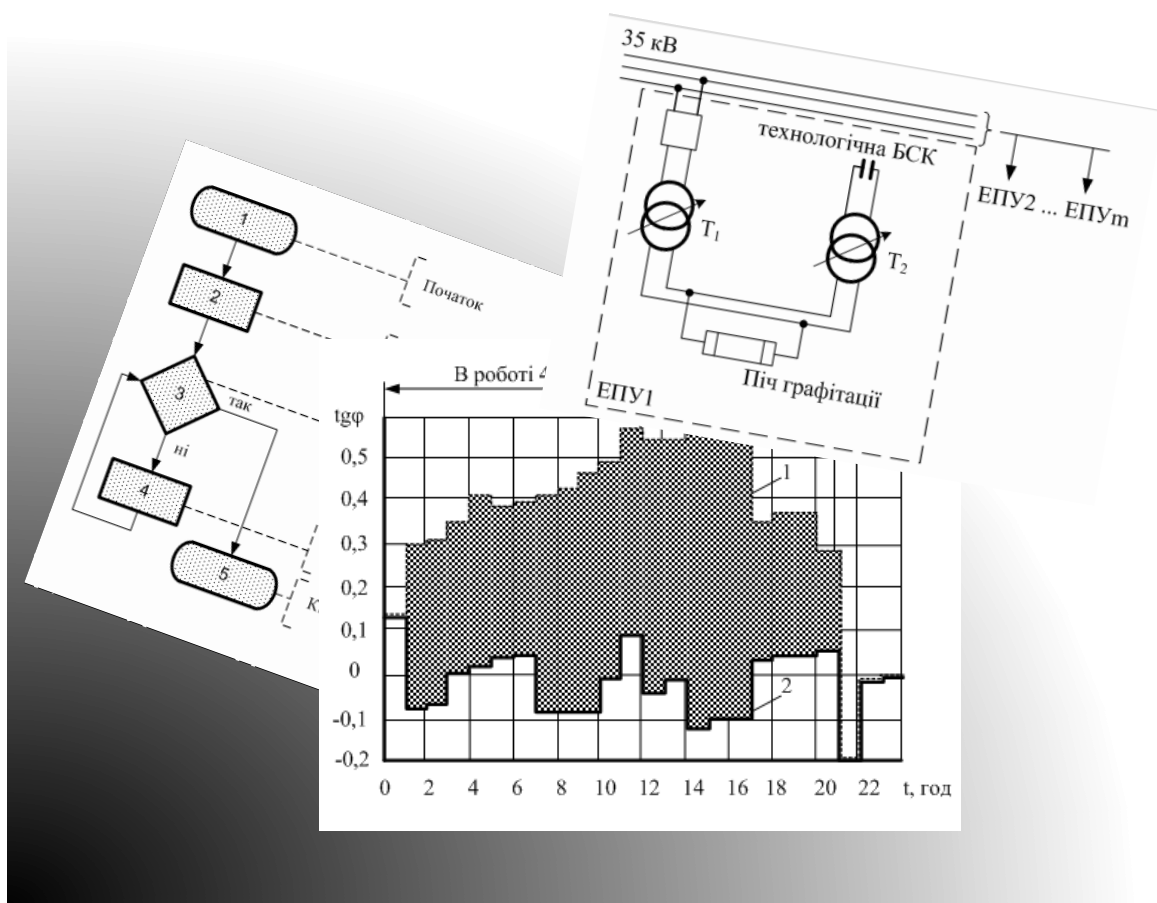


Л. Б. ТЕРЕШКЕВИЧ

# ОПТИМІЗАЦІЯ РЕЖИМІВ ЕЛЕКТРОСПОЖИВАННЯ



Міністерство освіти і науки України  
Вінницький національний технічний університет

**Л. Б. Терешкевич**

**Оптимізація  
режимів електроспоживання**

Навчальний посібник

Вінниця  
ВНТУ  
2020

УДК 621.311(075)

T35

Рекомендовано до друку Вченою радою Вінницького національного технічного університету Міністерства освіти і науки України (протокол № 5 від 23.12.2019 р.)

Рецензенти:

*В. М. Кутін, доктор технічних наук, професор*

*В. В. Кухарчук, доктор технічних наук, професор*

*О. М. Сінчук, доктор технічних наук, професор*

**Терешкевич, Л. Б.**

**T35** Оптимізація режимів електроспоживання : навчальний посібник / Л. Б. Терешкевич. – Вінниця : ВНТУ, 2020. – 112 с.

Наведена коротка інформація про математичні методи оптимізації (методи дослідження операцій), які використовуються для розв'язування практичних задач, що розглядаються в навчальному посібнику.

Детально розглядається математична постановка та моделювання таких задач оптимізації електричних режимів, як симетрування напруг, компенсація реактивної потужності та електроспоживання в умовах дефіциту потужності систем живлення. Переважна частина розглядуваних задач має практичну реалізацію на виробництві. Наводяться чисельні приклади розв'язування цих задач.

Навчальний посібник призначений для студентів електроенергетичних спеціальностей вищих навчальних закладів I–IV рівня акредитації.

**УДК 621.311(075)**

## Зміст

Список скорочень.....	5
Передмова .....	6
Розділ 1 ДОСЛІДЖЕННЯ ОПЕРАЦІЙ – МАТЕМАТИЧНИЙ АПАРАТ РОЗВ’ЯЗУВАННЯ ОПТИМІЗАЦІЙНИХ ЗАДАЧ .....	9
1.1 Загальна схема розв’язування прикладних оптимізаційних задач .....	9
1.2 Математичні методи розв’язування оптимізаційних задач .....	10
1.3 Технологія розробки оптимізаційної математичної моделі .....	10
1.4 Формулювання задачі дослідження операцій .....	15
1.5 Існуючі підходи до розв’язування багатокритеріальних задач.....	16
1.6 Класифікація математичних моделей .....	18
1.7 Задача лінійного програмування .....	19
1.7.1 Геометрична інтерпретація задачі лінійного програмування .....	19
1.7.2 Основні ідеї симплекс-алгоритму розв’язування задачі ЛП .....	20
1.8 Сутність методу динамічного програмування .....	21
1.9 Оптимальне керування .....	23
1.10 Особливості математичного моделювання задач електроенергетики .....	25
Завдання для самостійної роботи .....	27
Література до розділу 1.....	29
Розділ 2 ОПТИМІЗАЦІЯ ЯКОСТІ ЕЛЕКТРОЕНЕРГІЇ В СИСТЕМАХ ЕЛЕКТРОСПОЖИВАННЯ.....	30
2.1 Якість електроенергії та технічні засоби оптимізації .....	30
2.2 Критерії оптимізації несиметричних режимів в трипровідній електричній мережі.....	31
2.3 Оптимізація несиметричних режимів в трипровідній мережі шляхом внутрішнього симетрування однофазних навантажень .....	33
2.3.1 Енергетична сутність задачі внутрішнього симетрування.....	33
2.3.2 Математична модель внутрішнього симетрування навантажень ....	34
2.4 Внутрішнє симетрування однофазних навантажень, під’єднаних до фазних напруг .....	42
2.4.1 Критерії ефективності для розв’язання задачі внутрішнього симетрування та технічні обмеження, що мають бути забезпечені.....	42
2.4.2 Математична модель оптимізації несиметричного режиму в чотирипровідній мережі способом внутрішнього симетрування навантажень .....	43
2.4.3 Алгоритм розв’язання задачі внутрішнього симетрування.....	45

2.5 Оптимізація несиметричних режимів за допомогою симетрувального пристрою .....	48
2.5.1 Енергетична сутність задачі.....	48
2.5.2 Математичні моделі оптимізації за допомогою СП.....	50
Завдання для самостійної роботи .....	56
Література до розділу 2.....	58
<b>3 ЗАДАЧІ ОПТИМАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ РЕАКТИВНОЮ ПОТУЖНІСТЮ .....</b>	<b>59</b>
3.1 Загальні положення.....	59
3.2 Формулювання задачі керування реактивною потужністю як задачі оптимального керування.....	61
3.3 Математичні моделі оптимальної компенсації реактивних навантажень.....	62
3.4 Підвищення ефективності роботи технологічних БСК електропічних установок .....	72
3.4.1 Енергетична суть задачі .....	72
3.4.2 Математичні моделі керування режимами в системі електропостачання шляхом підвищення ефективності технологічних БСК .....	75
3.5 Задача пріоритетного використання потужності СП для компенсації реактивних навантажень.....	80
3.5.1 Сутність запропонованого підходу до вирішення пріоритетної задачі компенсації реактивних навантажень .....	80
3.5.2 Математичні моделі керування несиметрією режиму у разі пріоритетного використання СП для компенсації реактивних навантажень .....	83
Завдання для самостійної роботи .....	91
Література до розділу 3.....	93
<b>4 ЗАДАЧІ ОПТИМІЗАЦІЇ ЕЛЕКТРОСПОЖИВАННЯ В УМОВАХ ДЕФІЦИТУ ПОТУЖНОСТІ СИСТЕМ ЖИВЛЕННЯ.....</b>	<b>94</b>
4.1 Загальні положення.....	94
4.2 Синтез оптимального графіка навантажень .....	95
4.2.1 Критерії оцінювання нерівномірності групового графіка навантажень .....	95
4.2.2 Розрахунки оптимальних зсувів для індивідуальних графіків навантаження.....	99
4.3 Обмеження навантажень несиметричних електроприймачів при дефіциті потужності в енергосистемі.....	105
Завдання для самостійної роботи .....	109
Література до розділу 4.....	110
Література .....	111

## СПИСОК СКОРОЧЕНЬ

АСУ	Автоматизована система управління
БСК	Батарея статичних конденсаторів
ЕПУ	Електропідна установка
задача ЛП	Задача лінійного програмування
ОДР	Область допустимих розв'язків
РПН	Регулятор під навантаженням
САПР	Система автоматизованого проектування
СП	Симетрувальний пристрій

## Передмова

Стан будь-якої системи характеризується параметрами стану. Параметри стану електроенергетичної системи прийнято називати параметрами режиму. Режимми, що формуються в електричних мережах, визначають економічність та надійність процесів передачі електроенергії.

В системах електропостачання існують пристрої, які цілеспрямовано впливають на параметри електричного режиму і, як наслідок, на економічні та технічні характеристики системи електропостачання. Серед таких впливів може бути множина недопустимих на деякий момент часу (таких, що мають негативні наслідки) та таких, що поліпшують ті або інші параметри електричного режиму, але степінь їх ефективності може бути різною. Безперечно, доцільним є реалізація впливів, які забезпечують найбільший ефект (мінімум втрат активної потужності або енергії; максимальну надійність; мінімальну плату за спожиту електроенергію; максимальні прибутки; мінімальні збитки і т. п.). Саме такі технічні задачі, поставлені математично, відносяться до класу оптимізаційних задач. Для їх вирішення існує спеціальний математичний апарат – методи дослідження операцій.

Успішне вивчення дисципліни припускає добрі знання електроенергетичної технології, організації, планування та економіки енергетичного виробництва, з однієї сторони, а з іншої – вміння математично поставити прикладну задачу, алгоритмізувати процес її розв'язання, написати та налагодити програму. Отримавши саме такий комплекс знань та навичок, можна виконувати одну з найбільш складних робіт – розробку прикладних задач оптимізації режимів електроспоживання для їх наступної реалізації в рамках АСУ або САПР систем електропостачання. Виконання цієї роботи, яка потребує глибоких знань енергетичної проблеми, може бути здійснено лише спеціалістами в галузі електропостачання промислових підприємств.

У навчальному посібнику центральне місце приділено складному творчому процесу – математичній постановці прикладних задач оптимізації режимів в системах електропостачання.

Основна увага приділяється задачам оптимізації, які, з одного боку, є найбільш ефективними, а з іншого – найбільш складними в їх математичній постановці. Деякі задачі хоча не є характерними для будь-якого виробництва, але вони повчальні з точки зору поставленої мети.

Серед таких задач:

- задачі, що не потребують для своєї реалізації додаткових капітальних вкладень і мають виявлятися і впроваджуватись в першу чергу;
- задачі, які не можуть бути вирішені класичними математичними методами і потребують розробки нових або адаптації відомих обчислювальних методів;

– задачі, для яких, приймаючи рішення, необхідно враховувати низку взаємопов'язаних впливів, оскільки можливі технічно недопустимі впливи на ті або інші параметри стану об'єкта керування;

– задачі, в яких енергетичний ефект можна отримати шляхом більш повного використання технологічного обладнання, не впливаючи при цьому на технологію виробництва.

*Мета навчального посібника – допомога студентам у засвоєнні технології постановки задач оптимізації режимів електропостачання та їх розв'язування.*

Відповідно до цього в першому розділі наведена інформація про математичні методи оптимізації: розглядається технологія математичного моделювання, сутність методів лінійного та динамічного програмування, підходи до розв'язування задач оптимального керування та особливості математичного моделювання задач електроенергетики.

В другому розділі наведені математичні моделі задач внутрішнього симетрування (в трипровідній та чотирипровідній електричній мережі) та симетрування за допомогою симетрувального пристрою, що їх відносять до класу нескалярних моделей дискретного програмування. Розглядається алгоритм модифікованого симплекс-методу, який дозволяє розв'язати задачу нескалярної оптимізації.

Третій розділ присвячений задачам оптимальної компенсації реактивної потужності. Одна з наведених математичних моделей може бути використана для оперативного керування реактивною потужністю, забезпечуючи технічні обмеження режимів максимальних, мінімальних навантажень і режимів, що не контролюються енергосистемою, та допустимі значення відхилень напруги. Використовуючи іншу математичну модель, можна забезпечити ефективну компенсацію реактивної потужності, залучивши для цього технологічні конденсаторні батареї.

Підтвердженням тези про те, що універсальних методів розв'язування оптимізаційних задач не існує, є задача пріоритетного використання потужності симетрувального пристрою для компенсації реактивних навантажень. Показано, що для зазначеної багатокритеріальної задачі можна отримати кращі результати порівняно з результатами, які отримуються при використанні відомого підходу жорсткого пріоритету.

Одна з задач синтезу групового графіка навантажень із заданими характеристиками розглянута в четвертому розділі навчального посібника. Наведені обґрунтування критерію ефективності та рекурентні співвідношення, що дозволяють за методом динамічного програмування розрахувати оптимальні зсуви індивідуальних графіків навантажень.

В цьому ж розділі наведена математична модель обмеження потужності вузла живлення несиметричних електроприймачів, що виконується відповідно до вимоги енергосистеми. Модель дозволяє



забезпечити виконання зазначеної вимоги, мінімізуючи рівень несиметрії електричного режиму.

Кожний розділ супроводжується контрольними завданнями для самопідготовки.

Електричні режими класифікуються за:

– станом (нормальні, аварійні та післяаварійні);

– часом (тривалі, короткочасні);

– наслідками (небажані, небезпечні) і т. д. Електричні режими, задачі оптимізації яких розглядаються в навчальному посібнику, класифікуються як нормальні, тривалі і практично реалізуються в системах АСУ електроспоживання.

Посібник може бути рекомендований для здобувачів вищої освіти спеціальності 141 – Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка (освітня програма «Електротехнічні системи електроспоживання») при вивченні дисципліни «Оптимізація режимів електроспоживання». Задачі, які розглядаються, мають енергозберігаючий зміст, і тому навчальний посібник може бути корисний здобувачами вищої освіти, які навчаються за освітньою програмою – «Енергетичний менеджмент» при вивченні дисципліни «Математичне моделювання та прийняття рішень в системах електропостачання».

# Розділ 1 ДОСЛІДЖЕННЯ ОПЕРАЦІЙ – МАТЕМАТИЧНИЙ АПАРАТ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ОПТИМІЗАЦІЙНИХ ЗАДАЧ

## 1.1 Загальна схема розв'язування прикладних оптимізаційних задач

Методологія розв'язування оптимізаційних задач передбачає наявність математичної моделі. Розробка математичної моделі є відповідальною роботою, оскільки від цього залежить як якість та достовірність кінцевих результатів, так і швидкість їх отримання. Для розробки працездатної математичної моделі в нашому випадку потрібно обов'язково мати гарні знання, що стосуються енергетичної галузі. Розв'язування прикладної задачі за ідеалізованою схемою виконується таким чином:

- на першому етапі спеціаліст з відповідної галузі розробляє математичну модель, що описує задачу;
- на другому етапі математик вибирає метод розв'язання задачі з множини відомих, а у разі його відсутності створюється новий;
- на третьому етапі вибирається прикладна програма, яка реалізує вибраний метод розв'язування задачі та дозволяє знайти оптимальні розв'язки.

Отримані результати лише в ідеальному випадку відразу задовольняють постановника задачі. Але в житті часто буває, що ідеалізовані та, на перший погляд, бездоганні схеми в реальних умовах не працюють. Справа в тому, що всі зазначені етапи взаємопов'язані. На етапі постановки задачі можливі помилки, пов'язані з недостатніми знаннями про об'єкт, що моделюється. Іноді виявити ці помилки можна шляхом аналізу отриманих результатів або шляхом набуття додаткових знань про об'єкт або процес, що моделюється. З іншого боку, математик або програміст можуть іноді дещо спрощувати, вносити зміни до моделі. Тому потрібні багаточисельні консультації та обговорення таких дій разом із спеціалістом. Тільки після багатьох коректувань можна отримати результати, яким можна довіряти.

Звичайно, в такій ситуації ідеальною була б універсальна кваліфікація людей, що вирішують задачу. Наприклад, спеціаліст знає математичні методи і може самостійно розробити алгоритм вирішення задачі або, ще краще, має ще й навички програмування. Але в будь-якій з можливих комбінацій участь спеціаліста з прикладної галузі в розробці задачі є обов'язковою тому, що для цього потрібно мати відповідні практичні знання. Тобто, якщо вилучити спеціаліста з цього творчого колективу, то математик чи програміст мають мати, або спеціально набути, професійні знання, наприклад, інженера-електрика, що нереально.

Але, з іншого боку, для плідної роботи спеціаліст, який бере участь в розробці задачі автоматизації, має мати добрі знання з прикладної

математики, обчислювальної техніки та програмування, оскільки вони потрібні при спілкуванні в творчому колективі.

## **1.2 Математичні методи розв'язування оптимізаційних задач**

Потреби практики в знаходженні найкращих (оптимальних) розв'язків стало підставою для розробки відповідних математичних методів, які об'єднуються спільною назвою «дослідження операцій». Під цим терміном розуміється *використання кількісних математичних методів для обґрунтування рішень в усіх галузях цілеспрямованої діяльності людини.*

*Рішення – це будь-який вибір із ряду можливих. Рішення можуть бути вдалимими та невдалимими, розумними і не зовсім розумними. Оптимальним називається рішення, яке за тими або іншими ознаками є кращим порівняно з іншими.*

*Операцією називається будь-який захід (система дій), об'єднаний єдиним замислом та спрямований на досягнення певної мети.*

Мета дослідження операцій – попереднє кількісне обґрунтування оптимального рішення. Дослідження операцій об'єднує групу математичних теорій, оскільки єдиного математичного методу, що дозволяє вирішити будь-яку оптимізаційну задачу, не існує. Це лінійне та нелінійне програмування, динамічне програмування, детерміноване і стохастичне програмування та інші.

Як розв'язування, так і математичний опис будь-якої оптимізаційної задачі можливі лише за наявності критерію ефективності. *Критерій ефективності – це кількісний показник, який дозволяє порівнювати можливі розв'язки і на підставі цього здійснювати відбраковування гірших варіантів.* Звернемо увагу на те, що це має бути кількісний показник, наприклад, грошові витрати, втрати потужності, час, об'єм і т. д., а такий показник, як, наприклад, «якість ремонту» не є кількісним, що не дозволяє здійснити об'єктивний вибір кращого варіанта виконання ремонтних робіт. Для будь-якої оптимізаційної задачі можна запропонувати низку критеріїв ефективності, але іноді можна розставити пріоритети і тим самим виділити найбільш важливий критерій, подальше розв'язування здійснити саме за цим критерієм.

## **1.3 Технологія розробки оптимізаційної математичної моделі**

Методологія дослідження операцій передбачає розробку математичної моделі. При побудові математичної моделі реальне явище (операція) спрощується, схематизується та описується за допомогою того або іншого математичного апарата. Чим вдалішою буде математична модель, тим краще вона буде віддзеркалювати характерні риси явища, тим ефективніші рішення будуть отримані.

Загальних універсальних способів побудови математичних моделей не існує. В кожному конкретному випадку модель будується, виходячи з цільової направленості та задачі дослідження, з урахуванням потрібної точності розв'язування та точності, з якою можуть бути відомі вихідні дані. Якщо вихідні дані неточні, то немає сенсу будувати дуже детальну та точну модель. Модель має відображати найважливіші риси явища, тобто в ній мають бути відображені всі суттєві фактори.

Побудова математичної моделі – найбільш важлива і відповідальна частина дослідження, що потребує глибоких знань не стільки математики, скільки суті явищ, що моделюються. Досвід показує, що найбільш вдалі моделі розробляються спеціалістами-практиками, які отримали, додатково до професійних, глибокі знання з математики. Можна вказати загальну послідовність дій в процесі побудови математичної моделі.

1. Всестороннє вивчення задачі, що буде вирішуватись. Іноді набутих знань може виявитись недостатньо, і в такому випадку потрібно провести додаткові дослідження на реальному об'єкті або на фізичній його моделі. Без глибоких практичних знань виконання подальших етапів в побудові математичної моделі безглузде.

2. Визначення всіх найбільш суттєвих факторів в їх взаємозв'язках, які слід враховувати при вирішенні задачі, наприклад, запаси палива на складах, обсяги грошей, що виділені на проведення даного заходу, вплив на зовнішнє середовище, людські ресурси і т. д. Фактори, що в даній задачі є незначними, враховувати недоцільно, тому що це призводить до ускладнення математичної моделі та збільшення трудомісткості обчислень при її аналізі. Як правило, фактори, що потребують свого врахування в математичній моделі, подаються у вигляді обмежень.

3. Встановлення критерію ефективності (оптимальності), що дозволяє оцінювати відносні переваги того чи іншого рішення.

4. Обґрунтування параметрів, якими можна варіювати для отримання оптимального рішення. Ці параметри будуть незалежними змінними в математичній моделі.

5. Встановлення необхідних аналітичних залежностей, якими пов'язується критерій ефективності та всі технічні обмеження зі змінними математичної моделі. *Аналітичний запис критерію ефективності називається цільовою функцією.*

Розглянемо одну з оптимізаційних задач і розробимо математичну модель, яка дозволяє визначити оптимальний розв'язок.

Нехай задача полягає в раціональній доставці палива, наприклад, вугілля від декількох паливних баз (1, 2, ..., I) до деякої кількості споживачів палива, наприклад, електростанцій або районних котелень (1, 2, ..., J). Відомі добові ресурси вугілля на базах палива  $a_i$ , добові потреби палива споживачів  $b_j$  та відстань  $l_{ij}$  між будь-якими паливними базами і споживачами. Для спрощення припустимо, що добові ресурси всіх баз

палива дорівнюють сумарній витраті палива всіма споживачами, тобто, все паливо має бути перевезене.

Наведений опис задачі називається словесним формулюванням задачі. Його можна зробити після усвідомлення самої задачі, і він відображає вихідну інформацію, яка необхідна для вирішення задачі, та додаткові умови, в рамках яких знаходиться розв'язок.

Задача, що розглядається, належить до класичного типу транспортних задач. Очевидно, що процес перевезення може бути виконаним за великою кількістю варіантів; вибір оптимального варіанта складає мету її розв'язування.

Для сформульованої задачі можна запропонувати низку критеріїв для її вирішення, але зупинимось на тонно-кілометровому критерії, який є сумою добутків кількості вугілля на транспортне «плече доставки» (критерій, пропорційний кількості палива, що його потребує транспорт для перевезення вугілля).

Як правило, оптимізаційні задачі, що мають місце на практиці, вирішуються в умовах обмежень, які визначають область допустимих значень отримуваних розв'язків. Для задачі, що розглядається, серед обмежень будуть такі:

- умова необхідності вивезення всього вугілля з усіх паливних баз;
- вимога доставки на кожну з електростанцій такої кількості вугілля, яка потрібна для її роботи.

*Математична модель оптимізаційної задачі є сукупністю аналітичних виразів, які встановлюють функціональні залежності критерію ефективності та обмежень із отримуваними розв'язками (зі змінними задачі). В зв'язку з цим необхідно визначити зміст змінних. Для даної задачі змінні можуть мати значення кількості вугілля, що поставляється від і-ої паливної бази до j-го споживача –  $x_{ij}$ .*

Усвідомивши та вивчивши суть задачі, визначивши необхідну для розв'язування задачі інформацію, обґрунтувавши зміст критерію ефективності та обмежень, в рамках яких має вирішуватись задача, та ввівши змінні, можна записати математичну модель в символічному вигляді:

$$\begin{cases} \Pi(x_{ij}) \rightarrow \min \\ M_i(x_{ij}) = a_i, \quad i = 1, 2, \dots, I, \\ P_j(x_{ij}) = b_j, \quad j = 1, 2, \dots, J \end{cases}$$

де  $\Pi$  – загальна кількість тонно-кілометрів транспортування необхідної для роботи електростанцій кількості вугілля;

$M_i$  – обсяг вугілля, що вивезене з і-ої паливної бази;

$P_j$  – обсяг вугілля, що доставлене на j-у електростанцію.

Такий компактний запис задачі корисний на етапі розробки математичної моделі, оскільки є змога переконатися, що математична модель відтворює найбільш суттєві риси явища, прийняті до уваги всі вагомі фактори, від яких залежить кінцевий результат, а також те, що в моделі відсутні незначні, другорядні риси задачі, яка моделюється. Маючи математичну модель в символічному вигляді, можна перейти до встановлення необхідних функціональних залежностей, що входять до моделі.

Невідомі нашої задачі створюють вектор

$$\mathbf{X}^T = (x_1 \ x_2 \ \dots \ x_k) \mid k = I \ J,$$

кожний компонент якого, як відмічалось вище, буде мати значення кількості вугілля, яке поставляється від  $i$ -ої паливної бази до  $j$ -го споживача, що дає можливість для аналітичного опису критерію ефективності. Виражений математично та пов'язаний з вектором змінних, цей показник  $f(\mathbf{X})$  буде називатись критеріальною (цільовою) функцією задачі. Її природно спрямувати до мінімуму

$$f(\mathbf{X}) = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J l_{ij} x_{ij} \rightarrow \min.$$

Перше обмеження, що відображає вимогу необхідності вивезення всього вугілля з  $i$ -тої паливної бази, можна подати так:

$$\sum_{j=1}^J x_{ij} = a_i.$$

Зрозуміло, що таких рівнянь може бути записано точно стільки, скільки є паливних баз. Друге обмеження має відображати факт доставки  $j$ -му споживачу потрібного палива  $b_j$  від будь-яких паливних баз

$$\sum_{i=1}^I x_{ij} = b_j.$$

Таких рівнянь можна записати за кількістю споживачів –  $J$ .

Крім наведених «технологічних» обмежень корисно задати обмеження на невід'ємність будь-якої компоненти вектора  $\mathbf{X}$ . Фізично це означало б

недопустимість перевезення вугілля від електростанції до якої-небудь паливної бази, і це цілком погоджується зі здоровим глуздом.

В результаті математичної постановки задачі ми приходимо до такої математичної моделі

$$\left\{ \begin{array}{l} f(\mathbf{X}) = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J l_{ij} x_{ij} \rightarrow \min \\ \sum_{j=1}^J x_{ij} = a_i, \quad i = 1, 2, \dots, I \\ \sum_{i=1}^I x_{ij} = b_j, \quad j = 1, 2, \dots, J \\ x_{ij} \geq 0. \end{array} \right. \quad (1.1)$$

При побудові математичної моделі може бути (залежно від суті задачі та точності вихідних даних) використано математичний апарат різної складності. В найпростіших випадках (як даний) явище описується простими алгебраїчними рівняннями. В більш складних, коли необхідно розглядати явища в динаміці, використовується апарат диференціальних рівнянь. В найбільш складних, коли розвиток явища, що моделюється, та його результат залежать від великої кількості випадкових факторів, які переплітаються між собою, аналітичні методи взагалі не можна використати, тоді використовуються методи статистичного моделювання.

Отриману математичну модель називають пробною, оскільки вона, як правило, потребує додаткових зусиль з «доводки». Для цього вирішується тестовий приклад, з якого стає зрозумілим сумісність обмежень, наявність оптимуму цільової функції та погодженість знайденого розв'язку зі здоровим глуздом. Іноді для отримання робочої моделі доводиться здійснювати ряд уточнень пробної.

Створення математичної моделі – найбільш відповідальна частина дослідження, що потребує глибоких знань не стільки математики, скільки суті явищ, що моделюються.

При створенні будь-якої математичної моделі доводиться робити певні припущення та спрощення. Абсолютно точних математичних моделей не може бути. Тому математичні моделі необхідно перевірити на їх адекватність. Готових рецептів для такої перевірки немає. Іноді для цього достатньо провести за даною моделлю розрахунки для одного або декількох прикладів, а отримані кінцеві результати проаналізувати. В інших випадках одну і ту ж задачу вирішують за декількома моделями, які створені на основі різних припущень, користуючись різним математичним апаратом. Якщо отримані результати суттєво відрізняються, то необхідно переглянути концепції, що покладені в основу різних моделей, виявити,

яка з них найбільш адекватна дійсності. В деяких випадках доводиться поставити фізичний експеримент.

Аналіз математичної моделі полягає в знаходженні такого розв'язку (таких значень для змінних), який забезпечує максимум (або мінімум) критерію ефективності. Універсальних алгоритмів аналізу не існує. Залежно від виду математичної моделі вибирається той або інший алгоритм. В зв'язку з цим дослідження операцій об'єднують низку математичних методів:

- лінійне програмування, що використовується для аналізу лінійних моделей, в яких цільова функція та обмеження – лінійні залежності від змінних;

- методи квадратичного програмування, за допомогою яких здійснюється аналіз моделей, де цільова функція – квадратична залежність змінних, а обмеження лінійні;

- методи нелінійного програмування для моделей, де цільова функція та обмеження квадратичні, чи більш високих степенів, або цільова функція – лінійна, а обмеження – квадратичні (обмеження можуть бути лінійні, але не всі);

- динамічне програмування – для розв'язування задач, які умовно можна розділити на послідовність окремих етапів.

Розробка математичних моделей – це високоінтелектуальна, творча робота. От що з цього приводу пише відомий математик та популяризатор математики О. Е. Вентцель в одній із своїх книжок: «Мистецтво будувати математичні моделі є саме мистецтво, і досвід в ньому набувається поступово».

#### 1.4 Формулювання задачі дослідження операцій

Розглянемо математичну постановку, до якої зводиться велика частина задач дослідження операцій. Всі вони носять спільну назву «*задачі математичного програмування*».

Нехай необхідно знайти числові значення для змінних  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , які створюють вектор змінних  $\mathbf{X}^T = (x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n)$ , де  $t$  – індекс транспонування, і відповідають екстремальному (мінімальному або максимальному) значенню цільової функції  $f(\mathbf{X})$ . При цьому необхідно забезпечити виконання технічних обмежень, які можуть бути записаними у вигляді рівностей або нерівностей

$$\mathbf{g}_k(\mathbf{X}) = 0, \quad k = 1, 2, \dots, m;$$

$$\mathbf{h}_t(\mathbf{X}) \leq 0, \quad t = 1, 2, \dots, l,$$

де  $\mathbf{g}_k(\mathbf{X})$  та  $\mathbf{h}_t(\mathbf{X})$  – деякі вектор-функції.



Методи математичного програмування забезпечують знаходження розв'язків лише в області невід'ємних значень для всіх змінних,  $x_i \geq 0$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ .

Математична символіка допускає такі дві можливі форми запису задачі математичного програмування.

$$\left\{ \begin{array}{l} f(\mathbf{X}) \rightarrow \min \\ \mathbf{g}_k(\mathbf{X}) = 0, \quad k = 1, 2, \dots, m \\ \mathbf{h}_t(\mathbf{X}) \leq 0, \quad t = 1, 2, \dots, l \\ x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \end{array} \right. ,$$

або

$$\min \{f(\mathbf{X}) \mid \mathbf{g}_k(\mathbf{X}) = 0, \quad k = 1, 2, \dots, m; \mathbf{h}_t(\mathbf{X}) \leq 0, \\ t = 1, 2, \dots, l; \quad x_i \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, n\}.$$

Даний запис не втрачає своєї загальності, оскільки:

$$\min \{f(\mathbf{X})\} = \max \{-f(\mathbf{X})\}.$$

Залежно від того, якого виду функції  $f(\mathbf{X})$ ,  $\mathbf{g}(\mathbf{X})$  та  $\mathbf{h}(\mathbf{X})$ , виділяють задачі лінійного програмування, коли всі залежності лінійні. Якщо всі або деякі з цих функцій більш високого порядку (квадратичні, або інших степенів), то це задача нелінійного програмування. Окремий випадок нелінійного програмування – квадратичне програмування, коли цільова функція – це квадратична залежність від змінних, а всі обмеження лінійні.

Звернемо увагу на ту обставину, що нами наведено задачу, коли здійснюється пошук числового значення для вектора  $\mathbf{X}$ , який забезпечує екстремальне значення для одного критерію ефективності  $f(\mathbf{X})$ . Життєві ситуації можуть бути такими, що виникає необхідність знаходити розв'язки за умови, коли задача вирішується при наявності декількох критеріїв ефективності. Така оптимізаційна задача називається багатокритеріальною або задачею векторної оптимізації.

### 1.5 Існуючі підходи до розв'язування багатокритеріальних задач

*Багатокритеріальні задачі – це такі, для яких характерний векторний критерій ефективності та векторна цільова функція*

$$f(\mathbf{X}) = (f_1(\mathbf{X}) \quad f_2(\mathbf{X}) \quad \dots \quad f_s(\mathbf{X})).$$

В ідеальному випадку розв'язком такої задачі є координата  $\mathbf{X}$ , якій відповідає мінімум всіх критеріїв. Насправді такий варіант є ідеалізованим і розв'язування багатокритеріальних задач полягає в досягненні компромісів між критеріями. Всі методи розв'язування таких задач полягають в конструюванні таких компромісів. Найбільш поширеним є метод пошуку оптимальних розв'язків за Паретто. Далі наведено означення такого розв'язку. *Розв'язок  $\mathbf{X}^* \in D$  багатокритеріальної задачі оптимальний в розумінні Паретто, якщо не існує жодної точки  $\mathbf{X} \in D$  такої, щоб*

$$f_k(\mathbf{X}) \leq f_k(\mathbf{X}^*), k = 1, 2, \dots, s.$$

*і хоча б для одного (наприклад,  $j$ -го) критерію ця нерівність була строгою*

$$f_j(\mathbf{X}) < f_j(\mathbf{X}^*).$$

Тобто, якщо визначено оптимальний розв'язок в розумінні Паретто, то неможливо покращити будь-який з критеріїв, не погіршивши значення інших.

Розглянемо найпростішу двокритеріальну ситуацію (рис. 1.1), де виділена область відображає ті значення критеріїв оптимізації  $f_1$  та  $f_2$ , які відповідають змінним вектора  $\mathbf{X}$  допустимих значень, яких вони можуть набувати. Для такої двокритеріальної задачі мінімізації точками Паретто є їх множина по контуру виділеної області між точками А та В.

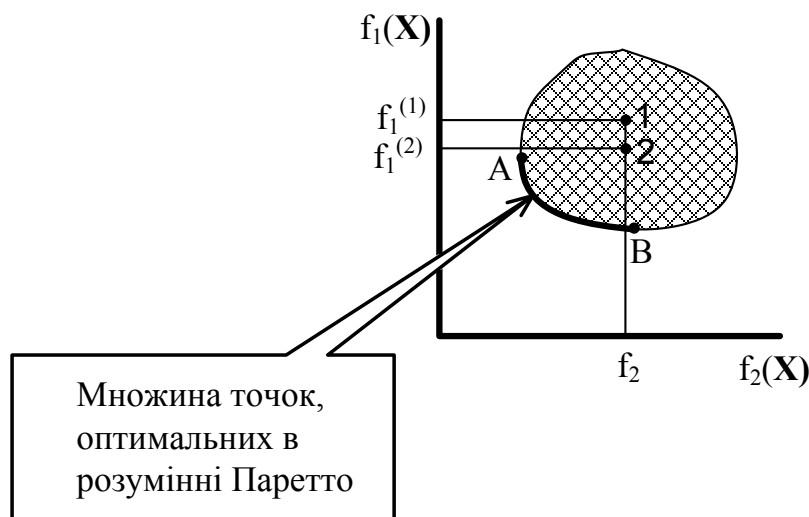


Рисунок 1.1 – Точки Паретто у випадку двох критеріїв

Для підтвердження цього можна навести такі міркування. Візьмемо всередині області точку 1. Тоді, наприклад, будь-яка точка, що знаходиться нижче, наприклад, точка 2 буде кращою за критерієм  $f_1$  при тому ж значенні критерію  $f_2$ . Значить, точку 1 не можна визначити як оптимальну

в розумінні Паретто. Якщо взяти точку на контурі між точками А та В, то як би її не пересувати, якийсь із критеріїв при цьому буде збільшуватись.

Множина точок, що знаходяться на контурі між А та В, є оптимальною в розумінні Паретто.

Точок, оптимальних в розумінні Паретто, навіть в найпростіших задачах може бути багато. Чим більше таких точок, тим складніше прийняти остаточне рішення, тому що з формальних позицій вони рівноцінні між собою. В таких випадках вибір єдиного рішення часто доручають людині-експерту, спеціалісту в даній галузі.

Розглянемо декілька інших практичних методів розв'язання багатокритеріальних задач оптимізації.

*Принцип жорсткого пріоритету* полягає в тому, що всі критерії ранжуються залежно від їх важливості, наприклад, критерію  $f_1(\mathbf{X})$  надана перевага щодо критерію  $f_2(\mathbf{X})$ , а критерію  $f_2(\mathbf{X})$  – щодо  $f_3(\mathbf{X})$  і т. д. Знаходиться локальний оптимум для найбільш важливого критерію –  $f_1(\mathbf{X})$ . Знайдений розв'язок фіксується у вигляді обмеження і знаходиться локальний оптимум для критерію  $f_2(\mathbf{X})$ . Знайдений розв'язок фіксується і знаходяться координати оптимуму для наступного за важливістю критерію. З кожним разом можливості для знаходження оптимуму для наступного критерію звужуються. Даний підхід дає ефект лише в випадку, коли на кожному етапі шукається не одна локальна точка екстремуму, а деяка область розв'язків, близьких до оптимального.

Метод *субоптимізації* полягає в тому, що серед критеріїв визначається найбільш важливий. На всі інші критерії встановлюються порогові значення і їх вносять до обмежень.

Розв'язуючи багатокритеріальну задачу методом *середньозваженого критерію* всім  $f_1(\mathbf{X})$ ,  $f_2(\mathbf{X})$ ,  $f_3(\mathbf{X})$ , ...,  $f_s(\mathbf{X})$  приписують вагові коефіцієнти  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ ,  $\lambda_3$ , ...,  $\lambda_s$  та формують середньозважений критерій

$$F(\mathbf{X}) = \lambda_1 f_1(\mathbf{X}) + \lambda_2 f_2(\mathbf{X}) + \lambda_3 f_3(\mathbf{X}) + \dots + \lambda_s f_s(\mathbf{X}).$$

Для сформованого критерію знаходяться координати екстремуму.

Метод *експертного вибору* полягає в тому, що задачу оптимізації розв'язують  $s$  разів за кожним із критеріїв:  $f_1(\mathbf{X})$ ,  $f_2(\mathbf{X})$ ,  $f_3(\mathbf{X})$  ...  $f_s(\mathbf{X})$ . Отримані результати порівнюються, і експертами відбирається один із них для прийняття рішення. Складність в даному випадку полягає в наявності суб'єктивізму та в тому, що потрібно багато часу на розрахунки.

## 1.6 Класифікація математичних моделей

Класифікацію математичних моделей можна навести за низкою ознак, наприклад:

за типом систем, що досліджуються (математичні моделі прості та складні);

- за описом в часі (моделі статичні та динамічні);
- за інформаційним забезпеченням (стохастичні моделі, де інформація має ймовірну природу; детерміновані, де інформація виключно достовірна, та змішані);
- за типом змінних, що входять в модель (моделі з неперервними змінними, з дискретними змінними та зі змішаними змінними);
- за порядком співвідношень, що входять до математичної моделі (моделі лінійні, квадратичні, нелінійні);
- за способом пошуку оптимуму (моделі математичного програмування, імітаційні моделі);
- за кількістю критеріїв (моделі локальної та багатоцільової оптимізації).

## 1.7 Задача лінійного програмування

### 1.7.1 Геометрична інтерпретація задачі лінійного програмування.

Серед задач дослідження операцій найпростішими та найбільш дослідженими є задачі лінійного програмування (ЛП). Для цих задач характерно те, що цільова функція  $f(\mathbf{X})$  лінійно залежить від елементів вектора  $\mathbf{X}$ , а обмеження, що накладаються на розв'язки, мають вид лінійних рівностей або нерівностей відносно  $\mathbf{X}$ . Саме до задач ЛП належить математична модель (1.1), що синтезована в підрозділі 1.3.

Розглянемо задачу ЛП

Нумерація співвідношень математичної моделі
(1)
(2)
(3)
(4)

$$\left\{ \begin{array}{l} f(\mathbf{X}) = 12x_1 + 15x_2 \rightarrow \max \\ 4x_1 + 3x_2 \leq 12 \\ 2x_1 + 5x_2 \leq 10 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{array} \right.$$

Зауважимо, що розв'язки будь-якої задачі дослідження операцій шукаються в області невід'ємних значень для змінних.

Оскільки змінних в наведеному прикладі дві,  $\mathbf{X}^T = (x_1 \ x_2)$ , то задачу (її сутність та розв'язок) можна розглянути на площині  $x_1, x_2$ . Кожне обмеження-нерівність, що входить до математичної моделі, ділить площину  $x_1, x_2$  на дві частини. Межею є пряма, що відображає рівняння, яке отримується шляхом заміни знака нерівності відповідного обмеження на рівність. Будь-яка точка однієї напівплощини, також і точка, що належить згаданій лінії, задовольняє відповідне обмеження, а точка, взята з іншої півплощини, навпаки – не задовольняє.

Ця задача графічно зображена на рис. 1.2, де всі лінії пронумеровані відповідно до нумерації цільової функції та обмежень математичної

моделі. Заштрихований чотирикутник містить в собі точки (область значень  $x_1$  та  $x_2$ ), що задовольняють всі обмеження. Координати множини точок, що належать заштрихованому чотирикутнику, називаються *областю допустимих розв'язків (ОДР)*. Паралельні прямі, що зображені, є лініями рівня цільової функції, а стрілки, які їх пересікають, направлені в сторону зростання значень цільової функції. Оптимальний розв'язок – точка А з координатами  $x_1 = 2,14$ ;  $x_2 = 1,14$ ; а оптимальне значення  $f(\mathbf{X}) = 42,85$ . Задача має *один оптимальний розв'язок*.

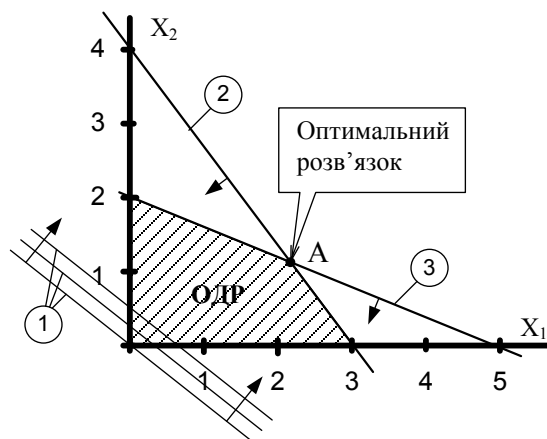


Рисунок 1.2 – Геометрична інтерпретація задачі з одним оптимальним розв'язком

Відмітимо важливу обставину, яка покладена в основу методу вирішення такого класу задач, – розв'язок задачі знаходиться в вершині ОДР, що має місце для будь-якої задачі ЛП.

Якщо кількість компонент у векторі  $\mathbf{X}$  три, то побудову ОДР та знаходження розв'язку задачі шляхом геометричних побудов потрібно здійснювати в тривимірному просторі –  $x_1$ ,  $x_2$  та  $x_3$ , а якщо їх  $n$ , то до розгляду слід прийняти  $n$ -вимірний простір, який є математичною абстракцією.

**1.7.2 Основні ідеї симплекс-алгоритму розв'язування задачі ЛП.** Симплекс-алгоритм – універсальний метод для будь-якої задачі ЛП. Він передбачає, в результаті ітераційного процесу, знаходження оптимального розв'язку.

*Допустимим розв'язком задачі ЛП називається будь-яка сукупність невід'ємних значень  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , яка задовольняє обмеження задачі.*

*Оптимальним називається той із допустимих розв'язків, який обертає в мінімум (максимум) функцію  $f(\mathbf{X})$ .*

Мета розв'язування задачі ЛП полягає в знаходженні оптимального розв'язку, якщо такий існує.

Ідея симплекс-алгоритму полягає в тому, що здійснюється перебір допустимих розв'язків. Спочатку знаходиться один із таких розв'язків –

координата вершини ОДР (адже оптимальний розв'язок потрібно шукати серед вершин ОДР). Такий розв'язок називається *опорним* або *опорним планом*, а далі шляхом послідовних цілеспрямованих спроб визначаються координати екстремуму  $f(\mathbf{X})$  або *оптимальний план* (*оптимальний розв'язок*). Таким чином, симплекс-алгоритм складається з двох частин: визначення опорного плану та визначення плану оптимального. В першому та другому випадках це виконується шляхом заміни базисних змінних. Спрощена блок-схема симплекс-алгоритму задачі ЛП наведена на рис. 1.3.

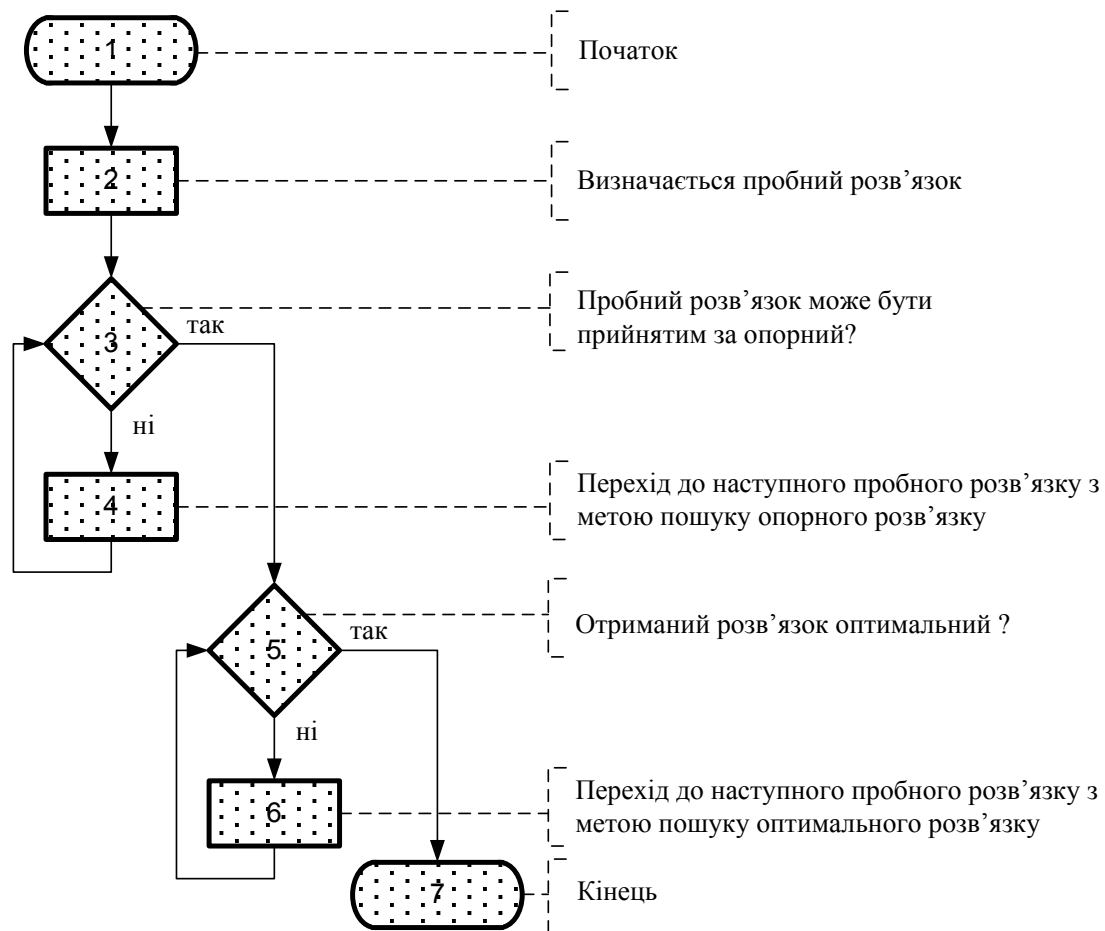


Рисунок 1.3 – Алгоритм розв'язування задачі ЛП симплекс-методом

Наведений алгоритм лише ілюструє загальні ідеї симплекс-алгоритму. Для практичних розрахунків алгоритм (рис. 1.3) потрібно доповнити алгоритмами заміни базисних змінних, пошуку опорного розв'язку та пошуку оптимального розв'язку.

### 1.8 Сутність методу динамічного програмування

*Динамічне програмування – це особливий метод оптимізації, що призначений для задач, в яких процес прийняття рішень може бути розбитим на окремі етапи (кроки). Такі задачі називаються*

*багатоетапними* Використання методу динамічного програмування доцільне для задач, що мають дуже багато етапів розв'язування. Ідея динамічного програмування полягає в розбитті складної задачі на ряд простих з наступним розв'язуванням послідовності цих задач.

Можна запропонувати такі шляхи для її вирішення:

- шукати оптимальний розв'язок відразу для всієї складної задачі;
- будувати оптимальний розв'язок поступово крок за кроком, на кожному етапі розрахунку оптимізуючи лише один крок з урахуванням всіх можливих наслідків для майбутнього.

Другий шлях виявляється набагато простішим.

Зміст етапу задачі, яка вирішується методом динамічного програмування, залежить від сутності задачі. Це, наприклад, проміжок часу, для якого приймається деяке рішення, увімкнення чергової секції оптимізаційного пристрою дискретного керування або крок просування по мережному графу і т. д.

В детальному вигляді задача, до вирішення якої можна застосувати метод динамічного програмування, полягає в нижчевикладеному:

- дана система (обмежена множина взаємопов'язаних елементів), стан якої характеризується вектором параметрів стану –  $\mathbf{W}$ ;
- її необхідно перевести з вихідного стану  $U_0$ , який характеризується вектором  $\mathbf{W}_0$ , в кінцевий  $U_n$ , що характеризується вектором  $\mathbf{W}_n$ ;
- процес переходу можна розбити на послідовність  $n$  етапів, а стан системи за результатами кожного етапу позначимо як  $U_1, U_2, \dots, U_n$ ;
- перехід системи з одного стану в інший відбувається внаслідок реалізації відповідних рішень  $\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_n$ , де  $\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_n$  – вектор змінних відповідно першого, другого та  $n$ -го етапів розв'язування задачі;
- реалізація вектора рішень  $\mathbf{X}_1$  переводить систему зі стану  $U_0$  в стан  $U_1$ , вектор  $\mathbf{X}_2$  – зі стану  $U_1$  в стан  $U_2$  і т. д.;
- в цілому переведення системи зі стану  $U_0$  в стан  $U_n$  відбувається в результаті реалізації вектора рішень:

$$\mathbf{X}^T = (\mathbf{X}_1 \ \mathbf{X}_2 \ \dots \ \mathbf{X}_n).$$

В задачах динамічного програмування вважають, що стан системи в кінці  $i$ -го етапу залежить лише від стану системи для  $(i - 1)$ -го етапу, який характеризується вектором  $\mathbf{W}_{i-1}$ , та вектора  $\mathbf{X}_i$ . Така властивість системи називається *відсутністю післядії*.

Змінюючи значення компонент вектора  $\mathbf{X}$ , можна отримати різну ефективність процесу переходу зі стану  $U_0$  в стан  $U_n$ , яка має бути кількісним показником  $f, f(\mathbf{W}_0, \mathbf{X})$ , який бажано максимізувати чи мінімізувати. Показник ефективності  $i$ -го етапу, що залежить від вектора параметрів стану  $\mathbf{W}_{i-1}$  та вектора  $\mathbf{X}_i$ , що вибраний на даному етапі, позначимо як  $f_i, f_i(\mathbf{W}_{i-1}, \mathbf{X}_i)$ . В задачі динамічного програмування залежність  $f(\mathbf{W}_0, \mathbf{X})$  має бути *адитивною*, тобто

$$f(\mathbf{W}_0, \mathbf{X}) = \sum_{f=1}^n f_f(\mathbf{W}_{f-1}, \mathbf{X}_f).$$

Схематично задача динамічного програмування зображена на рис. 1.4.

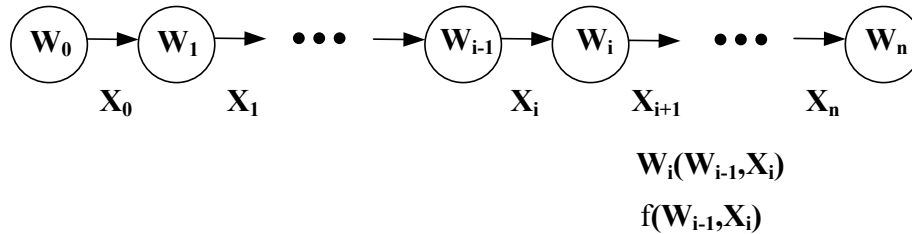


Рисунок 1.4 – Схематичне зображення процесу для методу динамічного програмування

Задачу динамічного програмування можна сформулювати таким чином: визначити сукупність допустимих рішень  $X_1, X_2, \dots, X_n$ , що переводять систему з початкового стану  $U_0$  в кінцевий  $U_n$ , мінімізуючи (максимізуючи) показник ефективності  $f$ .

## 1.9 Оптимальне керування

Оптимізацію режимів електроспоживання можна виконувати методами оптимального керування. Оптимальне керування може здійснюватись лише в умовах, коли можливий альтернативний вибір рішень. Для динамічних об'єктів, де потрібно забезпечити певний хід траєкторії процесу, показник якості керування є функціоналом виду:

$$J = \int_{t_1}^{t_2} F[\mathbf{X}(t), \mathbf{Z}(t)] dt, \quad (1.2)$$

де  $\mathbf{X}$  –  $n$ -вимірний вектор керування;

$\mathbf{Z}$  –  $m$ -вимірний вектор параметрів стану системи;

$t$  – час;

$F$  – скалярна функція;

$t_1$  – початковий момент часу;

$t_2$  – кінцевий (для задач керування електричним режимом – не фіксований) момент часу.

Показник якості має мати фізичний зміст, який для кожної конкретної задачі може бути різний.

Виконання керування можливе за наявності відомостей, які подаються системою рівнянь стану. Виходячи з того, що енергетичні об'єкти мають



динамічний характер, стан об'єкта керування описується системою диференціальних рівнянь виду

$$\frac{\partial x_i(t)}{\partial t} = f_i[\mathbf{X}(t), \mathbf{Z}(t), t], i = 1, 2, \dots, n,$$

де  $x_i$  – компонента вектора  $\mathbf{X}$ .

У реальних задачах на компоненти векторів керування  $\mathbf{X}$  та стану  $\mathbf{Z}$  накладаються обмеження. Тому керування має виконуватись в межах допустимих значень  $\mathbf{X}$  та  $\mathbf{Z}$ .

У загальному випадку задача оптимального керування формулюється таким чином. Дано:

- рівняння стану об'єкта керування;
- система обмежень, що встановлена на зміні стану та керування.

Потрібно знайти такі залежності  $\mathbf{X}(t)$ , при яких показник якості керування досягає максимального або мінімального значення.

Геометрична інтерпретація задачі оптимального керування наведена на рис. 1.5.

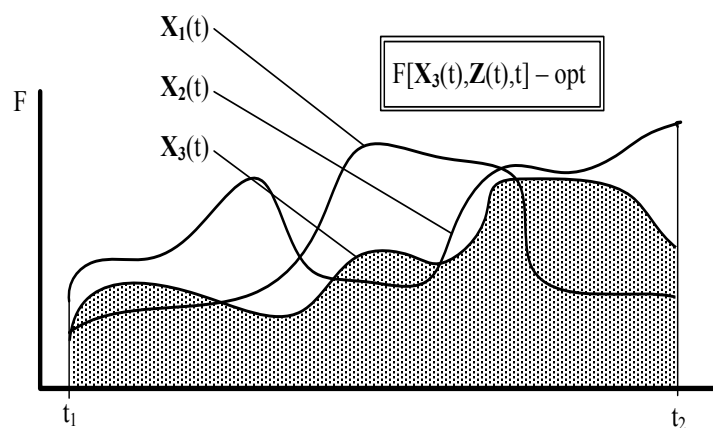


Рисунок 1.5 – Геометрична інтерпретація задачі оптимального керування

Її суть полягає в тому, щоб з усіх можливих законів керування  $\mathbf{X}_i(t)$  обрати такий, який забезпечує мінімум (або максимум) для інтеграла (1.2). Як відомо, виразом (1.2) описується площа під графіком  $F[\mathbf{X}(t), \mathbf{Z}(t), t]$  в межах часу  $t_1 \div t_2$ .

Розв'язки задачі оптимального керування можуть бути знайдені такими математичними методами:

- варіаційним численням;
- принципом максимуму Понтрягіна;
- динамічним програмуванням;
- дослідженням операцій.

Можливість використання останнього математичного методу стає зрозумілою, якщо згадати, що визначений інтеграл (1.2) наближено можна показати так:

$$J = \sum_{i=1}^M F[\mathbf{M}(t_i), \mathbf{Z}(t_i)].$$

Екстремальне значення для показника якості керування (1.2) можна досягнути шляхом оптимізації кожної складової, розв'язавши задачу дослідження операцій. При такому підході розв'язання задачі оптимального керування в цілому зводиться до розв'язання безмежновимірної задачі дослідження операцій в безмежновимірному просторі.

Перевагою такого підходу є те, що з'являється можливість використання різних математичних моделей залежно від стану об'єкта керування в момент прийняття керівного рішення  $t_i$ .

### **1.10 Особливості математичного моделювання задач електроенергетики**

Розв'язування всіх оптимізаційних задач в класичній математиці пов'язане зі знаходженням екстремуму цільової функції  $f(\mathbf{X})$  або цільового функціонала  $J(\mathbf{X}) = \int_a^b \mathbf{X}(t)dt$ , де  $J(\mathbf{X})$  та  $\mathbf{X}(t)$  деякі функції, визначені на відріжку  $[a, b]$ . Залежності  $f(\mathbf{X})$  та  $J(\mathbf{X})$  є скалярними функціями дійсного змінного, тобто приймають значення, що виражаються дійсними числами.

Екстремум функції  $f(\mathbf{X})$  – це найбільше або найменше значення функції (число дійсне) на відріжку  $[a, b]$ . Якщо значення змінних мають належати деякій області допустимих значень, то оптимізаційна задача розв'язується методами математичного програмування. Під оптимумом при цьому розуміється найбільше або найменше значення функції, знайдене з області допустимих значень змінних. Розв'язання задачі математичного програмування за з класичними алгоритмами можливе тільки тоді, коли математичні моделі містять скалярні функції дійсних змінних. Якщо оптимізаційна задача полягає в знаходженні максимуму або мінімуму цільового функціонала, то застосовуються методи варіаційного числення або оптимального керування. При цьому функціонал визначається деяким набором скалярних функцій дійсного змінного та є дійсним числом, що залежить від обраної функції.

Зробивши узагальнення, звернемо увагу на ту обставину, що в усіх випадках розв'язування задач оптимізації класичними методами доводиться мати справу лише зі скалярними функціями дійсного змінного. Проте низка задач оптимізації режиму електричних мереж може

описуватись в комплексному вигляді. До числа таких задач відносять задачі:

– регулювання напруги для випадків, коли до уваги потрібно брати повздовжню та поперечну складові вектора втрати напруги (в мережах до 35 кВ поперечною складовою можна нехтувати);

– оптимізації несиметричних режимів, критеріями оптимальності яких є параметри режиму струм чи напруга зворотної послідовності ( $\dot{I}_2, \dot{U}_2$ ) або пульсуюча потужність  $\tilde{N}$ , за природою є векторними величинами.

Цільові функціонали цих задач в загальному вигляді можна записати так

$$\dot{F}(\mathbf{X}) = f(\mathbf{X}) + j\varphi(\mathbf{X}), \quad (1.3)$$

де  $\mathbf{X}$  – вектор змінних, кожний компонент якого є дійсним числом;

$f, \varphi$  – скалярні функції;

$j$  – уявна одиниця.

Залежність (1.3) є нескаларною функцією дійсного змінного, де кожному значенню  $\mathbf{X}$  відповідає певне значення функції  $\dot{F}(\mathbf{X})$ , що виражається комплексним числом. Співвідношення між складовими функції (1.3) в згаданих задачах такі, що знехтувати будь-якою з них неможливо. Тому класичні обчислювальні методи при такій постановці оптимізаційної задачі використані бути не можуть.

Термін «оптимум» в економіко-математичних методах використовується в значенні: найкращий варіант із можливих станів системи. В цьому значенні оптимумом, наприклад, в задачах симетрування електричних режимів потрібно вважати стан електричної мережі, який описується мінімальними за модулем векторами (комплексами)  $\dot{I}_2, \dot{U}_2, \tilde{N}$ .

При побудові математичної моделі керування можна зробити перехід до модулів векторів режимних параметрів, які є скалярами. Як показали дослідження, такі моделі симетрування режиму електромережі належать до класу нелінійних моделей, а іноді зображаються моделями квадратичного програмування. Після такого переходу для знаходження розв'язку оптимізаційної задачі можуть використовуватись уже відомі обчислювальні алгоритми, а самі розв'язки знаходяться в неперервних змінних.

Як відмічалось вище, для керування, зокрема, несиметричним режимом, в реальному масштабі часу необхідні розв'язки, знайдені в цілочислових змінних, оскільки за ними стоять, наприклад, параметри симетрувального пристрою, які мають дискретні величини, або відповідне фазування несиметричних навантажень.

Розв'язування задач квадратичного програмування в цілочислових змінних пов'язане з деякими труднощами. Такі задачі керування можуть розв'язуватись в неперервних змінних (без урахування цілочисловості), і

якщо отриманий розв'язок задовольняє обмеження цілочисловості, то він є оптимальним для початкової цілочислової задачі. В протилежному випадку потрібно перейти до округлення компонент оптимального плану звичайної моделі квадратичного програмування до цілих чисел, але при цьому можливі розв'язки, що недопустимі за умовою задачі, або не є оптимальними.

Викликає інтерес задача симетрування режиму електричної мережі з функцією мети вигляду (1.3). Таку задачу назовемо *задачею нескалярної оптимізації*. Під нескалярною оптимізацією будемо розуміти знаходження плану, що мінімізує модуль вибраного критеріального показника. При постановці задачі симетрування режиму у вигляді задачі нескалярної оптимізації є можливість використати для її розв'язування алгоритм, оснований на ідеях симплекс-методу лінійного програмування, оскільки перший та другий доданки виразу (1.3) є лінійною функцією вектора змінних, або методу динамічного програмування. Така постановка задачі дає змогу:

- в два рази понизити порядок цільової функції та використати для розв'язування задачі алгоритми, що мають більш просту обчислювальну процедуру, і, як наслідок, скоротити машинний час розрахунку цілеспрямованих впливів;

- знаходити розв'язки в цілочислових змінних, оскільки для цілочислових задач лінійного програмування добре розроблені обчислювальні процедури.

Таким чином, на етапі математичної постановки потрібно забезпечити адекватність моделі з об'єктом керування, врахувавши особливості процесів, що моделюються, та можливості реалізації керування, з однієї сторони, а з іншої – слід виконати вимоги тих або інших математичних методів, якими буде знаходитись розв'язок задачі. Іноді трапляються складнощі, як у випадку, що розглядається. Для вирішення задачі можна піти на припущення, довівши, що вони суттєво не позначаться на отриманих результатах, а якщо цього зробити не можна, то доводиться, обгрунтувавши необхідними дослідженнями, адаптувати відомі математичні методи аналізу чи розробити нові.

### **Завдання для самостійної роботи**

1. Поясніть смисл таких термінів і понять:

- оптимізаційна задача;
- критерій ефективності;
- обмеження;
- математична модель;
- цільова функція;
- багатокритеріальна задача;
- середньозважений критерій;

- жорсткий пріоритет;
- експертний вибір;
- точки Паретто;
- показник якості керування.

2. Для задачі розділу 1.3 запропонуйте інші критерії ефективності її розв'язання.

3. Як позначитися на отриманих розв'язках відсутність будь-якого з обмежень математичної моделі, яка синтезована в підрозділі 1.3?

4. За яких припущень вирішується задача доставки палива на електростанції, розділ 1.3?

5. Дайте перелік інформації, що потрібна для розв'язування задачі розділу 1.3 за допомогою розробленої математичної моделі.

6. Складіть математичну модель для випадку, коли паливо, наприклад, з першого паливного складу, немає можливості доставляти, наприклад, на другу електростанцію (немає шляху для перевезень).

7. Запропонуйте, як в математичній моделі врахувати той факт, що якість дорожнього покриття на всіх транспортних зв'язках між паливними базами та електростанціями однакова?

8. Запропонуйте як діяти, коли результати, отримані шляхом аналізу математичної моделі, не підтверджуються експериментально?

9. Як прийняти технічні рішення, враховуючи певні умови?

10. До якого класу моделей належить нижчевказана?

$$\begin{cases} x_1^2 + x_2 - x_1x_2 \rightarrow \min \\ x_1 + x_2 \leq 6 \\ x_1; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

11. За яким алгоритмом виконується перехід від одного пробного розв'язку до іншого?

12. Яку ідею пошуку оптимального розв'язку реалізує симплекс-метод лінійного програмування?

13. В чому сутність розв'язання багатокритеріальної задачі шляхом середньозваженого критерію?

14. Наведіть приклад багатокритеріальної задачі.

15. За яких умов може бути використаним для розв'язування задачі метод динамічного програмування?

16. Наведіть приклад задачі, яку можна розв'язати як задачу оптимального керування.

17. Як методами дослідження операцій розв'язати задачу оптимального керування?

18. Який математичний апарат використовується для оптимізації процесів.

19. Яка особливість деяких задач оптимізації режимів електропостачання?

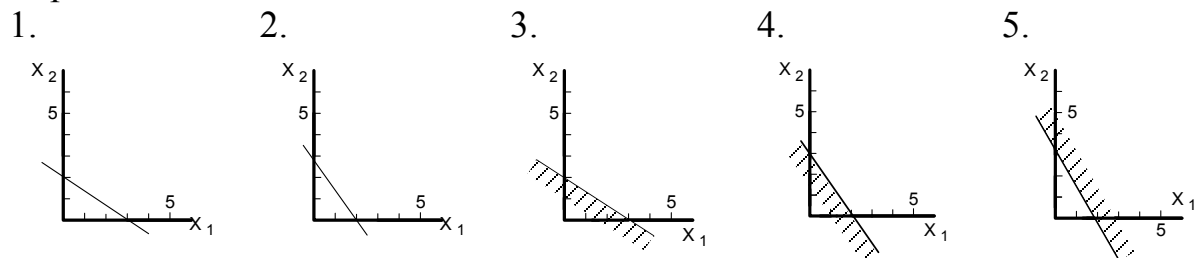
**Тест 1.** Цільовою функцією називається:

Варіанти відповідей

1. - функція, для якої шукаються координати мінімуму;
2. - функція, яка описує одну з умов, що має бути дотримана при розв'язанні оптимізаційної задачі;
3. - функція, яка описує критерій ефективності, пов'язуючи його зі змінними;
4. – функція, екстремум якої необхідно забезпечити;
5. - аналітичний опис критерію ефективності.

**Тест 2.** Яка з інтерпретацій технічного обмеження  $2x_1 + 3x_2 \leq 6$  є правильною?

Варіанти відповідей:



**Тест 3.** Чи може пробний розв'язок бути одночасно опорним і оптимальним?

Варіанти відповідей:

1. - може;
2. - не може;
3. - може для будь-якої задачі ЛП;
4. - може, але для задачі, що має єдиний оптимальний розв'язок;
5. - може, але для задачі, що має оптимальний розв'язок.

### Література до розділу 1

1. Хемди А. Таха. Введение в исследование операций / А. Таха Хемди. – М. : Вильямс, 2007. – 912 с. – ISBN 0-13-032374-8.
2. Реклейтис Г. Оптимизация в технике. Ч. 1, Ч. 2 / Г. Реклейтис, А. Рейвиндран, К. Рэгсдел. – М. : Мир, 1986. – 665 с.
3. Вентцель Е. С. Исследование операций / Вентцель Е. С. – М. : Советское радио, 1972.

## Розділ 2 ОПТИМІЗАЦІЯ ЯКОСТІ ЕЛЕКТРОЕНЕРГІЇ В СИСТЕМАХ ЕЛЕКТРОСПОЖИВАННЯ

### 2.1 Якість електроенергії та технічні засоби оптимізації

Для успішного розв'язання оптимізаційної задачі надзвичайно важливим фактором є знання сутності самої задачі. Саме з цієї причини наведемо деяку інформацію, необхідну для постановки оптимізаційної задачі.

Якість електроенергії нормується ГОСТ 13109-97 і в цілому по країні залишається незадовільною. Гострота проблеми пояснюється тим, що сучасний етап розвитку електроенергетики характеризується збільшенням кількості та потужності енергоємних електроприймачів, робота яких спричиняє істотні погіршення параметрів якості електричної енергії. Це електроприймачі з різкозмінною потужністю, з нелінійною вольт-амперною характеристикою або несиметричні за своїм конструктивним виконанням.

Для прикладу детально розглянемо деякі задачі оптимізації несиметричних режимів в електромережі, що спричиняються приймачами несиметричного виконання. Задачі симетрування режимів поділяють на задачі симетрування струмів та напруг.

Симетрування струмів виконують у вузлах під'єднання електричних навантажень несиметричного виконання, а симетрування напруг – в будь-якому іншому вузлі електричної мережі, наприклад, у вузлі під'єднання споживача до мереж енергопостачальної компанії.

Зниження несиметрії струмів та напруг досягається за допомогою спеціальних пристроїв, але зменшити рівень несиметрії в деяких випадках можна також шляхом рівномірного розподілу навантаження несиметричного виконання між напругами трифазної електричної мережі. Цей шлях має бути повністю використаним при симетруванні режимів незалежно від того, чи забезпечить він нормативні вимоги з таких причин:

- для своєї реалізації такі заходи не потребують зовсім або потребують незначних капітальних вкладень;
- збільшується ефективність використання діючого електротехнічного або технологічного обладнання;
- для остаточного симетрування режиму потрібна буде менша сумарна встановлена потужність пристроїв.

Несиметричні режими в системах електропостачання динамічні (рис. 2.1), і тому для отримання задовільних результатів потрібно іноді задачу симетрування розв'язати як задачу оптимального керування, що дає можливість ще до прийняття рішення визначити його вплив на систему електропостачання, а також прогнозувати (якщо це потрібно) розвиток процесу в часі.

В будь-якому із зазначених випадків рішення мають вибиратися з множини можливих. Такі технічні задачі мають ставитись і вирішуватись як оптимізаційні. Розробку оптимізаційної моделі потрібно виконувати, лише маючи достатні знання про об'єкт моделювання; у разі, коли вивчені всі взаємозв'язки з іншими задачами оптимізації, – обгрунтувавши критерій ефективності, яким можна оцінювати будь-який варіант розв'язання задачі. Розв'язуючи задачу методами дослідження операцій можна враховувати якісні та кількісні взаємозв'язки всередині об'єкта керування та поза ним і, таким чином, приймати рішення з урахуванням цих взаємозв'язків.

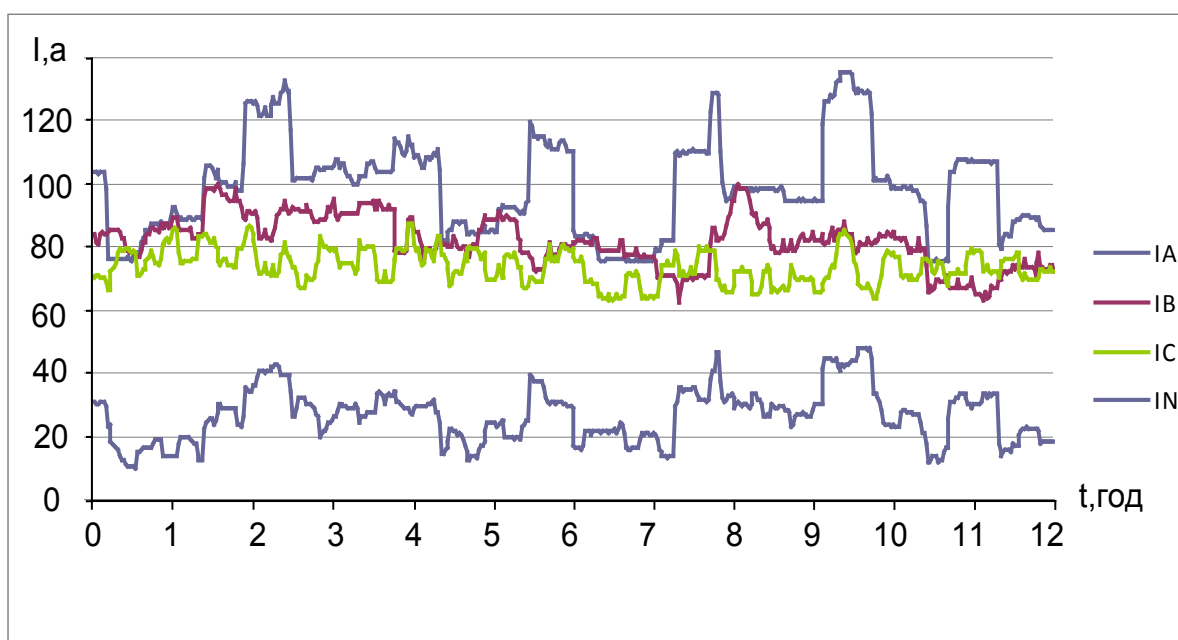


Рисунок 2.1 – Динаміка фазних струмів та струму в нульовому проводі в мережі 0,4 кВ енергопостачальної компанії

## 2.2 Критерії оптимізації несиметричних режимів в трипровідній електричній мережі

Науково обгрунтований вибір варіантів потребує наявності критеріїв оптимальності. В іншому випадку такий вибір неможливий. Варіант, що забезпечує екстремум прийнятого критерію оптимальності, вважається найбільш доцільним. Критерій оптимальності в задачах оптимізації електричних режимів носить, як правило, технічний характер. Він має бути адекватним меті, заради якої розв'язується задача, і бути функціонально пов'язаним із вектором змінних. Як критерій оптимальності при керуванні несиметричним режимом електричної мережі в процесі її експлуатації



може бути прийнята величина сумарних збитків від несиметрії режиму –  $Z_{\Sigma}$  (від складових зворотної послідовності режиму).

Даний критерій, хоча і чітко відображає мету оптимізації несиметричного режиму, але описується досить складною функцією вектора змінних з таких причин:

- для системи електропостачання промислового підприємства характерна велика кількість одиниць електрообладнання, що становить труднощі в оцінюванні збитків;

- величини коефіцієнтів несиметрії напруг в різних вузлах системи різні та змінюються в часі;

- в процесі експлуатації схема електромережі та її параметри можуть змінюватися, що призводить до зміни співвідношень між коефіцієнтами несиметрії напруг в різних вузлах схеми;

- для деяких електроспоживачів не встановлені аналітичні функції технологічних збитків від несиметрії режиму.

Обґрунтовуючи критерій оптимальності, прагнуть до того, щоб він був простим, вимірюваним, а також таким, що дозволяє оцінювати вплив різних факторів на ефективність системи. Сумарні збитки, пов'язані з несиметрією режиму, складаються з низки складових, кожна з яких знаходиться в квадратичній або лінійній та квадратичній залежності від коефіцієнта несиметрії напруг –  $\alpha_U$ . Коефіцієнт несиметрії напруг, модуль вектора напруги зворотної послідовності  $U_2$  та струму зворотної послідовності  $I_2$  пов'язані між собою лінійними співвідношеннями:

$$\alpha_U = \frac{U_2}{U_H} = \frac{I_2 Z_2}{U_H},$$

де  $Z_2$  – опір для струму зворотної послідовності;

$U_H$  – номінальна напруга.

При одному і тому ж рівні несиметрії  $I_2$  характеризується більшими значеннями, ніж  $U_2$ , і внаслідок цього може бути більш точно визначеним шляхом замірів фазних величин за допомогою поширених в системах електроживлення пристроїв телевимірювань. Тому за критерій оптимальності доцільно вибрати модуль струму  $I_2$ . При зменшенні величини  $I_2$  в лінії, що живить групу несиметричних навантажень, пропорційно зменшаться струми зворотної послідовності в усіх лініях схеми та рівень  $\alpha_U$  в усіх вузлах системи електроживлення, незалежно від її конфігурації та параметрів схеми (за умови, що в системі електроживлення тільки один вузол з несиметричними навантаженнями). Якщо в результаті деякого впливу  $I_2 = 0$  (режим симетричний), то  $Z_{\Sigma} = 0$ , а якщо впливу на  $I_2$  не чиниться, то  $Z_{\Sigma}$  залишається незмінним.

В реальних промислових мережах струм  $I_2$  змінюється в часі, і через це з'являється необхідність оцінювати симетрувальний вплив на деякому

інтервалі часу, а також давати кількісну оцінку якості оптимального керування несиметричним режимом в цілому. Мінімальні значення збитків, що пов'язані з несиметрією режиму, будуть мати місце на проміжку часу  $t_1 \div t_2$ , якщо виконати умову:

$$\int_{t_1}^{t_2} I_2^K^2(\mathbf{X}, t) dt \rightarrow \min, \quad (2.1)$$

де  $I_2^K$  – компенсований (за умови реалізації вектора керування) струм зворотної послідовності в лінії, що живить групу несиметричних електроприймачів;

$\mathbf{X}$  – вектор змінних.

Фізичний зміст показника якості керування несиметрією режиму (2.1) полягає в тому, що він пропорційний додатковим втратам активної енергії, які зумовлені струмом зворотної послідовності, а також іншим складовим  $Z_\Sigma$ , які знаходяться в квадратичній залежності від  $I_2$ .

## 2.3 Оптимізація несиметричних режимів в трипровідній мережі шляхом внутрішнього симетрування однофазних навантажень

**2.3.1 Енергетична сутність задачі внутрішнього симетрування.** Зниження несиметрії струмів в живильній мережі можна досягти за рахунок раціонального розподілу електроприймачів між фазами. Вектор струму зворотної послідовності в лінії, що живить  $m$  однофазних приймачів  $\dot{I}_2^H$ , складається з суми струмів зворотної послідовності, що створюються кожним приймачем  $\dot{I}_{2ni}$ ,

$$\dot{I}_2^H = \sum_{n=1}^m \dot{I}_{2ni}, \quad (2.2)$$

де  $m$  – загальна кількість електроприймачів несиметричного виконання;

$i = 1; 2; 3$  – код напруги, до якої під'єднаний  $n$ -ий електроприймач; якщо  $i = 1$ , то електроприймач під'єднаний до напруги  $U_{AB}$ , якщо  $i = 2$ , – то до напруги  $U_{BC}$ , а якщо  $i = 3$ , – то до  $U_{CA}$ .

Кожна складова виразу (2.2), залежно від того, до якої напруги під'єднане навантаження  $n$ , описується однією з таких аналітичних залежностей:

$$\dot{I}_{2ni} = \frac{P_n}{3U_H \cos \varphi_n} \left[ \exp j(30^\circ - \varphi_n) + \exp j(90^\circ - \varphi_n) \right]; \quad (2.3)$$

$$\dot{I}_{2n2} = \frac{P_n}{3U_H \cos \varphi_n} \left[ \exp j(-210^\circ - \varphi_n) + \exp j(210^\circ - \varphi_n) \right]; \quad (2.4)$$

$$\dot{I}_{2n3} = \frac{P_n}{3U_H \cos \varphi_n} \left[ \exp j(-30^\circ - \varphi_n) + \exp j(-90^\circ - \varphi_n) \right], \quad (2.5)$$

де  $P_n$  – активна потужність  $n$ -го однофазного електроприймача;

$U_H$  – номінальна напруга приймача;

$\cos \varphi_n$  – коефіцієнт потужності  $n$ -го однофазного електроприймача.

Можна зробити висновок, що модуль і фаза  $\dot{I}_2^H$  визначаються тим, до яких напруг під'єднані несиметричні електроприймачі.

Струми зворотної послідовності однофазного навантаження при різних варіантах його під'єднання до мережі однакові за модулями та зсунуті на кут  $120^\circ$ , що впливає з виразу

$$\dot{I}_{2n1} + \dot{I}_{2n2} + \dot{I}_{2n3} = 0.$$

Струм прямої послідовності однофазного навантаження не залежить від того, до якої напруги воно під'єднане, та визначається за виразом

$$\dot{I}_{1n1} = \dot{I}_{1n2} = \dot{I}_{1n3} = \frac{P_n}{3U_H \cos \varphi_n} \left[ \exp j(30^\circ - \varphi_n) + \exp j(-30^\circ - \varphi_n) \right].$$

Узагальнюючи цей висновок на  $m$  електроприймачів, можна стверджувати, що будь-яка зміна фазування несиметричних навантажень не впливає на режим прямої послідовності.

Ввімкнення двох однофазних навантажень на різні напруги не завжди виявляється найкращим (якщо ці навантаження характеризуються різними параметрами). Тому внутрішнє симетрування навантажень навіть при  $m = 2$  не може виконуватися на основі простої рекомендації про достатність їх ввімкнення на різні напруги.

Таким чином, знайти оптимальний розв'язок для способу внутрішнього симетрування є непростою задачею. Число можливих варіантів ввімкнення електроприймачів до мережі дорівнює  $3^m$ . Оптимальний розв'язок може бути визначений лише за допомогою математичних методів.

**2.3.2 Математична модель внутрішнього симетрування навантажень.** На підставі наведених обґрунтувань, критерієм ефективності для математичної моделі внутрішнього симетрування навантажень виберемо модуль струму зворотної послідовності в лінії живлення.

Додаткові умови, які потрібно забезпечити, щоб унеможливити технічно недопустимі розв'язки, є:

– кожне навантаження може бути під'єднаним лише до однієї з лінійних напруг;

– всі  $m$  навантажень мають бути під'єднаними до мережі (не під'єднувати будь-яке навантаження з метою симетрування режиму не можна).

Ці умови є очевидними, але в математичній моделі вони мають бути обов'язково описані у вигляді обмежень.

Задача внутрішнього симетрування може бути описаною в булевих змінних. Якщо змінна  $x_{ni}$  в результаті розв'язання буде дорівнювати одиниці, то це реалізується під'єднанням  $n$ -го навантаження на  $i$ -у лінійну напругу, а якщо  $x_{ni} = 0$ , то навпаки.

Для отримання математичної моделі необхідно встановити аналітичні залежності, якими встановлюється зв'язок критерію ефективності і технічних обмежень з керованими змінними.

Для формулювання цільової функції математичної моделі, яка є аналітичним описом критерію ефективності, потрібна така вихідна інформація про параметри стану системи:  $P_n$  або  $I_n$  – активна потужність або струм  $n$ -го навантаження;  $\cos\varphi_n$  – коефіцієнт потужності  $n$ -го навантаження. На основі цієї інформації складається платіжна матриця, у якій стовпці – струми зворотної послідовності, що утворюються кожним навантаженням при його під'єднанні до відповідної лінійної напруги. Інформація про споживачів, що подана в платіжній матриці, є прикладом вторинної інформації, працюючи з якою легше давати оцінку тому або іншому рішенню щодо під'єднання навантажень до електричної мережі.

№ навантаження	Комплекси струмів зворотної послідовності $I_{2ni}$		
	$U_{AB}, (i=1)$	$U_{BC}, (i=2)$	$U_{CA}, (i=3)$
1	$a_{11} + jb_{11}$	$a_{12} + jb_{12}$	$a_{13} + jb_{13}$
2	$a_{21} + jb_{21}$	$a_{22} + jb_{22}$	$a_{23} + jb_{23}$
---			
M	$a_{m1} + jb_{m1}$	$a_{m2} + jb_{m2}$	$a_{m3} + jb_{m3}$

(2.6)

У платіжній матриці (2.6)  $a_{ni}$ ,  $b_{ni}$  – дійсна та уявна частини вектора струму зворотної послідовності, що утворюється включенням  $n$ -го навантаження на  $i$ -у напругу;  $n = 1, 2, 3, \dots, m$ ;  $i = 1, 2, 3$ . Значення  $a_{ni}$  та  $b_{ni}$  можуть бути розраховані за формулами (2.3)–(2.5).

Цільова функція математичної моделі має встановлювати аналітичну залежність між струмом зворотної послідовності в живильному вводі ( $I_2^H$ )

(що було обґрунтовано вище) та вибраними змінними. Формуючи її, потрібно взяти до уваги, що, відповідно до (2.2),  $I_2^H$  дорівнює сумі векторів струмів зворотної послідовності, які утворюються кожним навантаженням. Сумою  $a_{11}x_{11} + a_{12}x_{12} + a_{13}x_{13} + a_{21}x_{21} + a_{22}x_{22} + a_{23}x_{23}$  встановлюється потрібна аналітична залежність для  $\text{Re } I_2^H$  при  $m = 2$ . При цьому потрібно накласти вимогу про те, що лише по одній змінній із множин  $\{x_{11}; x_{12}; x_{13}\}$  та  $\{x_{21}; x_{22}; x_{23}\}$  можуть набувати значення одиниці, а інші мають дорівнювати нулю. Кожне навантаження має бути під'єднане до однієї напруги. Це буде забезпечено технічними обмеженнями математичної моделі.

Поширюючи це на випадок  $m$  електроприймачів і використовуючи загальноприйняту математичну символіку, можна записати  $\text{Re } I_2^H$  у функції  $x_{ni}$

$$\text{Re } I_2^H = \sum_{n=1}^m \sum_{i=1}^3 a_{ni} x_{ni} .$$

Подібні міркування справедливі для уявної частини вектора  $I_2^H$

$$\text{Im } I_2^H = \sum_{n=1}^m \sum_{i=1}^3 b_{ni} x_{ni} .$$

В цілому цільова функція математичної моделі внутрішнього симетрування має вигляд

$$\left| \sum_{n=1}^m \sum_{i=1}^3 a_{ni} x_{ni} + j \sum_{n=1}^m \sum_{i=1}^3 b_{ni} x_{ni} \right| \rightarrow \min . \quad (2.7)$$

Аналізуючи цільову функцію, стає зрозумілим необхідність обмежень, які вимагають обов'язкового під'єднання всіх однофазних електроприймачів до трифазної мережі. Адже, якщо цю умову аналітично не описати, то мінімум функції (2.7) буде у випадку, коли всі  $x_{ni} = 0$ ,  $n = 1, 2, \dots, m$ ,  $i = 1, 2, 3$ , тобто, коли всі електроприймачі відімкнені, що, природно, є недопустимим.

Зазначені вище технічні обмеження для першого електроприймача, пам'ятаючи, що  $x_{ni}$  булеві змінні, можна описати одним співвідношенням

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} = 1 .$$

Поширивши це на всі електроприймачі, запишемо:

$$\sum_{n=1}^m x_{ni} = 1, \quad i = 1, 2, \dots, m.$$

Умова, що керовані змінні – це булеві змінні, запишеться:  $x_{ni} \in \{1, 0\}$ .

В цілому математична модель внутрішнього симетрування має вигляд:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{n=1}^m \sum_{i=1}^3 a_{ni} x_{ni} + j \sum_{n=1}^m \sum_{i=1}^3 b_{ni} x_{ni} \rightarrow \min \\ \sum_{i=1}^3 x_{ni} = 1, \quad n = 1, 2, 3, \dots, m \\ x_{ni} \in \{1, 0\}. \end{array} \right. \quad (2.8)$$

Математична модель (2.8) потребує знаходження мінімуму струму зворотної послідовності шляхом раціонального під'єднання до мережі однофазних споживачів електричної енергії.

Система подвійного індексування при керованих змінних нами була введена для кращої наочності при встановленні необхідних аналітичних залежностей та зручностей у розтлумаченні отриманих результатів. Можна позначити  $x_{11} = x_1$ ;  $x_{12} = x_2$ ;  $x_{13} = x_3$ ;  $x_{21} = x_4$  і т. д. та записати вектор змінних  $\mathbf{X}$  як одновимірну стовпцеву матрицю:

$$\mathbf{X}^T = (x_1 \ x_2 \ x_3 \ \dots).$$

Аналіз моделі внутрішнього симетрування (2.8) можна провести, використавши основні ідеї симплекс-методу лінійного програмування, згідно з алгоритмом (рис. 2.2). Для детального ознайомлення з алгоритмом аналізу математичної моделі корисно розібрати числовий приклад, що наведений далі.

**ПРИКЛАД 2.1.** Виконати внутрішнє симетрування однофазних навантажень, що мають такі параметри режиму:

$$\begin{aligned} I_1 &= 0,3\text{A}; \cos\varphi_1 = 0,954; \\ I_2 &= 0,42\text{A}; \cos\varphi_2 = 0,879; \\ I_3 &= 0,565\text{A}; \cos\varphi_3 = 0,783; \\ I_4 &= 0,63\text{A}; \cos\varphi_4 = 0,737; \\ I_5 &= 0,65\text{A}; \cos\varphi_5 = 0,7. \end{aligned}$$

РОЗВ'ЯЗАННЯ. Для складання математичної моделі попередньо повинна бути розрахована платіжна матриця (2.6). На основі такого розрахунку математична модель даної задачі запишеться у вигляді:

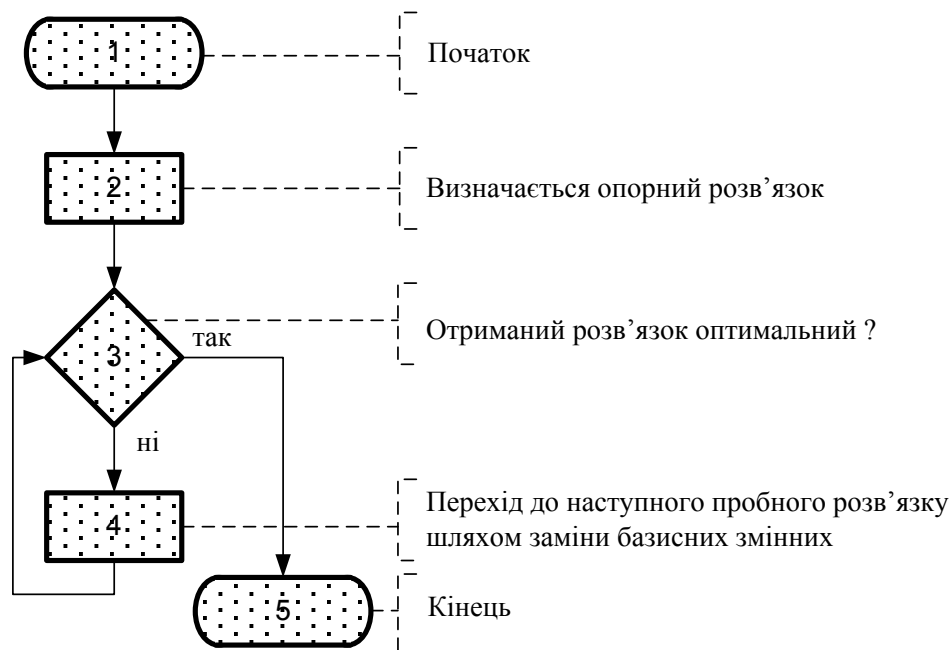


Рисунок 2.2 – Логічна схема розв'язування задачі внутрішнього симетрування (задачі нескаларної оптимізації)

$$\left\{ \begin{array}{l}
 (0.129 \quad -0.164 \quad 0.035 \quad 0.207 \quad -0.213 \quad 0.006 \quad 0.303 \quad -0.255 \\
 -0.048 \quad 0.347 \quad -0.268 \quad -0.078 \quad 0.363 \quad -0.263 \quad -0.1) \mathbf{X} + \rightarrow \\
 + \quad j(0.155 \quad 0.054 \quad -0.169 \quad 0.127 \quad 0.115 \quad -0.242 \quad 0.12 \quad 0.207 \\
 -0.322 \quad 0.109 \quad 0.245 \quad -0.353 \quad 0.093 \quad 0.268 \quad -0.361) \mathbf{X} \mid \rightarrow \min \\
 \left( \begin{array}{cccccccccccccccc}
 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1
 \end{array} \right) \mathbf{X} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \\
 x_{ni} \in \{1, 0\}.
 \end{array} \right. \quad (2.9)$$

В математичній моделі (2.9), яка записана в числовому вигляді,

$$\mathbf{X}^T = (x_{11} \ x_{12} \ x_{13} \ x_{21} \ x_{22} \ x_{23} \ x_{31} \ x_{32} \ x_{33} \ x_{41} \ x_{42} \ x_{43} \ x_{51} \ x_{52} \ x_{53}).$$

Продемонструємо заміну опорного плану на прикладі однієї ітерації табличного алгоритму Є. С. Вентцель (рис. 2.2).

**Крок 1.** Вибирається опорний розв'язок – довільний варіант під'єднання електроприймачів до мережі, наприклад, всі електроприймачі під'єднані до напруги  $U_{AB}$ :

$$\mathbf{X}^T = (1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0),$$

якому відповідає струм  $\dot{I}_2^H = 1,349 + j0,564 = 1,462e^{j22,8}$  А.

Звернемо увагу, що опорний розв'язок в даній задачі можна вибрати, знаючи її суть. Тому, на відміну від класичного симплекс-методу, проводити розрахунки зі знаходження опорного розв'язку немає потреби, що спрощує процес розв'язування задачі.

Такому розв'язку відповідає математична модель, яку запишемо в стандартному вигляді

$$\begin{cases} |1,349 - (0,293 + 0,094 + 0,42 + 0,201 + 0,558 + 0,351 + 0,615 + 0,425 + 0,626 + 0,46)\mathbf{X} + \\ + j[0,564 - (0,061 + 0,284 + 0,012 + 0,369 - 0,09 + 0,442 - 0,14 + 0,462 - 0,18 + \\ + 0,45)\mathbf{X}] \rightarrow \min \\ x_{11} = 1 - (x_{12} + x_{13}) \\ x_{21} = 1 - (x_{22} + x_{23}) \\ x_{31} = 1 - (x_{32} + x_{33}) \\ x_{41} = 1 - (x_{42} + x_{43}) \\ x_{51} = 1 - (x_{52} + x_{53}) \\ x_{ni} \in \{1, 0\}. \end{cases}$$

**Крок 2.** Визначимо, за рахунок якої з числа небазисних змінних можна максимально поліпшити розв'язок, почергово надавши кожній з них значення одиниці і розрахувавши відповідні значення  $I_2$ . Такою змінною, як видно з табл. 2.2, є  $x_{53}$ .

Як видно, вибір змінної для внесення в число базисних в черговому пробному розв'язку має відмінності порівняно з випадком класичної задачі лінійного програмування.

Таблиця 2.2 – Визначення змінної для внесення в базис

Небазисні змінні	Відповідні значення струмів		
	$\text{Re } \dot{I}_2$	$\text{Im } \dot{I}_2$	$I_2$
$x_{12} = 1$	1,056	0,503	1,170
$x_{13} = 1$	1,255	0,280	1,285
$x_{22} = 1$	0,929	0,553	1,081
$x_{23} = 1$	1,148	0,195	1,165
$x_{32} = 1$	0,790	0,652	1,024
$x_{33} = 1$	0,988	0,122	1,005
$x_{42} = 1$	0,734	0,700	1,014
$x_{43} = 1$	0,924	0,101	0,930
$x_{52} = 1$	0,723	0,738	1,033
$x_{53} = 1$	0,886	0,109	0,892



**Крок 3.** Визначається змінна, яка має бути вилучена з базису. Такою змінною буде  $x_{51}$ .

**Крок 4.** Виконується заміна базисних змінних, наприклад, шляхом перетворення стандартної таблиці, табл. 2.3.

Таблиця 2.3 – Стандартна таблиця заміни базисних змінних

	Вільний член	$x_{12}$	$x_{13}$	$x_{22}$	$x_{23}$	$x_{32}$	$x_{33}$	$x_{42}$	$x_{43}$	$x_{52}$	$x_{53}$
$Re I_2$	0,866	0,293	0,094	0,420	0,201	0,558	0,351	0,615	0,425	0,163	$[-0,46]$
	1,349	0,293	0,094	0,420	0,201	0,558	0,351	0,615	0,425	0,626	0,46
$Im I_2$	0,109	0,061	0,284	0,012	0,369	-0,09	0,442	-0,14	0,462	-0,63	$[-0,45]$
	0,564	0,061	0,284	0,012	0,369	-0,09	0,442	-0,14	0,462	-0,18	0,45
$x_{11}$	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	$[0]$
	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
$x_{21}$	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	$[0]$
	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
$x_{31}$	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	$[0]$
	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
$x_{41}$	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	$[0]$
	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
$x_{51}$	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
	$[1]$	$[0]$	$[0]$	$[0]$	$[0]$	$[0]$	$[0]$	$[0]$	$[0]$	$[0]$	$[0]$

Третій і четвертий кроки виконуються за класичним симплекс-методом.

**Крок 5.** Повертаємось до кроку 2.

На цьому закінчуються розрахунки першої ітерації. За результатами розрахунку отримали вектор змінних:

$$\mathbf{X}^T = (1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1),$$

якому відповідає струм в лінії живлення –  $i_2^H = 0,886 + j0,0109 = 0,89e^{j5,73}$  А.

Всього для розв'язання цієї задачі потрібно виконати три ітерації.

Кінцевий розв'язок задачі дає такий вектор змінних:

$$\mathbf{X}^T = (1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1).$$

Практично цей розв'язок реалізується таким чином: навантаження 1 під'єднується до напруги  $U_{AB}$ , навантаження 2 – до  $U_{CA}$ , навантаження 3 –

до  $U_{AB}$ , навантаження 4 – до  $U_{BC}$  і навантаження 5 – до  $U_{CA}$ . В результаті в лінії живлення буде циркулювати струм  $I_2^H = 0,142$  А.

Задача оптимального керування несиметрією режиму шляхом внутрішнього симетрування впроваджена на одному з підприємств електродної промисловості, де експлуатуються потужні (до 18 МВт) однофазні електропечні установки змінного струму. Ефективність такого керування видно з графіків (рис. 2.3), які демонструють результати експерименту, проведеного на підприємстві протягом доби і на яких наведена динаміка струму  $I_2^H$ , приведеного до напруги 35 кВ. Керування виконувалось з часом дискретизації 1 година. Для отримання наведених результатів протягом доби необхідно було провести коригування вектора керування 3 рази.

Протягом доби змінювалась кількість працівників електропечних установок від одного до чотирьох. Саме керування виконувалось так:

- щогодини людина збирає необхідну інформацію ( $P_n$  та  $\cos\varphi_n$ );
- у діалоговому режимі здійснюється введення інформації в комп'ютер і розраховується вектор керування;
- людина оцінює отримані результати і приймає рішення щодо їх реалізації;
- наступної години все повторюється.

Таким чином, система керування працює в режимі радника, в якій остаточне рішення залишається за людиною.

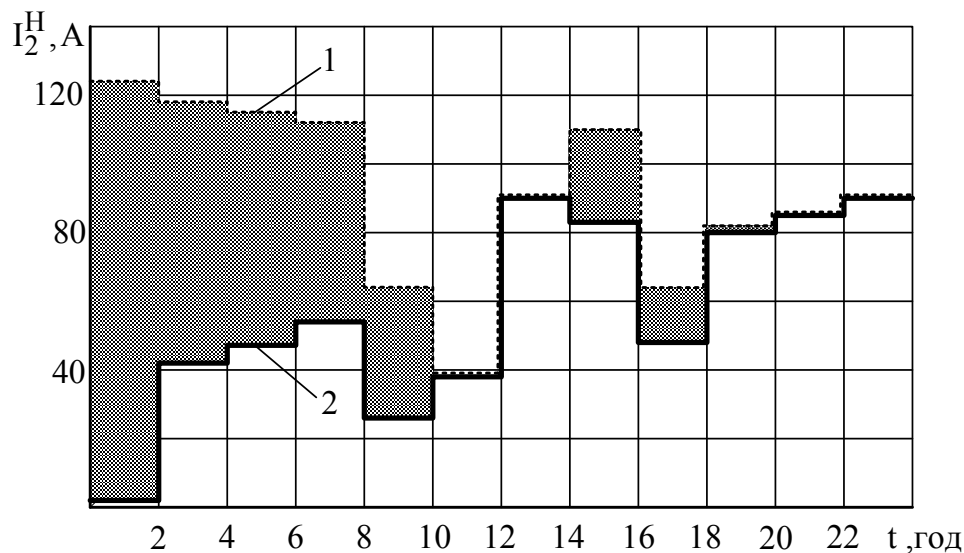


Рисунок 2.3 – Динаміка  $I_2^H(t)$  в вихідному режимі та при оптимальному керуванні способом внутрішнього симетрування навантажень:

- 1 – вихідний режим;
- 2 – оптимізований режим

Показник якості керування (2.1) для наведеного добового інтервалу зменшено в оптимізованому режимі до  $J_* = 0,51$  проти  $J_* = 1$  в вихідному, де  $J_*$  – відносна величина показника якості керування.

## **2.4 Внутрішнє симетрування однофазних навантажень, під'єднаних до фазних напруг**

**2.4.1 Критерії ефективності для розв'язання задачі внутрішнього симетрування та технічні обмеження, що мають бути забезпечені.** Існує ряд параметрів електричного режиму, які дозволяють оцінювати стан несиметрії в чотирипровідній електричній мережі. Зазначимо можливі критерії ефективності:

- 1) струм нульової послідовності;
- 2) струм зворотної послідовності;
- 3) напруга нульової послідовності;
- 4) напруга зворотної послідовності;
- 5) пофазне відхилення напруги прямої послідовності у вузлі навантаження;
- 6) втрати активної потужності, зумовлені протіканням струмів нульової послідовності;
- 7) втрати активної потужності, зумовлені протіканням струмів зворотної послідовності;
- 8) пульсуюча потужність.

Критерії ефективності 1; 3 та 2; 4 аналітично пов'язані між собою, і цей факт дає можливість їх взаємозаміни. Критерії ефективності 6 і 7 варто розглядати як їх суму, тому що не завжди вони будуть змінюватися в одному напрямку при реалізації деякого технічного рішення, а навіть, навпаки, при зменшенні однієї складової інша може зростати чи навіть досягати максимуму.

В термінах теорії прийняття рішень критерії, які мають такі властивості, називаються суперечливими. Можна відмітити той факт, що критерії 1; 3; 6, які характеризують режим нульової послідовності, та 2; 4; 7, що характеризують режим зворотної послідовності, проявляють властивості суперечливості.

Такого класу задачі в теорії досліджень операцій визначені як багатокритеріальні. Серед існуючих підходів до їх розв'язання є такий, який полягає в тому, що формується один критерій (метод середньозваженого критерію). Такий середньозважений критерій має декілька доданків, кожен з яких, насправді, є одним із критеріїв розв'язання задачі. Іноді ці складові можуть мати різну природу та, відповідно, й різну вимірність. Вагомість кожної складової середньозваженого критерію може регулюватися ваговим коефіцієнтом.

Такий критерій можна запропонувати і до задачі внутрішнього симетрування навантажень. Сумарні додаткові втрати активної потужності, зумовлені несиметрією режиму:

$$\Delta P_{\Sigma} = \Delta P_2 + \Delta P_0. \quad (2.10)$$

Складові такого критерію можна також вводити з різними ваговими коефіцієнтами. Наприклад, якщо в системі електропостачання є завантажені асинхронні двигуни, які мають суттєвий додатковий нагрів струмами зворотної послідовності, що приводить до скорочення терміну служби ізоляції, то  $\Delta P_2$  можна ввести з ваговим коефіцієнтом  $>1$ . Таким чином, визначається пріоритетність задачі зменшення режиму зворотної послідовності. Значення такого вагового коефіцієнта має обґрунтовуватися додатковими дослідженнями.

**2.4.2 Математична модель оптимізації несиметричного режиму в чотирипровідній мережі способом внутрішнього симетрування навантажень.** Встановимо аналітичні співвідношення, що описують критерій ефективності та обмеження. Для цього також введемо змінні  $x_{ni}$ , що можуть приймати значення 1 або 0,  $n = 1, 2, \dots, m$ ;  $i = 1, 2, 3$ . Якщо змінна  $x_{ni}$  в результаті розв'язання задачі або за результатами будь-якої ітерації дорівнює 1, то це реалізується ввімкненням  $n$ -го навантаження на напругу  $i$ , а якщо  $x_{ni} = 0$ , навантаження  $n$  не вмикається на напругу  $i$ . На відміну від вже розглянутої задачі внутрішнього симетрування, задача, що розглядається пов'язана з внутрішнім симетруванням однофазних навантажень, які під'єднуються до фазних напруг. Тому  $i = 1$  – це код фазної напруги  $U_A$ ,  $i = 2$  – код напруги  $U_B$ , а  $i = 3$  – код напруги  $U_C$ .

Знаючи як формуються струми  $\dot{I}_2$  та  $\dot{I}_0$  в лінії живлення, можна зробити опис додаткових втрат активної потужності в цій лінії, зумовлених струмами зворотної послідовності:

$$\Delta P_2 = 3 \left\{ \sum_{n=1}^m \sum_i^3 \dot{I}_{2ni} x_{ni} \right\}^2 \cdot r_2,$$

та струмами нульової послідовності:

$$\Delta P_0 = 12 \left\{ \sum_{n=1}^m \sum_{i=1}^3 \dot{I}_{0ni} x_{ni} \right\}^2 \cdot r_0,$$

де  $r_2$  та  $r_0$  – активна складова опору струму зворотної та нульової послідовностей;

$\dot{I}_{0ni}$  – вектор струму нульової послідовності, що створюється навантаженням  $n$  при його під'єднанні до напруги  $i$ .

Тоді цільова функція може бути записана так:

$$3 \left\{ \sum_{n=li=1}^m \sum_{i=1}^3 \dot{I}_{2ni} x_{ni} \right\}^2 \cdot r_2 + 12 \left\{ \sum_{n=li=1}^m \sum_{i=1}^3 \dot{I}_{0ni} x_{ni} \right\}^2 \cdot r_0 \rightarrow \min.$$

Умова обов'язкового під'єднання до мережі  $n$ -го навантаження через введени змінні запишеться таким чином:

$$x_{n1} + x_{n2} + x_{n3} = 1.$$

Одночасно цей запис вимагає під'єднання  $n$ -го навантаження лише до однієї напруги.

Те саме, але для всіх навантажень можна записати так:

$$x_{n1} + x_{n2} + x_{n3} = 1, \quad i = 1, 2, \dots, m.$$

Отримані вирази для цільової функції та обмежень дозволяють записати математичну модель внутрішнього симетрування в одній із загальноприйнятих форм

$$\left\{ \begin{array}{l} 3 \left\{ \sum_{n=li=1}^m \sum_{i=1}^3 \dot{I}_{2ni} x_{ni} \right\}^2 \cdot r_2 + 12 \left\{ \sum_{n=li=1}^m \sum_{i=1}^3 \dot{I}_{0ni} x_{ni} \right\}^2 \cdot r_0 \rightarrow \min \\ \sum_{i=1}^3 x_{ni} = 1, \quad n = 1, 2, \dots, m \\ x_{ni} \in \{1, 0\}. \end{array} \right. \quad (2.11)$$

Для вибору методу розв'язання задачі визначимо, до якого класу належить математична модель (2.11). Оскільки  $x_{im} \in \{1, 0\}$ , то математичну модель можна віднести до класу дискретного програмування. Обмеження – лінійні залежності керованих змінних.

Цільова функція має дві нескалярні складові вигляду  $f(x) + j\phi(x)$ . На відміну від відомих математичних моделей нескалярної оптимізації, де нескалярна функція першого порядку, в даній задачі кожна нескалярна

складова знаходиться в квадратичній залежності. Математичну модель (2.10) можна класифікувати як квадратичну, нескаларну, дискретного програмування.

Для виразів, що знаходяться під знаком модуля, можна виконати перехід до модулів відповідних величин, але в результаті отримаємо квадратичну дискретну задачу.

Тому класичні методи аналізу розробленої оптимізаційної математичної моделі (методи дискретної оптимізації розроблені тільки для лінійних задач), а також відомі методи нескаларної оптимізації (методи нескаларної оптимізації вирішують лінійну задачу) для даного випадку використаними бути не можуть.

З цієї причини для аналізу математичної моделі розроблено числовий метод.

#### **2.4.3 Алгоритм розв'язання задачі внутрішнього симетрування.**

Розроблений обчислювальний метод передбачає попереднє оцінювання вихідного стану системи для випадку, коли всі електроприймачі під'єднані до напруги  $\dot{U}_A$ . Цьому відповідає вектор змінних  $\mathbf{X}^T = (1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \dots)$ .

Розраховується вектор струмів  $\dot{I}_{2ni}$  та  $\dot{I}_{0ni}$  для кожного електроприймача,  $\dot{I}_0$  і  $\dot{I}_2$  та сумарні додаткові втрати активної потужності в лінії живлення зумовлені несиметрією режиму  $\Delta P_\Sigma$ .

Для будь-якого k-го етапу розв'язання задачі можна запропонувати алгоритм, оснований на методі динамічного програмування. В загальних рисах для деякого k-го етапу він полягає в нижчевикладеному.

Крок 1. Оцінюються варіанти почергового переключення кожного з навантажень на іншу напругу (визначаються сумарні додаткові втрати потужності  $\Delta P_\Sigma$ ).

Крок 2. З усіх розглянутих варіантів вибирається той, де забезпечуються найменші додаткові втрати потужності  $\Delta P_{\Sigma k}$ .

Крок 3. Порівнюється значення  $\Delta P_{\Sigma k}$  із  $\Delta P_{\Sigma(k-1)}$ , отриманим на попередньому етапі.

Крок 4. Якщо  $\Delta P_{\Sigma k} < \Delta P_{\Sigma(k-1)}$ , то отриманий розв'язок реалізується (відповідна компонента вектора керування  $\mathbf{X}_{(k-1)}$  прирівнюється до одиниці, а компонента, що відповідала попередньому під'єднанню цього електроприймача, прирівнюється до нуля) та виконується перехід до кроку (k+1). В іншому випадку розв'язок, отриманий за результатами попереднього (k-1) етапу оптимальний, і розрахунки припиняються.

Адекватність розробленої математичної моделі та працездатність розробленого методу продемонструємо на тестовому прикладі.

ПРИКЛАД 2.2. Від вузла чотирипровідної електричної мережі живляться несиметричні однофазні електроприймачі, які під'єднані на фазну напругу. Вихідні дані для вирішення тестового прикладу, які характеризують електричну мережу та однофазні електроприймачі, наведені на рис. 2.4.

Знайти оптимальний розв'язок із під'єднання однофазних електроприймачів до чотирипровідної мережі, який забезпечує мінімум додаткових втрат активної потужності, зумовлених несиметрією режиму.

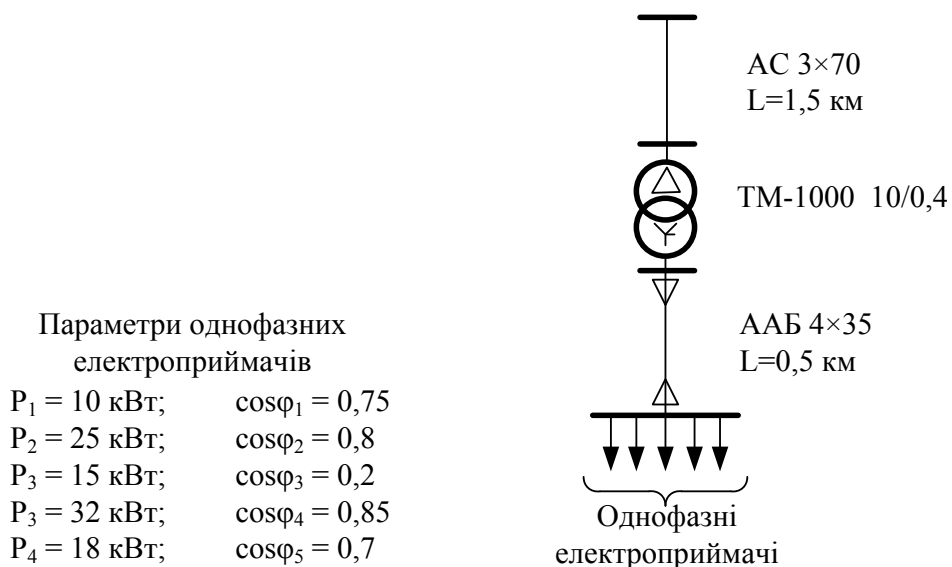


Рисунок 2.4 – Розрахункова схема і вихідні дані тестової задачі

РОЗВ'ЯЗАННЯ. Результати розрахунків по першому етапі зведені в таблицю 2.4.

Таблиця 2.4 – Результати розрахунку  $\Delta P_{2\Sigma}$ ,  $\Delta P_{0\Sigma}$  та  $\Delta P_{\Sigma}$

Етап розв'язання задачі	Вектор $X^T$	$\Delta P_{2\Sigma}$ , Вт	$\Delta P_{0\Sigma}$ , Вт	$\Delta P_{\Sigma}$ , Вт
Вихідний стан	(100100100100100)	29,14	116,56	145,70
Перший етап	(010100100100100)	22,16	95,68	117,80
	(001100100100100)	23,92	88,66	112,60
	(100010100100100)	14,09	78,42	92,50
	(100001100100100)	19,60	56,34	75,95
	(100100010100100)	20,00	7,76	27,77
	(100100001100100)	1,94	80,01	81,95
	(100100100010100)	11,38	79,49	90,86
	(100100100001100)	19,87	45,51	65,38
	(100100100100010)	16,99	77,20	94,19
	(010100100100101)	19,30	67,97	87,28

За отриманими результатами на першому етапі навантаження 4 потрібно перемкнути з напруги  $U_A$  на напругу  $U_C$ . Чому відповідає вектор змінних

$$\mathbf{X}^T = (100100100001100).$$

Результати розрахунків по етапах наведені в таблиці 2.5.

Таблиця 2.5 – Результати розрахунків по етапах розв’язання задачі

Етапи розв’язання задачі	Вектор $\mathbf{X}^T$	$\Delta P_{2,}$ Вт	$\Delta P_{0,}$ Вт	$\Delta P_{\Sigma,}$ Вт
Вихідний стан	(100100100100100)	29,14	116,60	145,70
1	(100100010100100)	20,00	7,76	27,77
2	(100001010100100)	8,73	0,45	9,18
3	(001001010100100)	4,18	4,35	8,53
4	(001001010100010)	4,29	11,63	15,93

Як видно з таблиці 2.5, на четвертому етапі  $\Delta P_{\Sigma}$  збільшились порівняно з результатами, досягнутими на третьому. Це свідчить про те, що оптимальний розв’язок даної задачі знайдено на третьому етапі. Розрахунки на кроці 4 припиняються, оптимальний розв’язок знайдено. Отриманий розв’язок реалізується так: перше та друге навантаження вмикаються на напругу  $U_C$ , третє – на напругу  $U_B$ , а четверте та п’яте – на  $U_A$ .

Більшість однофазних споживачів електроенергії мають змінний режим роботи, іноді з великим діапазоном зміни. Цей факт потребує постійного контролю рівня несиметрії, та, за необхідності, прийняття та здійснення корекції керівного рішення з метою зменшення струмів зворотної та нульової послідовностей. Тобто, потрібно виконати перерозподіл електричного навантаження між фазними напругами так, щоб забезпечити мінімальні додаткові втрати активної потужності.

Керування несиметрією режиму в реальному часі можна здійснювати через певні проміжки часу, використовуючи розроблену математичну модель. Таке керування виконується за схемою:

- вимірюються необхідні параметри однофазних електроприймачів на момент прийняття рішення;
- розраховується вектор керування за математичною моделлю (2.11);
- якщо вектор керування відрізняється від реалізованого, то виконується корекція під’єднання однофазних електроприймачів.



Для наступного моменту часу прийняття керівного рішення все повторюється. В термінах теорії керування таке керування називається дискретним в часі.

## 2.5 Оптимізація несиметричних режимів за допомогою симетрувального пристрою

**2.5.1 Енергетична сутність задачі.** Як відомо, зменшити несиметрію струму можна шляхом під'єднання до вузла навантаження деякого джерела додаткового струму зворотної послідовності  $i_2^{СП}$ , вибираючи модуль та аргумент цього струму таким чином, щоб в лінії живлення при складанні його зі струмом  $i_2^H$  зменшувався модуль сумарного струму  $i_2^K$ , де  $i_2^H$  – вектор струму зворотної послідовності несиметричного навантаження. Тут і далі під струмом зворотної послідовності будемо розуміти струм зворотної послідовності фази А.

Джерелом додаткового струму зворотної послідовності може стати несиметрична батарея конденсаторів (рис. 2.5). Такий симетрувальний пристрій (СП) має цілу низку переваг порівняно з іншими схемами і завдяки цьому одержав найбільше поширення.

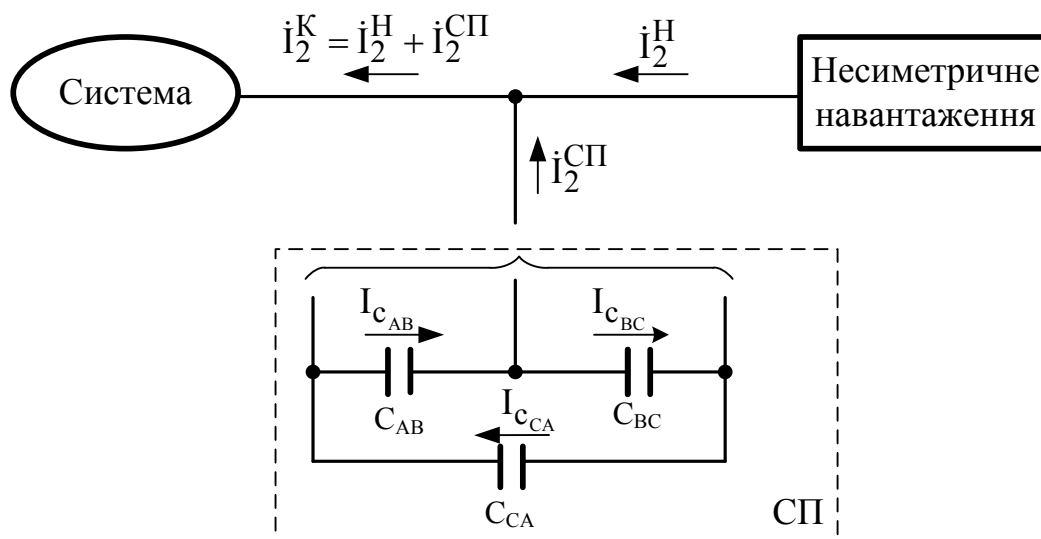


Рисунок 2.5 – Принципова схема СП та принцип симетрування струмів

Струм зворотної послідовності такого пристрою при симетричній напрузі у вузлі його під'єднання (дане припущення близьке до дійсності) визначається співвідношенням

$$\begin{aligned} \dot{i}_2^{\text{СП}} = & -\frac{j}{3}(a^2 I_{c_{AB}} + I_{c_{BC}} + a I_{c_{CA}}) = \\ & \frac{1}{3} \left[ -1,5 I_{c_{AB}} + 1,5 I_{c_{CA}} + j \left( \frac{\sqrt{3}}{2} I_{c_{AB}} - \sqrt{3} I_{c_{BC}} + \frac{\sqrt{3}}{2} I_{c_{CA}} \right) \right], \end{aligned} \quad (2.12)$$

де  $a$  – оператор повороту трифазної системи;

$I_{c_{AB}}, I_{c_{BC}}, I_{c_{CA}}$  – параметри СП в плечах А–В, В–С та С–А, які виражені через струми.

Вираз (2.12) наведений для випадку, коли комплексна площина зорієнтована таким чином, що додатний напрямок її дійсної осі суміщений з вектором фазної напруги  $\dot{U}_A$ . Із виразу (2.12) видно, що зміна струмів  $I_{c_{AB}}, I_{c_{BC}}, I_{c_{CA}}$  призводить до зміни не тільки модуля, але і фази струму  $\dot{i}_2^{\text{СП}}$ . Це свідчить про принципову можливість забезпечити необхідний вплив на систему електропостачання незалежно від того, який для цього необхідний струм  $\dot{i}_2^{\text{СП}}$  як за модулем, так і за фазою. Із більш поглибленого аналізу випливає, що для симетрування будь-якого режиму завжди достатньо конденсаторів, як максимум, в двох плечах СП.

Струм прямої послідовності СП (рис. 2.5) описується виразом

$$\dot{i}_1^{\text{СП}} = \frac{j}{\sqrt{3}}(I_{c_{AB}} + I_{c_{BC}} + I_{c_{CA}}), \quad (2.13)$$

а потужність СП –

$$\tilde{S}_1^{\text{СП}} = -jQ_1^{\text{СП}} = -j(Q_{c_{AB}} + Q_{c_{BC}} + Q_{c_{CA}}), \quad (2.14)$$

де  $\tilde{S}_1^{\text{СП}}$  – комплекс повної потужності прямої послідовності СП;

$Q_1^{\text{СП}}$  – реактивна потужність СП;

$Q_{c_{AB}}, Q_{c_{BC}}, Q_{c_{CA}}$  – потужність батарей конденсаторів, що під'єднані відповідно до напруг  $\dot{U}_{AB}, \dot{U}_{BC}, \dot{U}_{CA}$ .

Із співвідношень (2.13) та (2.14) випливає дуже важливий висновок, а саме: струм прямої послідовності СП (рис. 2.5) – ємнісний, а сам пристрій є джерелом реактивної потужності.

Оптимізація несиметричного режиму має виконуватись на основі принципів системного підходу. Суто локальні рішення, направлені тільки на компенсацію складових зворотної послідовності режиму мережі,

отримані на основі охоплення невеликого числа важливих факторів, можуть виявитися неекономічними, а іноді навіть недопустимими з технічних причин. Обмежимося лише переліком взаємопов'язаних задач оптимізації нормальних режимів, які можуть виникати в системах електропостачання.

1. СП, що виконані за схемою рис. 2.5, одночасно генерують реактивну потужність, тобто, задачі симетрування режиму і компенсації реактивної потужності мають розв'язуватись одночасно. Неврахування цієї обставини може призвести або до неекономічних рішень, або, наприклад, до появи зворотних потоків реактивної потужності з системи електропостачання в мережі енергопостачальної компанії, що є недопустимим.

2. СП створює добавку напруги  $i$ , як наслідок, впливає на рівень напруги системи прямої послідовності. Безконтрольна зміна параметрів СП може викликати відхилення напруг до недопустимих значень або появу перенапруг в системі живлення, особливо в години мінімальних навантажень.

3. В чотирипровідних мережах мають місце невірноважені режими, для яких характерна присутність симетричних складових зворотної та нульової послідовностей. Прийняття рішень з компенсації системи зворотної послідовності може викликати збільшення струмів та напруг нульової послідовності.

4. СП містять в схемі батареї статичних конденсаторів, і тому вони можуть викликати порушення статичної стійкості в вузлах навантаження.

В реальних умовах розглянуті взаємозв'язки між різними задачами оптимізації електричних режимів можуть проявлятися в різних поєднаннях між собою.

**2.5.2 Математичні моделі оптимізації за допомогою СП.** Для якісного керування несиметричним режимом електромережі з великим діапазоном зміни вектора  $\dot{I}_2^H$  як за фазою, так і за модулем необхідно використовувати керований СП. Одним із найпростіших схемних рішень може бути пристрій дискретного керування на базі батарей статичних конденсаторів, рис. 2.6.

На прикладі цієї задачі керування є можливість продемонструвати технологію прийняття технічного рішення з урахуванням усіх можливих наслідків його реалізації.

Так, результати впливу СП на несиметрію режиму можна оцінити за такими параметрами (критеріями), як струм або напруга зворотної послідовності; впливу на реактивні навантаження – реактивною потужністю в лінії живлення або втратами активної потужності від передачі реактивної; впливу на відхилення напруги – напругою у вузлі під'єднання СП. Таким чином, результати оптимізації мають оцінюватись комплексом критеріїв.

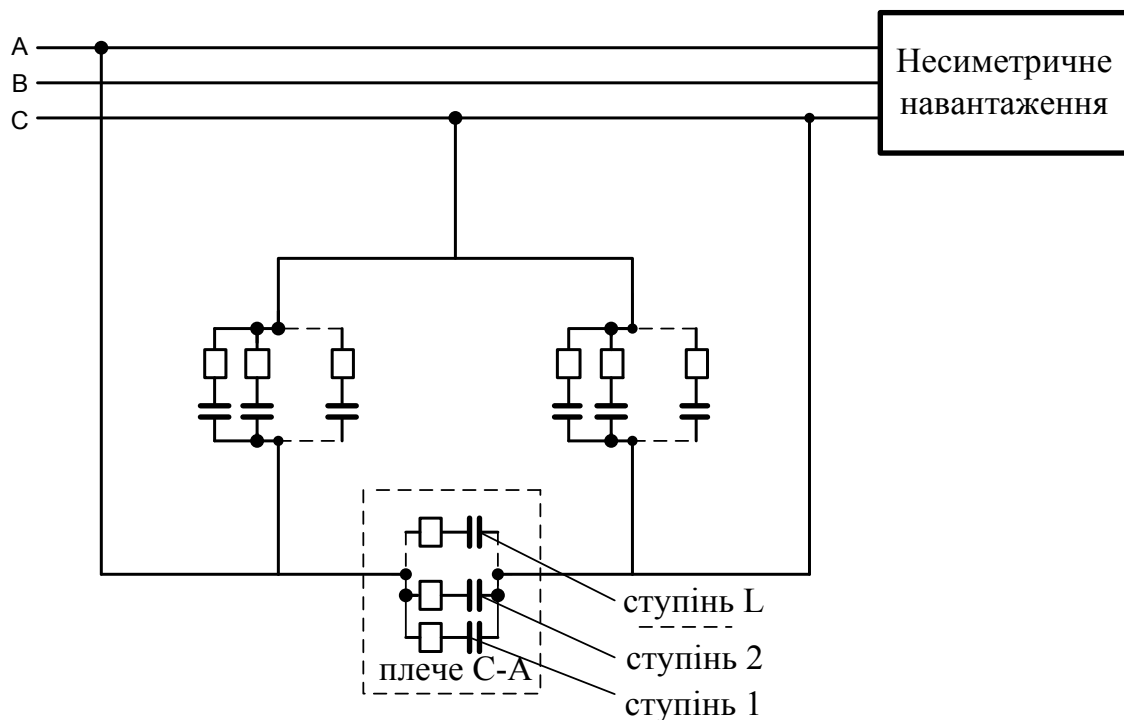


Рисунок 2.6 – Схема СП дискретного керування на базі батарей статичних конденсаторів

Розглянемо багатокритеріальну задачу оптимізації несиметричного режиму за допомогою керованого СП та її розв’язування одним із відомих підходів – методом субоптимізації. За критерій оптимальності в даній задачі вибрано модуль струму зворотної послідовності в лінії живлення –  $i_2^K$ .

Математична модель має містити такі обмеження:

- на реактивну потужність СП, що, наприклад, унеможливило б появу зворотних потоків реактивних навантажень з мереж споживача в мережі енергопостачальної компанії;
- на значення напруги у вузлі під’єднання СП, що дає змогу контролювати відхилення напруги;
- на можливі стани кожного ступеня СП (ввімкнено, вимкнено).

Вихідною інформацією, що необхідна для розв’язування задачі, є вектор  $i_2^H$ , який може бути розрахованим за результатами відповідних вимірювань. Відомості про параметри СП зображаються платіжною матрицею, в якій відповідними стовпцями подані відомості про характеристики СП: потужності кожного ступеня СП –  $\Delta Q_{pi}$ ; струми зворотної послідовності  $i_2^{СП}$ , які генеруються кожним ступенем; добавки напруги прямої послідовності  $\Delta U_{pi}$ , які створюються при вмиканні кожного ступеня СП.

	$\Delta Q_{ul}$	Струм, $i_2^{СП}$	$\Delta U_{ul}$	
Плече А–В; ступінь 1	$\Delta Q_{11}$	$a_{11} + jb_{11}$	$\Delta U_{11}$	(2.15)
ступінь 2	$\Delta Q_{12}$	$a_{12} + jb_{12}$	$\Delta U_{12}$	
-----				
ступінь L	$\Delta Q_{1L}$	$a_{1L} + jb_{1L}$	$\Delta U_{1L}$	
Плече В–С; ступінь 1	$\Delta Q_{21}$	$a_{21} + jb_{21}$	$\Delta U_{21}$	
ступінь 2	$\Delta Q_{22}$	$a_{22} + jb_{22}$	$\Delta U_{22}$	
-----				
ступінь L	$\Delta Q_{2L}$	$a_{2L} + jb_{2L}$	$\Delta U_{2L}$	
Плече С–А; ступінь 1	$\Delta Q_{31}$	$a_{31} + jb_{31}$	$\Delta U_{31}$	
ступінь 2	$\Delta Q_{32}$	$a_{32} + jb_{32}$	$\Delta U_{32}$	
-----				
ступінь L	$\Delta Q_{3L}$	$a_{3L} + jb_{3L}$	$\Delta U_{3L}$	

У платіжній матриці (2.15)  $a_{pl}, b_{pl}$  – дійсна та уявна складові вектора  $i_2^{СП}$ , що створюється при вмиканні l-го ступеня p-го плеча СП;  $\Delta Q_{pl}$  – потужність l-го ступеня p-го плеча;  $\Delta U_{pl}$  – добавка напруги при вмиканні l-го ступеня p-го плеча;  $p = 1, 2, 3; l = 1, 2, \dots, L$ .

Елементи матриці (2.15) розглядаються як постійні величини.

Введемо змінні. Якщо  $x_{pl} = 1$ , це реалізується ввімкненням в плечі p СП секції l, а якщо  $x_{pl} = 0$ , то навпаки. Керовані змінні створюють вектор керування вимірністю  $3L$ .

Наприклад, при ввімкненні в плечі А–В СП ступеня 1 має місце вплив на струм  $i_2^K$ , який можна аналітично описати так:

$$i_2^K = \operatorname{Re} i_2^H + a_{11} + j(\operatorname{Im} i_2^H + b_{11}).$$

Збагнувши суть впливу на параметр несиметричного режиму, який вибрано за критерій ефективності, можна записати цільову функцію

$$\left| \operatorname{Re} i_2^H + \sum_{l=1}^L \sum_{p=1}^3 a_{pl} x_{pl} = j \left( \operatorname{Im} i_2^H + \sum_{l=1}^L \sum_{p=1}^3 b_{pl} x_{pl} \right) \right| \rightarrow \min.$$

Обмеження, яке контролює реактивну потужність СП і яке вкрай необхідне при значній несиметрії та високому  $\cos\phi$ , можна записати так:

$$\sum_{l=1}^L \sum_{p=1}^3 \Delta Q_{pl} x_{pl} \leq Q_{\text{доп}},$$

де  $Q_{\text{доп}}$  – реактивна потужність СП (сумарна потужність увімкнених секцій СП), яка, наприклад, унеможливує появу зворотних потоків реактивних навантажень з мереж споживача в мережі енергопостачальної компанії.

Обмеження, яке унеможливує перевищення допустимого значення напруги у вузлі під'єднання СП, має вигляд:

$$U_1 + \sum_{l=1}^L \sum_{p=1}^3 \Delta U_{pl} x_{pl} \leq U_{\text{max доп}},$$

де  $U_{\text{max доп}}$  – напруга, що відповідає максимально допустимому її відхиленню.

Обмеження на допустиме значення напруги необхідне, якщо вихідне значення напруги близьке до  $U_{\text{max доп}}$ .

Опис можливих станів секції  $l$  плеча  $p$  СП («вимкнено» або «увімкнено») можна виконати таким аналітичним співвідношенням:

$$x_{pl} + \bar{x}_{pl} = 1,$$

де  $\bar{x}_{pl}$  – фіктивна змінна, яка не має фізичного змісту, якщо  $x_{pl} = 1$ , то  $\bar{x}_{pl} = 0$  і навпаки.

Модель має містити аналогічний опис для кожної секції СП.

Слід зауважити, що встановлення кожного додаткового обмеження може звузити область допустимих розв'язків і, як наслідок, оптимальний розв'язок виявиться менш ефективним. Іноді може навіть статись так, що множина допустимих розв'язків пуста, і поліпшити режим немає змоги. Крім того, трудомісткість розрахунків суттєво зростає при введенні кожного додаткового обмеження і, як наслідок, технічна реалізація системи керування у вигляді мікропроцесорного пристрою може виявитись більш дорогою. Таким чином, кожне додаткове обмеження в моделі оптимізації має бути обґрунтованим.

Математична модель, яка забезпечує виконання всіх зазначених умов, при прийнятті рішення з симетрування електричного режиму, що склався в системі електропостачання, за допомогою СП (рис. 2.6) має вигляд

$$\left\{ \begin{array}{l} \left| \operatorname{Re} \dot{I}_2^H + \sum_{l=1}^L \sum_{p=1}^3 a_{pl} x_{pl} + j \left( \operatorname{Im} \dot{I}_2^H + \sum_{l=1}^L \sum_{p=1}^3 a_{pl} x_{pl} \right) \right| \rightarrow \min \\ \sum_{l=1}^L \sum_{p=1}^3 \Delta Q_{pl} x_{pl} \leq Q_{\text{доп}} \\ U_1 + \sum_{l=1}^L \sum_{p=1}^3 \Delta U_{pl} x_{pl} \leq U_{\text{макс доп}} \\ x_{11} + \bar{x}_{11} = 1 \\ x_{12} + \bar{x}_{12} = 1 \\ \text{---} \\ x_{1L} + \bar{x}_{1L} = 1 \\ \text{---} \\ x_{3L} + \bar{x}_{3L} = 1 \\ x_{pl}; \bar{x}_{pl} \in \{1, 0\}. \end{array} \right.$$

Для тих випадків, коли потрібно приймати локальні рішення (впливаючи лише на струм зворотної послідовності живильного вводу), можна здійснювати керування, використовуючи таку математичну модель:

$$\left\{ \begin{array}{l} \left| \operatorname{Re} \dot{I}_2^H + \sum_{l=1}^L \sum_{p=1}^3 a_{pl} x_{pl} + j \left( \operatorname{Im} \dot{I}_2^H + \sum_{l=1}^L \sum_{p=1}^3 a_{pl} x_{pl} \right) \right| \rightarrow \min \\ x_{11} + \bar{x}_{11} = 1 \\ x_{12} + \bar{x}_{12} = 1 \\ \text{---} \\ x_{1L} + \bar{x}_{1L} = 1 \\ \text{---} \\ x_{3L} + \bar{x}_{3L} = 1 \\ x_{pl}; \bar{x}_{pl} \in \{1, 0\}. \end{array} \right. \quad (2.16)$$

Розв'язок, що відповідає математичній моделі (2.16), забезпечує мінімальну несиметрію режиму всіма існуючими в даному випадку засобами.

СП, що виконані за іншими схемами, також мають можливість генерувати деяку множину струмів  $\dot{I}_2^{\text{СП}}$ . Тому відомості про такий пристрій також можуть зображатися платіжною матрицею (2.15), а вектор

змінних знаходиться відповідно до наведених математичних моделей.

Аналіз нескаларної математичної моделі (2.16) можна виконати за розглянутим модифікованим симплекс-методом лінійного програмування.

Процес знаходження вектора керування для деякого несиметричного режиму електромережі розглянемо на числовому прикладі.

**ПРИКЛАД 2.2.** В лінії, що живить несиметричне навантаження, встановився режим, симетрична складова струму зворотної послідовності якого дорівнює  $\dot{I}_2^H = 4,036 + j1,725 = 4,39e^{j23,1}$  А. До вузла живлення під'єднаний СП (виконаний на базі силових конденсаторних батарей), параметри якого, виражені через струми  $I_c$ , мають значення:

плече А–В (1):

ступінь 1,  $I_c = 1,8$  А;

ступінь 2,  $I_c = 1,2$  А;

ступінь 3,  $I_c = 0,6$  А.

Для плечей В–С (2) та С–А (3) параметри ступенів та їх кількість такі ж самі.

Знайти числові значення вектора змінних.

**РОЗВ'ЯЗАННЯ.** Математична модель оптимізації несиметричного режиму має вигляд:

$$\begin{cases} |4.036 + (-0.9 \ -0.6 \ -0.3 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0.9 \ 0.6 \ 0.3)\mathbf{X} + \\ + j[1.725 + (0.52 \ 0.346 \ 0.173 \ -1.04 \ -0.693 \ - \\ -0.346 \ 0.52 \ 0.346 \ 0.173)\mathbf{X}] \rightarrow \min \\ \mathbf{X} + \bar{\mathbf{X}} = \mathbf{n} \\ x_{pl}; \bar{x}_{pl} \in \{1, 0\}, \end{cases}$$

де  $\mathbf{X}^T = (x_{11} \ x_{12} \ x_{13} \ x_{21} \ x_{22} \ x_{23} \ x_{31} \ x_{32} \ x_{33})$ ;  $\bar{\mathbf{X}}^T = (\bar{x}_{11} \ \bar{x}_{12} \ \bar{x}_{13} \ \bar{x}_{21} \ \bar{x}_{22} \ \bar{x}_{23} \ \bar{x}_{31} \ \bar{x}_{32} \ \bar{x}_{33})$ ;

$\mathbf{n}$  – одинична матриця вимірністю  $9 \times 1$ .

Розв'язком задачі є вектор:  $\mathbf{X}^T = (1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0)$ . Для реалізації цього вектора потрібно ввімкнути всі ступені СП в плечах А–В і В–С. Як результат, в живильній лінії буде протікати струм зворотної послідовності, що дорівнює  $\dot{I}_2^K = 2,236 + j0,686 = 2,34e^{j16,3}$  А.

Для отримання кращого результату потрібно в схемі СП збільшити кількість ступенів, під'єднавши додаткові конденсаторні потужності або виконати перерозподіл секцій в існуючій схемі, від'єднавши їх від



напруги  $U_{CA}$  (вони залишились невикористаними) і під'єднавши їх до напруг  $U_{AB}$  та  $U_{BC}$ .

### **Завдання для самостійної роботи**

1. Які причини виникнення несиметричних режимів?
2. Яка необхідність зниження несиметрії електричного режиму?
3. Якими параметрами характеризується несиметричний режим?
4. За якими критеріями може розв'язуватись оптимізаційна задача симетрування електричного режиму?
5. В чому полягає енергетична сутність задачі внутрішнього симетрування?
6. Яка необхідна інформація для розв'язування задачі внутрішнього симетрування?
7. Який зміст обмежень математичної моделі внутрішнього симетрування однофазних навантажень?
8. Який зміст змінних в математичній моделі внутрішнього симетрування?
9. Яким аналітичним співвідношенням описується умова обов'язкового під'єднання і-го однофазного навантаження? Поясніть в чому полягає необхідність такої умови?
10. Як можна врахувати динаміку режиму в задачі внутрішнього симетрування?
11. Дайте характеристику оптимізаційної задачі внутрішнього симетрування однофазних навантажень в чотирипровідній мережі.
12. Яка відмінність (з математичної точки зору) задачі внутрішнього симетрування в мережах чотирипровідній та трипровідній?
13. В чому сутність алгоритму розв'язування задачі внутрішнього симетрування в чотирипровідній мережі?
14. Як оцінити ефективність розподілу однофазних електроприймачів між напругами електричної мережі?
15. Які дії передбачаються модифікованим симплекс-алгоритмом при розв'язанні задачі внутрішнього симетрування?
16. Як визначити вирішувальний стовпець в симплекс-таблиці при розв'язуванні задачі внутрішнього симетрування навантажень?
17. В чому відмінність модифікованого симплекс-алгоритму від класичного?
18. Наведіть найбільш повний перелік взаємопов'язаних задач, що мають місце при симетруванні режиму за допомогою СП.
19. Які обмеження, у разі потреби, має містити математична модель симетрування електричного режиму за допомогою СП?

20. Яка інформація необхідна для прийняття рішення з симетрування навантажень за допомогою СП?

21. До якого класу моделей належить математична модель симетрування режиму за допомогою СП з дискретними секціями?

**Тест 1.** Як практично реалізувати отримане рішення з внутрішнього симетрування?

Варіанти відповідей:

- 1 - замовити технічний проект в проектній організації;
- 2 - здійснити приєднання електроприймачів відповідно до отриманих результатів;
- 3 - перемкнути регулювальне відгалуження на трансформаторі;
- 4 - під'єднати симетрувальний пристрій з відповідними параметрами;
- 5 - отримані результати використати як технічні умови для проектування пристрою.

**Тест 2.** Особливістю задач оптимізації несиметричного режиму з математичної точки зору є те, що ...

Варіанти відповідей:

- 1 - вони мають розв'язуватись в дискретних змінних;
- 2 - насправді це задачі керування процесом, де керований параметр стану змінюється в часі;
- 3 - критерій ефективності описується не скалярною функцією дійсного змінного;
- 4 - керовані змінні мають набувати цілочислових значень;
- 5- критерій ефективності описується не скалярною функцією дійсного змінного, а керовані змінні мають набувати цілочислових значень.

**Тест 3.** В варіантах відповідей, який наводиться, виберіть правильний і найбільш повний перелік взаємопов'язаних задач, що мають місце при симетруванні режиму за допомогою симетрувального пристрою.

Варіанти відповідей:

- 1 - збільшення надійності; зменшення зношеності ізоляції;
- 2 - оптимізації струмів короткого замикання; компенсації реактивної потужності;
- 3 - компенсації реактивної потужності;
- 4 - регулювання напруги;
- 5 - регулювання напруги; компенсації реактивної потужності; зниження втрат активної потужності та енергії.

## Література до розділу 2

1. Электрическая энергия. Нормы качества электрической энергии в системах электроснабжения общего назначения. (взамен ГОСТ 13109-87) : ГОСТ 13109-97. – [Введ 2000-01-01]. – К. : Изд-во стандартов. 1999. – 31 с.
2. Особливі режими електричних мереж / [Півняк Г. Г., Шидловський А. К., Кігель Г. А. та ін.]. – Д. : Національний гірничий університет, 2009. – 376 с.
3. Кузнецов В. Г. Снижение несимметрии и несинусоидальности напряжений в электрических сетях / Кузнецов В. Г., Григорьев А. С., Данилюк В. Б. – К. : Наукова думка, 1992. – 240 с.

## 3 ЗАДАЧІ ОПТИМАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ РЕАКТИВНОЮ ПОТУЖНІСТЮ

### 3.1 Загальні положення

Чинною методикою розрахунку плати за перетікання реактивної електроенергії між енергопостачальною компанією і споживачами стимулюється встановлення засобів компенсації реактивної потужності і керування реактивними навантаженнями промислових підприємств. Деякі з них, які залучені до регулювання балансу реактивної потужності в енергорегіоні, мають забезпечити узгоджений графік реактивних навантажень. Решта виробництв зацікавлена звести до мінімуму споживання реактивної енергії, зменшивши при цьому відповідну складову плати за електроенергію. Зробивши узагальнення, можна відзначити, що на реактивну потужність необхідно цілеспрямовано діяти (керувати), забезпечивши при цьому заданий хід графіка реактивних навантажень у першому випадку або максимально його наблизити до осі абсцис в другому.

Графік реактивних навантажень, який прийнято зображати залежністю  $Q(t)$ , в математичних термінах є процесом. Для керування процесами існує класичний математичний апарат – теорія оптимального керування.

Керування реактивною потужністю має виконуватися з урахуванням всіх особливостей цього процесу, які потребують певної математичної постановки задачі оптимального керування для даного випадку. Відзначимо особливості процесу  $Q(t)$  та технічних засобів цілеспрямованого впливу на цей процес, які використовуються в промисловій електроенергетиці.

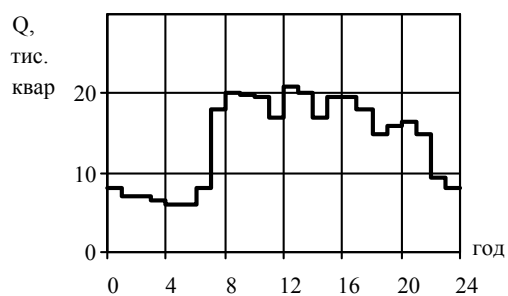
1. Керований параметр стану системи – реактивна потужність на ввіді підприємства, складна залежність від часу, яка не може бути аналітично описана.

2. Для більшої частини виробництв процес  $Q(t)$  змінюється поволі ( $\frac{dQ}{dt}$  – несуттєве), що зумовлено особливістю технології, і для його реєстрації та відтворення використовуються разові вимірювання, що проводяться з частотою, наприклад, 1 раз на годину. У проміжках часу між вимірами вважається, що стан системи незмінний (рис. 3.1).

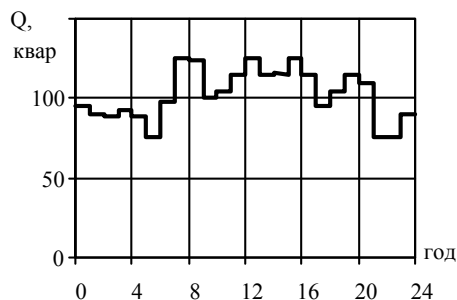
3. Енергопостачальна компанія здійснює контроль ступінчастого графіка реактивної потужності. При необхідності крок дискретизації може бути вибраний іншим. Узгоджений ступінчастий графік реактивних навантажень зазначається в договорі на споживання електричної енергії.

4. Для керування використовуються синхронні двигуни, які працюють в режимі перезбудження, і батареї статичних конденсаторів (БСК) симетричного виконання. Синхронні двигуни і БСК з тиристорним

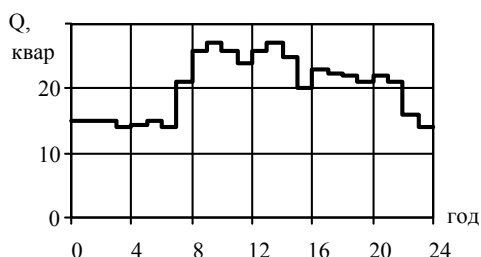
керуванням дозволяють здійснювати безперервне керування процесом. У переважній більшості випадків використовуються БСК, які дозволяють комутувати окремі секції і тим самим здійснювати дискретне керування. Саме цей варіант керування розглянемо далі.



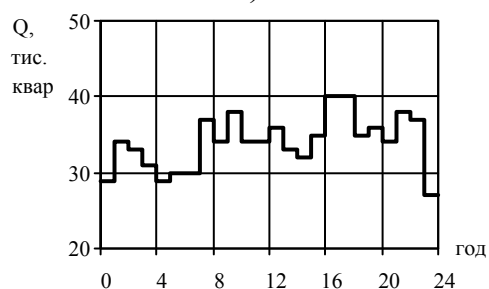
а)



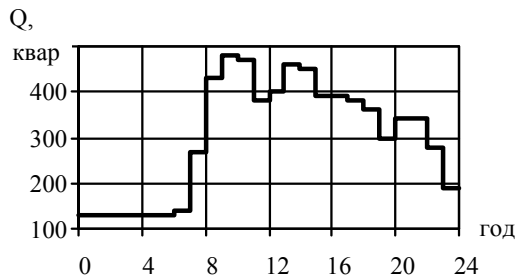
б)



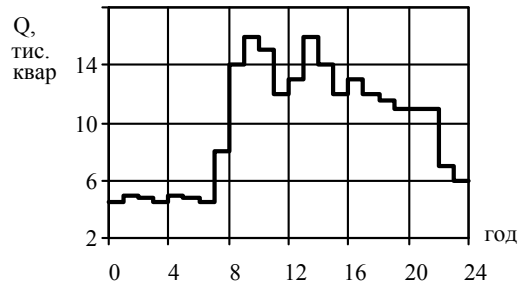
в)



г)



д)



е)

Рисунок 3.1 – Добові графіки реактивної потужності підприємств:  
 а – легкої промисловості;  
 б – текстильної промисловості;  
 в – харчової промисловості;  
 г – чорної металургії;  
 д – машинобудування і металообробки;  
 е – деревообробної промисловості

5. З огляду на те, що при керуванні потрібно комутувати великі конденсаторні потужності, керування виконується дискретним не тільки за впливами, але і в часі.

6. В процесі експлуатації режими комутації ємнісних струмів найбільш важкі для електроустаткування. З цих позицій необхідно, щоб при керуванні загальна кількість комутацій і комутацій найбільш потужних ступенів БСК, яким відповідають найбільші ємнісні струми, була зведена до мінімуму.

7. Керування потрібно здійснювати з позицій системного підходу, враховуючи всі можливі наслідки такого керування, наприклад, впливи на рівні напруги у вузлах, на втрати активної потужності в мережі, на стійкість режимів і так далі.

8. Вагомість кожного з зазначених впливів з часом може змінюватись і тому необхідність врахування того або іншого в певні моменти часу зникає.

### **3.2 Формулювання задачі керування реактивною потужністю як задачі оптимального керування**

Мета оптимального керування реактивною потужністю полягає в тому, щоб зменшити споживання реактивної енергії та потужності промисловим підприємством. Сформулюємо задачу оптимального керування, яка забезпечує виконання цієї мети.

Система електроспоживання є динамічним об'єктом, і всі параметри стану є функціями часу. Стосовно реактивної потужності це складна функція вигляду:

$$Q = f(\mathbf{X}, t),$$

де  $Q$  – реактивна потужність, що споживається підприємством з мереж енергосистеми.

Задача керування реактивною потужністю потребує знаходження оптимального керування  $\mathbf{X}(t)$ ,  $t_0 \leq t \leq t_N$ , серед множини допустимих значень, що забезпечує траєкторію процесу  $Q(t)$ , для якої критерій керування  $J$  буде мінімальним,

$$J = \int_{t_0}^{t_N} Q(\mathbf{X}, t) dt \rightarrow \min.$$

В багатьох випадках в задачах практичного змісту оптимальний вектор керування потрібно знаходити в умовах обмежень, які функціонально можуть бути подані у вигляді рівностей або нерівностей. Умови практичної реалізації оптимального керування реактивною потужністю такі, що потрібні рішення для деяких дискретних моментів часу. З урахуванням цього для загального випадку задача оптимального керування реактивною потужністю в дискретній формі має вигляд:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{k=0}^N Q_k(\mathbf{X})\Delta t \rightarrow \min \\ \mathbf{G}[\mathbf{X}(t_k)] \geq 0, \quad k = 0, 1, 2, \dots, N \\ \mathbf{H}[\mathbf{X}(t_k)] = 0, \quad k = 0, 1, 2, \dots, N, \end{array} \right. \quad (3.1)$$

де  $Q_k$  – реактивна потужність, що споживається підприємством для моменту часу  $t_k$ ;

$\mathbf{G}$  та  $\mathbf{H}$  – деякі векторні функції.

Вектор-функцію  $\mathbf{G}$  формують обмеження-нерівності. До таких обмежень належать, наприклад, обмеження, що забезпечують умови стійкості вузла навантаження або допустимого значення напруги.

Вектор-функція  $\mathbf{H}$  формується обмеженнями-рівняннями. Прикладом такого обмеження може бути обмеження щодо погодженого з енергопостачальною компанією значення реактивної потужності, дозволеної до споживання або генерації (випадок, коли споживач залучений до регулювання режиму в енергорегіоні і йому задано графік реактивних навантажень).

Звернемо увагу, що задача оптимального керування (3.1) являє собою нескінченновимірну задачу математичного програмування ( $N \rightarrow \infty$ ). Тому її розв'язок будемо шукати як послідовне розв'язування нескінченного ряду задач дослідження операцій для фіксованих моментів часу.

Для того, щоб довести, що задача (3.1) відповідає поставленій меті, можна звернутись до її геометричної інтерпретації. Цільовий функціонал, який являє собою суму добутків відповідних значень  $Q_k$  на  $\Delta t$ , дорівнює площі під графіком  $Q(t)$ . Знаходження умов мінімуму цільового функціонала буде відповідати мінімальній площі під графіком  $Q(t)$ , а в енергетичному розумінні – мінімуму реактивної енергії. Розв'язуючи чергову задачу дослідження операцій для моменту часу  $t_k$ , заходиться розв'язок, який забезпечить мінімум відповідної складової цільової функції. Розв'язавши всі  $N$  таких задач та реалізувавши відповідні розв'язки, можна забезпечити мінімум для цільової функції в цілому. Таким чином, маємо повне забезпечення поставленої мети.

### **3.3 Математичні моделі оптимальної компенсації реактивних навантажень**

Відомі математичні моделі охоплюють такі фактори, як вплив на напругу в вузлі навантаження, на величину втрат активної потужності в мережі живлення, на реактивну потужність споживання, на пропускну спроможність елементів системи електропостачання, на стійкість навантажень. Врахування всіх факторів в рамках однієї математичної моделі недоцільно. По-перше, це ускладнює аналіз такої моделі. По-друге,

серед факторів, які необхідно врахувати, є суперечливі та взаємовиключні, наприклад, одночасно не може виникнути необхідність забезпечити верхню та нижню межі відхилення напруги. Керівна система (система, що здійснює вибір варіанта впливу на об'єкт керування і дає відповідну команду) може працювати за алгоритмом, який передбачає попереднє оцінення ситуації і, залежно від цього, звернення до відповідної математичної моделі, яка охоплює саме ті фактори, що актуальні на момент прийняття керівного рішення. В разі, коли керівна система має мікропроцесорну реалізацію, важливим є як кількість математичних моделей, що використовуються для керування, так і складність алгоритму їх аналізу. Беручи до уваги цю обставину, а також особливості комутацій в пристроях керування (це комутації ємнісного навантаження, що супроводжуються перенапругою на контактах), можна вказати на додаткові вимоги до математичних моделей керування.

1. Розв'язки, що отримуються, мають реалізовуватись мінімальною кількістю комутацій в пристрої керування.

2. Загальна кількість математичних моделей, що використовуються для керування в усіх можливих режимах систем електропостачання, має бути якомога меншою.

3. Математичні моделі мають бути такого виду, щоб їх аналіз можна було здійснити за єдиним алгоритмом, обчислювальна процедура якого має мінімальну трудоемність.

Розглянемо підходи до побудови математичних моделей дискретного програмування, в яких забезпечено зазначені вимоги.

Оптимальні впливи на систему електропостачання можна визначити на підставі лінійних математичних моделей з булевими змінними, якими описується стан (ввімкнено або вимкнено) кожної секції пристрою керування. Всі можливі ситуації, що можуть мати місце, охоплюються математичними моделями (табл. 3.1), де  $Q_v$  – реактивне навантаження на ввіді живлення;  $Q'$  – природне споживання реактивної потужності (коли всі БСК відімкнені);  $\Delta Q$  – матриця потужностей секцій БСК вимірністю  $(1 \times m)$ ;  $X$  – вектор змінних вимірністю  $(m \times 1)$ , кожна компонента якого  $x_i$  дорівнює одиниці, коли  $i$ -ту секцію доцільно ввімкнути, або нулю, якщо вмикати не потрібно;  $\bar{X}$  – вектор, кожна компонента якого  $\bar{x}_i$  пов'язана з відповідною компонентою  $x_i$  так, що якщо  $x_i = 1$ , то  $\bar{x}_i = 0$  і навпаки, фізичного змісту  $\bar{x}_i$  не має;  $n$  – стовпцева одинична матриця вимірністю  $(m \times 1)$ ;  $Q_{\text{доп}}$  – допустиме значення реактивних навантажень, що встановлюється, наприклад, з міркувань мінімальних втрат потужності;  $\Delta U$  – матриця добавок напруг, що створюються при ввімкненні відповідних секцій БСК, вимірністю  $(1 \times m)$ ;  $U_{\text{min. доп.}}$ ,  $U_{\text{max. доп.}}$  – мінімально та максимально допустимі значення напруги в вузлі;  $U'$  – значення напруги в вузлі, що відповідає природному споживанню реактивної потужності.



Наведені математичні моделі відрізняються лише одним обмеженням. Для їх аналізу можна скористатись алгоритмом симплекс-методу лінійного програмування, який має ряд розгалужень. Якщо синтезувати весь комплекс математичних моделей, необхідних для управління в усіх можливих ситуаціях, таким чином, що обчислення будуть гарантовано виконуватись лише за обмеженою частиною розгалужень симплекс-алгоритму, то це спростить практичну реалізацію мікропроцесорної системи керування. Розглянемо основні етапи розв'язку задач керування на підставі наведених математичних моделей.

Таблиця 3.1 – Математичні моделі керування реактивною потужністю за допомогою БСК

Математична модель	Номер	В яких випадках використовується
1	2	3
$\begin{cases} Q_B(\mathbf{X}) = Q' - \Delta Q \mathbf{X} \rightarrow \min \\ \mathbf{X} + \bar{\mathbf{X}} = \mathbf{n} \\ Q' - \Delta Q \mathbf{X} \geq Q_{\text{доп}} \\ x_i; \bar{x}_i \in \{1, 0\} \end{cases}$	(3.2)	Для прийняття рішення, що забезпечує величину $Q_{\text{доп}}$ в години мінімальних навантажень енергосистеми при управлінні реактивною потужністю підприємства або мінімум втрат активної потужності в мережах підприємства, а також для забезпечення стійкості вузла навантажень.
$\begin{cases} Q_B(\mathbf{X}) = Q' - \Delta Q \mathbf{X} \rightarrow \min \\ \mathbf{X} + \bar{\mathbf{X}} = \mathbf{n} \\ 0 \leq Q' - \Delta Q \mathbf{X} \leq Q_{\text{доп}} \\ x_i; \bar{x}_i \in \{1, 0\} \end{cases}$	(3.3)	Для прийняття рішення, якому відповідає величина реактивної потужності по підприємству в межах $0 \div Q_{\text{доп}}$ , що необхідно при забезпеченні погодженого графіка реактивних навантажень в режимах максимальних навантажень мереж енергопостачальних організацій, а також для зменшення втрат активної потужності в мережі живлення.
$\begin{cases} Q_B(\mathbf{X}) = Q' - \Delta Q \mathbf{X} \rightarrow \min \\ \mathbf{X} + \bar{\mathbf{X}} = \mathbf{n} \\ Q' - \Delta Q \mathbf{X} \geq 0 \\ x_i; \bar{x}_i \in \{1, 0\} \end{cases}$	(3.4)	Для прийняття рішень про вмикання БСК підприємства в години, що не характерні для енергосистеми, при забезпеченні погодженого графіка реактивних навантажень, мінімізуючи втрати активної потужності та споживання реактивної.

Продовження табл. 3.1

1	2	3
$\left\{ \begin{array}{l} Q_B(\mathbf{X}) = Q' - \Delta Q \mathbf{X} \rightarrow \min \\ \mathbf{X} + \bar{\mathbf{X}} = \mathbf{n} \\ U' + \Delta U \mathbf{X} \leq U_{\max \text{ доп}} \\ x_i; \bar{x}_i \in \{1, 0\} \end{array} \right.$	(3.5)	Для визначення вектора керування у вузлах навантаження, де напруга в процесі компенсації реактивної потужності може набувати недопустимих значень.
$\left\{ \begin{array}{l} Q_B(\mathbf{X}) = Q' - \Delta Q \mathbf{X} \rightarrow \min \\ \mathbf{X} + \bar{\mathbf{X}} = \mathbf{n} \\ U' + \Delta U \mathbf{X} \geq U_{\min \text{ доп}} \\ x_i; \bar{x}_i \in \{1, 0\} \end{array} \right.$	(3.6)	Для визначення вектора керування КУ у вузлах навантажень, коли засоби компенсації реактивної потужності використовуються для регулювання напруги.

Класичний симплекс-алгоритм задачі лінійного програмування має розгалуження. Якщо пробний розв'язок не задовольняє умову невід'ємності змінних, то реалізується алгоритм пошуку опорного розв'язку, а далі розраховується розв'язок оптимальний. В іншому випадку відразу реалізується алгоритм пошуку оптимального розв'язку. Етапу пошуку опорного розв'язку можна уникнути і відповідним чином спростити мікропроцесорну керівну систему, якщо є можливість указати простий спосіб, який гарантує його визначення. Саме так можна зробити для математичної моделі (3.2). Для цієї задачі нульові значення всіх компонентів вектора  $\mathbf{X}$ ,  $x_i = 0$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ , (всі секції БСК відімкнені) є формально допустимим планом. Починаючи саме з такого опорного розв'язку, можна здійснювати подальший розрахунок оптимального плану. Лише у випадку, коли  $Q_{\text{доп}} > Q'$ , опорного розв'язку не отримати. В цьому випадку наявними засобами (маючи лише секції керування БСК) встановлену вимогу не виконати. Задача розв'язку не має. Практичні дії, що слід здійснити, виходячи з енергетичної суті явищ, – відімкнути всі секції БСК.

Для математичної моделі (3.3) не уникнути необхідності програмування також і гілки симплекс-алгоритму пошуку опорного розв'язку, оскільки гарантованого простого способу його визначення сформулювати не можна.

Опорний розв'язок для математичних моделей (3.4) та (3.5) визначається таким же чином, як і для моделі (3.2). Випадки, коли  $U' \geq U_{\max \text{ доп}}$ , теоретично можливі, тоді задача розв'язку не має і, відповідно, опорного плану для математичної моделі (3.5) отримати неможливо.

Для математичної моделі (3.6) опорний розв'язок може бути відсутнім, якщо наявними засобами компенсації реактивної потужності не можна забезпечити  $U_{\min \text{ доп}}$ . Пошук опорного розв'язку для неї потребує звернення до відповідної частини симплекс-алгоритму.

Звернемо увагу ще на таку корисну для експлуатації БСК властивість, яку надають математичні моделі (3.2), (3.3) та (3.5). Приймаючи за опорний розв'язок  $x_i = 0, i = 1, 2, \dots, m$ , кожний наступний крок до оптимального буде здійснюватись відповідно до симплекс-алгоритму шляхом вибору до ввімкнення найбільш потужної секції БСК із числа тих, ввімкнення яких допустимо. (Симплекс-алгоритм передбачає здійснювати вибір такої вільної змінної для внесення в базис, коефіцієнт при якій забезпечує найбільший приріст цільової функції на одиницю приросту значення цієї змінної). Тобто, потрібна до ввімкнення потужність буде формуватись за рахунок найбільш потужних секцій БСК. Це дає змогу, по-перше, зменшити кількість комутацій, яких потребує реалізація прийнятого рішення, а, по-друге, протягом доби кількість комутацій найбільш потужних секцій буде мінімальною, оскільки саме такі секції будуть знаходитись більшу частину часу ввімкненими. Математичні моделі (3.3) та (3.6) такої стійкої властивості не забезпечують.

Значення  $Q_B(\mathbf{X})$ , що відповідають допустимим розв'язкам задач (3.2)–(3.4), зображені на числовій осі у вигляді заштрихованих її напіввідкритих проміжків та відрізків (рис. 3.2), а оптимальні величини критерію ефективності, що можуть бути досягнутими, не враховуючи дискретності потужностей БСК та їх можливого дефіциту, позначені як  $Q_{B \text{ опт}}(\mathbf{X})$ .

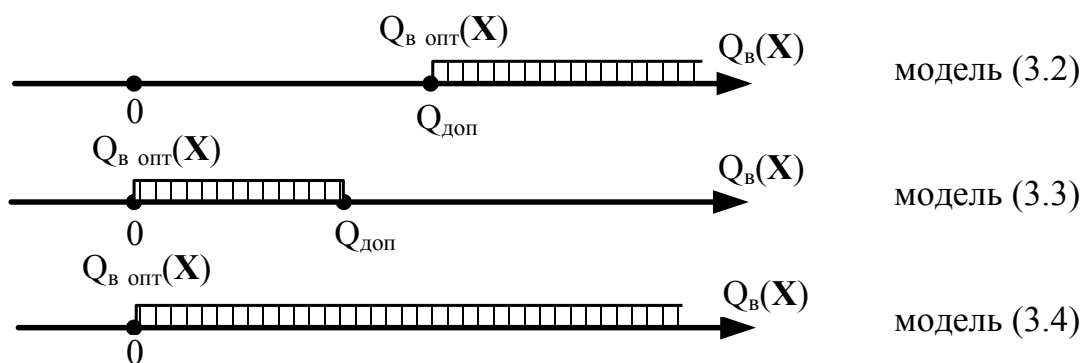


Рисунок 3.2 – Значення  $Q_B(\mathbf{X})$ , що відповідають умовам обмежень математичних моделей (3.2), (3.3) та (3.4)

Можна звернути увагу, що  $Q_{B \text{ опт}}(\mathbf{X})$  є крайніми точками заштрихованих відрізків числової осі, які розташовані зліва. Тому всі випадки практичного використання моделей (3.2), (3.3) та (3.4) охоплюються однією математичною моделлю, оскільки вона забезпечує отримання тих же розв'язків.

$$\left\{ \begin{array}{l} Q_B(\mathbf{X}) = Q' - \Delta Q \mathbf{X} \rightarrow \min \\ \mathbf{X} + \bar{\mathbf{X}} = \mathbf{n} \\ Q' - \Delta Q \mathbf{X} \geq A \\ x_i; \bar{x}_i \in \{1, 0\}, \end{array} \right. \quad (3.7)$$

де  $A$  – граничне значення споживаної реактивної потужності,  $A = Q_{\text{доп}}$  для всіх випадків використання математичної моделі (3.2),  $A = 0$  для всіх випадків використання математичних моделей (3.3) та (3.4).

Аналогічний аналіз, проведений для математичних моделей (3.5) та (3.6), дозволяє синтезувати математичну модель, що охоплює всі випадки їх використання:

$$\left\{ \begin{array}{l} Q_B(\mathbf{X}) = Q' - \Delta Q \mathbf{X} \rightarrow \min \\ \mathbf{X} + \bar{\mathbf{X}} = \mathbf{n} \\ U' + \Delta U \mathbf{X} \leq \mathbf{V} \\ x_i; \bar{x}_i \in \{1, 0\}, \end{array} \right. \quad (3.8)$$

де  $\mathbf{V}$  – граничне значення напруги у вузлі під'єднання БСК,  $\mathbf{V} = U_{\text{max доп}}$  для всіх випадків використання математичної моделі (3.5),  $\mathbf{V} = U_{\text{min доп}} + \varepsilon$  для всіх випадків використання математичної моделі (3.6), де  $\varepsilon$  – зона нечутливості пристрою керування.

Математична модель (3.8) гарантує визначення вектора керування, що забезпечує допустимі межі відхилень напруг.

Моделі (3.7) та (3.8) мають такі спільні властивості:

- пробний розв'язок  $x_i = 0$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ ;  $\bar{x}_i = 1$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$  може бути взятим за опорний, що гарантує від необхідності використання відповідного алгоритму;
- кількість комутацій в пристрої керування при реалізації рішення буде мінімальною.

Для моделей (3.7) та (3.8) узагальнювальною є модель, в якій зберігаються позитивні якості моделей (3.7) та (3.8):

$$\left\{ \begin{array}{l} Q_B(\mathbf{X}) = Q' - \Delta Q \mathbf{X} \rightarrow \min \\ \mathbf{X} + \bar{\mathbf{X}} = \mathbf{n} \\ \mathbf{C} - \mathbf{D} \mathbf{X} \geq \mathbf{F} \\ x_i; \bar{x}_i \in \{1, 0\}, \end{array} \right. \quad (3.9)$$

де  $\mathbf{C}$  – коефіцієнт, який для випадків використання моделей (3.2), (3.3) та (3.4) (далі група випадків 1) дорівнює  $Q'$ , а для випадків використання моделей (3.5) та (3.6) (далі група випадків 2)  $\mathbf{C} = (-U')$ ;

$\mathbf{D}$  – матриця розмірністю  $(1 \times m)$ ,  $\mathbf{D} = \Delta Q$  для групи випадків 1,  $\mathbf{D} = (-\Delta U)$  для групи випадків 2;

$\mathbf{F}$  – вільний член,  $\mathbf{F} = A$  для групи випадків 1,  $\mathbf{F} = (-B)$  для групи випадків 2.

Застосовуючи симплекс-метод та визначивши при цьому як опорний план відімкнення всіх секцій БСК, обмеження математичної моделі (3.9) потрібно подати у вигляді

$$\begin{pmatrix} \bar{\mathbf{X}} \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{n} \\ \mathbf{K} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \mathbf{n}_d \\ \mathbf{D} \end{pmatrix} \mathbf{X}, \quad (3.10)$$

де  $y$  – вільна змінна, що перетворює обмеження-нерівність в рівність;

$\mathbf{n}_d$  – діагональна одинична матриця розмірністю  $(m \times m)$ ;

$\mathbf{K}$  – вільний член,  $\mathbf{K} = (-\mathbf{F} + \mathbf{C})$ .

Кожна ітерація класичного симплекс-алгоритму передбачає розрахунок нових значень для компонент матриць  $\begin{pmatrix} \mathbf{n} \\ \mathbf{K} \end{pmatrix}$  та  $\begin{pmatrix} \mathbf{n}_d \\ \mathbf{D} \end{pmatrix}$ . Взнявши до уваги те,

що в результаті ітераційних розрахунків за симплекс-алгоритмом матриці  $\mathbf{n}$  та  $\mathbf{n}_d$  не змінюються (хоча кожний їх компонент згідно з алгоритмом має бути перерахованим шляхом виконання, в основному, двох арифметичних дій), доцільно пропонувати більш ефективні обчислювальні методи для аналізу математичної моделі (3.9).

Процес пошуку оптимального плану розглядуваних дискретних математичних моделей, починаючи з етапу розв'язування задачі, коли знайдено опорний розв'язок, можна здійснювати за методом динамічного програмування. Підставою для цього є те, що:

– процес подальшого розв'язування задачі можна розглядати як такий, що складається з окремих етапів, де етап – це знаходження рішення з увімкнення чергової секції БСК;

– показник ефективності  $k$ -го етапу  $Q_{vk}$  визначається виключно параметром стану  $(k-1)$  етапу  $Q_{v(k-1)}$  та реалізацією рішення про увімкнення відповідної секції БСК, яке приймається на  $k$ -му етапі, що є ознакою адитивності об'єкта керування.

В основу методу динамічного програмування покладений принцип оптимальності Беллмана, який можна сформулювати так: *якого б стану системи не було б досягнуто в результаті якогось числа етапів, необхідно вибрати таке умовно оптимальне рішення, щоб воно, сукупно з умовно оптимальними рішеннями на всіх наступних етапах, приводило до максимального виграшу на всіх етапах, що залишилися, враховуючи даний.*

Для задачі (3.9), яка охоплює всі випадки використання математичних моделей (3.2–3.6), весь процес розрахунку вектора керування можна здійснювати за методом динамічного програмування. Технічне обмеження-нерівність забезпечується шляхом формування на кожному етапі  $k$  множини допустимих до реалізації потужностей секцій БСК (для групи

випадків 1) або добавок напруг  $D_k$  (для групи випадків 2). Елементи матриці  $\Delta Q - Q_i$  вносяться до множини  $D_k$  за умови, коли відповідний елемент матриці  $\mathbf{D}$ ,  $d_i \leq C - \sum_{j=1}^{k-1} d_j - F$ , де  $d_j$  – елемент матриці  $\mathbf{D}$ , що

визначений до реалізації на  $j$ -му етапі. Можливість внесення елементів  $d_j$  до множини  $D_k$  не розглядається. Рішення, що приймається на етапі  $k$ , має визначатися з множини  $D_k$ .

Рекурентні співвідношення Р. Беллмана для даної задачі можна записати так:

$$\left. \begin{aligned} Q_{B1} &= \min_{1 \leq r \leq R_1} \{-\Delta Q_{r1} + Q'\} \\ &\quad \text{---} \\ Q_{Bk} &= \min_{1 \leq r \leq R_k} \{-\Delta Q_{rk} + Q_{B(k-1)}\}, \quad k = 2, 3, \dots, n \end{aligned} \right\}$$

де  $Q_{Bk}$  – оцінка стану системи на  $k$ -му етапі – реактивна потужність на вводі, якщо реалізувати всі рішення, що прийняті на попередніх етапах, враховуючи даний;

$$\Delta Q_{rk} \in D_k, \quad 1 \leq r \leq R_k.$$

Обчислювальний процес припиняється на етапі  $(n + 1)$ , коли множина  $D_{(n+1)}$  виявиться пустою.

Проводячи аналіз процесу обчислень за методом динамічного програмування, можна встановити, що до ввімкнення на кожному етапі з  $D_k$  вибирається секція БСК, що має найбільшу потужність. Тому для практичної реалізації виконаних досліджень в керівній системі можна запропонувати таку обчислювальну процедуру, яка повністю еквівалентна (за результатами як в цілому, так і на окремих етапах) тим, що виконуються за рекурентними співвідношеннями Р. Беллмана. Процедура ця має мінімум трудоемності для  $k$ -го етапу обчислень та виконується за таким алгоритмом.

Крок 1. Формується множина  $D_k$  із компонент матриці  $\Delta Q'_{(k-1)}$ , для яких відповідні компоненти матриці  $\Delta D'_{(k-1)}$ ,  $d_i \leq C - \sum_{j=1}^{k-1} d_j - F$ , де  $\Delta Q'_{(k-1)}$  та

$\Delta D'_{(k-1)}$  – матриці, що отримані з матриць  $\Delta Q$  та  $\mathbf{D}$  шляхом вилучення компонент, які визначені до реалізації на попередніх  $(k-1)$  етапах розв'язування задачі. Розмірність матриць  $\Delta Q'_{(k-1)}$  та  $\Delta D'_{(k-1)}$  –  $[1 \times (m-k-1)]$ .

Крок 2. Якщо  $D_k$  пуста, то здійснюється перехід до кроку 7.

Крок 3. Із елементів множини  $D_k$  визначається найбільший за величиною елемент  $\Delta Q_k \max$ . Якщо таких елементів декілька, то вибирається будь-який з них.

Крок 4. Береться до ввімкнення відповідна секція БСК.

Крок 5. Із матриць  $\Delta Q'_{(k-1)}$  та  $\Delta D'_{(k-1)}$  вилучаються компоненти, що відповідають секції, взятій до ввімкнення на даному етапі  $k$ .

Крок 6. Здійснюється перехід до кроку 1.

Крок 7. Оптимальний розв'язок отримано. Розрахунки припиняються.

ПРИКЛАД 3.1. Знайти вектор керування для компенсуючого пристрою, який має такі параметри потужностей секцій:

$$\begin{aligned} \Delta Q_1 &= 400 \text{ квар}, \Delta Q_2 = 300 \text{ квар}, \Delta Q_3 = 50 \text{ квар}, \Delta Q_4 = 150 \text{ квар}, \\ \Delta Q_5 &= 100 \text{ квар}, \Delta Q_6 = 25 \text{ квар}, \Delta Q_7 = 200 \text{ квар}, \Delta Q_8 = 150 \text{ квар}, \\ \Delta Q_9 &= 100 \text{ квар}, \Delta Q_{10} = 50 \text{ квар}, \Delta Q_{11} = 20 \text{ квар}. \end{aligned}$$

Природне споживання реактивної потужності по вводу підприємства – 1000 квар. Реактивна потужність, що встановлена енергосистемою для споживання,  $Q_{\text{доп}} = 0$  квар.

РОЗВ'ЯЗАННЯ. Математична модель для умов даного прикладу формалізується в такому вигляді

$$\left\{ \begin{array}{l} 1000 - (400 \ 300 \ 50 \ 150 \ 100 \ 25 \ 200 \ 150 \ 100 \ 50 \ 20)\mathbf{X} \rightarrow \min \\ \mathbf{X} + \bar{\mathbf{X}} = \mathbf{n} \\ 1000 - (400 \ 300 \ 50 \ 150 \ 100 \ 25 \ 200 \ 150 \ 100 \ 50 \ 20)\mathbf{X} \geq 0 \\ x_i, \bar{x}_i \in \{1, 0\}, \end{array} \right. \quad (3.11)$$

де  $\mathbf{X}^T = (x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6 \ x_7 \ x_8 \ x_9 \ x_{10} \ x_{11})$ ;

$\bar{\mathbf{X}}^T = (\bar{x}_1 \ \bar{x}_2 \ \bar{x}_3 \ \bar{x}_4 \ \bar{x}_5 \ \bar{x}_6 \ \bar{x}_7 \ \bar{x}_8 \ \bar{x}_9 \ \bar{x}_{10} \ \bar{x}_{11})$ ;

$\mathbf{n}^T = (1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1)$ .

Розв'язування задачі виконаємо симплекс-методом лінійного програмування, а також методом динамічного програмування. При цьому відслідковуємо збіг як остаточного розв'язку, так і проміжних результатів. Висновки щодо ефективності обчислювального процесу зробимо за кількістю елементарних арифметичних дій, що довелось виконати на ітераціях та окремих етапах. Результати обчислень при розв'язуванні задачі зведені до табл. 3.2.

При значно більших розмірностях задачі, що характерні для реальних систем електропостачання, а особливо для великих підприємств, ефект буде значно вагомішим.

Таблиця 3.2 – Процес розв’язання задачі розрахунку вектора керування реактивною потужністю за моделлю (3.11)

Метод лінійного програмування							Метод динамічного програмування						
Ітерація	Вектор керування $X^T$	Кількість операцій				Кількість порівнянь	Етап	Вектор керування $X^T$	Кількість операцій				Кількість порівнянь
		(+)	(-)	(×)	(:)				(+)	(-)	(×)	(:)	
1	(10000000000)	132	0	154	1	21	1	(10000000000)	12	0	0	0	21
2	(11000000000)	132	0	154	1	20	2	(11000000000)	12	0	0	0	19
3	(11000010000)	132	0	154	1	19	3	(11000010000)	11	0	0	0	17
4	(11001010000)	132	0	154	1	18	4	(11001010000)	10	0	0	0	15
Всього		528	0	616	4	78	Всього		45	0	0	0	72

Отримані остаточні результати потрібно інтерпретувати таким чином: ступінь потужністю 400 квар – ввімкнути; 300 квар – ввімкнути; 50 квар – вимкнути; 150 квар – вимкнути; 100 квар – ввімкнути; 25 квар – вимкнути; 200 квар – ввімкнути; 150 квар – вимкнути; 100 квар – вимкнути; 50 квар – вимкнути; 20 квар – вимкнути.

Реактивна потужність вводу живлення – 0 квар, що відповідає встановленим вимогам.

Дане завдання має альтернативні розв’язки, наприклад, вектор керування  $X^T = (0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0)$  також задовольняє всі умови прикладу. Проте, звернемо увагу, що для його реалізації необхідно виконати 7 комутацій, в той час, як раніше знайдений вектор потребує лише 4 комутації. Крім цього, оскільки симплекс-метод (або метод динамічного програмування) вибирає до реалізації найбільш ефективні рішення, то перш за все проглядається можливість ввімкнення найбільш потужних секцій БСК. Це свідчить про те, що в базисі графіка реактивної потужності будуть знаходитись найбільш потужні секції. Вони тривалий час будуть знаходитись у ввімкненому стані, отже, кількість їх комутацій буде мінімальною. Звернемо увагу на ту обставину, що вимога мінімуму комутацій для реалізації знайденого розв’язку не описана аналітично в математичній моделі, а забезпечується алгоритмом розрахунку.

Все це дозволяє зробити висновок про те, що розроблена математична модель керування реактивною потужністю побудована таким чином, що її аналіз класичними математичними методами забезпечує знаходження керівних рішень, реалізація яких потребує мінімальної кількості комутацій. Крім цього, процес керування реактивною потужністю виконуватиметься з мінімальною кількістю комутацій найбільш потужних секцій БСК. Все це позитивно позначиться на роботі комутаційного устаткування.



Таким чином, синтез математичних моделей керування можна здійснювати, враховуючи такі вимоги до системи керування: простота алгоритму та мінімум комутацій в пристрої керування.

Значна кількість випадків, що можуть мати місце при керуванні реактивною потужністю в системах електропостачання, охоплюється розробленою математичною моделлю, коефіцієнти якої набувають тих або інших значень залежно від ситуації, яка склалась в промисловій електричній мережі.

Для аналізу синтезованої математичної моделі керування доцільно скористатись обчислювальною процедурою методу динамічного програмування, керуючись розробленими рекурентними співвідношеннями, що потребує мінімальної кількості елементарних арифметичних дій.

### **3.4 Підвищення ефективності роботи технологічних БСК електропічних установок**

**3.4.1 Енергетична суть задачі.** Все електрообладнання системи електропостачання має працювати з максимальною віддачею. Тому, перш ніж приймати технічні рішення для поліпшення режимів електроживлення, які потребують додаткових капітальних вкладень, потрібно провести аналіз роботи діючого електрообладнання, в тому числі і технологічного (яке використовується для забезпечення технології виробництва) на предмет виявлення можливостей більш ефективної його роботи. Як свідчать дослідження, в промислових електромережах можуть зустрічатись невикористані можливості. Значна їх кількість пов'язана з роботою таких електроустановок, як БСК. БСК – це багатофункціональні пристрої, і в більшості випадків підвищення ефективності їх роботи можливе саме при використанні цих їх властивостей. Для прикладу детально розглянемо саме таку ситуацію, яка мала місце на одному з заводів електродної промисловості, де основними споживачами електроенергії були однофазні печі графітації.

Для розуміння суті задачі, яка буде розглянута, та процесу побудови математичної моделі керування потрібно ознайомитись з електрообладнанням електропічної установки, її схемою та збагнути суть технологічного процесу графітації.

Графітаційна піч є основним елементом ЕПУ, в схему якої входять також пічний трансформатор  $T_1$ , компенсаційний трансформатор  $T_2$ , технологічна БСК та необхідна комутаційна апаратура. Схема ЕПУ зображена на рис. 3.3. Пічний трансформатор  $T_1$  та компенсаційний  $T_2$  однакові за конструкцією та потужністю і мають великий діапазон регулювання напруги під навантаженням (РПН): 23 ступеня регулювання. Потужності цих трансформаторів можуть сягати 5–18 МВА. Технологічна БСК, що міститься в схемі, сягає потужності до 10 Мвар і під'єднана до

сторони високої напруги компенсаційного трансформатора  $T_2$ . ЕПУ несиметричного виконання, а група таких установок під'єднується до збірних шин 35 кВ.

Технологічний процес графітації триває декілька діб і полягає в забезпеченні заданого графіка зміни активної потужності електропічної установки (рис. 3.4, а, де  $t$  – час від початку технологічного циклу). Хід графіка залежить від виду електродної продукції, яка виготовляється. Як видно з рис. 3.4, а, на початку технологічного циклу має місце зростання активної потужності, а потім тривалий час вона залишається незмінною і зменшується в кінці. Коефіцієнт потужності також змінюється від 0,9–0,95 на початку технологічного циклу до 0,4–0,5 в середині та в кінці.

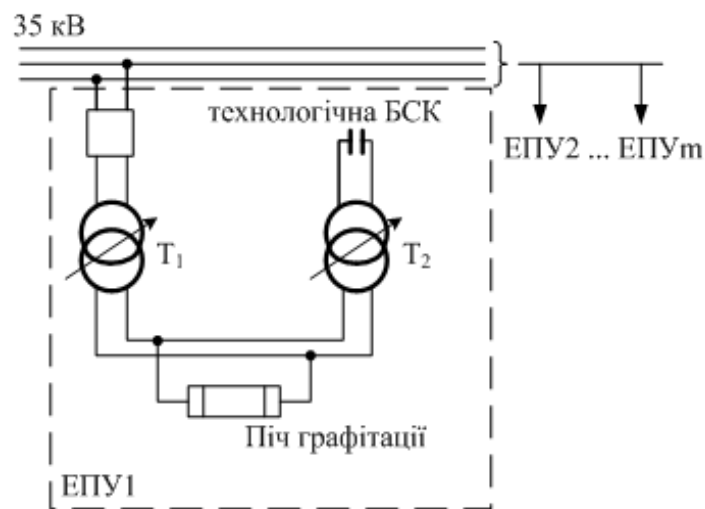


Рисунок 3.3 – Принципова схема електропічної установки

Заданий закон зміни активної потужності забезпечується зміною напруги на печі графітації шляхом перемикання РПН пічного трансформатора  $T_1$ , яке дистанційно виконує людина – диспетчер-електротехнолог. На початку технологічного циклу вся потужність (активна і реактивна), що споживається ЕПУ, передається через трансформатор  $T_1$ . При цьому трансформатор  $T_2$  і технологічна БСК залишаються від'єднаними. Починаючи з деякої фази технологічного процесу, пропускна спроможність трансформатора  $T_1$  стає недостатньою, щоб пропустити повну потужність, активна складова якої має далі зростати відповідно до технології. Тоді вмикають компенсаційний трансформатор  $T_2$  та технологічну БСК, якою і генерується реактивна потужність, необхідна для продовження технології виробництва. Трансформатор  $T_1$  при цьому розвантажується від реактивної потужності, а це дає змогу подальшого збільшення активної потужності через трансформатор  $T_1$ .

Потужність БСК – керована. Її можна змінювати шляхом зміни напруги, використовуючи для цього РПН трансформатора  $T_2$ .

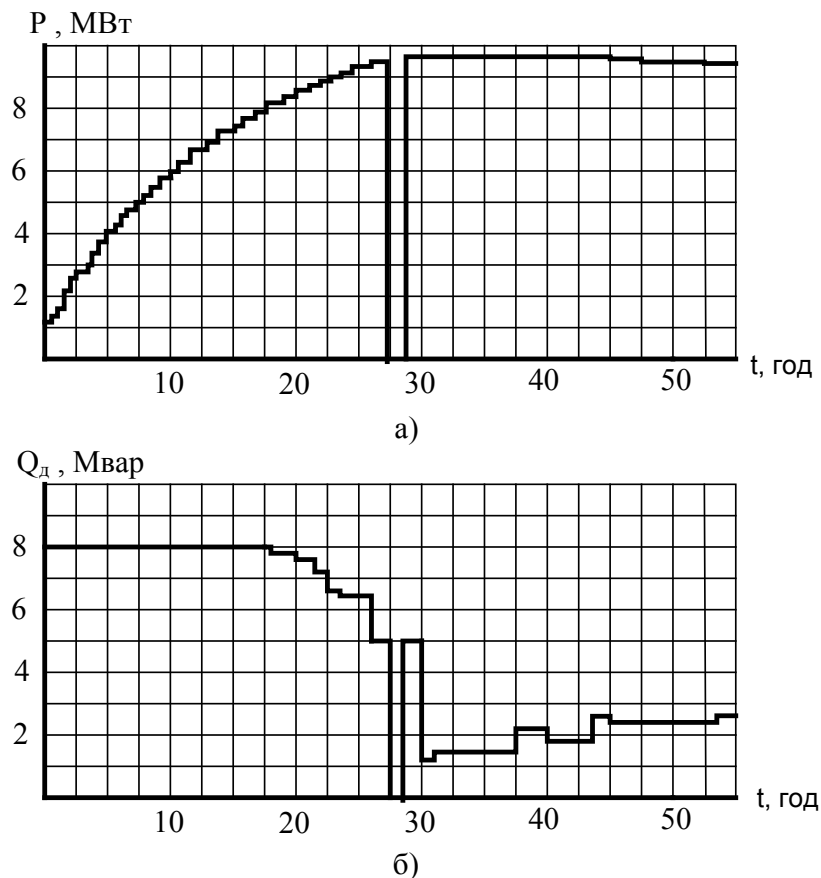


Рисунок 3.4 – Графіки зміни:

а – активної потужності електропічної установки протягом технологічного циклу;

б – додаткової реактивної потужності технологічної БСК, що залишилась невикористаною протягом того ж технологічного циклу

Таким чином, при звичайній схемі ведення технологічного процесу реактивна потужність БСК використовується лише для технологічних потреб (для забезпечення необхідного графіка активної потужності печі графітації). Підвищити її ефективність можна, якщо використати наявну потужність на рівні вузла електропічних навантажень (за умови беззастережного забезпечення потрібного графіка активної потужності печі графітації).

За результатами вивчення суті задачі стає зрозумілим, що від технологічної БСК можна отримувати додаткову реактивну потужність (потужність, яка перевищує ту, що потрібна для забезпечення ходу технологічного процесу). Додаткова потужність – це різниця між максимальною потужністю технологічної БСК і її потужністю, яка забезпечує технологію виробництва.

Графік додаткової реактивної потужності  $Q_d$ , яку можна було б отримати від БСК протягом технологічного циклу, зображено на рис. 3.4, б.

Таким чином, потужність БСК повністю не використовується як в часі, так і за величиною.

Максимальна потужність БСК обмежується найбільш жорсткою умовою з числа нижчезказаних.

1. Умова пропускної спроможності пічного трансформатора  $T_1$

$$Q_{nv} \leq P_n \operatorname{tg} \varphi_n + \sqrt{S_{T_1}^2 - P_n^2} .$$

2. Умова пропускної спроможності компенсаційного трансформатора  $T_2$

$$Q_{nv} \leq S_{T_2} ,$$

де  $Q_{nv}$  – реактивна потужність, що генерується БСК  $n$ -ої ЕПУ при реалізації  $v$ -го регульовального відгалуження на трансформаторі  $T_2$ ;

$S_{T_1}$ ,  $S_{T_2}$  – номінальна потужність трансформаторів  $T_1$  та  $T_2$ , відповідно;

$P_n$ , – активна потужність  $n$ -ої електропічної установки;

$\cos \varphi_n$  – коефіцієнт потужності  $n$ -ої електропічної установки.

3. Умова забезпечення технічного обмеження за наявною потужністю БСК (наявна потужність БСК – це потужність БСК при максимально допустимій напрузі):

$$Q_{nv} \leq Q_{\text{доп}_n} ,$$

де  $Q_{\text{доп}_n}$  – наявна потужність для БСК  $n$ -ої електропічної установки.

**3.4.2 Математичні моделі керування режимами в системі електропостачання шляхом підвищення ефективності технологічних БСК.** Проведений аналіз умов роботи ЕПУ показав, що є деяка можливість для варіювання потужності БСК. Межі можливого варіювання обмежуються, з однієї сторони, вимогами технологічного процесу (відгалуження компенсаційного трансформатора  $T_2$ , яке забезпечує технологічний процес  $n$ -ої ЕПУ позначимо  $\zeta_n$ ) а з іншої – пропускною спроможністю трансформаторів  $T_1$  та  $T_2$  або наявною потужністю БСК –  $\min \left\{ \left( P_n \operatorname{tg} \varphi = \sqrt{S_{T_1}^2 - P_n^2} \right), S_{T_2}, Q_{\text{доп}} \right\}$  (відповідне відгалуження для  $T_2$   $n$ -ої ЕПУ позначимо  $\tau_n$ ).

Для яких же цілей можна використати додаткову потужність конденсаторних батарей?

По-перше, для оптимального керування реактивною потужністю підприємства. Як згадувалось, печі графітації працюють з низьким коефіцієнтом потужності при великому споживанні реактивної потужності

за абсолютною величиною. Далі цей випадок по тексту буде згадуватись як задача керування 1.

По-друге, враховуючи те, що ЕПУ є несиметричними електроприймачами і у вузлі навантаження має місце несиметрія напруг, то технологічні БСК однофазного виконання можна використати для симетрування напруг на збірних шинах 35 кВ з одночасною компенсацією реактивної потужності. Цей випадок далі буде згадуватись, як задача керування 2.

В задачах керування 1 та 2 цілеспрямований вплив на об'єкт керування здійснюється перемиканням регульовального відгалуження трансформатора  $T_2$  в межах допустимих положень. Оскільки можливих рішень для однієї взятої ЕПУ може бути багато (а у вузлі навантаження таких установок декілька і при визначенні оптимального рішення потрібно забезпечити низку технічних і технологічних вимог), то процес знаходження вектора керування має бути автоматизованим.

Для задачі керування 1 за критерій ефективності математичної моделі можна взяти реактивну потужність в лінії живлення групи ЕПУ, для якої необхідно забезпечити мінімальне значення.

Обмеження математичної моделі мають забезпечити для кожної ЕПУ:

- хід технологічного процесу та умови пропускнуої спроможності трансформаторів  $T_1$ ,  $T_2$  і обмеження за наявною потужністю;
- неприпустимість появи на лінії живлення зворотних перетоків реактивної потужності з мереж підприємства в мережі енергопостачальної компанії;
- можливість реалізації лише одного положення регульовального відгалуження.

Для знаходження оптимального рішення для задачі керування 1 можна скористатись такою математичною моделлю цілочислового програмування:

$$\left\{ \begin{array}{l} Q - \sum_{n=1}^m \sum_{v=\zeta_n}^{\tau_n} \Delta Q_{nv} x_{nv} \rightarrow \min \\ Q - \sum_{n=1}^m \sum_{v=\zeta_n}^{\tau_n} \Delta Q_{nv} x_{nv} \geq 0 \\ \sum x_{nv} = 1, n = 1, 2, \dots, m \\ x_{nv} \in \{1, 0\}, \end{array} \right. \quad (3.12)$$

де  $Q$  – реактивна потужність вузла навантаження електропічних установок, що відповідає вихідному режиму;

$\Delta Q_{nv}$  – приріст реактивної потужності БСК  $n$ -ої електропічної установки при перемиканні регульовального відгалуження з положення  $\zeta_n$  в положення  $v$ .

Математична модель потребує знаходження таких положень регулювальних відпайок  $T_2$  на всіх ЕПУ в межах їх припустимих змін ( $\zeta_n \div \tau_n$ ), яким відповідає мінімальне споживання реактивної потужності підприємством. Тобто, математична модель (3.12) розроблена так, що в процесі пошуку оптимального вектора керування перебираються лише допустимі із зазначених умов відгалуження компенсаційних трансформаторів  $T_2$ , тим самим забезпечується перше з зазначених технічних обмежень. Обмеження-нерівність математичної моделі унеможливорює отримання таких розв'язків, коли реактивна потужність змінює свій знак, тобто, спрямована з мережі підприємства в мережу енергопостачальної компанії. Математична модель лінійна і для її аналізу можна застосувати класичний симплекс-алгоритм.

Математична модель, за якою можна прийняти технічне рішення для задачі керування 2, має вигляд:

$$\left\{ \begin{array}{l} \left| \operatorname{Re} i_2^H + \sum_{n=1}^m \sum_{v=\zeta_n}^{\tau_n} \Delta a_{nv} x_{nv} + j \left( \operatorname{Im} i_2^H + \sum_{n=1}^m \sum_{v=\zeta_n}^{\tau_n} \Delta b_{nv} x_{nv} \right) \right| \rightarrow \min \\ \sum_{v=\zeta_n}^{\tau_n} x_{nv} = 1, \quad n = 1, 2, \dots, m \\ x_{nv} \in \{1, 0\}, \end{array} \right. \quad (3.13)$$

де  $i_2^H$  – вектор струму зворотної послідовності в живильній лінії до прийняття рішення;

$\Delta a_{nv}$ ;  $\Delta b_{nv}$  – дійсна та уявна частини вектора струму зворотної послідовності, яка відповідає реактивній потужності, що генерується при перемиканні РПН компенсаційного трансформатора  $T_2$   $n$ -ої електропічної установки з положення  $\zeta_n$  у положення  $v$ .

Математична модель (3.13) належить до класу нескаларних і потребує знаходження такого розв'язку, якому відповідає мінімальне значення струму зворотної послідовності в живильному вводі. При цьому можливі режими, коли за математичною моделлю (3.13) будуть знайдені розв'язки, реалізація яких буде супроводжуватись зворотним перетоком реактивної потужності з мереж підприємства в мережі енергопостачальної компанії. Якщо такі випадки можуть мати місце, то математична модель має містити відповідне обмеження на реактивну потужність вузла навантаження. Потрібно зазначити, що ефект симетрування досягається за рахунок збільшення реактивної потужності технологічних БСК, і тому реалізація вектора керування, знайденого за моделлю (3.13), буде супроводжуватись компенсацією реактивної потужності по підприємству.

Режими в мережах електродного заводу динамічні. Протягом доби вони можуть скластися такими, коли має місце велике споживання реактивної потужності. В такій ситуації керівне рішення знаходиться за математичною моделлю (3.12) і додаткова потужність технологічних БСК використовується для компенсації реактивних навантажень. Якщо склався режим, який характеризується суттєвою несиметрією напруг, то для прийняття керівного рішення використовується математична модель (3.13), але при цьому ефект симетрування супроводжується компенсацією реактивної потужності.

Сам процес керування відбувається за такою схемою:

- щогодини диспетчер-електротехнолог встановлює регулювальні відгалуження на трансформаторах  $T_1$  та  $T_2$  по всіх ЕПУ, які забезпечують хід технологічного процесу;
- збирається необхідна інформація про параметри режиму ЕПУ;
- розраховуються вектори керування за математичною моделлю (3.12) або (3.13) для групи ЕПУ, що працюють;
- відповідно до отриманих результатів виконуються перемикання відгалужень на компенсаційних трансформаторах  $T_2$  (коригуються положення, які попередньо були виставлені з міркувань забезпечення технології).

Про ефективність використання технологічних БСК ЕПУ для оптимізації режиму електроспоживання можна зробити висновки, проаналізувавши результати прикладу 3.2.

ПРИКЛАД 3.2. Характеристики ЕПУ для деякого режиму, який склався на одному з реальних електродних виробництв, наведені в табл. 3.3.

Таблиця 3.3 – Параметри ЕПУ одного з електродних виробництв для деякого перерізу часу

№ ЕПУ	$P_n$ , МВт	$\cos \varphi_n$	Реалізоване відгалуження $T_1$	Реалізоване відгалуження $T_2$ , ( $\zeta_n$ )	Напруга, до якої під'єднана ЕПУ	Наявна потужність БСК $Q_{доп n}$ , Мвар
1	4,0	0,86	8	–	$U_{CA}$	8,381
2	6,1	0,915	8	–	$U_{BC}$	6,525
3	1,45	0,91	17	–	$U_{AB}$	8,381

Пічний трансформатор  $T_1$  та компенсаційний  $T_2$  на всіх ЕПУ ЕОЦН–14000/35.

Знайти вектор керування для кожної ЕПУ, використавши додаткову потужність технологічних БСК для симетрування режиму в мережі.

РОЗВ'ЯЗАННЯ. За попередніми розрахунками множини припустимих для реалізації регулювальних відгалужень ( $\zeta_n \div \tau_n$ ) сформуємо вектори керування для кожної ЕПУ:

$$\mathbf{X}_1^T = (x_{10} \ x_{11} \ x_{12} \ x_{13} \ x_{14} \ x_{15} \ x_{16} \ x_{17} \ x_{18} \ x_{19} \ x_{110} \ x_{111} \ x_{112} \ x_{113});$$

$$\mathbf{X}_2^T = (x_{20} \ x_{21} \ x_{22} \ x_{23});$$

$$\mathbf{X}_3^T = (x_{30} \ x_{31} \ x_{32} \ x_{33} \ x_{34} \ x_{35} \ x_{36} \ x_{37} \ x_{38} \ x_{39} \ x_{310} \ x_{311} \ x_{312} \ x_{313} \ x_{314} \ x_{315} \ x_{316} \ x_{317}).$$

Математична модель (3.13) в числовому вигляді для задачі, що вирішується, має вигляд:

$$\left\{ \begin{array}{l} [-75,2 + (0 \ 60,5 \ 66 \ 72 \ 78 \ 84,5 \ 90,5 \ 97 \ 104 \ 111 \ 119 \ 126,5 \ 126,5 \ 126,5)\mathbf{X}_1 + \\ + (0 \ -41,5 \ -45,5 \ -49,3 \ -53,5 \ -58 \ -62 \ -66,5 \ -71 \ -76 \ -81,5 \ -86,5 \ -86,5 \ -92 \\ -97,5 \ -103,5 \ -110)\mathbf{X}_3 + j[-22 + (0 \ 34,9 \ 38,1 \ 41,5 \ 45 \ 48,7 \ 52,2 \ 55,9 \ 60 \ 64 \ 68,7 \ 72,9 \ 72,9 \\ 72,9)\mathbf{X}_1 + (0 \ -81,4 \ -88,9 \ 97)\mathbf{X}_2 + (0 \ 23,9 \ 26,3 \ 28,4 \ 30,9 \ 33,4 \ 35,8 \ 38,3 \ 41 \ 43,8 \ 47 \ 49,9 \\ 49,9 \ 49,9 \ 53,1 \ 56,2 \ 59,7 \ 63,4)\mathbf{X}_3] \rightarrow \min \\ \mathbf{n}_1 \mathbf{X}_1 = 1 \\ \mathbf{n}_2 \mathbf{X}_2 = 1 \\ \mathbf{n}_3 \mathbf{X}_3 = 1 \\ x_{nv} \in \{1, 0\}, \end{array} \right.$$

де  $\mathbf{n}_1$  – одинична рядкова матриця розмірністю  $1 \times 14$ ;

$\mathbf{n}_2$  – одинична рядкова матриця розмірністю  $1 \times 4$ ;

$\mathbf{n}_3$  – одинична рядкова матриця розмірністю  $1 \times 18$ .

Аналіз отриманої нескалярної математичної моделі за алгоритмом (див. рис. 2.2) дає такі розв'язки:

$$\mathbf{X}_1^T = (0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0);$$

$$\mathbf{X}_2^T = (1 \ 0 \ 0 \ 0);$$

$$\mathbf{X}_3^T = (1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0).$$

Отримані розв'язки практично реалізуються так:

ЕПУ1 – на компенсційному трансформаторі  $T_2$  реалізувати відгалуження 2 (замість реалізованого нульового);

ЕПУ2 – ніяких дій не виконувати;

ЕПУ3 – ніяких дій не виконувати.

В табл. 3.4 наведені вихідні параметри режиму та отримані за результатами керування, де  $I_2$  – струм зворотної послідовності в лінії живлення;  $\alpha_i$  – коефіцієнт несиметрії струмів (відношення струму оберненої послідовності до струму прямої) в лінії живлення;  $\varphi_1$  – кут зсуву між векторами струму і напруги в системі прямої послідовності.



Таблиця 3.4 – Результати оптимізації

Параметр режиму	До оптимізації	Після оптимізації
$I_2, A$	78,2	18,5
$\alpha_i$	37,6	9,9
$\text{tg}\varphi_1$	0,5	0,09
$\text{cos}\varphi_1$	0,89	0,996

Як видно з табл. 3.4, за допомогою БСК, що містяться в схемах ЕПУ і використовуються виключно для забезпечення технологічного процесу, без додаткових капітальних вкладень можна ефективно симетрувати режим та компенсувати реактивну потужність на електродному заводі.

Результати добового керування реактивною потужністю та несиметрією режиму на основі математичної моделі (3.13) зображені на рис. 3.5.

### 3.5 Задача пріоритетного використання потужності СП для компенсації реактивних навантажень

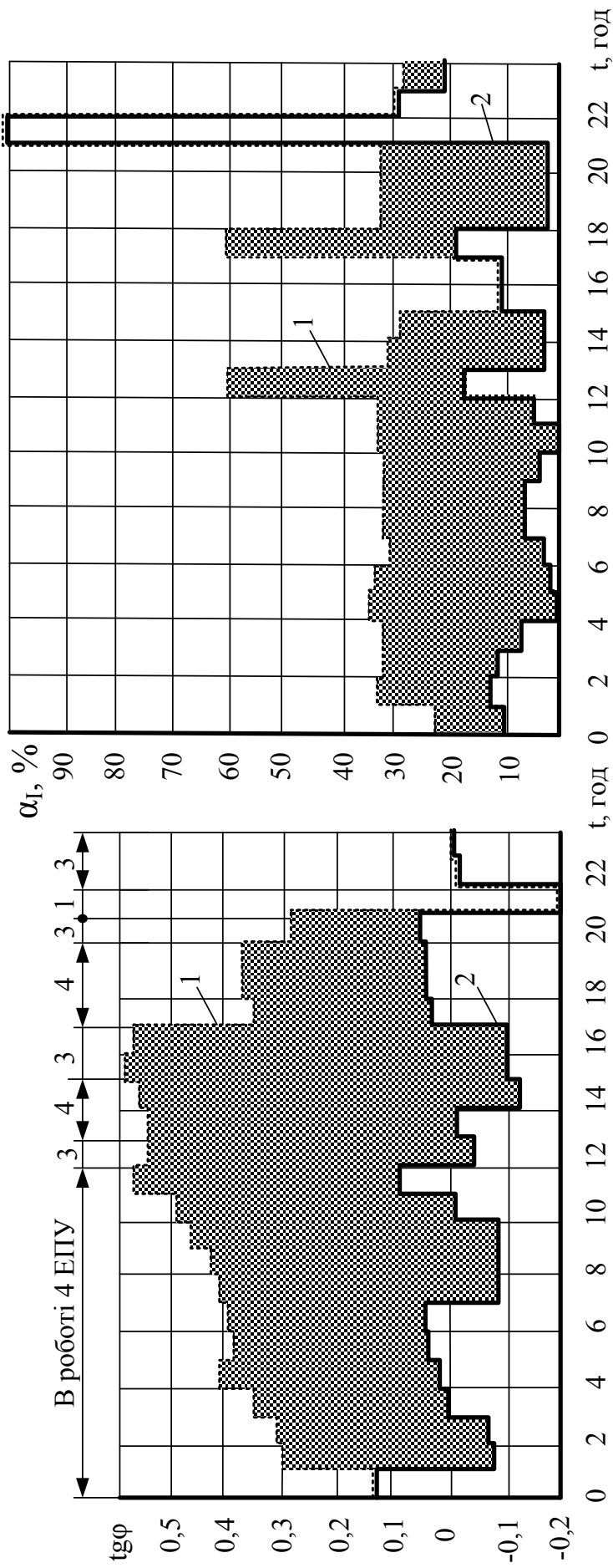
**3.5.1 Сутність запропонованого підходу до вирішення пріоритетної задачі компенсації реактивних навантажень.** СП на базі БСК одночасно генерує реактивну потужність, яка здійснює компенсацію реактивних навантажень та зменшує відповідні втрати активної потужності в електричних мережах. Таку можливість потрібно максимально використовувати, особливо в мережах, де засобів компенсації реактивної потужності недостатньо, що дозволить підвищити ефективність отриманих результатів в цілому.

За результатами проведених досліджень властивостей СП на базі БСК можна сформулювати такі висновки.

1. Сумарна потужність СП, необхідна для повного симетрування режиму, визначається додатковими втратами активної потужності, обумовленими несиметрією режиму при вимкненому СП.

2. Можливі режими, повне симетрування яких за допомогою СП вимагає  $Q^{СП} > Q$ , де  $Q^{СП}$  – реактивна потужність СП, що потрібна для симетрування режиму;  $Q$  – реактивна потужність навантаження. Це приведе до появи зворотних перетоків реактивної потужності від вузла навантаження несиметричних споживачів в розподільні мережі підприємства або в мережі енергосистеми.

У такому разі повне симетрування може бути або економічно не вигідним, або навіть технічно неприпустимим.



а)

б)

Рисунок 3.5 – Динаміка керованих параметрів електричного режиму

в системі електропостачання електродного заводу:

1 – вихідний режим;

2 – керований, з використанням додаткової потужності технологічних БСК

3. При незначній величині природної несиметрії режиму, яка може скластися на момент прийняття керівного рішення, необхідні невеликі потужності СП, при яких  $Q^{СП} \ll Q$ . При цьому може залишатися невикористаною частина потужностей конденсаторних батарей величиною  $Q_{вст}^{СП} - Q^{СП}$ , де  $Q_{вст}^{СП}$  – встановлена потужність СП.

Звернемо увагу, що секції СП, які залишилися нереалізованими, можуть бути ввімкненими за симетричною схемою (секції однакової потужності та які під'єднуються до напруг  $U_{AB}$ ,  $U_{BC}$ ,  $U_{CA}$ ). Умовимося таку групу секцій називати системою симетричних елементів.

В загальному випадку можливі ситуації:

а) секції СП, що залишилися невивімкнутими, утворюють систему керованих симетричних елементів, використання яких дозволить отримати додатковий ефект з компенсації реактивних навантажень, не порушуючи досягнутого результату з симетрування режиму;

б) секції СП, що залишились невивімкнутими, не утворюють жодного симетричного елемента, але їх ввімкнення дозволяє здійснити додаткову компенсацію реактивних навантажень при зменшенні ефекту, досягнутого при симетруванні режиму;

в) ситуація, що поєднує одночасно випадки а) і б).

В процесі оперативного управління можуть скластися різні ситуації, які вимагають визначення вектора керування за різними математичними моделями, що забезпечують ті або інші вимоги. Серед таких можлива ситуація, коли задачі компенсації реактивної потужності необхідно надати пріоритет перед задачею симетрування електричного режиму. Прикладом такого може бути природний режим, який характеризується відносно невеликою несиметрією та великим споживанням реактивної потужності. Для його симетрування потрібні невеликі потужності СП. За результатами прийняття рішення з симетрування режиму основна потужність СП залишиться невикористаною. Найбільш суттєвий кінцевий ефект можна розраховувати, якщо як пріоритетну визначити задачу компенсації реактивних навантажень і КУ СП максимально використати для керування реактивною потужністю.

Із можливих підходів, що використовуються практично залежно від встановлених пріоритетів, зазначимо такі:

– пріоритетне використання потужності СП для симетрування електричних режимів і одночасного контролю (забезпечення) величини його реактивної потужності;

– використання потужності СП виключно для компенсації реактивних навантажень, не зважаючи на результати з симетрування режиму.

Розглянемо реалізацію другого підходу. Алгоритм можна рекомендувати для випадків, коли потужності БСК СП пріоритетно

використовуються для компенсації реактивних навантажень. При цьому забезпечується генерація реактивної потужності необхідної величини і максимально можливий (за даних умов) ефект від симетрування електричного режиму. Основні ідеї алгоритму такі.

1) Визначається вектор керування СП, виходячи з міркувань симетрування електричного режиму –  $\mathbf{X}_1^{\text{СП}}$ .

2) При наявності симетричних елементів СП, що залишаються після відбору секцій для вмикання на кроці 1, визначається вектор керування для них –  $\mathbf{X}_2^{\text{СП}}$ , інакше виконується перехід до кроку 3.

3) Розглядаються можливі увімкнення окремих секцій, рішення для яких не прийнято за кроками 1 і 2, для забезпечення основної вимоги – отримання необхідної реактивної потужності СП. В результаті формується вектор  $\mathbf{X}_3^{\text{СП}}$ , який дозволяє забезпечити необхідний рівень компенсації реактивної потужності за умови мінімуму несиметрії напруг.

Остаточний вектор, що приймається до реалізації –  $\mathbf{X}^{\text{СП}}$ , визначається як

$$\mathbf{X}^{\text{СП}} = \mathbf{X}_1^{\text{СП}} + \mathbf{X}_2^{\text{СП}} + \mathbf{X}_3^{\text{СП}}. \quad (3.14)$$

Можливі ситуації, коли розрахунки вектора керування припиняються на проміжних кроках (першому або другому) в разі, якщо вимога з компенсації реактивної потужності забезпечена. Це вимагає наявності математичних моделей для розрахунку векторів  $\mathbf{X}_1^{\text{СП}}$ ,  $\mathbf{X}_2^{\text{СП}}$  та  $\mathbf{X}_3^{\text{СП}}$ . Блок-схема алгоритму, який реалізує удосконалений підхід, наведена на рис. 3.6.

**3.5.2 Математичні моделі керування несиметрією режиму у разі пріоритетного використання СП для компенсації реактивних навантажень.** Вектор керування можна знаходити за алгоритмом (рис. 3.6), який охоплює всі можливі випадки використання потужності БСК СП. Симетрування навантажень за будь-яких обставин доцільно здійснювати, забезпечуючи максимальний симетруючий ефект.

Складова вектора керування  $\mathbf{X}_1^{\text{СП}}$  розмірністю  $n \times 1$ , кожен елемент  $x_i$  якого описує стан  $i$ -ої секції, визначається з міркувань симетрування електричного режиму. Для розрахунку  $\mathbf{X}_1^{\text{СП}}$ , згідно з алгоритмом, наведеним на рис. 3.6, можна скористатись нижчевказаною математичною моделлю, де під  $Q_{\text{доп}}$  тут і далі потрібно розуміти значення реактивної потужності, що її необхідно забезпечити за допомогою СП.

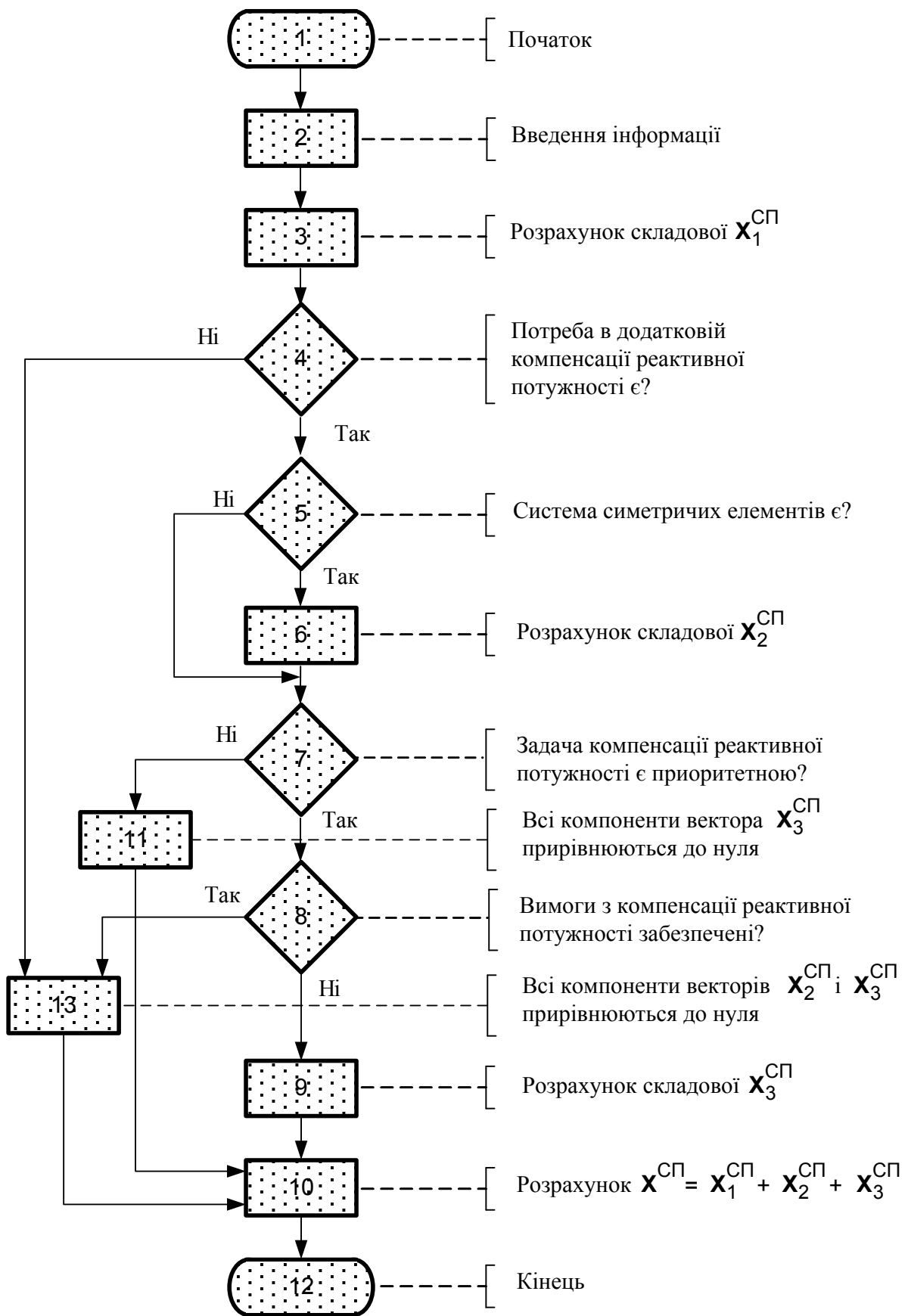


Рисунок 3.6 – Блок-схема алгоритму розрахунку вектора керування  $X^{СП}$

$$\left\{ \begin{array}{l} \left| \operatorname{Re} \dot{I}_2 + \sum_{i=1}^n c_i x_i + j \left( \operatorname{Im} \dot{I}_2 + \sum_{i=1}^n d_i x_i \right) \right| \rightarrow \min \\ Q' - \sum_{i=1}^n \Delta Q_i x_i \geq Q_{\text{доп}} \\ x_i + \bar{x}_i = 1, \quad i = 1, 2, \dots, n \\ x_i; \bar{x}_i \in \{1, 0\}, \end{array} \right. \quad (3.15)$$

де  $\dot{I}_2$  – вихідне значення вектора струму зворотної послідовності у лінії живлення (при умові вимкнених секцій СП);

$Q'$  – вихідне значення реактивної потужності по вузлу навантаження;

$c_i; d_i$  – дійсна та уявна частини вектора струму зворотної послідовності, яка створюється при ввімкненні  $i$ -ої секції СП;

$Q_{\text{доп}}$  – допустиме значення реактивної потужності в живильній лінії;

$\Delta Q_i$  – потужність  $i$ -ої секції СП;

$n$  – загальна кількість секцій СП;

$x_i$  – керувана змінна; якщо  $x_i$  за результатами розрахунків дорівнює 1, то  $i$ -ту секцію СП необхідно ввімкнути, а якщо дорівнює 0, то навпаки – не вмикати;

$\bar{x}_i$  – фіктивна змінна, яка фізичного змісту не має.

Математична модель (3.15) передбачає знаходження таких значень для елементів вектора  $\mathbf{X}_1^{\text{СП}}$ , реалізація якого забезпечить мінімум модуля струму зворотної послідовності в лінії живлення. Обмеження на реактивну потужність позначається на кінцевому результаті лише тоді, коли можливе отримання недопустимого результату за реактивною потужністю в лінії живлення.

Розрахунок складової  $\mathbf{X}_2^{\text{СП}}$  можна здійснити за математичною моделлю

$$\left\{ \begin{array}{l} Q_{\text{н}} - 3 \sum_{i=1}^m \Delta Q_i y_i \rightarrow \min \\ y_i + \bar{y}_i = 1, \quad i = 1, 2, \dots, m \\ Q_{\text{н}} - 3 \sum_{i=1}^m \Delta Q_i y_i \geq Q_{\text{доп}} \\ y_i, \bar{y}_i \in \{1, 0\}, \end{array} \right. \quad (3.16)$$

де  $Q_H$  – значення реактивної потужності, що споживається груповим несиметричним навантаженням із врахуванням компенсувального ефекту за реактивною потужністю в результаті реалізації вектора  $\mathbf{X}_1^{СП}$ ;

$\Delta Q_i$  – потужність секцій СП, які входять до  $i$ -го симетричного елемента;

$m$  – загальна кількість симетричних елементів, керівне рішення для яких треба прийняти;

$u_i$  – елемент вектора керування стосовно симетричних елементів СП, якщо  $u_i=1$ , то відповідний симетричний елемент необхідно ввімкнути, а якщо  $u_i=0$ , то навпаки;

$\bar{u}_i$  – змінна, пов'язана з  $u_i$  так, що якщо  $u_i=1$ , то  $\bar{u}_i=0$  і навпаки.

Вектор керування  $\mathbf{Y}$  розмірністю  $(m \times 1)$ , елементами якого є змінні  $u_i$ , знаходиться у певній відповідності з  $\mathbf{X}_2^{СП}$ , розмірність якого  $(n \times 1)$ , що дає можливість сформулювати алгоритм визначення значень для елементів  $\mathbf{X}_2^{СП}$ .

Математична модель (3.16) забезпечує компенсацію реактивної потужності до значення  $Q_{доп}$  (при достатній сумарній потужності симетричних елементів). Точність наближення до  $Q_{доп}$  визначається зоною нечутливості системи симетричних елементів СП, що утворилися на момент прийняття керівного рішення.

Якщо використання системи симетричних елементів не забезпечує необхідне  $Q_{доп}$ , то, зважаючи на пріоритетність задачі компенсації реактивних навантажень, потрібно приймати рішення про ввімкнення секцій з числа тих, що залишилися.

Провести розрахунок вектора  $\mathbf{X}_3^{СП}$ , який забезпечить необхідний результат з компенсації реактивних навантажень з найменшим відхиленням від оптимуму критеріальної функції математичної моделі (3.15), можна за моделлю

$$\left\{ \begin{array}{l} \left| \operatorname{Re} \dot{I}_2(\mathbf{X}_1^{СП} + \mathbf{X}_2^{СП}) + \sum_{i=1}^{\tau} c_i z_i + j \left( \operatorname{Im} \dot{I}_2(\mathbf{X}_1^{СП} + \mathbf{X}_2^{СП}) + \sum_{i=1}^{\tau} d_i z_i \right) \right| \rightarrow \min \\ \sum_{i=1}^{\tau} \Delta Q_i z_i \geq Q_d - Q^{СП}(\mathbf{X}_1^{СП} + \mathbf{X}_2^{СП}) \\ z_i + \bar{z}_i = 1, \quad i = 1, 2, \dots, \tau \\ z_i; \bar{z}_i \in \{1, 0\}, \end{array} \right. \quad (3.17)$$

де  $I_2(\mathbf{X}_1^{\text{СП}} + \mathbf{X}_2^{\text{СП}})$  – вектор струму зворотної послідовності за умови реалізації вектора  $\mathbf{X}_1^{\text{СП}} + \mathbf{X}_2^{\text{СП}}$ ;

$\tau$  – загальна кількість секцій СП, можливих до ввімкнення (кількість секцій, щодо яких не прийняті рішення за результатами попередніх розрахунків);

$z_i$  – елемент вектора  $\mathbf{Z}$ , що описує стан відповідної секції СП із числа тих, що залишилися невимкнутими за результатами розрахунку векторів  $\mathbf{X}_1^{\text{СП}}$  та  $\mathbf{X}_2^{\text{СП}}$ ;

$\bar{z}_i$  – фіктивна змінна, пов'язана з  $z_i$  так, що якщо  $z_i = 1$ , то  $\bar{z}_i = 0$  і навпаки, та яка є елементом вектора  $\bar{\mathbf{Z}}$ ;

$Q_d$  – реактивна потужність, яку має мати СП для забезпечення необхідного ефекту з компенсації реактивних навантажень  $Q_{\text{доп}}$ ;

$Q^{\text{СП}}(\mathbf{X}_1^{\text{СП}} + \mathbf{X}_2^{\text{СП}})$  – потужність СП, що відповідає вектору  $\mathbf{X}_1^{\text{СП}} + \mathbf{X}_2^{\text{СП}}$ .

Перше обмеження математичної моделі встановлює вимогу на реактивну потужність СП, яка має бути не меншою від тієї, що необхідна для забезпечення встановленої вимоги до реактивних навантажень вузла. Цільова функція описує модуль струму зворотної послідовності, мінімум якого потрібно забезпечити.

Приймаючи керівне рішення за математичною моделлю (3.17), завжди можна забезпечити необхідний ефект з компенсації реактивної потужності крім випадку, коли  $Q_d > Q_{\text{вст}}^{\text{СП}}$ .

Для реалізації моделі (3.17) необхідно провести правильне формування векторів  $\mathbf{Z}$  та  $\bar{\mathbf{Z}}$ . Вектор  $\mathbf{Z}$  описує стан тих секцій СП, які не визначені для ввімкнення за результатами розрахунку  $\mathbf{X}_1^{\text{СП}}$  та  $\mathbf{X}_2^{\text{СП}}$ . Процес формування як векторів  $\mathbf{Z}$  та  $\bar{\mathbf{Z}}$ , так і вектора  $\mathbf{X}_3^{\text{СП}}$  можна алгоритмізувати.

**ПРИКЛАД 3.3.** Електричний режим в лінії 0,4 кВ, яка живить групу несиметричних електроприймачів, характеризується параметрами:

$$\begin{aligned} I_A &= 127,8 \text{ А}; \quad \cos \varphi_A = 0,756; \\ I_B &= 146,7 \text{ А}; \quad \cos \varphi_B = 0,578; \\ I_C &= 189,3 \text{ А}; \quad \cos \varphi_C = 0,845. \end{aligned}$$

До вузла навантаження приєднано СП з такими параметрами секцій щодо напруг трифазної системи (табл. 3.5).



Таблиця 3.5 – Технічні характеристики СП

Параметри секцій, які під'єднуються до напруги $U_{AB}$		Параметри секцій, які під'єднуються до напруги $U_{BC}$		Параметри секцій, які під'єднуються до напруги $U_{CA}$	
№ секції, $i$	$\Delta Q_i$ , квар	№ секції, $i$	$\Delta Q_i$ , квар	№ секції, $i$	$\Delta Q_i$ , квар
1	5	6	5	11	5
2	5	7	5	12	5
3	5	8	5	13	5
4	5	9	5	14	5
5	5	10	5	15	5

Даний режим характеризується споживанням реактивної потужності,  $\Delta Q' = 66,89$  квар, і струмами в координатах симетричних складових:

- струм прямої послідовності,  $\dot{I}_1 = 150e^{-j45^\circ}$  А;
- струм зворотної послідовності,  $\dot{I}_2 = 18e^{-j45^\circ}$  А;
- струм нульової послідовності,  $\dot{I}_0 = 42e^{-j109,5^\circ}$  А.

Знайти вектор керування, який забезпечує компенсацію реактивних навантажень 65 квар. Рішення прийняти, виходячи з пріоритетного використання потужності СП для компенсації реактивної потужності

РОЗВ'ЯЗАННЯ. I. Розрахунок вектора  $\mathbf{X}_1^{СП}$ .

Математична модель (3.15) в числовому вигляді для умов даного прикладу може бути записана так:

$$\left\{ \begin{array}{l} |4,66 + (-6,58 \ -6,58 \ -6,58 \ -6,58 \ -6,58 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \\ 6,58 \ 6,58 \ 6,58 \ 6,58 \ 6,58) \mathbf{X}_1^{СП} + j[-17,39 + (3,92 \ 3,92 \ 3,92 \\ 3,92 \ 3,92 \ -7,83 \ -7,83 \ -7,83 \ -7,83 \ -7,83 \ 3,92 \ 3,92 \ 3,92 \\ 3,92 \ 3,92) \mathbf{X}_1^{СП}]| \rightarrow \min \\ 66,89 - (5 \ 5 \ 5 \ 5 \ 5 \ 5 \ 5 \ 5 \ 5 \ 5 \ 5 \ 5 \ 5 \ 5 \ 5) \mathbf{X}_1^{СП} \geq 0 \\ \mathbf{X}_1^{СП} + \bar{\mathbf{X}}_1^{СП} = \mathbf{n} \\ x_i; \bar{x}_i \in \{1, 0\}, \end{array} \right.$$

де  $(\mathbf{X}_1^{СП})^T = (x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6 \ x_7 \ x_8 \ x_9 \ x_{10} \ x_{11} \ x_{12} \ x_{13} \ x_{14} \ x_{15})$ ;

$\mathbf{n}$  – одинична матриця розмірністю  $(15 \times 1)$ .

Результати розв'язування за ітераціями наведені в табл. 3.6.

Таблиця 3.6 – Результати розрахунку  $\mathbf{X}_1^{\text{СП}}$ , отримані за окремими ітераціями

Ітерація	Вектор керування $\mathbf{X}_1^{\text{СП}}$	Струм $I_2$ в лінії живлення, А	Споживана реактивна потужність, квар
Вихідний режим	$(\mathbf{X}_1^{\text{СП}})_0^T = (0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0)$	18,0	66,89
1	$(\mathbf{X}_1^{\text{СП}})_1^T = (1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0)$	13,6	61,89
2	$(\mathbf{X}_1^{\text{СП}})_2^T = (1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0)$	10,62	56,89
3	$(\mathbf{X}_1^{\text{СП}})_3^T = (1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0)$	5,94	51,89
4	$(\mathbf{X}_1^{\text{СП}})_4^T = (1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0)$	4,96	46,89
5	$(\mathbf{X}_1^{\text{СП}})_5^T = (1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0)$	2,92	41,89

Отримані результати свідчать, що для умов наведеного прикладу, маючи СП зазначених параметрів, можна досягти ефективного симетрування струмів, але, оскільки результати розрахунку  $\mathbf{X}_1^{\text{СП}}$  не забезпечують необхідних умов з компенсації реактивних навантажень, відповідно до алгоритму (рис. 3.6) виконаємо розрахунок вектора  $\mathbf{X}_2^{\text{СП}}$ .

## II. Розрахунок $\mathbf{X}_2^{\text{СП}}$ .

За результатами розрахунку  $\mathbf{X}_1^{\text{СП}}$  залишаються незадіяними два симетричних елементи, ввімкнення яких не позначиться на досягнутому ефекті з симетрування режиму. Перший симетричний елемент утворюють секції № 4; № 9 та № 14, а другий – № 5; № 10 та № 15.

Математична модель (3.16) в числовому вигляді може бути записана так:

$$\begin{cases} 41,89 - 3(5 \ 5)\mathbf{Y} \rightarrow \min \\ \mathbf{Y} + \bar{\mathbf{Y}} = \mathbf{n} \\ 41,89 - 3(5 \ 5)\mathbf{Y} \geq 0 \\ y_i; \bar{y}_i \in \{1, 0\}, \end{cases}$$

де  $\mathbf{Y}^T = (y_1 \ y_2)$  – вектор керування симетричними елементами СП;

$\mathbf{n}$  – одинична матриця розмірністю  $(2 \times 1)$ .

Розв'язком задачі є вектор  $\mathbf{Y}^T = (1 \ 1)$ , реалізація якого забезпечить реактивну потужність споживання 11,89 квар.

Вектор керування  $\mathbf{Y}$  знаходиться у певній відповідності з вектором  $\mathbf{X}_2^{\text{сп}}$ , скориставшись якою можна вказати на значення вектора  $\mathbf{X}_2^{\text{сп}}$

$$\left(\mathbf{X}_2^{\text{сп}}\right)^T = (0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1).$$

Використання симетричних елементів СП не дозволяє забезпечити вимогу з компенсації реактивних навантажень.

III Розрахунок  $\mathbf{X}_3^{\text{сп}}$ .

Математична модель (3.5) в числовому вигляді запишеться так:

$$\begin{cases} \left| -1,92 + (0 \ 0 \ 0 \ 6,58)\mathbf{Z} + j[2,21 + (-7,83 \ -7,83 \ -7,83 \ 9,92)\mathbf{Z}] \right| \rightarrow \min \\ (5 \ 5 \ 5 \ 5)\mathbf{Z} \geq 65 - 55 \\ \mathbf{Z} + \bar{\mathbf{Z}} = \mathbf{n} \\ z_i, \bar{z}_i \in \{1, 0\}. \end{cases}$$

Результати, отримані за ітераціями, наведені в табл. 3.7.

Таблиця 3.7 – Результати розрахунку  $\mathbf{X}_3^{\text{сп}}$ , отримані за окремими ітераціями

Ітерація	Вектор керування $\mathbf{X}_3^{\text{сп}}$	Струм $I_2$ в лінії живлення, А	Споживана реактивна потужність, квар
Вихідний режим	$\left(\mathbf{X}_3^{\text{сп}}\right)_0^T = (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)$	2,92	11,89
1	$\left(\mathbf{X}_3^{\text{сп}}\right)_1^T = (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)$	5,93	6,89
2	$\left(\mathbf{X}_3^{\text{сп}}\right)_2^T = (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0)$	4,96	1,89

Вектор керування, який забезпечує необхідний степінь компенсації реактивної потужності при мінімальному (за цієї умови) струмі зворотної послідовності в лінії живлення, становить:

$$\mathbf{X}^{\text{сп}} = \mathbf{X}_1^{\text{сп}} + \mathbf{X}_2^{\text{сп}} + \mathbf{X}_3^{\text{сп}} = (1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1).$$

Для порівняння в табл. 3.8 наведені результати, отримані для умов прикладу за розглянутим алгоритмом (метод 1) та за методом жорсткого пріоритету (метод 2).

Таблиця 3.8 – Кінцеві результати за методами 1 та 2.

Метод розрахунку	Вектор керування $(\mathbf{X}^{\text{сп}})^T$	Струм $I_2$ в лінії живлення, А	Реактивна потужність, що компенсується, квар
Метод 1	(1 1 1 1 1 1 0 0 1 1 1 1 1 1 1)	4,96	65
Метод 2	(1 1 1 1 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0)	25,64	65

### Завдання для самостійної роботи

1. Зміст показника якості, за яким здійснюється керування реактивною потужністю в системі електропостачання.

2. В рамках яких обмежень необхідно приймати рішення з компенсації реактивної потужності в режимі мінімальних навантажень в енергосистемі?

3. Подайте перелік взаємопов'язаних задач, що їх слід вирішувати при керуванні реактивною потужністю.

4. Як визначити оптимальний вектор керування реактивною потужністю, задовольняючи вимоги енергосистеми щодо її споживання? Якого змісту можуть бути інші обмеження при керуванні реактивною потужністю?

5. Обґрунтуйте можливі критерії керування реактивною потужністю, виходячи з сучасних директивних вимог.

6. Запропонуйте ідею методики для обчислення економічної ефективності системи керування реактивною потужністю. Яку інформацію потрібно зібрати, щоб виконати розрахунки за цією методикою? Як організувати та провести необхідні експериментальні дослідження?

7. Яким чином забезпечується технологічний процес при виробництві електродної продукції?

8. Як в технологічному процесі виготовлення електродної продукції використовуються БСК ЕПУ?

9. Чим обмежується максимальна напруга на технологічній БСК ЕПУ?

10. Спробуйте навести приклади, коли ефективність використання діючих БСК можна поліпшити. Яким чином це можна зробити?

11. Наведіть свої міркування щодо формування цільових функцій математичних моделей (3.12)–(3.13).

12. Який міст змінних в математичних моделях (3.12)–(3.13)?

13. З якої причини виникає практичний інтерес щодо трудоємності розрахування вектора керування за різними математичними методами?

14. Які етапи розрахування вектора керування реактивним навантаженням у разі, якщо використовуються потужності СП?

**Тест 1.** Якщо керування реактивним навантаженням виконується за допомогою БСК, то зміст керованої змінної в математичній моделі ...

Варіанти відповідей.

1 – це потужність секції, що має бути ввімкненою;

2 – описує стан  $i$ -ої секції БСК, якщо  $x_i=1$ , то  $i$ -ту секцію БСК потрібно вимкнути, а якщо  $x_i=0$ , то  $i$ -ту секцію БСК потрібно ввімкнути;

3 – описує стан  $i$ -ої секції БСК, якщо  $x_i=1$ , то  $i$ -ту секцію БСК потрібно ввімкнути, а якщо  $x_i=0$ , то  $i$ -ту секцію БСК потрібно вимкнути;

4 – це номер секції для ввімкнення відповідно до прийнятого позначення всіх секцій БСК;

5 – це номер секції для вимкнення відповідно до прийнятого позначення всіх секцій БСК.

**Тест 2.** Математична модель керування реактивним навантаженням забезпечує ...

Варіанти відповідей.

1 – мінімум реактивних навантажень за умови мінімуму комутацій секцій БСК;

2 – мінімум втрат активної енергії;

3 – мінімум втрат активної енергії від передачі реактивних навантажень;

4 – мінімум втрат активної енергії від передачі реактивних навантажень за умови мінімуму комутацій секцій БСК;

5 – мінімум втрат активної потужності від передачі реактивного навантаження за умови мінімуму комутацій секцій БСК.

**Тест 3.** Потужність БСК ЕПУ можна регулювати шляхом ...

Варіанти відповідей.

1 – зміни напруги на БСК, перемикаючи регулювальні відгалуження компенсаційного трансформатора  $T_2$ ;

2 – перемиканням регулювальних відгалужень пічного трансформатора  $T_1$ ;

- 3 – комутацією окремих секцій БСК;
- 4 – за допомогою тиристорного керувального пристрою;
- 5 – перемиканням регулювальних відгалужень компенсаційного трансформатора  $T_2$ .

### **Література до розділу 3**

1. Методика обчислення плати за перетікання реактивної електроенергії між електропередавальною організацією та її споживачами. Затверджено Наказом Міністерства палива та енергетики України 17 січня 2002 р. № 19. Режим доступу : <http://www.e-meter.info/re/19.php>.

2. Рогальский Б. С. Проблеми енергозбереження. Зниження втрат електроенергії в електричних мережах / Рогальский Б. С. – Вінниця : ВДТУ, 1996. – 112 с.

## 4 ЗАДАЧІ ОПТИМІЗАЦІЇ ЕЛЕКТРОСПОЖИВАННЯ В УМОВАХ ДЕФІЦИТУ ПОТУЖНОСТІ СИСТЕМ ЖИВЛЕННЯ

### 4.1 Загальні положення

Графіки навантаження енергосистеми нерівномірні і формуються з графіків споживачів електроенергії, серед яких є промислові підприємства. Енергосистема має забезпечити покриття графіка навантаження споживачів зі всіма його «піками». Покриття нерівномірностей графіка навантаження пов'язане зі значними витратами на будівництво додаткових генерувальних агрегатів та електростанцій, зі збільшенням витрат палива та експлуатаційних затрат. Тому проблема вирівнювання графіка навантаження (з економічного погляду) завжди буде важливою для енергетичного виробництва будь-якої країни. Вирішують її, в основному, такими шляхами.

1. *Об'єднанням енергосистем.* Згладжування графіків навантаження досягається за рахунок різниць в часовому поясі, кліматі, структурі споживачів. Оскільки рішення приймаються на більш високих рівнях, ніж промислове підприємство, цю можливість детально розглядати не будемо.

2. *Організаційні заходи.* Зсув часу початку та закінчення обідньої перерви та робочої зміни на підприємстві, впровадження нічної зміни для енергоємного обладнання, що працює в переривчастому режимі, введення різних вихідних днів для окремих підрозділів підприємства.

3. *Синтез графіка навантаження підприємства з необхідними характеристиками.* Досягти необхідних характеристик можна за рахунок зміни технологічного режиму роботи електроприймачів (робота зі зниженою потужністю, збільшення тривалості технологічного циклу тощо) та часу роботи окремих енергоємних споживачів. Перераховані можливості в деяких випадках призводять до збитків на підприємстві, є суто індивідуальні для різних виробництв, оскільки пов'язані з технологією. Синтезувати оптимальний груповий графік навантаження можна також за рахунок певного порядку ввімкнення окремих електроприймачів у їх групі. Цей шлях не пов'язаний з особливостями технології виробництва.

На промислових підприємствах прагнуть досягти такого графіка навантажень, щоб вартість спожитої енергії була мінімальною. Іноді, коли максимуми навантажень енергосистеми та підприємства збігаються в часі, бажаної мети можна досягти, забезпечивши рівномірний графік навантажень підприємства. Для цього, насамперед, використовуються можливості, які не порушують технологічний процес та дозволяють виконати планові завдання (не призводять до збитків на підприємстві). В разі повного використання таких можливостей, за необхідності, вдаються до засобів, які пов'язані з деякими збитками. Але і при цьому має місце

оптимізаційна задача керування, тому що різним розв'язкам відповідає різний рівень збитків.

*4. Використання підприємств-регуляторів.* До числа таких виробництв відносять, перш за все, енергоємні та високоавтоматизовані підприємства, які можуть забезпечити суттєве зниження піків навантаження в енергосистемі. В цьому випадку в разі виникнення дефіциту потужності диспетчер енергопостачальної компанії в директивному порядку зобов'язує енергодиспетчера підприємства знизити потужність на певну величину. Розпорядження має бути безумовно виконане, а можливих варіантів для його виконання досить багато.

Для підприємств-регуляторів одночасно мають місце задачі оптимального синтезу графіка навантаження та знаходження оптимального рішення для виконання вимоги енергосистеми щодо зниження потужності. Ці задачі, як правило, вирішуються незалежно одна від одної.

## **4.2 Синтез оптимального графіка навантажень**

Розглянемо, як можна синтезувати (сформувані) груповий графік  $P(t)$ , не впливаючи на хід графіків індивідуальних, тобто, не змінюючи технологічного процесу. Таку задачу неможливо вирішити, не маючи критерію ефективності.

**4.2.1 Критерії оцінювання нерівномірності групового графіка навантажень.** Груповий графік навантажень формується шляхом накладання індивідуальних графіків, хід яких обумовлюється технологічним процесом:

$$P(t) = \sum_{i=1}^m p_i(t),$$

де  $P(t)$  – груповий графік навантаження;

$p_i(t)$  – індивідуальний графік навантаження для  $i$ -го електроприймача;

$m$  – загальна кількість електроприймачів, які формують груповий графік навантаження.

В термінах теорії ймовірності графіки навантаження є випадковими процесами. Подамо випадкові процеси  $P(t)$  та  $p_i(t)$  як послідовності випадкових величин  $P$  та  $p_i$ . Для задачі, що розглядається, визначимо такі параметри розподілу зазначених величин, як середні їх значення (математичні сподівання  $M(P)$  та  $M(p_i)$ ) та кількісні характеристики їх розкиду відносно середнього значення (дисперсії  $D(P)$  та  $D(p_i)$ ).

Математичне сподівання для випадкової величини  $p_i$  визначається так:



$$M(p_i) = \frac{\sum_{j=1}^n (p_i)_j}{n},$$

де  $n$  – загальна кількість спостережень величини  $p_i$ .

Математичне сподівання для величини  $P$  можна виразити через математичні сподівання її складових:

$$M(P) = \sum_{i=1}^m M(p_i).$$

Нерівномірність графіка навантаження прийнято оцінювати коефіцієнтом форми графіка, але ще одним із показників його нерівномірності може бути дисперсія. Маючи необхідний статистичний матеріал, дисперсію випадкової величини  $p_i$  можна розрахувати так:

$$D(p_i) = \frac{\sum_{j=1}^n [(p_i)_j - M(p_i)]^2}{n}.$$

Значення дисперсії величини  $P$  через відповідні параметри системи випадкових величин  $p_i$  запишеться так:

$$D(P) = \sum_i D(p_i) + 2 \sum_{i < s} K_{is},$$

де  $K_{is}$  – кореляційний момент випадкових величин  $p_i$  та  $p_s$ , який розраховується за формулою

$$K_{is} = \frac{\sum_{j=1}^n [(p_i)_j - M(p_i)] [(p_s)_j - M(p_s)]}{n};$$

$$\sum_{i < s} K_{is} = K_{12} + K_{13} + K_{23} + K_{14} + K_{24} + K_{34} + \dots + K_{1m} + K_{2m} + \dots + K_{(m-1)m}.$$

Вплинути на значення дисперсії  $D(p_i)$  можливо, тільки змінивши хід індивідуального графіка, що практично можна здійснити, лише змінивши технологічний процес. Тому, згідно з умовою задачі  $D(p_i)$  будемо вважати

сталою величиною. Для того, щоб зробити висновки щодо другої складової, розглянемо приклад.

ПРИКЛАД 4.1. Груповий графік навантаження формується двома електроприймачами, які під'єднані до мережі за схемою, наведеною на рис. 4.1, та мають індивідуальні графіки  $p_1(t)$  та  $p_2(t)$  (рис. 4.1, б). Графіки  $p_1(t)$  та  $p_2(t)$  можуть мати варіанти зсуву в часі (рис. 4.1, в).

Значення  $p_1(t)$  та  $p_2(t)$  для ряду перерізів часу  $t_i$  наведені в табл. 4.1 для двох варіантів.

Зробити обчислення  $D(P)$  для групових графіків навантаження, які формуються у випадку варіантів 1 та 2.

Таблиця 4.1 – Індивідуальні графіки навантаження

Перерізи часу	Варіант 1		Варіант 2	
	$p_1(t)$ , кВт	$p_2(t)$ , кВт	$p_1(t)$ , кВт	$p_2(t)$ , кВт
$t_1$	10	0	10	20
$t_2$	20	20	20	30
$t_3$	30	30	30	0

РОЗВ'ЯЗАННЯ. 1. Дисперсії випадкових величин  $p_1$  та  $p_2$

$$D(p_1) = 66,6 \text{ кВт}^2; \quad D(p_2) = 155,55 \text{ кВт}^2.$$

2. Кореляційні моменти, відповідно, для варіантів 1 та 2

$$K_{12} = - 11,06 \text{ кВт}^2; \quad K_{12} = - 66,66 \text{ кВт}^2.$$

3. Дисперсії групових графіків навантаження, що отримуються в 1 та 2 варіантах,

$$D(P) = 66,6 + 155,55 - 2 \times 11,06 = 200 \text{ кВт}^2;$$

$$D(P) = 66,6 + 155,55 - 2 \times 66,66 = 88,83 \text{ кВт}^2.$$

З результатів, одержаних в прикладі 4.1, видно, що отримані значення дисперсії, а, отже, і нерівномірність отриманих групових графіків за варіантами 1 та 2 – різні. Відмінність результатів пояснюється різними значеннями кореляційних моментів випадкових величин потужностей  $p_1$  та  $p_2$ , які залежать від відносного зсуву в часі між індивідуальними графіками навантаження. Такий висновок можна поширити на будь-яку кількість індивідуальних графіків. Таким чином, задача синтезу групового графіка навантаження є оптимізаційною, оскільки, змінюючи відносний зсув в часі між індивідуальними графіками, можна варіювати нерівномірність групового. Критерієм для пошуку оптимального зсуву між графіками є сума  $\sum_{i < s} K_{is}$ , для якої необхідно забезпечити мінімальне значення.

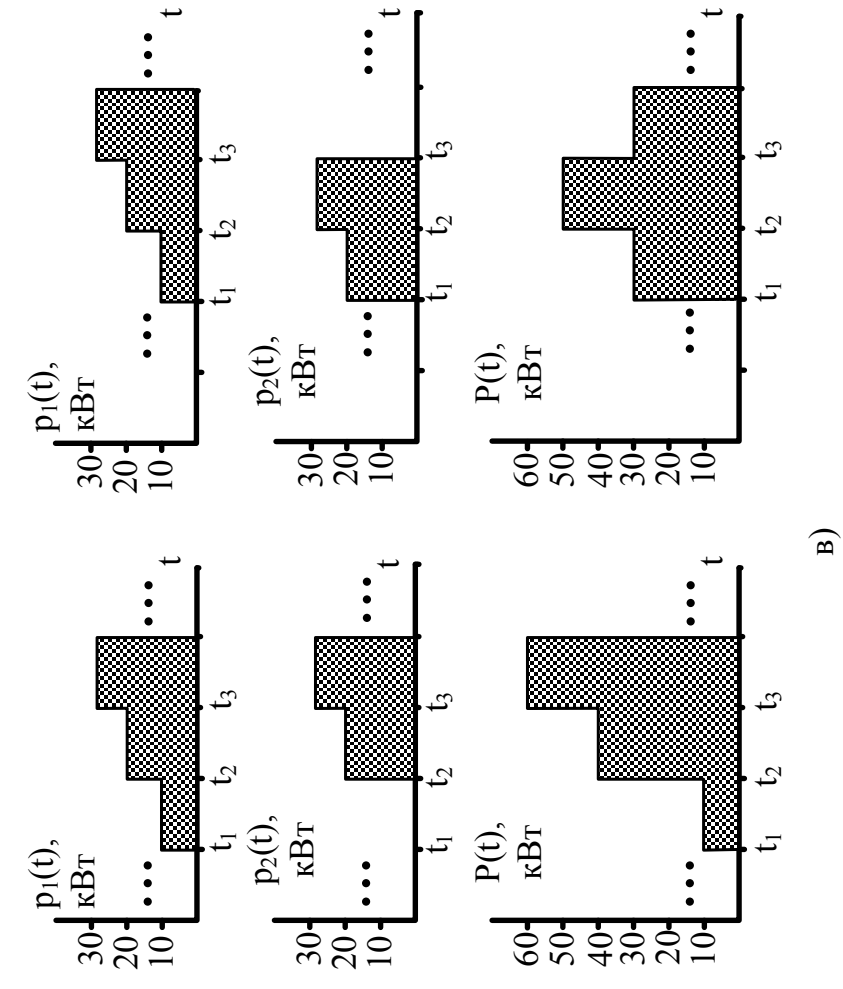
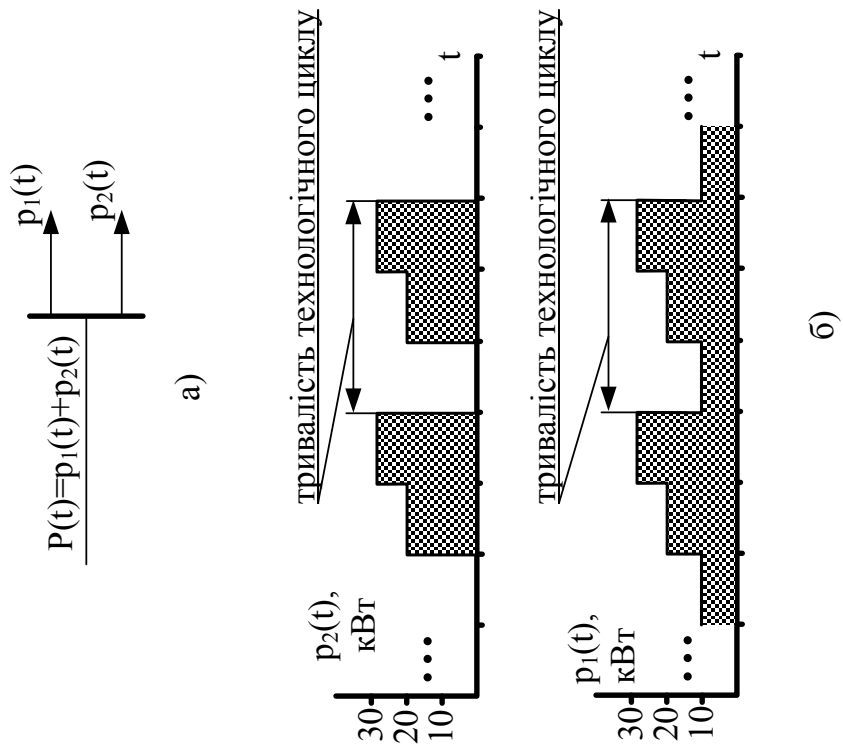


Рисунок 4.1 – Варіанти синтезу групового графіка навантажень  $P(t)$ :

а) – спрощена схема під'єднань навантажень;

б) – індивідуальні графіки навантажень  $p_1(t)$  та  $p_2(t)$ ;

в) – варіанти формування групового графіка  $P(t)$  на тривалості технологічного циклу

**4.2.2 Розрахунки оптимальних зсувів для індивідуальних графіків навантаження.** Розв'язування задачі синтезу оптимального групового графіка навантаження будемо виконувати за схемою методу динамічного програмування, який призначений для розв'язування багатоетапних оптимізаційних задач. Суть методу полягає в розбитті складної задачі на послідовність етапів, для кожного з яких розв'язується задача меншої розмірності. На кожному етапі розв'язування задачі має бути знайденим умовно оптимальний розв'язок – розв'язок, який забезпечує оптимальне продовження процесу оптимізації.

В даному випадку під етапом умовимося розуміти задіяння в роботу чергового електроприймача. На першому етапі визначається час зсуву в роботі між першим та другим навантаженнями, який забезпечить найменшу нерівномірність групового графіка,  $\min K_{12}$ , що формується цими двома електроприймачами. На другому етапі визначається час зсуву в роботі для третього навантаження, забезпечуючи при цьому  $\min(K_{13} + K_{23})$ . На третьому етапі –  $\min(K_{14} + K_{24} + K_{34})$ , а на останньому  $(m-1)$  етапі –  $\min(K_{1m} + K_{2m} + K_{3m} + \dots + K_{(m-1)m})$ .

Розглянемо розв'язування задачі за наявності таких припущень.

1. Груповий графік навантажень формується групою однакових індивідуальних. Внаслідок цього груповий графік буде таким, що за час, який дорівнює тривалості технологічного циклу, буде мати місце повторювання його форми, в чому можна переконатися з рис. 4.2. Тому розглядати процес формування  $P(t)$  та оцінювати його нерівномірність можна на інтервалі часу технологічного циклу.

2. Будь-які технологічні обмеження щодо відносних зсувів індивідуальних графіків відсутні.

3. Зміна потужності електроприймача відбувається відповідно до технології за заздалегідь відомим графіком, що подається ступінчастою фігурою.

4. Задіяння в роботу навантаження може відбуватись лише в дискретні моменти часу. Крок дискретизації визначається тривалістю ступеня графіка навантаження. Тривалість ступеня позначається на кінцевому результаті, але її обґрунтування є окремою задачею, яку розглядати не будемо.

Щоб скористатись методом динамічного програмування для розв'язування задачі, потрібно розрахувати матрицю кореляційних моментів  $\mathbf{K}$ , в якій кількість рядків і стовпців дорівнює кількості ступенів індивідуального графіка навантаження  $L$ . Компоненти матриці  $\mathbf{K}$  – це кореляційні моменти, що відповідають всім можливим зсувам в часі між

двома індивідуальними графіками навантаження. Наприклад,  $k_{34}$  – це кореляційний момент двох індивідуальних графіків навантаження, якщо ступінь 4 одного суміщається зі ступенем 3 іншого.

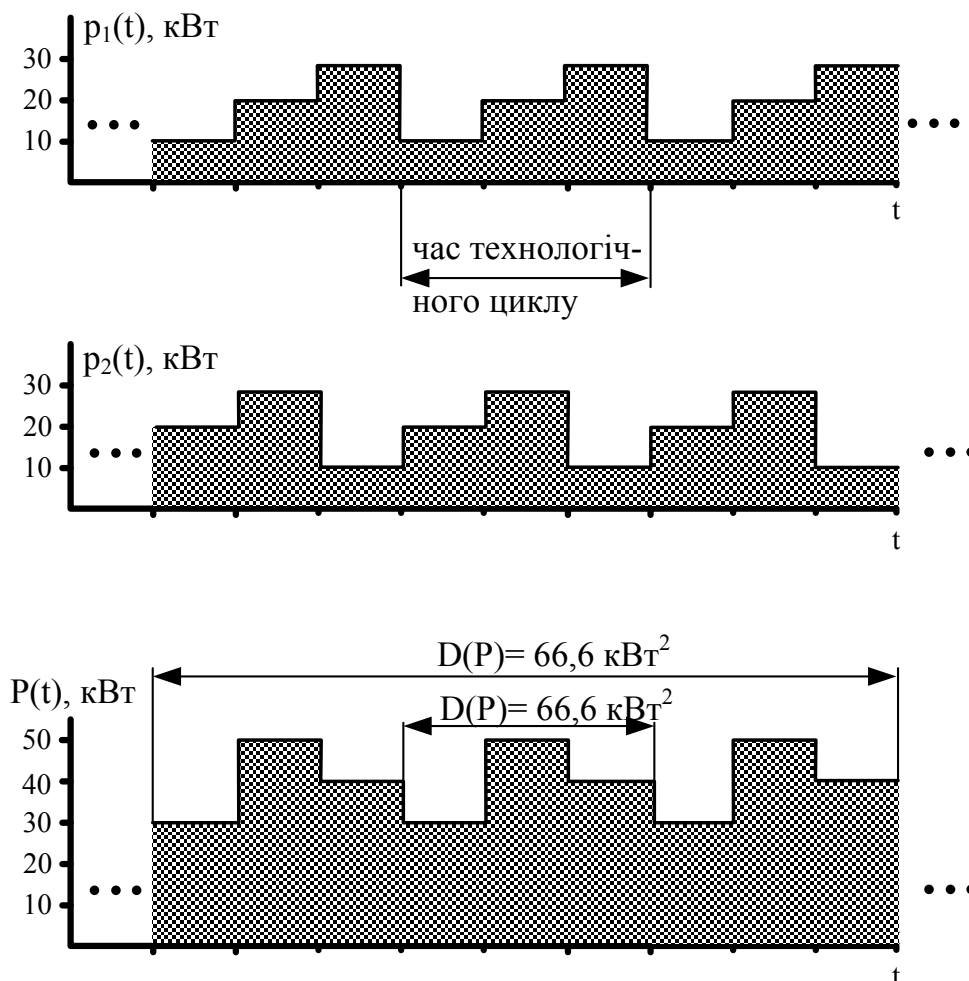


Рисунок 4.2 – Особливості формування  $P(t)$ , що створюється

Для синтезу оптимального групового графіка навантажень потрібна така зовнішня інформація:

- кількість електроприймачів, що формують груповий графік,  $m$ ;
- індивідуальний графік навантаження електроприймача,  $p_i(t)$ .

На першому етапі визначається оптимальний час зсуву в технологічних циклах між першим та другим електроприймачами. Оптимальний зсув між  $p_1(t)$  та  $p_2(t)$  можна отримати, вибравши мінімальний за значенням елемент із першого рядка матриці  $\mathbf{K}$ . Математичний запис цієї умови виглядає так:

$$f_1 = \min_{\text{по всіх } k_{1r}} K_{12} = \min \{ k_{11}, k_{12}, \dots, k_{1L} \} = k_{1v_1},$$

де  $f_1$  – показник, що оцінює розв’язок, отриманий на першому етапі розв’язування задачі;

$K_{12}$  – кореляційний момент між графіками першого та другого електроприймачів і може набувати будь-якого значення з множини  $\{k_{11}, k_{12}, \dots, k_{1r}, \dots, k_{1L}\}$ .

Отриманий розв’язок інтерпретується таким чином: груповий графік  $p_1(t) + p_2(t)$  буде характеризуватися мінімальним  $K_{12}$ , якщо ступінь  $v_1$  графіка  $p_2(t)$  сумістити зі ступенем 1 графіка  $p_1(t)$ ,  $1 \leq v_1 \leq L$ . Цього достатньо, щоб практично реалізувати оптимальний відносний зсув в часі між технологічними циклами першого та другого електроприймачів.

Аналогічно на другому етапі визначається оптимальний часовий зсув для технологічного циклу третього електроприймача (з урахуванням технічного рішення, отриманого на першому етапі розв’язування задачі).

Суть обчислювального процесу на другому етапі полягає в такому:

- перебираються всі можливі зсуви графіка  $p_3(t)$  відносно вже зорієнтованих графіків  $p_1(t)$  та  $p_2(t)$  (суміщаючи по чергово всі ступені графіка  $p_3(t)$  з першим ступенем графіка  $p_1(t)$ );
- розраховуються відповідні  $(K_{13} + K_{23})$ ;
- з множини отриманих значень вибирається мінімальне;
- номер ступеня  $p_3(t)$ , якому відповідає мінімальне  $(K_{13} + K_{23})$ , і буде рішенням про орієнтацію третього графіка відносно першого ступеня  $p_1(t)$ .

Показник  $f_2$ , що оцінює прийняті рішення за результатами другого етапу, запишеться так:

$$\begin{aligned} f_2 &= \min_{\text{по всіх } k_{1r} \text{ та } k_{2r}} (K_{13} + K_{23}) + f_1 = \\ &= \min \left\{ (k_{11} + k_{v_1,1}), (k_{12} + k_{v_1,2}), \dots, (k_{1L} + k_{v_1,L}) \right\} + f_1 = \\ &= (k_{1v_2} + k_{v_1v_2}) + f_1, \end{aligned}$$

де  $K_{13}$ ,  $K_{23}$  – кореляційні моменти, відповідно, між  $p_1(t)$ ;  $p_3(t)$  та  $p_2(t)$ ;  $p_3(t)$ .

Отриманий на другому етапі результат  $\min_{i < s} \sum K_{is} = \min(K_{12} + K_{13} + K_{23})$ , реалізується шляхом суміщення ступеня  $v_2$  графіка  $p_3(t)$  зі ступенем 1 графіка  $p_1(t)$ .

Для останнього (m-1) етапу

$$\begin{aligned}
 f_{m-1} &= \min \left( K_{13} + K_{23} + \dots + K_{(m-1)m} \right) + f_{(m-2)} = \\
 &\quad \text{по всіх } k_{1r}, k_{v_1r}, k_{v_2r}, \dots, k_{v_{(m-2)}r} \\
 &= \min \left\{ \left( k_{11} + k_{v_1 1} + k_{v_2 1} + \dots + k_{v_{(m-2)} 1} \right), \right. \\
 &\quad \left( k_{12} + k_{v_1 2} + k_{v_2 2} + \dots + k_{v_{(m-2)} 2} \right), \dots \\
 &\quad \left. \dots, \left( k_{1L} + k_{v_1 L} + k_{v_2 L} + \dots + k_{v_{(m-2)} L} \right) \right\} + f_{m-2} = \\
 &= \left( k_{1v_{(m-1)}} + k_{v_1 v_{(m-1)}} + k_{v_2 v_{(m-1)}} + \dots + k_{v_{(m-2)} v_{(m-1)}} \right) + f_{m-2}.
 \end{aligned}$$

Ступінь  $v_{(m-1)}$  графіка  $p_m(t)$  потрібно сумістити зі ступенем 1 графіка  $p_1(t)$ .

Зробивши узагальнення, можна записати рекурентні відношення методу динамічного програмування для задачі синтезу оптимального групового графіка навантажень

$$\begin{cases}
 f_1 = \min K_{12} \\
 \quad \text{по всіх } k_{1r} \\
 \text{-----} \\
 f_z = \min \left( K_{1(z+1)} + K_{2(z+1)} + \dots + K_{z(z+1)} \right) + f_{z-1}, \quad z = 2, 3, \dots, (m-1), \\
 \quad \text{по всіх } k_{1r}, k_{v_1r}, k_{v_2r}, \dots, k_{v_{(z-1)}r}
 \end{cases}$$

які дозволяють знайти оптимальні часові зсуви в роботі всіх електроприймачів, що забезпечують мінімальне значення  $\sum_{i < s} k_{is}$ .

**ПРИКЛАД 4.2.** Для групи електроприймачів з однаковими графіками навантаження синтезувати оптимальний груповий. Кількість електроприймачів у групі – 4, графік навантаження кожного на інтервалі технологічного циклу зображений на рис. 4.3, а.

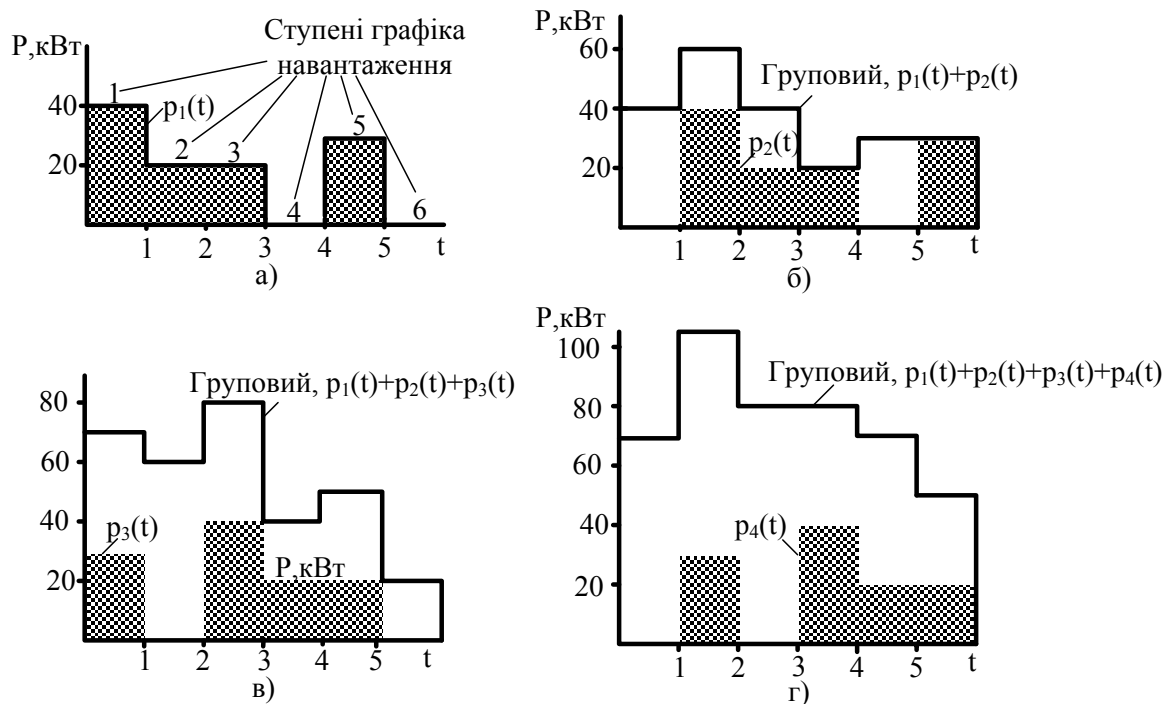


Рисунок 4.3 – Результати поетапного формування графіка навантаження:

- а – індивідуальні графіки навантажень споживачів, що формують груповий графік;
- б – груповий графік за результатами 1-го етапу;
- в – те ж, 2-го етапу;
- г – те ж, 3-го етапу або оптимальний груповий графік  $P(t)$ , сформований чотирма індивідуальними, на інтервалі часу технологічного циклу

РОЗВ’ЯЗАННЯ. 1. Запишемо можливі відносні зсуви в часі для двох графіків на інтервалі тривалості технологічного циклу.

Відносне положення графіка $p_2(t)$	Потужності навантажень $p_2(t)$ , кВт					
Графіки $p_1(t)$ та $p_2(t)$ суміщені	40	20	20	0	30	0
Зсув графіка $p_2(t)$ на тривалість першого ступеня	0	40	20	20	0	30
Те ж, на тривалість 2-х ступенів	30	0	40	20	20	0
Те ж, на тривалість 3-х ступенів	0	30	0	40	20	20
Те ж, на тривалість 4-х ступенів	20	0	30	0	40	20
Те ж, на тривалість 5-и ступенів	20	20	0	30	0	40



2. Розрахуємо компоненти матриці кореляційних моментів:

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} 213,88 & -136,1 & 97,21 & -136,1 & 97,21 & -136,1 \\ -136,1 & 213,88 & -136,1 & 97,21 & -136,1 & 97,21 \\ 97,21 & -136,1 & 213,88 & -136,1 & 97,21 & -136,1 \\ -136,1 & 97,21 & -136,1 & 213,88 & -136,1 & 97,21 \\ 97,21 & -136,1 & 97,21 & -136,1 & 213,88 & -136,1 \\ -136,1 & 97,21 & -136,1 & 97,21 & -136,1 & 213,88 \end{pmatrix}.$$

3. Виконаємо розрахунок першого етапу

$$f_1 = \min\{213,88, -136,1, 97,21, -136,1, 97,21, -136,1\} = -136,1 \text{ кВт}^2.$$

Отримано низку рівноцінних розв'язків: можна виконати зсув графіка  $p_2(t)$  на тривалість 1; 3 або 5 ступенів. Це свідчить про те, що задача синтезу оптимального групового графіка навантаження є задачею з альтернативними оптимальними розв'язками. Альтернативні розв'язки можуть бути на будь-якому етапі розв'язування задачі. Незалежно від того, який з них вибраний, нерівномірність графіків, отриманих як на проміжних етапах, так і на останньому, буде однаковою.

Із можливих розв'язків приймаємо рішення про суміщення 6-ого ступеня графіка  $p_2(t)$  зі ступенем 1 графіка  $p_1(t)$ . Груповий графік, отриманий за результатами 1-го етапу розв'язування задачі, зображений на рис. 4.3, б.

4. Другий етап розв'язування задачі – визначення відносного зсуву для графіка навантаження третього приймача.

$$\begin{aligned} f_2 &= \min\{(213,66 - 136,1), (-136,1 + 213,66), (97,21 - 136,1), (-136,1 + + \\ &97,21), (97,21 - 136,1), (-136,1 + 97,21)\} - 136,1 = \\ &= \{77,56, 77,56, -38,9, -38,9, -38,9, -38,9\} = -38,9 - 136,1 = -174,99 \text{ кВт}^2. \end{aligned}$$

Це дозволяє сумістити 3; 4; 5 або 6 ступені графіка  $p_3(t)$  зі ступенем 1 графіка  $p_1(t)$ . Приймаємо остаточне рішення сумістити 5-й ступінь графіка  $p_3(t)$  з 1-им ступенем  $p_1(t)$ . Груповий графік, який формується при цьому навантаженнями 1; 2 та 3, зображений на рис. 4.3, в.

5. Третій етап – визначення відносного зсуву для 4-го навантаження.

$$f_3 = \min\{(213,88 - 136,1 + 97,21), (-136,1 + 231,88 - 136,1), (97,21 - 136,1 + 213,88), (-136,1 + 97,21 - 136,1), (97,21 - 136,1 + 97,21), (-136,1 + 97,21 - 136,1)\} - 174,99 =$$

$$= \{174,76, -58,54, 174,98, -175, 58,3, -175\} = -175 - 174,99 = -349,99 \text{ кВт}^2.$$

На даному етапі також маємо декілька оптимальних розв'язків, але остаточно приймаємо такий: суміщаємо 4-й ступінь графіка  $p_4(t)$  з 1-им ступенем  $p_1(t)$ . В результаті отримаємо графік навантаження на інтервалі часу технологічного циклу (див. рис. 4.3, г), який відповідає прийнятним рішенням.

За результатами проведених розрахунків зробимо графічні побудови (див. рис. 4.3).

На інтервалі часу  $0 \leq t \leq 6$  (рис. 4.4) показано час початку роботи всіх електроприймачів, на інтервалі  $t \geq 6$  – оптимальний груповий графік навантаження, що буде утворений, якщо реалізувати результати проведених розрахунків.

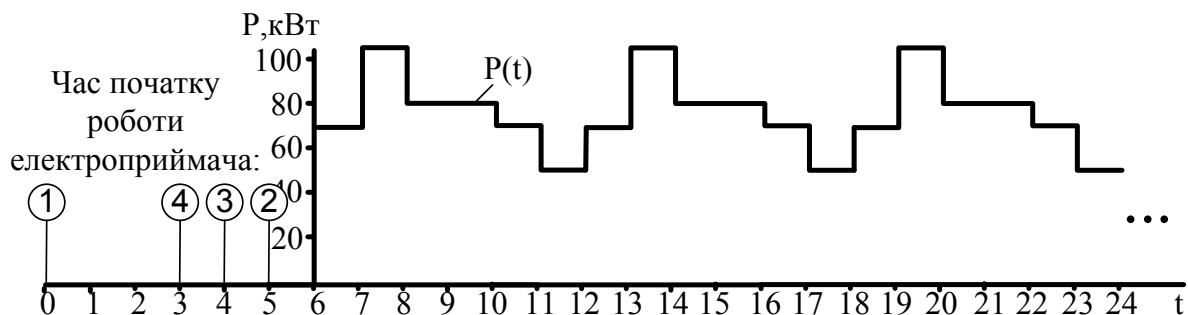


Рисунок 4.4 – Реалізація отриманих результатів розрахунку

Даним методом можна скористатись, коли розв'язується задача визначення оптимального моменту часу для під'єднання до групи навантажень, які вже працюють, ще одного. При цьому одновимірною матриця  $K$  являє собою кореляційні моменти між груповим графіком, створеним  $(m-1)$  електроприймачами, що працюють, та  $m$ -м, що під'єднується, а її розв'язок отримується за один етап.

### 4.3 Обмеження навантажень несиметричних електроприймачів при дефіциті потужності в енергосистемі

Задача обмеження потужності промислового підприємства є характерною як для підприємств-регуляторів, так і для інших споживачів. Полягає вона в тому, що, відповідно до вимоги диспетчера енергопостачальної компанії, потрібно зменшити потужність підприємства на величину  $\Delta P$ . Варіантів її виконання безліч, і реалізація кожного з них має певні наслідки для виробництва, які можна оцінювати за такими показниками:

- технологічні збитки (погіршення якості продукції, брак);

- недовідпуск продукції за обсягом;
- недовідпуск продукції за її видами (коли випускається продукція різної номенклатури).

До згаданих показників можна додати ще і показники, пов'язані зі змінами параметрів режиму електричної мережі, адже будь-яке вимикання електроприймачів або зміна технології виробництва позначаються на втратах електроенергії, показниках її якості, надійності електромережі тощо. Зазначені показники можуть мати як позитивний, так і негативний характер зміни. Природно, що, приймаючи рішення про зменшення потужності підприємства, потрібно брати до уваги і ті зміни електричного режиму, які будуть наслідками їх реалізації.

Тому задача обмеження потужності підприємства є складною багатокритеріальною задачею. Знайти оптимальний розв'язок такої багатокритеріальної задачі можна, виконавши сортування критеріїв за їх важливістю. Зробити таке сортування навіть для перерахованих критеріїв можна тільки для конкретного виробництва. Далі можна запропонувати таку послідовність розв'язання:

- визначається множина електроприймачів, вимикання яких або зміна їх технологічного режиму неприпустимі з міркувань найбільш важливого критерію;

- з підмножини, що залишилася, знаходяться електроприймачі, які небажано вимикати або змінювати технологічний режим з міркувань наступного за важливістю критерію і т. д.;

- на останньому етапі розв'язування задачі з підмножини електричних навантажень, що залишилися, сумарна потужність яких перевищує потужність обмеження, визначаються електроприймачі, що мають бути відімкнені від мережі або змінений їх технологічний режим.

Розглянемо модель, що призначена для останнього етапу визначення оптимального розв'язку. Модель можна використати, коли критерієм найбільш низького рангу є характеристики параметрів електричного режиму в мережі та якщо обмеженню потужності підлягає вузол навантаження несиметричних електроприймачів.

Вимикаючи електроприймачі несиметричного виконання, можна забезпечити вимогу енергосистеми щодо зменшення потужності підприємства і одночасно знизити несиметрію режиму.

За критерій ефективності моделі керування можна взяти модуль струму зворотної послідовності в лінії живлення групи несиметричних електроприймачів.

Обмеженнями математичної моделі можна забезпечити:

- вимогу енергосистеми щодо зменшення потужності;
- нижнє допустиме значення потужності групи несиметричних електроприймачів, що необхідно, щоб унеможливити отримання технічно

недопустимого розв'язку – вимкнення всіх електроприймачів і забезпечити область пошуку розв'язку оптимального;

– можливість вимкнення будь-якого з несиметричних електроприймачів.

Оскільки кожен несиметричний електроприймач може знаходитись в двох станах «ввімкнено» або «вимкнено», то для опису зручно скористатись булевими змінними. Визначимо такий зміст змінних: якщо в результаті розв'язання задачі керована змінна  $x_n = 1$ , то  $n$ -й несиметричний електроприймач має залишатись ввімкненим, а якщо  $x_n = 0$ , то навпаки, його слід вимкнути.

Задача обмеження потужності відрізняється від розглянутої вище задачі внутрішнього симетрування несиметричних електроприймачів тим, що тут під'єднання кожного електроприймача до тієї або іншої напруги залишається незмінним. Його можна лише вимкнути або залишити ввімкненим.

Якщо  $n$ -й несиметричний електроприймач, будучи під'єднаним до деякої міжфазної напруги, створює струм зворотної послідовності  $a_n + jb_n$ , то цільова функція математичної моделі запишеться у вигляді

$$\left| \sum_{n=1}^m a_n x_n + j \sum_{n=1}^m b_n x_n \right| \rightarrow \min.$$

Потужність вузла навантаження в результаті реалізації розрахованого вектора керування описується так:

$$\sum_{n=1}^m P_n x_n,$$

де  $P_n$  – потужність  $n$ -го електроприймача.

Вихідне значення потужності цього ж вузла  $\sum_{n=1}^m P_n$ , а потужність підприємства, що має бути за результатом реалізації вимоги енергопостачальної компанії,  $\sum_{n=1}^m P_n - \Delta P$ .

Таким чином, перше обмеження, що встановлює вимогу енергосистеми щодо зменшення потужності підприємства, можна записати так:

$$\sum_{n=1}^m P_n x_n \leq \sum_{n=1}^m P_n - \Delta P.$$

Знак  $\leq$  між правою та лівою частинами нерівності поставлений тому, що дискретний ряд потужностей  $P_n$ ,  $n = 1, 2, \dots, m$  несиметричних електроприймачів може бути таким, що забезпечити зменшення потужності підприємства, яке дорівнює  $\Delta P$ , неможливо.

Друге обмеження, яке забезпечує можливість пошуку оптимального розв'язку і унеможливорює отримання технічно недопустимих розв'язків, можна описати так:

$$\sum_{n=1}^m P_n x_n \leq \sum_{n=1}^m P_n - \Delta P - 2P_{n \max},$$

де  $P_{n \max} = \max\{P_1, P_2, \dots, P_m\}$ .

Система обмежень, яка описує можливі стани кожного несиметричного електроприймача, має вигляд

$$x_n - \bar{x}_n = 1, \quad n = 1, 2, \dots, m,$$

де  $\bar{x}_n$  – фіктивна змінна, яка фізичного змісту не має, якщо  $x_n = 1$ , то  $\bar{x}_n = 0$  і навпаки  $x_n = 0$ , то  $\bar{x}_n = 1$ .

В цілому математична модель обмеження потужності групи несиметричних електроприймачів має вигляд

$$\left\{ \begin{array}{l} \left| \sum_{n=1}^m a_n x_n + j \sum_{n=1}^m b_n x_n \right| \rightarrow \min \\ \sum_{n=1}^m P_n x_n \leq \sum_{n=1}^m P_n - \Delta P \\ \sum_{n=1}^m P_n x_n \geq \sum_{n=1}^m P_n - \Delta P - 2P_{n \max} \\ x_n + \bar{x}_n = 1, \quad n = 1, 2, \dots, m \\ x_n, \bar{x}_n \in \{1, 0\}. \end{array} \right.$$

Вищенаведена математична модель потребує забезпечення мінімуму струму зворотної послідовності в вузлі навантаження за умови зменшення потужності у вузлі навантаження несиметричних електроприймачів і належить до класу нескалярних. Для її аналізу слід скористатись одним із алгоритмів нескалярної оптимізації.

Практичне значення ця математична модель має в комплексі моделей для інших рівнів прийняття керівного рішення.

## Завдання для самостійної роботи

1. Запропонуйте критерії для керування графіком електроспоживання на промисловому підприємстві. Вкажіть, в яких ситуаціях можна використовувати той або інший критерій.

2. Яким чином слід діяти, якщо підприємство обмежується за потужністю? Які дії при цьому можливі взагалі та як діяти найкращим чином?

3. Сформулюйте можливі підходи до керування графіком електроспоживання на промисловому підприємстві.

4. Наведіть обґрунтування, чому всі елементи на головній діагоналі матриці  $\mathbf{K}$  однакові.

5. Те саме, елемент  $k_{ij} = k_{ji}$ .

6. Складіть алгоритм вибору мінімального значення з множини  $\{k_{11}, k_{12}, \dots, k_{1r}, \dots, k_{11}\}$ , який може бути фрагментом алгоритму розрахунку оптимального групового графіка навантажень.

7. Для прикладу 4.2 виконайте розрахунки та отримайте альтернативні групові графіки навантажень. Наведіть аргументи на користь того, що нерівномірність графіків однакова.

8. Який зміст можуть мати компоненти вектора керування при вирівнюванні графіка електроспоживання підприємства?

9. Запропонуйте математичну модель обмеження потужності несиметричних електроприймачів для випадку, коли у вузлі навантаження є такі електроприймачі, які вимикати з міркувань технології недопустимо.

**Тест 1.** Кількість елементів в рядку матриці взаємкореляційних моментів визначається ...

Варіанти відповідей.

1 – кількістю індивідуальних графіків, що формують груповий;

2 – кількістю етапів розв'язання задачі;

3 – ступенем наближення графіків, зображених ступінчастою лінією, до реальних графіків навантажень;

4 – кількістю ступенів індивідуального графіка;

5 – сумарною кількістю ступенів двох індивідуальних графіків.

**Тест 2.** Вкажіть альтернативні оптимальні варіанти зсуву двох графіків навантаження, отримані на першому етапі розв'язання задачі, якщо результат розрахунку:  $f_1 = \min\{334 \ 90 \ 125 \ -20 \ 125 \ 90 \ -20\}$ .

Варіанти відповідей.

1 – сумістити третій або п'ятий ступені другого графіка з першим ступенем першого графіка;

2 – сумістити другий або шостий ступені другого графіка з першим ступенем першого графіка;

3 – сумістити четвертий або сьомий ступені другого графіка з першим ступенем першого графіка;

4 – задача має єдиний оптимальний розв’язок;

5 – задача має єдиний оптимальний розв’язок, який полягає в тому, щоб сумістити перші ступені графіків.

**Тест 3.** Обмеження потужності вузла з несиметричними електроприймачами можна забезпечити ...

Варіанти відповідей.

1 – вимиканням таких електроприймачів із числа під’єднаних, що супроводжується зменшенням струму зворотної послідовності в лінії живлення;

2 – перемиканням частини електроприймачів на інші напруги, якщо це супроводжується зменшенням струму зворотної послідовності в лінії живлення;

3 – змінюючи напругу у вузлі під’єднання електроприймачів;

4 – компенсуючи реактивну потужність, що споживається несиметричними електроприймачами;

5 – обмежити потужність споживання не можна, оскільки це викличе появу збитків для виробництва.

#### **Література до розділу 4**

1. Праховник А. В. Энергосберегающие режимы электроснабжения горнодобывающих предприятий / Праховник А. В., Розен В. П., Дегтярев В. В. – М. : Недра, 1985. – 232 с.

## Література

1. Аввакумов В. Г. Постановка и решение электроэнергетических задач исследования операций / Аввакумов В. Г. – К. : Выща школа. 1983. – 240 с.
2. Авакумов В. Г. Методы нескалярной оптимизации и их приложения. / Авакумов В. Г. – К. : Выща школа, 1990. – 188 с.
3. Терешкевич Л. Б. АСУ в електроспоживанні / Терешкевич Л. Б. – Вінниця : ВНТУ, 2016. – 136 с.
4. Терешкевич Л. Б. Автоматизація в організації, плануванні і економіці енергетичної служби підприємства / Терешкевич Л. Б. – Вінниця : ВДТУ, 2001. – 121 с.
5. Милосердов В. О. Алгоритмізація оптимізаційних задач енергетики / Милосердов В. О., Терешкевич Л. Б. – Вінниця : ВНТУ. 2004. – 122 с.



*Навчальне видання*

**Терешкевич Леонід Борисович**

## **Оптимізація режимів електроспоживання**

Навчальний посібник

Рукопис оформив Л. Терешкевич

Редактор В. Дружиніна

Оригінал-макет виготовив О. Ткачук

Підписано до друку 27.01.2020.  
Формат 29,7×42¼. Папір офсетний.  
Гарнітура Times New Roman.  
Друк різнографічний. Ум. друк. арк. 6,72.  
Наклад 50 (1-й запуск 1-21) пр. Зам. № 2020-015.

Видавець та виготовлювач  
Вінницький національний технічний університет,  
інформаційний редакційно-видавничий центр.  
ВНТУ, ГНК, к. 114.  
Хмельницьке шосе, 95,  
м. Вінниця, 21021.  
Тел. (0432) 65-18-06.  
**press.vntu.edu.ua;**  
*E-mail:* kivc.vntu@gmail.com.  
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи  
серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.