

Г. Г. Бортник<sup>1</sup>  
М. В. Васильківський<sup>1</sup>  
С. О. Кирилюк<sup>1</sup>

## МЕТОД ПІДВИЩЕННЯ ПРОДУКТИВНОСТІ КОРЕЛОГРАМНОГО ОЦІНЮВАННЯ СПЕКТРАЛЬНОЇ ГУСТИНИ ПОТУЖНОСТІ ВИПАДКОВИХ СИГНАЛІВ

<sup>1</sup>Вінницький національний технічний університет

Запропоновано метод підвищення продуктивності оцінювання спектральної густини потужності (СГП) випадкових сигналів за рахунок зменшення обчислювальної складності процедур цифрового оброблення досліджуваних сигналів. Виконано вибір та обґрунтування методології цифрового оцінювання СГП сигналів. Доведено, що корелограмна методологія оцінювання СГП за умови однакового обсягу оброблюваних вибірок сигналу, характеризується вищою добротністю порівняно з методами прямого оцінювання. Водночас застосування методики швидкого перетворення Фур'є (ШПФ) для обчислення автокореляційної функції сигналу створює умови для підвищення продуктивності корелограмних методів оцінювання СГП. Тому в роботі застосовано корелограмну методологію швидкого цифрового оцінювання СГП випадкових сигналів.

Розроблено високопродуктивний спосіб визначення автокореляційної функції сигналу. З метою прискорення визначення автокореляційної функції в роботі запропоновано використати теорему про швидку цифрову кореляцію. Отримано рекурентне співвідношення для визначення дискретного перетворення Фур'є (ДПФ) підпоследовності, в якій оновлюється низка відліків. Запропонований спосіб вимагає виконання двох ДПФ і одного зворотного ДПФ.

Здійснено синтез кореляційної віконної функції, яка забезпечує максимальну асимптотичну швидкість спадання бічних пелюсток спектра потужності сигналу для заданого рівня бічних пелюсток відносно рівня головної пелюстки спектра. Отримано вираз для оцінювання СГП випадкового сигналу, згідно з яким статистична стійкість оцінки забезпечується усередненням по сегментам оброблення, а кореляційне зважування дозволяє керувати рівнем бічних паразитних пелюсток спектра досліджуваного сигналу.

Виконано дослідження продуктивності розробленого методу корелограмного оцінювання СГП сигналів. Отримано вираз для визначення коефіцієнта продуктивності, який враховує кількість операцій множення у разі реалізації корелограмного оцінювання СГП. Результати аналізу довели, що запропонований метод дає можливість суттєво скоротити час для визначення СГП випадкових сигналів та забезпечити режим функціонування цифрових аналізаторів спектра в реальному масштабі часу.

**Ключові слова:** цифрове оброблення сигналів, спектральна густина потужності, вагова функція, продуктивність, швидке перетворення Фур'є.

### Вступ

Впродовж останніх років зростає інтерес до цифрових методів спектрального оцінювання випадкових сигналів. Методи цифрового оброблення сигналів (ЦОС) в апаратній і програмній реалізації широко використовуються для спектрального аналізу випадкових сигналів у радіотехніці та в суміжних галузях [1], [2]. Методологічною основою ЦОС є перенесення достатньо складного оброблення сигналів у часовій області в частотну область шляхом перетворення спектра сигналу в певному дискретному базисі.

Спектральна густина потужності (СГП), яка описує частотний склад сигналу є однією з найважливіших характеристик випадкових сигналів. Аналіз публікацій з використання методів ЦОС для спектрального оцінювання сигналів дає змогу стверджувати, що вони в основному вирішують проблему підвищення точності оцінки СГП. Однак існують задачі, для розв'язання яких використання цифрових методів оцінювання СГП виявляється ускладненим. Це зумовлено неможливістю

реалізації режиму оброблення в реальному масштабі часу внаслідок недостатньої продуктивності наявних методів [3]—[6].

Тому досить актуальною є задача розроблення високопродуктивних цифрових методів спектрального оцінювання випадкових сигналів за рахунок скорочення обчислювальних затрат у гармонічному аналізі.

*Метою роботи* є підвищення продуктивності оцінювання спектральної густини потужності випадкових сигналів за рахунок зменшення обчислювальної складності процедур цифрового оброблення досліджуваних сигналів.

Задачами дослідження є:

- вибір та обґрунтування методології цифрового оцінювання СГП сигналів;
- визначення автокореляційної функції сигналу;
- визначення СГП сигналу з віконним зважуванням;
- аналіз продуктивності запропонованого методу.

### Вибір та обґрунтування методології цифрового оцінювання СГП сигналів

Відомо дві групи методів цифрового оцінювання СГП сигналів. Перша група прямого оцінювання базується на застосуванні алгоритму швидкого перетворення Фур'є (ШПФ), що зменшує кількість операцій, але при цьому використовуються додаткові операції для підвищення якості оцінювання, що в кінцевому результаті знижує продуктивність оброблення досліджуваного сигналу [7].

Друга група непрямого оцінювання базується на розрахунку кореляційної функції, а потім за допомогою формули Вінера–Хінчіна отримують оцінки СГП досліджуваного сигналу. ШПФ є одним з найефективніших інструментів у сучасній техніці ЦОС, що дозволяє підвищити продуктивність визначення СГП.

У роботах [6], [7] доведено, що корелограма методології оцінювання СГП за умови однакового обсягу оброблюваних вибірок сигналу, характеризується вищою добротністю порівняно з методами прямого оцінювання. Водночас застосування методики ШПФ для обчислення автокореляційної функції сигналу створює умови для підвищення продуктивності корелограмних методів оцінювання СГП. Тому в роботі буде застосовано корелограмну методологію швидкого цифрового оцінювання СГП випадкових сигналів.

### Визначення автокореляційної функції сигналу

Спектральна густина потужності сигналу може бути представлена як дискретне перетворення Фур'є (ДПФ) автокореляційної функції. Тому корелограмне оцінювання СГП ґрунтується на такому виразі [8]:

$$S(k) = \sum_{m=0}^{M-1} R(m) \cdot e^{-j \frac{2\pi mk}{M}}, \quad (1)$$

де  $R(m)$  — автокореляційна функція.

Отже, корелограмний метод оцінювання СГП передбачає підстановку у вираз (1) кінцевої послідовності значень оцінки автокореляції, що обчислюються для заданих значень часового зсуву  $m$

$$R(m) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cdot x(n+m), \quad (2)$$

де  $0 \leq m \leq M-1$ .

Слід зазначити, що максимальний індекс часового зсуву  $M$  набагато менший загального числа відліків вхідного оброблюваного сигналу  $N$ . Причиною такого вибору максимального значення зсуву  $M$  є прагнення зменшити дисперсію оцінки СГП сигналу.

У роботі пропонується з метою прискорення визначення автокореляційної функції використати теорему про швидку цифрову кореляцію згідно з якою [3]

$$R(m) = \frac{1}{N} F_{IFFT} [Y_1(k) \cdot Y_2(k)], \quad (3)$$

де  $F_{IFFT} [Y_1(k) \cdot Y_2(k)]$  — оператор зворотного ДПФ (ЗДПФ).

ДПФ першого співмножника у виразі (2) має такий вигляд

$$Y_1(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cdot W_N^{nk}, \quad (4)$$

де  $W_N = e^{-j(2\pi/N)}$  — повертальний множник ДПФ.

Тоді ДПФ другого співмножника у виразі (2) набуде такого вигляду:

$$Y_2(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n+m) \cdot W_N^{nk}. \quad (5)$$

В останньому виразі помножимо кожний доданок на повертальний множник  $W_N^{mk}$ , а всю суму, для того, щоб вона лишилась незмінною, необхідно помножити на  $W_N^{-mk}$ .

$$Y_2(k) = \left[ \sum_{n=0}^{N-1} x(n+m) \cdot W^{k(n+m)} \right] \cdot W^{-mk}. \quad (6)$$

З виразу (6) видно, що у квадратних дужках знаходиться та ж сума, що й у виразі (3). Тому, враховуючи це, а також взявши до уваги властивість періодичності повертальних множників ДПФ, вираз для  $Y_2(k)$  можна записати у такому вигляді:

$$Y_2(k) = \left\{ Y_1(k) + \sum_{n=0}^{m-1} [x(N+m) - x(n)] \cdot W_N^{nk} \right\} W_N^{-mk}. \quad (7)$$

Останній вираз є рекурентним співвідношенням для визначення ДПФ підпоследовності, в якій оновлюється  $m$  наступних відліків.

Отже, вираз (3) для автокореляційної функції з урахуванням виконання ЗДПФ набуде такого вигляду:

$$R(m) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} [Y_1(k) \cdot Y_2(k)] \cdot e^{-j\frac{2\pi mk}{N}}. \quad (8)$$

Такий підхід вимагає виконання двох ДПФ і одного ЗДПФ. Реалізувати вираз (8) можна за допомогою алгоритмів ШПФ, тому збільшення обсягу оброблюваних вибірок сигналу має призвести до підвищення продуктивності оброблення [9].

### Визначення СГП сигналу з віконним зважуванням

Наступним етапом у процесі визначення СГП є оброблення  $R(m)$  за допомогою симетричної кореляційної функції зважування  $\omega_c(m)$ . В результаті можна знайти зважену кореляційну оцінку

$$R_\omega(m) = R(m) \cdot \omega_c(m). \quad (9)$$

Вибір функції зважування залежить від особливостей процедури спектрального оцінювання та класу аналізованих сигналів. Кореляційна віконна функція  $\omega_c(m)$  є симетричною функцією у часі і для кореляційного вікна  $\omega_c(m)$  початковою точкою відліку є значення  $m = -M$ .

Синтез функції зважування полягає у розв'язанні задачі пошуку обмеженої у часі функції, ДПФ якої найкращим способом апроксимує спектр потужності сигналу. Наявні віконні функції за своїми характеристиками не задовольняють вимогам, що висувуються до них у разі використання у корелограмному оцінюванні випадкового сигналу [10].

З теорії спектрального аналізу відомо сімейство косинусних вагових функцій, які будуються на базі тригонометричного ряду і мають такий вигляд [4]:

$$\omega(t) = \sum_{r=0}^R a_r \cdot \cos\left(\frac{2\pi r t}{T}\right), \quad (10)$$

де  $r$  — номер коефіцієнта ряду;  $T$  — часовий інтервал зважування сигналу.

Задача синтезу кореляційного вікна полягає в знаходженні коефіцієнтів, які забезпечують максимальну асимптотичну швидкість спадання бічних пелюсток СП сигналу для заданого рівня бічних пелюсток відносно рівня головної пелюстки спектра. Для знаходження коефіцієнтів вагової функції залежно від порядку вікна  $R$  необхідно розв'язати систему з  $R+1$  рівнянь:

$$\begin{cases} \sum_{r=0}^R a_r = 1, \\ \sum_{r=0}^R (-1)^r \cdot a_r = 0, \\ \dots\dots\dots \\ \sum_{r=0}^R (-1)^r \cdot r^{2R-2} \cdot a_r = 0. \end{cases} \quad (11)$$

Відомо [5], що швидкість спадання бічних пелюсток пропорційна кількості косинусних членів у функції зважування

$$V_S = V_R(2R - 1), \quad (12)$$

де  $V_R = -6$  дБ/окт — асимптотична швидкість спадання для прямокутної функції зважування.

Для ефективного корелограмного оброблення сигналу швидкість спадання бічних пелюсток повинна бути на рівні  $-30$  дБ/октаву [11]. Тому задаємо порядок кореляційного вікна  $R = 3$ . Узагальнений вираз для симетричного кореляційного вікна має такий вигляд:

$$\omega_c(m) = \sum_{r=0}^R a_r \cdot \cos\left[\frac{2\pi}{M}rm\right]. \quad (13)$$

Підставляємо у вираз (13) знайдені коефіцієнти  $a_r$  та отримуємо кореляційну функцію зважування

$$\omega_c(m) = 0,339 + 0,482 \cdot \cos\left[\frac{2\pi m}{M}\right] + 0,161 \cdot \cos\left[\frac{4\pi m}{M}\right] + 0,018 \cdot \cos\left[\frac{6\pi m}{M}\right]. \quad (14)$$

Побудована вагова функція є ефективнішою порівняно з існуючими функціями зважування за основними критеріями, що висувуються до вищенаведених кореляційних вікон.

Останнім етапом оброблення сигналу є виконання ДПФ для  $R_\omega(m)$ . Це дає можливість отримати остаточний вираз для оцінювання СГП випадкового сигналу:

$$S_c(k) = \frac{1}{U_c} \sum_{m=0}^{M-1} R(m) \cdot \omega_c(m) \cdot e^{-j\frac{2\pi mk}{M}}. \quad (15)$$

де  $U_c = \frac{1}{M} \left| \sum_{n=0}^{M-1} \omega_c(m) \right|^2$  — енергія віконної функції.

Статистична стійкість оцінки  $S_c(k)$  забезпечується усередненням по сегментам оброблення, а кореляційне зважування дозволяє керувати рівнем бічних паразитних пелюсток спектра досліджуваного сигналу.

### Аналіз продуктивності корелограмного оцінювання СГП сигналів

Критерієм ефективності запропонованого методу корелограмного оцінювання СГП сигналів, який можна оцінювати за числом операцій множення, є продуктивність. Узагальненням цього критерію є коефіцієнт продуктивності, який демонструє вигаш у кількості необхідних операцій множення при застосуванні запропонованого методу оцінювання СГП відносно класичного методу корелограмного оцінювання [12]

$$G_M = \frac{C_{CCE}}{C_{DCE}}, \quad (16)$$

де  $C_{CCE}$  — кількість операцій множення для оцінювання СГП на базі класичного цифрового корелограмного методу;  $C_{DCE}$  — кількість операцій множення у разі застосування запропонованого методу оцінювання СГП.

Спектральне оцінювання випадкових сигналів на базі цифрового корелограмного методу вимагає  $2N + N \cdot \log_2 N + 0,5M \cdot \log_2 M$  операцій множення [12]. Для реалізації запропонованого у роботі методу необхідно виконати  $0,5N \cdot \log_2 M$  операцій множення для визначення автокореляційної функції та  $N + M \cdot \log_2 M$  операцій множення для визначення СГП з віконним зважуванням. Тоді

коефіцієнт продуктивності запропонованого корелограмного методу набуде такого вигляду:

$$G_M = \frac{2N + N \cdot \log_2 N + 0,5M \cdot \log_2 M}{N + 0,5N \cdot \log_2 M + M \cdot \log_2 M}. \quad (17)$$

Графіки залежності коефіцієнта продуктивності від обсягу оброблюваної вибірки випадкового сигналу показано на рис. 1.

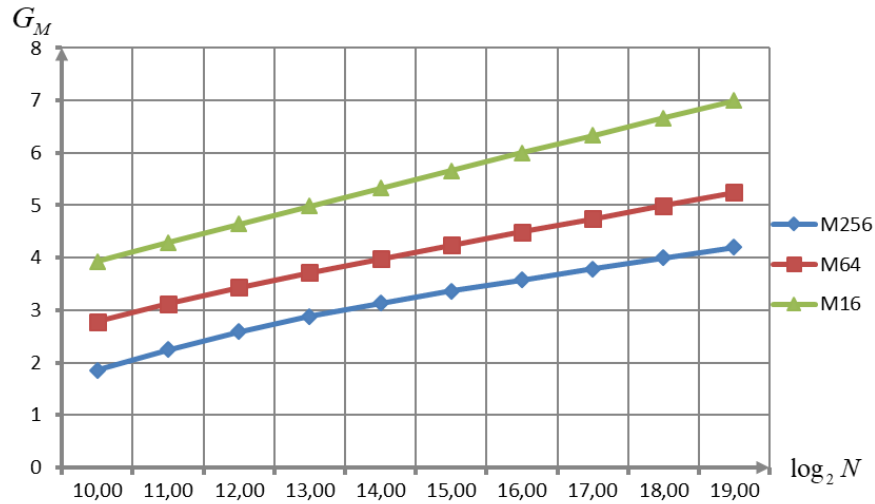


Рис. 1. Залежність коефіцієнта продуктивності запропонованого корелограмного методу оцінювання від обсягу вибірки

Верхня крива демонструє залежність коефіцієнта продуктивності від обсягу вибірки для максимального часового зсуву  $M = 16$ , середня крива для  $M = 64$ , а нижня — для  $M = 256$ . Як випливає з графіків, продуктивність зростає зі збільшенням обсягу вибірки і набуває значень від 1,9...3,9 (для обсягу вибірки  $2^{10}$ ) до 4,2...7,0 (для обсягу вибірки  $2^{20}$ ). При цьому збільшення значення часового зсуву зменшує продуктивність корелограмного методу оцінювання.

Таким чином, запропонований метод оцінювання спектральної густини потужності випадкових сигналів дозволяє покращити коефіцієнт продуктивності за рахунок зменшення обчислювальної складності процедур цифрового оброблення досліджуваних сигналів.

### Висновки

Запропоновано високопродуктивний метод оцінювання спектральної густини потужності випадкових сигналів, який базується на процедурах багатоетапного цифрового оброблення масиву вибірок аналізованого сигналу.

Розроблено високопродуктивний спосіб визначення автокореляційної функції сигналу. Здійснено синтез кореляційної віконної функції, яка забезпечує максимальну асимптотичну швидкість спадання бічних пелюсток спектра потужності сигналу для заданого рівня бічних пелюсток відносно рівня головної пелюстки спектра. Отримано вираз для оцінювання СГП випадкового сигналу.

Аналіз ефективності запропонованого методу підтвердив, що завдяки розробленим способам цифрового оброблення вдається підвищити продуктивність у 1,9...7,0 разів залежно від обсягу досліджуваної вибірки сигналу. Максимальний вигравш у продуктивності досягається для обсягу аналізованої вибірки сигналу  $N = 2^{20}$ .

Результати аналізу довели, що запропонований метод дає можливість суттєво скоротити час визначення СГП випадкових сигналів та забезпечити режим функціонування цифрових аналізаторів спектра в реальному масштабі часу.

### СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

- [1] J. G. Proakis, D. G. Manolakis, *Digital signal processing*. New Jersey: Prentice Hall, 2018, 1084 p.
- [2] Asoke K.Nandi. «Degree and noise power estimation from noisy polynomial data via AR modeling.» *Digital signal processing*, v. 114, p. 1-13, 2021.
- [3] Э. Айфичер, и Б. Джервис, *Цифровая обработка сигналов*. Москва, Россия: Вильямс, 2004, 992 с.
- [4] У. Кестер, *Проектирование систем цифровой и смешанной обработки сигналов*, пер. с англ. Москва, РФ: 2010, 328 с.

- [5] A. Veloni, N. Miridakis, and R. Boukouvala, *Digital and statistical signal processing*. London: CRC Press, 2019, 557 p.
- [6] В. Г. Коберниченко, *Основи цифрової обробки сигналів*. Екатеринбург, Россия: Издательство Уральского университета, 2018, 150 с.
- [7] С. В. Умняшкин, *Основи теорії цифрової обробки сигналів*. Москва, Россия: Техносфера, 2017, 528 с.
- [8] Г. Г. Бортник, М. В. Васильківський, і О. В. Стальченко, «Цифровий метод спектрального оцінювання випадкових сигналів», *Вісник Вінницького політехнічного інституту*, № 2, с. 108-114, 2014.
- [9] Г. Г. Бортник, М. В. Васильківський, і О. В. Стальченко, «Методи цифрового спектрального аналізу вузькосмугових сигналів», *Вісник Вінницького політехнічного інституту*, № 4, с. 97-101, 2016.
- [10] Г. Г. Бортник, М. В. Васильківський, і О. В. Стальченко, «Метод оцінювання основних параметрів фазового дрижання в системах передавання даних», *Вісник Вінницького політехнічного інституту*, № 6, с. 97-101, 2010.
- [11] Г. Г. Бортник, М. В. Васильківський, і В. М. Кичак, *Методи та засоби підвищення ефективності оцінювання фазового дрижання сигналів у телекомунікаційних системах*, моногр. Вінниця, Україна: ВНТУ, 2015, 140 с. ISBN 978-966-641-621-9.
- [12] Б. И. Шахтарин, и В. А. Ковригин, *Методы спектрального оценивания случайных сигналов*. Москва, Россия: Гелиос АРВ, 2005, 248 с.

Рекомендована кафедрою телекомунікаційних систем та телебачення ВНТУ

Стаття надійшла до редакції 5.05.2021

**Бортник Геннадій Григорович** — канд. техн. наук, професор, професор кафедри телекомунікаційних систем та телебачення, e-mail: bgen88@gmail.com ;

**Васильківський Микола Володимирович** — канд. техн. наук, доцент кафедри телекомунікаційних систем та телебачення, e-mail: mvasylkivskiy@gmail.com ;

**Кирилюк Сергій Олександрович** — аспірант кафедри телекомунікаційних систем та телебачення, e-mail: kso1996.08@gmail.com

**G. G. Bortnyk<sup>1</sup>**  
**M. V. Vasykivskiy<sup>1</sup>**  
**S. O. Kyryliuk<sup>1</sup>**

## Method of Increasing the Productivity of Correlogram Evaluation of Spectral Density of Random Signal Power

<sup>1</sup>Vinnitsia National Technical University

*The method of increase of productivity of estimation of spectral density of power (SDP) of random signals at the expense of reduction of computational complexity of procedures of digital processing of investigated signals is offered in the work. The choice and substantiation of the methodology of digital evaluation of SDP signals is performed. It is proved that the correlogram methodology of SDP estimation under the condition of the same volume of processed signal samples is characterized by higher quality factor in comparison with direct estimation methods. At the same time, the application of the fast Fourier transform (FFT) technique to calculate the autocorrelation function of the signal creates conditions for improving the performance of correlogram methods for estimating SDP. Therefore, the correlogram methodology of fast digital estimation of SDP of random signals is applied in the work.*

*A high-performance method for determining the autocorrelation function of the signal has been developed. In this paper, it is proposed to use the fast digital correlation theorem in order to accelerate the definition of the autocorrelation function. A recurrent relation is obtained to determine the discrete Fourier transform (DFT) of a subsequence in which a number of samples are updated. The proposed method requires two DFT and one reverse DFT.*

*The synthesis of the correlation window function, which provides the maximum asymptotic rate of decline of the side lobes of the signal power spectrum for a given level of side lobes relative to the level of the main lobe of the spectrum. An expression for estimating the SDP of a random signal is obtained, according to which the statistical stability of the estimation is provided by averaging by processing segments, and correlation weighing allows to control the level of lateral parasitic petals of the spectrum of the studied signal.*

*The research of productivity of the developed method of correlogram estimation of SDP of signals is executed. An expression is obtained to determine the coefficient of productivity, which takes into account the number of multiplication operations in the implementation of correlogram estimation of SDP. The results of the analysis proved that the proposed method makes it possible to significantly reduce the time for determining the SDP of random signals and to ensure the mode of operation of digital spectrum analyzers in a real time scale.*

**Keywords:** digital signal processing, spectral power density, weight function, productivity, fast Fourier transform.

**Bortnyk Gennadiy G.** — Cand. Sc. (Eng.), Professor, Professor of the Chair of Telecommunication Systems and Television, e-mail: bgen88@gmail.com ;

**Vasylykivskiy Mykola V.** — Cand. Sc. (Eng.), Associate Professor of the Chair of Telecommunication Systems and Television, e-mail: mvasylykivskiy@gmail.com ;

**Kyryliuk Serhii O.** — Post-Graduate Student of the Department of Telecommunication Systems and Television, e-mail: kso1996.08@gmail.com

**Г. Г. Бортник<sup>1</sup>**  
**Н. В. Васильковский<sup>1</sup>**  
**С. О. Кирилюк<sup>1</sup>**

## **Метод повышения производительности коррелограммного оценивания спектральной плотности мощности случайных сигналов**

<sup>1</sup>Винницкий национальный технический университет

*В работе предложен метод повышения производительности оценивания спектральной плотности мощности (СПМ) случайных сигналов за счет уменьшения вычислительной сложности процедур цифровой обработки исследуемых сигналов. Выполнен выбор и обоснование методологии цифрового оценивания СПМ сигналов. Доказано, что коррелограммная методология оценки СПМ при одинаковом объеме обрабатываемых выборок сигнала характеризуется высокой добротностью по сравнению с методами прямого оценивания. В то же время применение методики быстрого преобразования Фурье (БПФ) для вычисления автокорреляционной функции сигнала создает условия для повышения производительности коррелограммных методов оценки СПМ. Поэтому в работе применена коррелограммная методология быстрого цифрового оценивания СПМ случайных сигналов.*

*Разработан высокопроизводительный метод определения автокорреляционной функции сигнала. В работе предложено для ускорения определения автокорреляционной функции использовать теорему о быстрой цифровой корреляции. Получено рекуррентное соотношение для определения дискретного преобразования Фурье (ДПФ) подпоследовательности, в которой обновляется ряд отсчетов. Предложенный способ требует выполнения двух ДПФ и одного обратного ДПФ.*

*Осуществлен синтез корреляционной оконной функции, которая обеспечивает максимальную асимптотическую скорость падения боковых лепестков спектра мощности сигнала для заданного уровня боковых лепестков относительно уровня главного лепестка спектра. Получено выражение для оценки СПМ случайного сигнала, согласно которому статистическая устойчивость оценки обеспечивается усреднением по сегментам обработки, а корреляционное взвешивание позволяет управлять уровнем боковых паразитных лепестков спектра исследуемого сигнала.*

*Выполнены исследования производительности разработанного метода коррелограммного оценивания СПМ сигналов. Получено выражение для определения коэффициента производительности, который учитывает количество операций умножения при реализации коррелограммного оценивания СПМ. Результаты анализа показали, что предложенный метод позволяет существенно сократить время для определения СПМ случайных сигналов и обеспечить режим функционирования цифровых анализаторов спектра в реальном масштабе времени.*

**Ключевые слова:** цифровая обработка сигналов, спектральная плотность мощности, весовая функция, производительность, быстрое преобразование Фурье.

**Бортник Геннадий Григорьевич** — канд. техн. наук, профессор, профессор кафедры телекоммуникационных систем и телевидения, e-mail: bgen88@gmail.com ;

**Васильковский Николай Владимирович** — канд. техн. наук, доцент кафедры телекоммуникационных систем и телевидения, e-mail: mvasylykivskiy@gmail.com ;

**Кирилюк Сергей Александрович** — аспирант кафедры телекоммуникационных систем и телевидения, e-mail: kso1996.08@gmail.com