=1)}} e^{-\frac{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{N}\xi_{ij} + \sum_{i=1}^{n} X_i^2}{2\xi^2}} \tag{8}$$

При появі інформативного сигналу змінюється щільність розподілу імовірності підрахунків лише цього сигналу, а щільність розподілу імовірності завади $f(\xi_{ij})$ лишається незмінною. Таким чином, спільна щільність розподілу, за умови, що правильна гіпотеза H_1, буде визначатися

$$f\left(\hat{X} / X_1, \xi\right) = \frac{X_i}{\xi^2 (1+q)} e^{-\frac{X_i^2}{2\xi^2 (1+q)}}, \tag{9}$$

$$f\left(\hat{X}, \xi / X_1, \xi\right) = \frac{\prod_{i=1}^{n}\left(X_i \prod_{j=1}^{N} \xi_{ij}\right)}{\xi^{2n(N+1)} (1+q)^n} e^{-\left(\frac{\sum_{i=1}^{n} X_i^2}{2\xi^2 (1+h)} + \frac{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{N}\xi_{ij}}{2\xi^2}\right)}. \tag{10}$$

Оскільки, відомості про завади ξ дуже обмежені, можна прийняти, що $f(\xi) = 1$. Із заміною змінних $\varsigma = 1/\xi$, $\sum_{i=1}^{n} X_i^2 = \eta$, $\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{N} \xi_{ij}^2 = \iota$, $\prod_{i=1}^{n} \hat{X}_i \prod_{j=1}^{N} \xi_{ij} = S_n$, можна отримати

$$f\left(\hat{X}, \varsigma / X_1\right) = \frac{S_n}{(1+q)^n} \int_0^{\infty} \varsigma^{2n(N+1)-2} e^{-\frac{\varsigma^2}{2}\left(\frac{\eta}{1+q} + \iota\right)} d\varsigma. \tag{11}$$

Використовуючи таблиці інтегралів, можна отримати

$$f\left(\hat{X},\varsigma / X_1\right)=\frac{S_n}{(1+q)^n}\frac{(2Nn+2n-3)!!}{\left(\iota+\frac{\eta}{1+q}\right)^{Nn+n-1,5}}, \tag{12}$$

де (2*Nn* + 2*n* – 3)!! = 1 · 3 · 5 · 7 · … · (2*N* +2*n* – 3).

Оскільки вирази (8) та (10) відрізняються лише за рахунок порога визначення q, то відношення правдоподібності (2) для даного випадку можна визначити

$$\Lambda_{10}=\frac{f\left(\hat{X},\varsigma / X_1\right)}{f\left(\hat{X},\varsigma / X_0\right)}=\frac{1}{(1+q)^n}\left(\frac{1+\lambda}{1+\frac{\lambda}{1+q}}\right)^{Nn+n-1.5}, \tag{13}$$

де $\lambda=\eta/\iota$, або з урахуванням монотонної залежності між Λ_{10} та λ, вираз (13) можна звести до відношення композицій статистичних значень інформативного сигналу і завади

$$\Lambda=\frac{\sum_{i=1}^{n}X_i^2}{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{N}\xi_{ij}^2}. \tag{14}$$

ВИСНОВКИ

Таким чином, поріг визначення результату Λ вибирається адаптивно в залежності від інтенсивності завад $\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{N}\xi_{ij}^2$, а для визначення інформативного сигналу фіксується його різниця порівняно із завадами.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Харкевич А.А. Борьба с помехами / А.А. Харкевич. – М.: Наука. – 1965. – 276 С.
2. Назаров М.В. Теория электрической связи / М.В. Назаров, Ю.Н. Прохоров. – М.: МТУСИ. – 1991. – 72 С.
3. Финк Л.М. Теория передачи дискретных сообщений / Л.М. Финк. – М.: Советское радио. – 1970. – 728 С.
4. Васильев К.К. Методы обработки сигналов / К.К. Васильев. – Ульяновск: УлГТУ. – 2001. – 80 С.

Надійшла до редакції 24.03.2010р.

КУЛИК АНАТОЛІЙ ЯРОСЛАВОВИЧ – д.т.н., професор кафедри автоматики та інформаційно-вимірювальної техніки, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, Україна.

КУЛИК ЯРОСЛАВ АНАТОЛІЙОВИЧ – студент факультету автоматики та комп'ютерних систем управління ІнАЕКСУ, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, Україна.