

**Міністерство освіти і науки України  
Вінницький національний технічний університет**

**В.О.Поджаренко, П.І.Кулаков, В.Ю.Кучерук, О.П.Войтович**

**Пристрої вимірювання  
та контролю електричних  
машин з газоманітним підвісом**

*Монографія*

**УНІВЕРСУМ-Вінниця  
2004**

УДК 621.3:658.562

П

*Рецензенти:*

Доктор технічних наук, професор **Лисогор В.М.**

Доктор технічних наук, професор **Лежнюк П.Д.**

Доктор технічних наук, професор **Дубовой В.М.**

Рекомендовано до видання Вченою радою Вінницького національного  
технічного університету Міністерства освіти і науки України  
(протокол №\_\_ від \_\_.\_\_.2004р.)

П **Поджаренко В.О., Кулаков П.І., Кучерук В.Ю.,  
Войтович О.П.**

**Пристрої вимірювання та контролю електричних машин з  
газوماгнітним підвісом.** Монографія. – Вінниця:  
УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2004.- 154 с.

**ISBN**

Монографія містить елементи теорії побудови пристроїв вимі-  
рювання та контролю електричних машин з газوماгнітним підвісом.  
Розглянуті питання отримання основних метрологічних характеристик  
вимірювального перетворення параметрів електричних машин.

Монографія розрахована на спеціалістів в галузі вимірювальної  
техніки, аспірантів та студентів старших курсів відповідних спеціаль-  
ностей.

УДК 621.3:658.562

© В.Поджаренко, П.Кулаков, В.Кучерук, О.Войтович

## ЗМІСТ

ВСТУП.....	5
1. ОГЛЯД ІСНУЮЧИХ ПРИСТРОЇВ ВИМІРЮВАННЯ І КОНТРОЛЮ ЕЛЕКТРИЧНИХ МАШИН З ГАЗОМАГНІТНИМ ПІДВІСОМ.....	7
1.1. Особливості роторних систем з безконтактним підвісом та їх порівняльна характеристика.....	7
1.2. Класифікація пристроїв вимірювання і контролю характеристик роторних систем.....	11
2. ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ГАЗОМАГНІТНОГО ПІДВІСУ КОНІЧНОГО РОТОРА.....	19
2.1. Математична модель газомагнітного підвісу конічного ротора.....	19
2.2. Стійкість газомагнітного підвісу конічної роторної системи.....	29
2.3. Математична модель конічної роторної системи в газозмагнітному підвісі.....	31
2.4. Коливання конічного ротора в газозмагнітному підвісі.....	41
2.5. Основні характеристики конічної роторної системи у газозмагнітному підвісі.....	47
3. ТАХОМЕТРИЧНІ ПЕРЕТВОРЮВАЧІ ДЛЯ КОНТРОЛЮ ХАРАКТЕРИСТИК ГАЗОМАГНІТНОГО ПІДВІСУ РОТОРНОЇ СИСТЕМИ.....	49
3.1. Тахометричні перетворювачі та їх математичні моделі.....	49
3.1.1. Математична модель фотоприймача на основі пари фотодіод-операційний підсилювач.....	49
3.1.2. ТП з зменшенням похибки, що обумовлена частотними властивостями фотоприймача.....	54
3.1.3. Синтез форми прорізи модулятора для отримання низькочастотного вихідного сигналу ТП.....	62
3.1.4. Тахометричний перетворювач з низькочастотним вихідним сигналом.....	65
3.1.5. ТП з низькочастотним вихідним сигналом та зменшенням похибки, що обумовлена частотними властивостями фотоприймача.....	69
3.2. Структурна схема пристрою контролю та алгоритмів обробки вихідного сигналу ТП для визначення характеристик, що контролюються.....	76
3.2.1. Структурна схема пристрою контролю характеристик роторної системи з газозмагнітним підвісом.....	76

3.2.2. Частотний перетворювач вихідного сигналу ТП з можливістю зміни розрізняючої здатності.....	80
3.2.3. Частотний перетворювач вихідного сигналу ТП з нормованою похибкою вимірювання.....	84
3.2.4. Алгоритм обробки вихідного сигналу ТП для визначення моменту інерції об'єкту контролю за амплітудою крутильних коливань.....	89
4. МЕТРОЛОГІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТА ВІРОГІДНІСТЬ КОНТРОЛЮ.....	92
4.1. Метрологічні характеристики засобу контролю кутової швидкості та моменту інерції.....	92
4.1.1. Моделювання похибки первинного перетворення «кут повороту-напруга», що обумовлена частотними властивостями фотоприймачів.....	92
4.1.2. Похибка визначення кутового положення валу об'єкту контролю.....	98
4.1.3. Аналіз похибок вимірювання кутової швидкості шляхом диференціювання вихідного сигналу ТП та її мінімізація.....	100
4.1.4. Похибка вимірювання моменту інерції об'єкту контролю.....	108
4.1.5. Аналіз складових похибки вимірювання кутової швидкості за допомогою частотного перетворювача вихідного сигналу ТП та її мінімізація.....	109
4.2. Статичні метрологічні характеристики на основі розкладу в ряд Тейлора.....	114
4.2.1. Загальний підхід.....	114
4.2.2. Оцінка метрологічних характеристик вимірювального перетворення кутової швидкості.....	117
4.3. Розрахунок вірогідності контролю кутової швидкості та моменту інерції.....	122
4.3.1. Розрахунок вірогідності контролю кутової швидкості..	122
4.3.2. Розрахунок вірогідності контролю моменту інерції.....	125
5. ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ СИНХРОННОЇ ГІСТЕРЕЗИСНОЇ ЕМ З ГАЗОМАГНІТНИМ ПІДВІСОМ КОНІЧНОГО РОТОРУ.....	128
5.1. Дослідження швидкісних діаграм об'єкту контролю.....	128
5.2. Дослідження механічних характеристик об'єкту контролю..	131
5.3. Експериментальне дослідження похибок вимірювання кутової швидкості та моменту інерції.....	133
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	137

## ВСТУП

Проведення випробувань електричних машин (ЕМ) необхідно на усіх етапах їх виготовлення та використання. На стадії проектування проводять випробування макетних екземплярів для перевірки відповідності вихідних показників та характеристик умовам технічного завдання. На стадії виготовлення, випробування проводяться для окремих вузлів після проведення окремих технологічних операцій. Після зборки машини, випробування проводять для перевірки відповідності вихідних показників технічним умовам. При експлуатації ЕМ підлягають поточному та капітальному ремонту. Після ремонту параметри та характеристики ЕМ повинні контролюватись. Окрім того, у процесі проектування чи доводки необхідно проводити дослідницькі випробування.

Завдання контролю та управління якістю, які вирішуються на різних етапах процесів виготовлення та використання ЕМ, є різноманітні та взаємопов'язані. В теперішній час, завдяки досягненням мікропроцесорної та вимірювальної техніки, стало можливим використовувати автоматичні пристрої та системи різного рівня інтелекту для контролю різноманітних параметрів ЕМ як в процесі їх виготовлення, так і під час їх експлуатації. В інформаційному забезпеченні систем контролю і управління якістю значна роль відводиться проведенню контрольних-вимірювальних, випробних та діагностичних робіт. Ці роботи спрямовані на отримання та використання інформації про показники надійності та якості ЕМ, що виробляються.

Відповідальними етапами на шляху створення інтегрованих систем вимірювання, контролю, управління якістю ЕМ є розробка та впровадження сучасних методів для промислового контролю, випробувань та діагностики. Особливо ефективним є використання мікропроцесорної техніки для оцінки результатів приймально-здавальних випробувань, діагностування ходу технологічного процесу за результатами цих випробувань, аналізу результатів випробувань для вирішення ряду проблем, що актуальні для виробників електродвигунів, для керування якістю ЕМ.

Випробування ЕМ - це трудомісткий процес зі складною методикою контролю та вимірювання окремих параметрів, особливо в динамічному режимі, що пов'язаний з великими матеріальними та часовими затратами. Тому підвищення продуктивності праці шляхом вдосконалення засобів контролю та нових ефективних методів контролю є важливим та актуальним завданням.

На жаль, питанням автоматизації та механізації праці при випробуваннях ЕМ приділяється недостатньо уваги. Серійно не випус-

каються засоби контролю та вимірювання, які необхідні для випробувань ЕМ. Разом з тим, в більшості випадків, ЕМ є компонентами більш складних систем. Тому ризик застосування не випробуваних ЕМ не виправданий та може бути пов'язаний із значними матеріальними втратами.

В багатьох випадках, особливо для ЕМ, що є складовими автоматичних систем, систем точних приводів, контроль таких параметрів як кутова швидкість, момент опору на валу, необхідний безпосередньо під час їх роботи. Окрім того контроль номінального значення кутової швидкості входить в обов'язкову програму випробувань усіх типів ЕМ.

Для ЕМ визначають динамічний момент та механічну характеристику, яка є найбільш для них інформативною. Для їх визначення необхідно знати момент інерції роторної системи. Стандарт допускає значні відхилення моменту інерції від паспортних даних. Це зв'язане з великою трудомісткістю процесу визначення моменту інерції.

На практиці його часто не вимірюють, а розраховують за відомими співвідношеннями. Це приводить до великої похибки його визначення, що в свою чергу обумовлює велику похибку визначення динамічного моменту, механічної характеристики, моменту опору на валу. Окрім того, відхилення значення моменту інерції може свідчити про механічні пошкодження ротору, що може привести до втрати працездатності ЕМ.

Тому автоматизація та зменшення трудомісткості контролю моменту інерції роторної системи та створення засобів, призначених для цього, є важливим та актуальним завданням.

В останній час все більшого розповсюдження набувають ЕМ з безконтактним підвісом ротору, а особливо з газоманітним підвісом. Такі двигуни використовуються в текстильній промисловості (прядильні, крутильні механізми, веретена), хімічній промисловості (розпилювачі), медицині (апарати для створення штучної атмосфери соляних печер) тощо

Для контролю їх характеристик застосовуються традиційні способи та засоби, що не завжди забезпечують максимальну ефективність, швидкодію, вірогідність контролю, тому підвищення ефективності засобів контролю параметрів ЕМ, що можуть бути адаптованими під конкретний об'єкт, є вельми актуальним завданням.

Автори вважають своїм обов'язком виразити щире подяку колективу співробітників кафедри «Метрології та промислової автоматики» Вінницького національного технічного університету за підтримку у виконанні цієї роботи.

# 1. ОГЛЯД ІСНУЮЧИХ ПРИСТРОЇВ ВИМІРЮВАННЯ І КОНТРОЛЮ ЕЛЕКТРИЧНИХ МАШИН З ГАЗОМАГНІТНИМ ПІДВІСОМ

## 1.1. Особливості роторних систем з безконтактним підвісом та їх порівняльна характеристика

Вирішення проблеми підвищення продуктивності механізмів та машин, що нерозривно пов'язане з проблемою підвищення швидкості робочих органів механізмів, провідні фірми світу знаходять у використанні безконтактного підвісу роторних систем. Відомі три типи безконтактних підвісів роторних систем - газовий, магнітний, газоманітний. Порівняльна характеристика трьох типів безконтактних підвісів дозволяє оцінити їх переваги та недоліки, перспективність подальшого розвитку, вибрати об'єкт контролю.

Широко розповсюдженим типом безконтактного підвісу роторних систем є газовий підвіс. Однією з найважливіших характеристик безконтактного підвісу є момент тертя та потужність витрат на тертя. Витрати на тертя у газових підшипниках виникають за рахунок в'язкого тертя усередині шару газоподібного мастильного матеріалу. Момент тертя концентричного радіального газового підшипника визначається виразом [1]

$$M_T = \frac{2\pi\mu R^3 L \omega}{C}, \quad (1.1)$$

де  $\mu$  - динамічна в'язкість газоподібного мастильного матеріалу;

$R$  - радіус підшипника;

$L$  - довжина підшипника;

$C$  - середній радіальний зазор;

$\omega$  - кутова швидкість.

Момент тертя у симетрично навантажених газових підшипниках з гладкими поверхнями [1]

$$M_T = \frac{\pi\mu\omega(r_0^4 - r_i^4)}{2h}, \quad (1.2)$$

де  $r_0$  та  $r_i$  - зовнішній та внутрішній радіуси підшипника;

$h$  - зазор між поверхнями.

З виразів (1.1) та (1.2) видно, що внаслідок малої в'язкості  $\mu$  газу у мастильному шарі, момент тертя та втрати на тертя дуже малі. Газові підшипники, жорсткість яких набагато вище жорсткості підшипників кочення [2], уступають їм у відношенні несучої здатності. Швидкохідність газових підшипників визначається швидкістю шийки валу, максимальне значення якої складає 300-350 м/с. Основною причи-

ною, що обмежує швидкохідність ротору на газових підшипниках, є його динамічна нестійкість, що виникає при появі напівшвидкісного вихору або синхронного вихору, що обумовлено дисбалансом ротору. До недоліків газових підшипників, що обмежують їх використання, слід віднести явище нестійкості типу «пневматичний молот», що обумовлено стискуваністю газового шару [3].

Одним з методів реалізації безконтактного підвісу роторних систем є магнітний підвіс, втрати на тертя в якому обумовлені взаємодією вихрових струмів, що виникають в цапфі ротору при його обертанні, з магнітним полем елементів, що забезпечують підвіс. Із визначення втрат на тертя у магнітному підвісі випливає, що струм статора ЕМ, що збільшується при збільшенні кутової швидкості обертання ротору, збільшує вихорові струми у цапфі ротору, що обумовлює збільшення втрат на тертя. Момент тертя магнітного підвісу визначається [4, 5]

$$M_T = J \frac{d\omega}{dt}, \quad (1.3)$$

де  $J$  - момент інерції ротору відносно його вісі обертання;

$t$  - час.

Втрати потужності на тертя визначаються у вигляді

$$P_T = M_T \omega. \quad (1.4)$$

Аналіз виразів (1.3) та (1.4) показує, що момент тертя збільшується прямо пропорційно кутовому прискоренню, а втрати потужності збільшуються із збільшенням кутової швидкості. Останнє є суттєвим недоліком магнітного підвісу, що значно обмежує його швидкохідність. Жорсткість магнітного підвісу менше жорсткості підшипників кочення та зменшується при збільшенні частоти обертання. При значному збільшенні частоти обертання у високошвидкісних роторних механізмах жорсткість магнітного підвісу прямує до нуля, що обумовлює втрату стійкості [4, 5]. Слід зазначити, що магнітний підвіс за своєю природою є нестійкою системою, стійкий підвіс одного магніту у полі другого неможливий [6]. Стійкість магнітного підвісу забезпечується тільки при уведенні системи автоматичного регулювання напруженості магнітного поля та щільності магнітного потоку збудження, що дозволяє компенсувати зміну положення тіла, що підвішується, та діючих на нього сил [7]. Усі наведені вище недоліки магнітного підвісу обмежують його використання у високошвидкісних роторних системах. Тому такі системи з магнітним підвісом не знайшли широкого використання у промисловості.

Дослідження у напрямку компенсації недоліків газового та магнітного підвісів привели до створення систем магнітного розвантаження газового підвісу [8, 9], тобто газові сили, які відштовхують ро-



тор від статора, та магнітні сили, які притягують ротор до статора, взаємокомпенсуються та забезпечують стійкість системи. Слід зазначити, що таке поєднання не звільняє від динамічної нестійкості газового шару при появі напівшвидкісного та синхронного вихорів та не змінює характер залежності параметрів магнітного підвісу (моменту тертя, втрат на тертя, жорсткості) від частоти обертання, тобто не звільняє від недоліків газового та магнітного підвісів.

Приведений коефіцієнт тертя прецизійних опор кочення високошвидкісних роторних механізмів достатньо великий та може змінюватись в межах від 0,002 (для шарикопідшипників) до 0,01 (роликів підшипники) [1]. Аналогічний показник газових опор складає 0,0001 та визначається в основному тільки в'язким тертям усередині шару газової змазки [1]. Приведений коефіцієнт тертя магнітних опор обумовлений гальмівним ефектом магнітного поля, а момент тертя та втрати потужності на тертя збільшуються із збільшенням частоти обертання. Приведений коефіцієнт тертя газоманітної опори може бути прирівняний аналогічному параметру газових опор та практично не залежить від частоти обертання.

Швидкохідність високошвидкісних роторних механізмів з прецизійними опорами кочення обмежена значними втратами на тертя та не перевищує  $2,5 \cdot 10^5$  хв<sup>-1</sup> при короткочасному ресурсі роботи та  $4 \cdot 10^4$  хв<sup>-1</sup> при довгостроковому [10]. Швидкохідність роторних механізмів з газовими опорами може досягати значення  $6,5 \cdot 10^6$  хв<sup>-1</sup> [2]. Перевищення вказаної швидкості приводить до появи динамічної нестійкості опори, що проявляється у вигляді напівшвидкісного або синхронного вихорів. Швидкохідність магнітного підвісу, що перевищує швидкохідність газового підвісу, обмежена різко зростаючими при збільшенні частоти обертання втратами на тертя [5]. Швидкохідність газоманітної опори практично обмежена механічною міцністю Обертювних вузлів роторного механізму [11] та може значно перевищувати швидкохідність газових чи магнітних опор.

Жорсткість опор кочення значно уступає аналогічному параметру газових опор, що обумовлюється більшою різницею площин, що передають навантаження від валу до корпусу опори, а також великою кількістю зазорів в опорах кочення [12]. Жорсткість магнітних опор, уступає аналогічному параметру опор кочення, зменшується при збільшенні частоти обертання та прямує до нуля. Жорсткість газоманітної опори значно перевищує жорсткість газової опори. Це обумовлено тим, що площа газоманітної опори, що передає навантаження, дорівнює площі поверхні ротору та значно перевищує площу робочої поверхні газової опори. Окрім того, жорсткість газоманітної опори є су-

мою жорсткості газового шару та магнітного поля, що створює магнітні сили навантаження газового шару [13].

Стійкість є одним з найбільш слабких місць газових опор, що зв'язано з явищами напівшвидкісного та синхронного вихорів, а також з явищем «пневмомолотка» [3], які приводять до порушення шару газової змазки, і як наслідок, до появи безпосереднього торкання робочих поверхнею та виходу газового підшипника із строю. Стійкість магнітних опор, яка знижується при підвищенні частоти обертання, забезпечується зовнішньою системою автоматичного керування та сенсорами величини зазору. У роботах [14, 15] показано, що газоманітний підвіс є стійкою системою, якій придатні властивості саморегулювання та адаптивності до зміни зовнішнього навантаження, чого не мають інші опори.

Демпфування коливань ротору в газоманітному підвісі значно перевищує аналогічний параметр роторних механізмів з газовими чи магнітними опорами. Особливістю газоманітного підвісу є адаптивність його демпфуючих властивостей до зміни зовнішнього навантаження [13].

Віброакустична активність, яка є важливим параметром роторного механізму, збільшується при збільшенні частоти обертання. Якщо віброакустична активність високошвидкісних роторних механізмів з прецизійними опорами кочення досить велика (що пояснюється механічними контактами в опорах та неспіввісністю зазорів опор та приводу), то відсутність механічних контактів у газових та магнітних опорах зменшує віброакустичну активність роторних механізмів з такими опорами на 10-15 дБА [16]. Відсутність механічних контактів та неспіввісності робочих зазорів в роторних механізмах з газоманітними опорами зменшує їх віброакустичну активність на 10-15 дБА у порівнянні з опорами кочення та на 5-10 дБА у порівнянні з газовими та магнітними опорами [12].

Несуча здатність опор кочення значно перевищує несучу здатність газових опор [3]. Підвищення несучій здатності газових опор зв'язано з підвищенням площі робочої поверхні газового підшипника або із збільшенням тиску наддуву, а значить, із збільшенням масогабаритних параметрів або енергоємності роторного механізму. Підвищення несучої здатності магнітних опор зв'язано з підвищенням щільності магнітного потоку збудження, а значить, з підвищенням втрат на тертя та зменшення жорсткості та стійкості при підвищенні частоти обертання [5]. У газоманітній опорі, що об'єднує в одному зазорі функції зазору газоманітного підшипника та зазору електричної машини, площа робочої поверхні опори дорівнює площі робочої поверхні ротору та значно перевищує площу робочої поверхні газової

опори. Відповідно, несуча здібність газоманітної опори значно перевищує несучу здібність газової опори, наближаючись за своєю величиною до несучою здібності підшипників кочення.

Кількість робочих зазорів у роторних механізмах з прецизійними опорами кочення складає як правило від 3 до 6 зазорів. Неспіввісність, яка з'являється внаслідок великої кількості зазорів, значно збільшує віброакустичну активність роторного механізму. Заміна опор кочення газовими або магнітними опорами не змінює конструктивної схеми роторного механізму та збільшує кількість робочих зазорів у зв'язку з необхідністю одночасного використання радіальних та осьових опор, що приводить до ускладнення конструкції.

Газоманітний підвіс ротору здійснюється безпосередньо в робочому зазорі електричної машини, що дозволяє обмежити кількість робочих зазорів роторного механізму одним зазором, що об'єднує функції зазору безконтактної газоманітної опори та зазору електричної машини. Така конструктивна схема не потребує співвісності зазорів опорних вузлів електричної машини, спрощує конструкцію роторного механізму та забезпечує його високу технологічність [11].

Надійність роторних механізмів з газоманітними опорами майже на порядок перевищує надійність механізмів з газовими та магнітними опорами та майже на два порядки надійність опор на підшипниках кочення [12].

Порівняльний аналіз різних типів опор, який наведено вище, показує, що роторні системи з газоманітними опорами, незначно поступаються механізмам з опорами кочення по несучій здібності, а по усім іншим параметрам перевершують високошвидкісні роторні системи з прецизійними опорами кочення, газовими та магнітними опорами. Це обумовлює добрі перспективи подальшого розвитку газоманітних опор.

Підприємствами Ізраїлю, США, Німеччини, деякими підприємствами хімічної та електротехнічної промисловості України випускалися та випускаються синхронні гістерезисні ЕМ з газоманітним підвісом, які мають дисковий та конічний ротор. Вони часто використовуються у текстильній промисловості (веретена, прядильні машини), хімічній промисловості (розпилувачі), медицині (апарати для створення штучної атмосфери соляних печер) західних держав та держав СНД. Найбільш розповсюдженими з них є ЕМ з конічним ротором. Це обумовлене високою стійкістю конічного ротору як в осьовому так і в радіальному напрямку.

## 1.2. Класифікація пристроїв вимірювання і контролю характеристик роторних систем

Високоточний контроль та вимірювання кутової швидкості має велике значення не тільки при випробуваннях ЕМ, а в багатьох випадках і під час їх роботи. Це стосується систем точних приводів, систем автоматики, у яких ЕМ є складовими компонентами, систем, у яких відбувається керування електроприводами [17]. Складним завданням є високоточний контроль та вимірювання кутової швидкості у динамічному режимі, контроль та вимірювання залежності кутової швидкості від часу - швидкісних діаграм. Контроль кутової швидкості у динамічному режимі ускладнюється рядом причин :

- контроль кутової швидкості у динамічному режимі проводиться за короткий проміжок часу;
- інформативні параметри змінюються у широкому діапазоні;
- виникає необхідність сумісних вимірювань часу та кутової швидкості;
- необхідність вияву короточасних змін - «голкових провалів моменту», які суттєво погіршують якість механічної енергії, сприяють виникненню ударів в механічній трансмісії, що має зазори, з якою з'єднана ЕМ;
- відсутність методик розрахунку динамічних метрологічних характеристик;

Рівняння обертання валу ЕМ описується наступним рівнянням [18]

$$J \frac{d\omega(t)}{dt} = M(t, \omega(t)) - M_0, \quad (1.5)$$

де  $M_0$  - момент опору на валу,

$M(t, \omega(t))$  - обертаючий (електромагнітний) момент.

Динамічний момент ЕМ визначається лівою частиною рівняння (1.5) та дорівнює різниці між обертаючим моментом та моментом на валу, визначає кутове прискорення ротору та зв'язаних з ним мас.

$$M_D = J \frac{d\omega(t)}{dt}. \quad (1.6)$$

Момент опору обумовлений наявністю зовнішніх мас, що зв'язані з валом ЕМ. Він може існувати у перехідних та усталеному режимах роботи та бути відсутнім при випробуваннях ЕМ, може змінюватись у часі та залежати від кутової швидкості, але він характеризує зовнішні маси, а не саму ЕМ. При відсутності моменту опору на валу динамічний момент дорівнює обертаючому.

Аналіз виразу (1.5) свідчить про необхідність проведення вимірювання та контролю кутової швидкості в динамічному режимі та контролю моменту інерції для контролю та визначення параметрів руху.

Момент інерції ротору є однією з найважливіших характеристик ЕМ, яка визначає її динамічні властивості. Однак у довідковій літературі та технічних умовах на ЕМ він вказується не завжди. У відповідності з [19] момент інерції ротору може мати великі відхилення від номінального значення ( $\pm 10\%$ ). При проектуванні різноманітних електроприводів та систем автоматики розробників цікавлять точні значення моменту інерції роторів ЕМ (а деколи і роторів у зборі з виконавчими пристроями), оскільки вони визначають тепловий режим та швидкохідність ЕМ [20]. Внаслідок неоднорідності матеріалу та складних геометричних форм ротору розрахункове визначення моменту інерції є трудомістким завданням зі складною методикою та великою похибкою. Більш точним є експериментальне визначення моменту інерції. Питанням експериментального визначення моменту інерції присвячено багато наукових робіт [20 - 24], але високоточного, простого, швидкодіючого пристрою його контролю досі нема. Найбільш розповсюджені в теперішній час методи визначення моменту інерції [20], це метод допоміжного маятника, який використовується для ЕМ потужністю від 10 до 1000 кВт, метод самогальмування, який використовується для ЕМ потужністю вище 100 кВт, метод крутильних коливань. Останній є найбільш універсальним та придатний для контролю моменту інерції ЕМ як великої потужності, так і мікродвигунів. Згідно цієї методики, частина ЕМ, що обертається, підвішується у вертикальному положенні осі обертання та приводиться у крутильний коливальний рух. При цьому визначається період малих крутильних коливань, який потім порівнюється з періодом коливань еталонного тіла з відомим моментом інерції. Шуканий момент інерції визначається з виразу

$$J = J_E \frac{T_0^2}{T_E^2}, \quad (1.7)$$

де  $J_E$  - момент інерції еталонного тіла,

$T_E$  - період коливань еталонного тіла,

$T_0$  - період коливань частини ЕМ, що обертається.

Незважаючи на універсальність, цей метод має такі суттєві недоліки, як необхідність розбирання ЕМ та велику трудомісткість, що значно обмежує його використання. За допомогою цього методу неможливий контроль моменту інерції ЕМ в процесі їх роботи та без їх демонтажування.

Нині відомі наукові розробки, що присвячені визначенню параметрів та характеристик ЕМ з аналізу динамічних режимів їх роботи [25, 26]. У роботах [23, 24], розроблено спосіб визначення моменту

інерції та моменту опору на валу за допомогою двох зразкових мас з відомими моментами інерції на основі використання інформації про зміну кутової швидкості. Він полягає у вимірюванні кутового прискорення у режимах пуску та самогальмування асинхронної трифазної ЕМ при встановлених на валу зразкових масах. На основі отриманих результатів вирішується система рівнянь, з якої знаходяться шукані величини. Цей метод має високу точність, у порівнянні з іншими методами, високу швидкодію, але він не придатний для контролю моменту інерції ЕМ з безконтактним підвісом ротору, тому як для більшості таких машин режим самогальмування відсутній, а зупинення здійснюється примусово, шляхом подання постійної напруги замість змінної напруги живлення, що створює гальмівний момент.

Для контролю моменту інерції таких ЕМ перспективним є спосіб, заснований на визначенні амплітуди крутильних коливань ротору під час їх роботи в усталеному режимі. Але він потребує подальшої розробки для визначення аналітичних співвідношень, що зв'язують параметр, що контролюється, з вихідними параметрами ЕМ, інформацію про які можна отримати шляхом прямих вимірювань.

Механічна характеристика (МХ) є однією з найважливіших та найбільш інформативних характеристик ЕМ та визначається як залежність між обертаючим моментом та кутовою швидкістю обертання

$$M=f(\omega), \quad (1.8)$$

або

$$\omega=f(M), \quad (1.9)$$

що отримана при незмінних напрузі живлення та частоті мережі [27].

Вигляд МХ обумовлюється різноманітними початковими умовами та іншими параметрами. З великою кількістю таких МХ виділяють пускову МХ, яка називається ще природною та вимірюється при підключенні ЕМ до мережі живлення з номінальними параметрами при відсутності на валу моменту опору та додаткових моментів інерції. За МХ при відповідних умовах розраховуються статичні параметри ЕМ. Наприклад, для трифазної асинхронної ЕМ, МХ режиму реверсу при наявності належного додаткового моменту інерції, наближується до МХ статичного режиму, що дає можливість зменшити час вимірювань таких статичних параметрів, як початковий пусковий момент, максимальний момент тощо. Окрім цього за МХ характеристикою можливо оцінити деякі види браку. Наприклад, при асиметрії обмотки ротору асинхронного двигуна, форма МХ характеристики суттєво відрізняється від зразкової. При невірному з'єднанні секцій обмотки статора час розбігу затягнений у порівнянні із зразковим.

З вищесказаного слідує, що підвищення точності визначення не тільки механічної характеристики, а і багатьох інших параметрів ЕМ

вимагає наявності високоточних пристроїв вимірювання та контролю кутової швидкості у статичному та динамічному режимах роботи об'єкту контролю, та точних автоматичних і швидкодіючих пристроїв контролю моменту інерції роторної системи для будь-якої ЕМ. Це обумовлює доцільність їх подальшої розробки та дослідження.

Розглянемо рис. 1.1, на якому наведено узагальнену структурну схему пристрою контролю параметрів ЕМ. Об'єкт контролю спрягається з тахометричним перетворювачем (ТП) за допомогою муфти спряження, вихідний сигнал ТП обробляється вторинним контрольно-вимірювальним пристроєм, який розраховує параметри, що контролюються, та здійснює процес контролю. З структурної схеми на рис.1.1 слідує класифікація пристроїв контролю параметрів ЕМ (в подальшому будемо розглядати тільки контроль кутової швидкості та моменту інерції ЕМ за амплітудою крутильних коливань) за наступними ознаками:

- в залежності від об'єкту контролю. Нині відома багата кількість наукових робіт, що присвячені математичному моделюванню ЕМ [12, 18, 28-30]. З аналізу цих моделей випливають аналітичні співвідношення, що зв'язують вихідні параметри ЕМ, що можна визначити шляхом прямих вимірювань, з параметрами що не піддаються прямим вимірюванням (момент інерції тощо). Пристрій контролю може бути орієнтований як на конкретний об'єкт, так і бути універсальним. При використанні сучасної комп'ютерної техніки можлива реалізація пристрою контролю як адаптивної системи, яка адаптується під об'єкт контролю;



Рис. 1.1. Узагальнена структурна схема пристрою контролю характеристик роторних систем

- в залежності від типу ТП, що використовується. У відповідності з [31] тахометричні перетворювачі поділяються на амплітудного перетворення, частотно-часового перетворення, просторового кодування. У ТП амплітудного перетворення вихідним сигналом є рівень

вихідної напруги, який є функцією кутової швидкості чи кута повороту. Інформативним параметром вихідного сигналу ТП частотно-часового перетворення є частота чи період вихідного сигналу, який є функцією кута повороту та кутової швидкості. В ТП просторового кодування інформація про кутову швидкість отримується шляхом диференціювання коду кутового переміщення валу об'єкту контролю за часом;

- в залежності від типу вторинного контрольно-вимірювального пристрою. Вторинний контрольно-вимірювальний пристрій може бути аналоговим та цифровим. Сучасні пристрої контролю є як правило цифровими. Цифрові пристрої контролю можуть бути з мікропроцесорною обробкою інформації.

Класифікацію пристроїв контролю характеристик роторної системи - кутової швидкості та моменту інерції ротору за амплітудою крутильних коливань наведено на рис. 1.2. Проведемо порівняльну характеристику пристроїв контролю кутової швидкості та моменту інерції з вторинним контрольно-вимірювальним пристроєм з мікропроцесорною обробкою інформації при використанні різних ТП.

В теперішній час найбільш розповсюдженими є ТП частотно-часового перетворення, інформативним параметром вихідного сигналу яких є частота чи період слідування імпульсів [32 - 34]. Вимірювання кутової швидкості у цьому випадку зводиться до вимірювання частоти чи часового інтервалу [35-38]. Принцип дії ТП, які найбільш часто використовуються, частотно-часового перетворення - фотоелектричних, полягає у періодичній зміні потоку опромінення з частотою, яка прямо пропорційна кутовій швидкості. Модулятор такого ТП уявляє собою диск з прорізами, рівномірно розподіленими по колу. Кількість цих прорізів  $z$  є основною характеристикою модулятора.





Рис.1.2. Класифікація пристроїв контролю характеристик ЕМ

У найпростіший частотний фотоелектричний ТП входить джерело світла, фотоприймач, модулятор. При обертанні модулятора, світловий потік, що попадає на фотоприймач, змінюється, і на його виході формуються імпульси напруги, частота яких прямо пропорційна кутовій швидкості, тобто здійснюється апаратне диференціювання кута повороту за часом з змінним часовим кроком, що є важливим недоліком таких ТП [20].

При вимірюванні за допомогою такого ТП кутової швидкості у динамічному режимі миттєва кутова швидкість обертання визначається як:

$$\omega = \frac{2\pi}{z_M \Delta t}, \quad (1.10)$$

де  $\Delta t$  - часовий інтервал між двома імпульсами, які йдуть один за одним;

$z_M$  - кількість штрихів модулятора первинного перетворювача.

Миттєва кутова швидкість є величиною зворотно пропорційною часовому інтервалу між двома імпульсами та уявляє собою дискретну функцію часу із змінним кроком, який залежить від вхідної величини. Динамічні властивості ТП безпосередньо зв'язані з дискретністю вихідного сигналу: чим менше дискретність, тим на більш швидкі зміни кутової швидкості може реагувати ТП. З (1.10) слідує, що зменшення дискретності може бути досягнуто шляхом збільшення  $z$ . Однак це не дозволяє на базі звичайного частотного ТП реалізувати широкодіапазонний тахометр. Це пояснюється не тільки нечутливістю ТП до напрямку обертання, що в принципі може бути вирішено шляхом введення додаткового дешифратора, а високою дискретністю вихідного сигналу при  $\omega \rightarrow 0$ , що є основним недоліком таких ТП. При контролюванні середнього значення кутової швидкості, кутова швидкість і частота вихідного сигналу ТП зв'язані між собою співвідношенням:

$$\omega = \frac{2\pi f}{z_M}, \quad (1.11)$$

де  $f$  - частота вихідного сигналу ТП.

При роботі за таким алгоритмом проведення контролю параметрів ЕМ в динамічному режимі неможливе. Слід зазначити, що за допомогою частотного фотоелектричного ТП визначення початкового кутового положення валу об'єкту контролю потребує додаткових пристроїв, а визначення поточного кута повороту неможливе з постійним часовим кроком, що ускладнює алгоритм визначення амплітуди крутильних коливань.

ТП просторового кодування мають ті самі недоліки, що ТП частотно-часового перетворення. Їх перевагою над останніми є те, що їх вихідним сигналом є цифровий код, який несе інформацію про кут повороту.

До ТП амплітудного перетворення відносяться тахогенератори постійного та змінного струму [39, 40], фотоелектричні ТП з просторовими фільтрами [41], п'єзоелектричні ТП [42]. Найбільш точне первинне перетворення кутової швидкості в напругу здійснюють тахогенератори постійного струму, але їх використання обмежено за рядом причин. Залежність вихідної напруги тахогенератора постійного струму від кутової швидкості описується виразом [40]:

$$U_{ТГ} = \frac{k_E \omega - U_{Щ}}{1 + \frac{k_K k_P \omega + R_{Я}}{R_{НАВ}}}, \quad (1.12)$$

де  $U_{ТГ}$  - вихідна напруга тахогенератора;

$U_{Щ}$  - напруга на щітковому контакті;

$k_E$  - постійна машини;

$k_K$  - конструктивний коефіцієнт;

$k_P$  - коефіцієнт пропорційності між струмом якоря та потоком;

$R_{Я}$  - опір обмотки якорю;

$R_{НАВ}$  - опір навантаження.

Із аналізу виразу (1.12) випливає, що вихідна напруга тахогенератора нелінійно залежить від кутової швидкості і при нульовій кутовій швидкості не дорівнює нулю, тобто присутня зона нечутливості. Окрім того вихідна напруга тахогенератора постійного струму має пульсуючу складову, яка обумовлює виникнення додаткової похибки первинного перетворення та ускладнює визначення амплітуди крутильних коливань. Наявність щіткового контакту підвищує момент опору на валу тахогенератора. Для визначення кутового прискорення в динамічному режимі, що необхідно для контролю динамічного моменту, необхідно диференціювати вихідну напругу тахогенератора, що приводить до високої похибки контролю. За допомогою тахогенератора неможливе визначення поточного кута повороту валу об'єкту контролю. Окрім того тахогенератори є низькочастотними пристроями, що робить неможливим їх використання для контролю параметрів високо оборотних ЕМ.

Для визначення амплітуди крутильних коливань з метою послідовного контролю моменту інерції необхідно мати ТП, вихідний аналоговий сигнал якого лінійно залежить від кута повороту. Він відноситься до ТП амплітудного перетворення. Шляхом його подальшої цифрової обробки його вихідного сигналу можливе визначення амплітуди крутильних коливань, а шляхом цифрового диференціювання з постійним часовим кроком - визначення кутової швидкості. Наявність такого ТП дає змогу уникнути усіх недоліків ТП частотно-часового перетворення. ТП з вихідним сигналом, прямо пропорційним куту повороту розглянуто у [43-46], але вони мають високочастотний вихідний сигнал, що обмежує зверху діапазон кутових швидкостей. Окрім того в них не передбачено зменшення похибки, що виникає біля максимумів та мінімумів імпульсів вихідної напруги внаслідок неточності виготовлення елементів ТП. Розробка такого ТП з покращеними метрологічними характеристиками є важливим та актуальним завданням.

Використання традиційних ТП та пристроїв контролю кутової швидкості та моменту інерції за крутильними коливаннями на їх основі не дозволяють у повній мірі вирішити задачу автоматизації випробувань. Це пов'язано з властивими їм недоліками. На основі викладеного вище уявляється, що перспективним напрямком досліджень та розробки пристрою контролю кутової швидкості та моменту інерції синхронної гістерезисної ЕМ з конічним ротором та газомagnetним підвісом ротору є такий напрямок, який дозволив би зменшити або виключити вказані недоліки та реалізувати як інтелектуалізований мікропроцесорний пристрій.

## 2. ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ГАЗОМАГНІТНОГО ПІДВІСУ КОНІЧНОГО РОТОРА

### 2.1. Математична модель газомагнітного підвісу конічного ротора

Нехай високошвидкісна конічна роторна система має гістерезисний масивний конічний ротор, який обертається навколо осі симетрії в газомагнітному підвісі [11, 14], утвореному взаємодією газової підйомної сили  $N$  (рис. 2.1), спричиненої тиском газу в зазорі між ротором та статором, та електромагнітної сили  $F$  притягання ротора до статора, спричиненої робочим електромагнітним полем останнього.

Нехай  $0\xi\eta\zeta$  - нерухома декартова система координат (рис. 2.1), де  $0\xi$  - вісь симетрії статора 2. Нехай також вісь  $0\xi$  співпадає з віссю симетрії ротора 1. Стислий газ подається в зазор між ротором та статором через живильники-дроселі 4, що рівномірно розподілені по колу в перерізі статора. Не зважаючи на дискретне розташування живильників-дроселів 4, будемо вважати, що утворювана при цьому підйомна газова сила  $N$  рівномірно розподілена по колу та в кожній точці направлена нормально до поверхні статора 2. Сила  $F$  електромагнітного притягання ротора 1 до статора 2 спричинена електромагнітним полем, утвореним рівномірно розподіленою по колу обмоткою 3 статора 2, також рівномірно розподілена по колу та в кожній точці направлена нормально до поверхні статора 2 в сторону, протилежну силі  $N$ . При співвісному положенні ротора 1 та статора 2 та відсутності кутових перекосів ротора рівнодійні сил  $N$  і  $F$  прикладені до центра симетрії ротора та направленні вздовж осі  $0\xi$  в протилежні сторони (сили  $N_\xi$  та  $F_\xi$  на рис. 2.1). При радіальному зміщенні та/або кутових перекосах ротора одночасно з осьовими складовими  $N_\xi$  та  $F_\xi$  рівнодійних сил  $N$  і  $F$  з'являються їх радіальні складові  $N_e$  та  $F_e$ .

Наявність ексцентриситету маси ротора  $\varepsilon$  обумовлює появу радіального зміщення ротора при його обертанні [53, 54]

$$e = \varepsilon \left( 1 + \frac{\omega^2}{\sqrt{(\Omega_p^2 - \omega^2)^2 + 4\delta_e^2 \omega^2}} \right) \text{sign}(\Omega_p^2 - \omega^2), \quad (2.1)$$

де  $e$  - узагальнена радіальна координата,

$\delta_e$  - коефіцієнт демпфування у радіальному напрямку [13],

$\Omega_p$  - власна частота коливань системи.

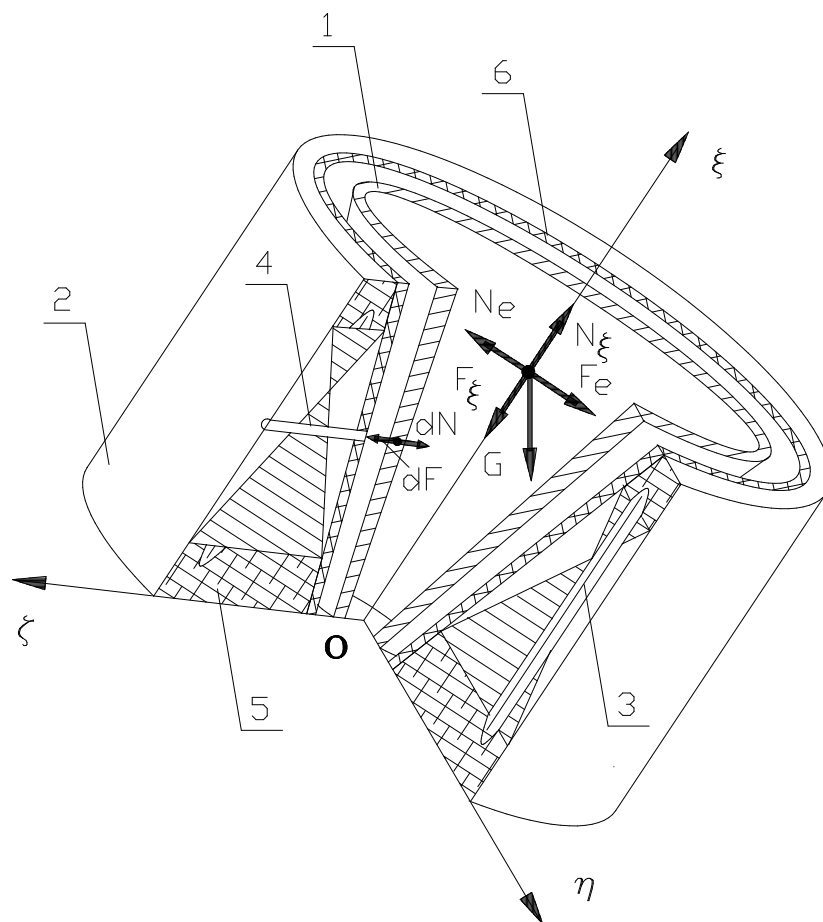


Рис. 2.1. Газомагнітний підвіс конічного ротору. 1 - конічний гістерезисний ротор; 2 - статор з конічною розточкою; 3 - обмотка статору; 4 - живильники-дроселі подачі стислого газу; 5 - наповнювач з немагнітного матеріалу; 6 - шар з немагнітного матеріалу на робочій поверхні ротору.

Наявність радіального зміщення  $e$  ротора 1 обумовлює появу сили інерції при обертанні ротора:

$$F_{ie} = me\omega^2 \sin \varphi, \quad (2.2)$$

де  $m$  - маса ротора,

$\varphi$  - кут повороту ротора навколо осі обертання.

Осьове та радіальне зміщення ротора викликають появу сил опору [13]

$$F_{\delta\xi} = \delta_{c\xi} \dot{\xi}, \quad (2.3)$$

$$F_{\delta e} = \delta_{ce} \dot{e}, \quad (2.4)$$

де  $\delta_{c\xi}$  та  $\delta_{c\zeta}$  - коефіцієнти демпфування в осьовому та радіальному напрямках відповідно.

Будемо також вважати, що обертання ротора не впливає на властивості газоманітного підвісу [3, 55]. Усталений рух ротора в газоманітному підвісі передбачає зрівноваженість сил, що діють на ротор. З урахуванням прийнятих припущень та згідно методу Пуансо [56] сили, що прикладені до ротора та утворюють газоманітний момент, замінимо рівнодієюною силою, яка прикладена в одній точці. Це дозволяє розглядати ротор в газоманітному підвісі як матеріальну точку та застосувати до його опису основне рівняння динаміки матеріальної точки :

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{\xi} &= N_{\xi} - F_{\xi} - \delta_{c\xi}\dot{\xi} - G_{\xi} \\ m\ddot{\eta} &= N_{\eta} - F_{\eta} - F_{i\eta} - \delta_{c\eta}\dot{\eta} - G_{\eta} \\ m\ddot{\zeta} &= N_{\zeta} - F_{\zeta} - F_{i\zeta} - \delta_{c\zeta}\dot{\zeta} - G_{\zeta} \end{aligned} \right\}, \quad (2.5)$$

де  $G_{\xi}$ ,  $G_{\eta}$ ,  $G_{\zeta}$  - складові сили  $G = mg$  (ваги ротора) по осях  $0\xi$ ,  $0\eta$ ,  $0\zeta$ .

При усталеному зазорі між ротором 1 та статором 2 та їх співвісному положенні мають місце рівності:

$$\left. \begin{aligned} \ddot{\xi} &= \dot{\xi} = 0 \\ \ddot{\eta} &= \dot{\eta} = 0 \\ \ddot{\zeta} &= \dot{\zeta} = 0 \end{aligned} \right\}. \quad (2.6)$$

З урахуванням (2.6) з (2.5) знайдемо рівняння газоманітного підвісу конічного ротора при усталеному зазорі:

$$\left. \begin{aligned} N_{\xi} - F_{\xi} - G_{\xi} &= 0 \\ N_{\eta} - F_{\eta} - F_{i\eta} - G_{\eta} &= 0 \\ N_{\zeta} - F_{\zeta} - F_{i\zeta} - G_{\zeta} &= 0 \end{aligned} \right\}. \quad (2.7)$$

Згідно (2.2) визначимо складові інерційної сили відносно осей  $0\xi$ ,  $0\eta$  та  $0\zeta$ :

$$\left. \begin{aligned} F_{i\xi} &= 0 \\ F_{i\eta} &= m\eta\omega^2 \cos\varphi \\ F_{i\zeta} &= m\zeta\omega^2 \sin\varphi \end{aligned} \right\}. \quad (2.8)$$

Визначимо осьові та радіальні складові газової підйомної сили  $N$  та сили  $F$  електромагнітного притягання ротора до статора. Враховуючи надзвичайно малу величину діючої на ротор архимедової підйомної сили (значно менше 0,01% ваги ротора), будемо вважати підйомною газовою силою газостатичну силу тиску газу на робочу поверхню ротора:

$$N = \int_s p(s) ds, \quad (2.9)$$

де  $ds$  - елемент поверхні ротора, на якому  $p(s) = \text{const}$ .

Осьова складова підйомної газової сили може бути визначена у вигляді [13, 55, 57]:

$$N_\xi = N_{0\xi} - C_{N\xi} \xi, \quad (2.10)$$

де  $N_{0\xi}$  - осьова складова номінальної підйомної газової сили,

$C_{N\xi}$  - жорсткість шару газового мастила в осьовому напрямку.

Осьова складова номінальної підйомної газової сили може бути визначена з рівняння

$$N_{0\xi} = \int_0^{2\pi} d\phi \left( \int_{R_{1K}}^{R_{01}} p(r_K) dr_K + \int_{R_{01}}^{R_{0K}} p(r_K) dr_K \right) - \pi (R_{0K}^2 - R_{1K}^2) p_a, \quad (2.11)$$

де  $R_{0K}$  - радіус більшої основи зрізаного конуса ротора,

$R_{1K}$  - радіус меншої основи зрізаного конуса ротора,

$R_{01}$  - радіус розташування вихідних отворів живильників-дроселів,

$p(r_K)$  - тиск газу в зазорі між ротором і статором в перетину з радіусом  $r_K$ ,

$R_{0K} > r_K > R_{1K}$  - радіус перетину зрізаного конуса ротора.

$$N_{0\xi} = \pi (R_{0K}^2 - R_{1K}^2) K_{0\xi} p_a, \quad (2.12)$$

де  $K_{0\xi}$  - безрозмірна номінальна осьова газова жорсткість, визначається виразом

$$K_{0\xi} = \frac{2}{1 - \rho^2} \left[ \int_{\rho_1}^{\rho_{01}} \sqrt{1 + (P_{01}^2 - 1) \frac{\ln(\rho/\rho_1)}{\ln(\rho_{01}/\rho_1)}} \rho d\rho + \int_{\rho_{01}}^1 \sqrt{1 + (P_{01}^2 - 1) \frac{\ln(1/\rho)}{\ln(1/\rho_{01})}} \rho d\rho \right] - 1, \quad (2.13)$$

де  $p_a$  - атмосферний тиск,

$P_{01} = p_{01}/p_a$  - безрозмірний тиск газу на виході живильників-дроселів,

$p_{01}$  - тиск газу на виході живильників-дроселів,

$\rho, \rho_{01}, \rho_1$  - безрозмірні радіуси ротора, причому

$$\rho = \frac{r_K}{R_{0K}}; \quad \rho_{01} = \frac{R_{01}}{R_{0K}}; \quad \rho_1 = \frac{R_{1K}}{R_{0K}}. \quad (2.14)$$

За визначенням [55], жорсткість шару газового мастила в осьовому напрямку

$$C_{N\xi} = \frac{dN}{d\xi}, \quad (2.15)$$

де  $\xi = h_\Gamma / \sin \chi$ ,



$h_{\Gamma}$  - газований зазор між статором і ротором,

$\chi$  - кут конічності ротора.

Диференціюючи (2.11) з урахуванням (2.14), знайдемо осьову газову жорсткість у вигляді [57]:

$$C_{N\xi} = \pi p_a (R_{0K}^2 - R_{1K}^2) K_{N\xi} \frac{\sin \chi}{h_{\Gamma}}, \quad (2.16)$$

де  $K_{N\xi}$  - безрозмірна осьова газова жорсткість, визначається виразом

$$K_{N\xi} = \frac{3(P_{01}^2 - 1)(P_H^2 - P_{01}^2)}{(P_H^2 - 1)(1 - \rho_1^2)} \left[ \int_{\rho_1}^{\rho_{01}} \frac{\frac{\ln(\rho/\rho_1)}{\ln(\rho_{01}/\rho_1)}}{\sqrt{1 + (P_{01}^2 - 1) \frac{\ln(\rho/\rho_1)}{\ln(\rho_{01}/\rho_1)}}} \rho d\rho + \int_{\rho_{01}}^1 \frac{\frac{\ln(1/\rho)}{\ln(1/\rho_{01})}}{\sqrt{1 + (P_{01}^2 - 1) \frac{\ln(1/\rho)}{\ln(1/\rho_{01})}}} \rho d\rho \right] \quad (2.17)$$

Безрозмірний тиск наддуву

$$P_H = p_H / p_a, \quad (2.18)$$

де  $p_H$  - тиск наддуву.

Визначимо елементарну радіальну газову силу  $dN_e$  (рис. 2.1) у вигляді:

$$dN_e = dN \cos \varphi \cos \chi = p(s) r d\varphi dL \cos \varphi \cos \chi, \quad (2.19)$$

де  $L$  - довжина образуючої ротора, причому  $dL = dr_K / \sin \chi$ ,

$d\varphi$  - елементарна дуга кола (елементарний кут повороту) ротора.

Інтегруючи (2.19), знайдемо радіальну складову газової підйомної сили:

$$N_e = \cos \chi \int_0^{2\pi} \left( \int_{R_{1K}}^{R_{01}} \frac{p(s)}{\sin \chi} r_K dr_K + \int_{R_{01}}^{R_{0K}} \frac{p(s)}{\sin \chi} r_K dr_K \right) \cos \varphi d\varphi, \quad (2.20)$$

та відновлюючий момент шару газового мастила при радіальному зміщенні ротора:

$$M_e = \cos \chi \int_0^{2\pi} \left( \int_{R_{K1}}^{R_{01}} \frac{\xi p(s)}{\sin \chi} r_K dr_K + \int_{R_{01}}^{R_{0K}} \frac{\xi p(s)}{\sin \chi} r_K dr_K \right) \cos \varphi d\varphi. \quad (2.21)$$

З урахуванням зробленого припущення про рівномірність розподілу газового тиску по колу ротора при відсутності радіального зміщення ( $e = 0$ ) для будь-якого перетину ротора  $p(s) = \text{const}$ , і, згідно з теоремою Коші, з (2.20) випливає:

$$N_e = 0|_{e=0}, \quad (2.22)$$

$$M_e = 0|_{e=0}. \quad (2.23)$$

При наявності радіального зміщення ротора ( $e \neq 0$ ) тиск в шарі газового мастила може бути представлений у вигляді [3, 55, 57]:

$$p(s) = p(r_K, \phi) = p^2(r_K) + \Delta p(r_K, \phi), \quad (2.24)$$

де

$$\Delta p(r_K, \phi) = \frac{\partial p}{\partial e} e. \quad (2.25)$$

Зобразимо осевий зазор  $\xi$  у вигляді функції від аргументу  $r$ :

$$\xi = (R_{0K} - r_K) \operatorname{ctg} \chi. \quad (2.26)$$

Враховуючи (2.24), (2.25) та (2.26), з (2.20) та (2.21) знаходимо:

$$N_e = e \frac{\cos \chi}{\sin \chi} \int_0^{2\pi} \left( \int_{R_{1K}}^{R_{01}} \frac{\partial p}{\partial e} r_K dr_K + \int_{R_{01}}^{R_{0K}} \frac{\partial p}{\partial e} r_K dr_K \right) \cos \phi d\phi, \quad (2.27)$$

$$M_e = e \frac{\cos^2 \chi}{\sin^2 \chi} \int_0^{2\pi} \left( \int_{R_{1K}}^{R_{01}} \frac{\partial p}{\partial e} (R_{0K} - r_K) r_K dr_K + \int_{R_{01}}^{R_{0K}} \frac{\partial p}{\partial e} (R_0 - r_K) r_K dr_K \right) \cos \phi d\phi. \quad (2.28)$$

З (2.27) та (2.28) знайдемо радіальну та кутову жорсткості шару газового мастила при радіальному зміщенні ротора:

$$C_{Ne} = \frac{\cos \chi}{\sin \chi} \int_0^{2\pi} \left( \int_{R_{1K}}^{R_{01}} \frac{\partial p}{\partial e} r dr + \int_{R_{01}}^{R_{0K}} \frac{\partial p}{\partial e} r dr \right) \cos \phi d\phi, \quad (2.29)$$

$$C_{Me} = \frac{\cos^2 \chi}{\sin^2 \chi} \int_0^{2\pi} \left( \int_{R_{K1}}^{R_{01}} \frac{\partial p}{\partial e} (R_{0K} - r) r dr + \int_{R_{01}}^{R_{0K}} \frac{\partial p}{\partial e} (R_{0K} - r) r dr \right) \cos \phi d\phi. \quad (2.30)$$

Згідно [13, 55, 57] з (2.29) та (2.30) випливає:

$$C_{Ne} = \frac{p_a L (R_{0K} + R_{1K}) \cos \chi}{h_0} K_{Ne}, \quad (2.31)$$

де  $K_{Ne}$  - безрозмірна радіальна жорсткість, визначається виразом

$$K_{Ne} = \frac{3\pi (P_{01}^2 - 1)(P_H^2 - P_{01}^2)}{2(P_H^2 - 1)(1 - \rho_1^2)} \left[ \int_{\rho_1}^{\rho_{01}} \frac{\frac{\ln(\rho/\rho_1)}{\ln(\rho_{01}/\rho_1)}}{\sqrt{1 + (P_{01}^2 - 1) \frac{\ln(\rho/\rho_1)}{\ln(\rho_{01}/\rho_1)}}} \rho d\rho + \int_{\rho_{01}}^1 \frac{\frac{\ln(1/\rho)}{\ln(1/\rho_{01})}}{\sqrt{1 + (P_{01}^2 - 1) \frac{\ln(1/\rho)}{\ln(1/\rho_{01})}}} \rho d\rho \right] \quad (2.32)$$

$$C_{Me} = \frac{p_a L^2 (R_{0K} + R_{1K}) \cos \chi}{h_0} K_{Me}, \quad (2.33)$$

де  $h_0$  - номінальний газовий зазор,

$K_{Me}$  - безрозмірна кутова жорсткість при радіальному зміщенні ротора, яка визначається виразом

$$K_{Me} = \frac{3\pi(P_{01}^2 - 1)(P_H^2 - P_{01}^2)}{2(P_H^2 - 1)(1 - \rho_1^2)(1 - \rho_1)} \left[ \int_{\rho_1}^{\rho_{01}} \frac{\frac{\ln(\rho/\rho_1)}{\ln(\rho_{01}/\rho_1)}}{\sqrt{1 + (P_{01}^2 - 1)\frac{\ln(\rho/\rho_1)}{\ln(\rho_{01}/\rho_1)}}} (1 - \rho) \rho d\rho + \int_{\rho_{01}}^1 \frac{\frac{\ln(1/\rho)}{\ln(1/\rho_{01})}}{\sqrt{1 + (P_{01}^2 - 1)\frac{\ln(1/\rho)}{\ln(1/\rho_{01})}}} (1 - \rho) \rho d\rho \right] \quad (2.34)$$

Досліджуючи реакції шару газового мастила на кутове зміщення, аналогічно співвідношенням (2.27) - (2.34) знайдемо радіальну та кутову жорсткість шару газового мастила при кутовому зміщенні ротора:

$$C_{N\alpha} = \frac{\cos \chi}{\sin \chi} \int_0^{2\pi} \left( \int_{R_{1K}}^{R_{01}} \frac{\partial p}{\partial \alpha} r_K dr_K + \int_{R_{01}}^{R_{0K}} \frac{\partial p}{\partial \alpha} r_K dr_K \right) \cos \phi d\phi, \quad (2.35)$$

$$C_{M\alpha} = \frac{\cos^2 \chi}{\sin^2 \chi} \int_0^{2\pi} \left( \int_{R_{1K}}^{R_{01}} \frac{\partial p}{\partial \alpha} (R_{0K} - r_K) r_K dr_K + \int_{R_{01}}^{R_{0K}} \frac{\partial p}{\partial \alpha} (R_{0K} - r_K) r_K dr_K \right) \cos \phi d\phi \quad (2.36)$$

Визначаючи з [13, 55, 57] величину  $\partial p / \partial \alpha$ , знаходимо з (2.35) та (2.36):

$$C_{N\alpha} = \frac{p_a L^2 (R_{0K} + R_{1K}) \cos \chi}{h_0} K_{N\alpha}, \quad (2.37)$$

де  $K_{N\alpha}$  - безрозмірна радіальна жорсткість шару газового мастила при кутовому перекосі ротора

$$K_{N\alpha} = \frac{3\pi(P_{01}^2 - 1)}{2(1 - \rho_1^2)(1 - \rho_1)} \left[ \int_{\rho_1}^{\rho_{01}} \frac{B(\rho) \frac{\ln(\rho/\rho_1)}{\ln(\rho_{01}/\rho_1)} + C(\rho)}{\sqrt{1 + (P_{01}^2 - 1)\frac{\ln(\rho/\rho_1)}{\ln(\rho_{01}/\rho_1)}}} \rho d\rho + \int_{\rho_{01}}^1 \frac{B(\rho) \frac{\ln(1/\rho)}{\ln(1/\rho_{01})} + D(\rho)}{\sqrt{1 + (P_{01}^2 - 1)\frac{\ln(1/\rho)}{\ln(1/\rho_{01})}}} \rho d\rho \right] \quad (2.38)$$

У виразі (2.38) уведено наступні позначення

$$B(\rho) = \frac{P_H^2 - P_{01}^2}{(P_H^2 - 1)\ln(1/\rho_1)} \left[ \frac{1 + \rho_1}{2} \ln(1/\rho_1) - (1 - \rho_{01}) \frac{\ln(\rho_{01}/\rho_1)}{\ln(1/\rho_{01})} - (\rho_{01} - \rho_1) \frac{\ln(1/\rho_{01})}{\ln(\rho_{01}/\rho_1)} \right],$$

$$C(\rho) = \frac{(\rho_{01} - \rho_1) \ln(\rho/\rho_1) - (\rho - \rho_1) \ln(\rho_{01}/\rho_1)}{\ln^2(\rho_{01}/\rho_1)},$$

$$D(\rho) = \frac{(1 - \rho_{01}) \ln(1/\rho) - (1 - \rho) \ln(1/\rho_{01})}{\ln^2(1/\rho_{01})};$$

$$C_{M\alpha} = \frac{p_a L^3 (R_{0K} + R_{1K}) \cos \chi}{h_0} K_{M\alpha}, \quad (2.39)$$

де  $K_{M\alpha}$  - безрозмірна кутова жорсткість шару газового мастила при кутовому перекосі ротора

$$K_{M\alpha} = \frac{3\pi(P_{01}^2 - 1)}{2(1 - \rho_1^2)(1 - \rho_1)^2} \left[ \int_{\rho_1}^{\rho_{01}} \frac{B(\rho) \frac{\ln(\rho/\rho_1)}{\ln(\rho_{01}/\rho_1)} + C(\rho)}{\sqrt{1 + (P_{01}^2 - 1) \frac{\ln(\rho/\rho_1)}{\ln(\rho_{01}/\rho_1)}}} (1 - \rho) \rho d\rho + \int_{\rho_{01}}^1 \frac{B \frac{\ln(1/\rho)}{\ln(1/\rho_{01})} + D(\rho)}{\sqrt{1 + (P_{01}^2 - 1) \frac{\ln(1/\rho)}{\ln(1/\rho_{01})}}} (1 - \rho) \rho d\rho \right] \quad (2.40)$$

Сила  $F$  електромагнітного притягання ротора до статора (рис. 2.1) може бути визначена у вигляді [58]:

$$F = \frac{dW_h}{dh_M}, \quad (2.41)$$

де  $W_h$  - магнітна енергія в магнітному зазорі  $h_M$  між ротором та статором, причому

$$W_h = \frac{1}{2} \int_V BH dV, \quad (2.42)$$

де магнітна індукція

$$B = \mu_0 F_m / h_M, \quad (2.43)$$

напруженість магнітного поля

$$H = F_m / h_M, \quad (2.44)$$

намагнічуюча сила

$$F_m = \frac{\sqrt{2} m_{\Gamma M} k_{\phi} w_{\phi}}{\pi p_e} I_{\Gamma M}, \quad (2.45)$$

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м - абсолютна магнітна проникність вакууму,

$m_{\phi}$  - кількість фаз обмотки статора,

$k_{об}$  - коефіцієнт обмотки статора,

$w_{об}$  - кількість витків обмотки статора,

$p_e$  - кількість пар полюсів статора,

$I_{\phi}$  - фазний струм статора.

Елементарний об'єм магнітного зазору між ротором та статором (рис. 2.2)

$$dV = h_e r_K d\phi dL_H, \quad (2.46)$$

де  $h_e$  - величина магнітного зазору у радіальному напрямку,

$L_H$  - висота конічного ротора, причому

$$dL_H = \frac{dr_K}{\operatorname{tg} \chi}. \quad (2.47)$$

При відсутності радіального зміщення ротора

$$h_e = \frac{h_M}{\cos \chi} = \xi \operatorname{tg} \chi. \quad (2.48)$$

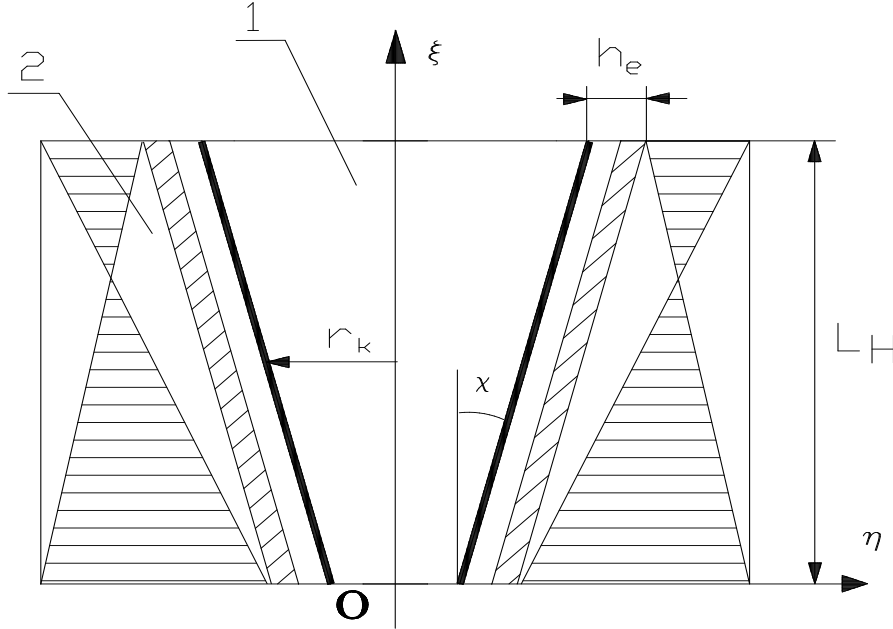


Рис. 2.2. До визначення елементарного об'єму магнітного зазору.  
1 - ротор; 2 - статор (обмотку не наведено)

При наявності радіального зміщення проекції радіального зазору між ротором та статором на осі  $\eta$  та  $\zeta$  мають вигляд:

$$h_\eta = \xi \operatorname{tg} \chi - e \cos \varphi = \xi \operatorname{tg} \chi - \eta, \quad (2.49)$$

$$h_\zeta = \xi \operatorname{tg} \chi - e \sin \varphi = \xi \operatorname{tg} \chi - \zeta, \quad (2.50)$$

а величина радіального зазору визначається у вигляді:

$$h_e = \sqrt{h_\eta^2 + h_\zeta^2} = \sqrt{2\xi^2 \operatorname{tg}^2 \chi - 2\xi \operatorname{tg} \chi (\eta + \zeta) + \eta^2 + \zeta^2}. \quad (2.51)$$

Враховуючи (2.47) та (2.51), з (2.46) знайдемо елементарний об'єм магнітного зазору:

$$dV = \frac{\sqrt{2\xi^2 \operatorname{tg}^2 \chi - 2\xi \operatorname{tg} \chi (\eta + \zeta) + \eta^2 + \zeta^2}}{\operatorname{tg} \chi} r_K dr_K d\phi. \quad (2.52)$$

Підставивши (2.43), (2.44), (2.45) та (2.52) у (2.42), з урахуванням (2.47) знайдемо магнітну енергію в кінчному зазорі:

$$W_h = \frac{\mu_0 m_\phi^2 k_{об}^2 w_{об}^2 L_H (R_{0K} + R_{1K}) I_\phi^2}{\pi p_e^2 \sqrt{2\xi^2 \operatorname{tg}^2 \chi - 2\xi \operatorname{tg} \chi (\eta + \zeta) + \eta^2 + \zeta^2} \cos^2 \chi}, \quad (2.53)$$

або

$$W_h = \frac{\mu_0 m_\phi^2 k_{o\phi}^2 w_{o\phi}^2 L_{o\phi p} (R_{0K} + R_{1K}) I_\phi^2}{\pi p_e^2 \sqrt{2\xi^2 tg^2 \chi - 2\xi tg \chi (\eta + \zeta) + \eta^2 + \zeta^2} \cos \chi}, \quad (2.54)$$

де  $L_{o\phi p}$  - довжина образуючої конічної поверхні ротора.

Згідно [59 - 61] проекції електромагнітної сили притягання ротора до статора знайдемо з (2.53) або з (2.54) за формулою (2.41) у вигляді частинних похідних  $\frac{\partial W_h}{\partial \xi}$ ,  $\frac{\partial W_h}{\partial \eta}$ ,  $\frac{\partial W_h}{\partial \zeta}$ :

$$F_\xi = \frac{W_h}{\xi} = - \frac{\mu_0 m_\phi^2 k_{o\phi}^2 w_{o\phi}^2 L_H I_\phi^2 (R_{0K} + R_{1K}) (2\xi tg \chi - \eta - \zeta) tg \chi}{\pi p_e^2 \sqrt{[2\xi^2 tg^2 \chi - 2\xi tg \chi (\eta + \zeta) + \eta^2 + \zeta^2]^3} \cos^2 \chi}, \quad (2.55)$$

$$F_\eta = \frac{W_h}{\eta} = - \frac{\mu_0 m_\phi^2 k_{o\phi}^2 w_{o\phi}^2 L_H I_\phi^2 (R_{0K} + R_{1K}) (\eta - \xi tg \chi)}{\pi p_e^2 \sqrt{[2\xi^2 tg^2 \chi - 2\xi tg \chi (\eta + \zeta) + \eta^2 + \zeta^2]^3} \cos^2 \chi}, \quad (2.56)$$

$$F_\zeta = \frac{W_h}{\zeta} = - \frac{\mu_0 m_\phi^2 k_{o\phi}^2 w_{o\phi}^2 L_H I_\phi^2 (R_{0K} + R_{1K}) (\zeta - \xi tg \chi)}{\pi p_e^2 \sqrt{[2\xi^2 tg^2 \chi - 2\xi tg \chi (\eta + \zeta) + \eta^2 + \zeta^2]^3} \cos^2 \chi}. \quad (2.57)$$

Враховуючи, що сили  $F_\eta$  та  $F_\zeta$  - складові радіальної сили  $F_e$  електромагнітного притягання ротора до статора, направлені в бік, протилежний радіальному зміщенню ротора, з (2.56) та (2.57) знайдемо силу  $F_e$  у вигляді:

$$F_e = -\sqrt{F_\eta^2 + F_\zeta^2} = - \frac{\mu_0 m_\phi^2 k_{o\phi}^2 w_{o\phi}^2 L_H I_\phi^2 (R_{0K} + R_{1K})}{\pi p_e^2 [2\xi^2 tg^2 \chi - 2\xi tg \chi (\eta + \zeta) + \eta^2 + \zeta^2] \cos^2 \chi}. \quad (2.58)$$

Диференціюючи (2.55), знайдемо осеву жорсткість електромагнітного поля в конічному зазорі газоманітного підвісу:

$$C_{F\xi} = \frac{F_\xi}{\xi} = \frac{\mu_0 m_\phi^2 k_{o\phi}^2 w_{o\phi}^2 L_H I_\phi^2 (R_{0K} + R_{1K})}{\pi p_e^2 \cos^2 \chi} \left\{ \frac{(2\xi tg \chi - \eta - \zeta) [4\xi tg^2 \chi - 2tg \chi (\eta + \zeta)] tg \chi}{\sqrt{[2\xi^2 tg^2 \chi - 2\xi tg \chi (\eta + \zeta) + \eta^2 + \zeta^2]^3}} - \frac{2tg^2 \chi}{\sqrt{2\xi^2 tg^2 \chi - 2\xi tg \chi (\eta + \zeta) + \eta^2 + \zeta^2}} \right\} \quad (2.59)$$

Диференціюючи (2.56), (2.57) та (2.58) з урахуванням

$$\eta = e \cos \varphi,$$

$$\zeta = e \sin \varphi,$$

$$e^2 = \eta^2 + \zeta^2,$$

знаходимо складові радіальної жорсткості  $C_{F\eta}$  та  $C_{F\zeta}$  і радіальну жорсткість  $C_{Fe}$  електромагнітного поля в кінчному зазорі газоманітного підвісу:

$$C_{F\eta} = \frac{F_\xi}{\eta} = \frac{\mu_0 m_\phi^2 k_{\phi\sigma}^2 w_{\phi\sigma}^2 L_H I_\phi^2 (R_{0K} + R_{1K})}{\pi p_e^2 \sqrt{2\xi^2 \text{tg}^2 \chi - 2\xi \text{tg} \chi (\eta + \zeta) + \eta^2 + \zeta^2} \cos^2 \chi} \left[ \frac{(\eta - \xi \text{tg} \chi)^2}{2\xi^2 \text{tg}^2 \chi - 2\xi \text{tg} \chi (\eta + \zeta) + \eta^2 + \zeta^2} - 1 \right], \quad (2.60)$$

$$C_{F\zeta} = \frac{\partial F_\xi}{\partial \zeta} = \frac{\mu_0 m_\phi^2 k_{\phi\sigma}^2 w_{\phi\sigma}^2 L_H I_\phi^2 (R_{0K} + R_{1K})}{\pi p_e^2 \sqrt{2\xi^2 \text{tg}^2 \chi - 2\xi \text{tg} \chi (\eta + \zeta) + \eta^2 + \zeta^2} \cos^2 \chi} \left[ \frac{(\zeta - \xi \text{tg} \chi)^2}{2\xi^2 \text{tg}^2 \chi - 2\xi \text{tg} \chi (\eta + \zeta) + \eta^2 + \zeta^2} - 1 \right], \quad (2.61)$$

$$C_{Fe} = \frac{\partial F_e}{\partial e} = \frac{2\mu_0 m_\phi^2 k_{\phi\sigma}^2 w_{\phi\sigma}^2 L_H I_\phi^2 (R_{0K} + R_{1K}) [e - \xi \text{tg} \chi (\cos \phi + \sin \phi)]}{\pi p_e^2 [2\xi^2 \text{tg}^2 \chi - 2e \xi \text{tg} \chi (\cos \phi + \sin \phi) + e^2] \cos^2 \chi}. \quad (2.62)$$

Таким чином, рівняння (2.10), (2.12), (2.13), (2.16), (2.17), (2.27), (2.28), (2.31) - (2.34), (2.37) - (2.40) визначають осьову та радіальну підйомні сили, відновлювані моменти та осьову, радіальну та кутову жорсткості шару газового мастила, а рівняння (2.55), (2.58), (2.59) та (2.62) - осеву й радіальну сили електромагнітного притягання ротора до статора та - осьову й радіальну жорсткості електромагнітного поля в зазорі між ротором та статором. Визначення сил, що діють в газоманітному підвісі, дозволяє розглянути стійкість газоманітного підвісу та перейти до визначення та дослідження математичної моделі високошвидкісної кінчної роторної системи

## 2.2. Стійкість газоманітного підвісу кінчної роторної системи

Нехай вісь  $O\xi$  обертання ротора (рис. 2.1) направлена вертикально вгору. Тоді рівняння (2.7) газоманітного підвісу кінчного ротора при усталеному зазорі приймають вигляд:

$$\left. \begin{aligned} N_\xi - (F_\xi + G) &= 0 \\ N_\eta - F_\eta &= 0 \\ N_\zeta - F_\zeta &= 0 \end{aligned} \right\}. \quad (2.63)$$

Графоаналітичне рішення рівняння (2.63) для розглядаємого об'єкту контролю для осьового напрямку наведено на рис. 2.3 у вигляді графіків залежності сил  $N_\xi$  (крива 1),  $F_\xi$  (крива 2) та  $F_\xi + G$  (крива 3) від величини осьового зазору  $\xi$ . З аналізу графіків випливає, що рівняння (2.63) має два розв'язки, які визначаються як точки перетину кривих  $N_\xi$  та  $F_\xi + G$ . Фізичний сенс наявності двох коренів рівняння (2.63) полягає в тому, що кінчному ротору в полі сил  $N_\xi$ ,  $F_\xi$  та  $G$  притаманні два усталених стани, які відповідають зазорам  $\xi_1$  та  $\xi_2$ .

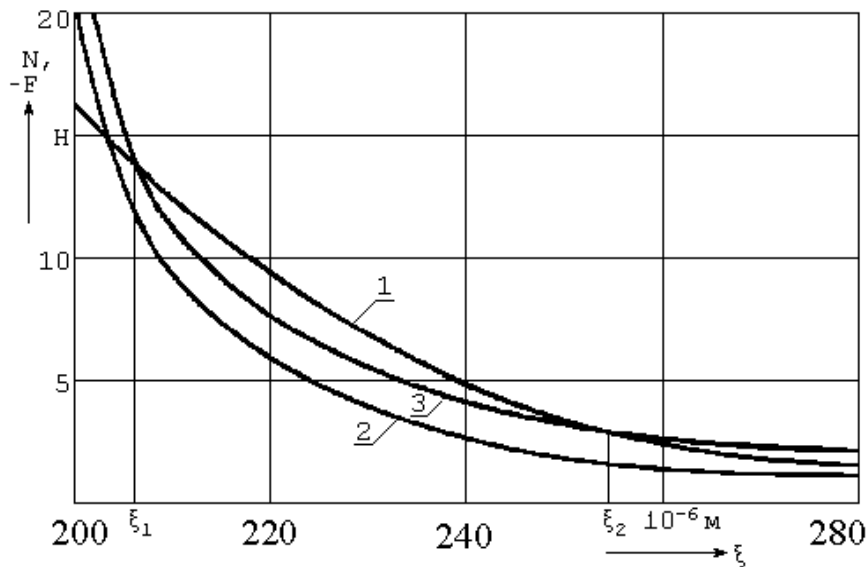


Рис. 2.3. Графоаналітичний розв'язок рівняння газоманітного підвісу

Аналіз графіків (рис. 2.3), встановлює, що нижнє усталене значення зазору  $\xi_1$  нестійке. Дійсно, при малому зміщенні ротора в бік зменшення зазору (вліво від значення  $\xi_1$  по осі абсцис) сума сил  $F_\xi + G$  (крива 3) перевищує газову підйомну силу  $N_\xi$  (крива 1) тим більше чим більше зміщення вліво від точки  $\xi_1$ , і ротор притягується до статора до моменту доторкання.

При малому зміщенні ротора в бік збільшення зазору (вправо від точки  $\xi_1$  по осі абсцис) газова підйомна сила  $N_\xi$  (крива 1) перебільшує суму сил  $F_\xi + G$  (крива 3) і примушує ротор зміщуватись у бік збільшення зазору аж до переходу у верхній усталений стан при величині зазору  $\xi_2$ , яка виявляється стійкою. Дійсно, при зміщенні ротора вліво від точки  $\xi_2$  по осі абсцис (в сторону зменшення зазору) газова підйомна сила  $N_\xi$  (крива 1) перебільшує суму сил  $F_\xi + G$  (крива 3) і примушує ротор віддалятися від статора, компенсуючи початкове зменшення зазору та відновлюючи усталене значення зазору  $\xi_2$ . Зміщення ротора вправо від точки від точки  $\xi_2$  по осі абсцис (в сторону збільшення зазору) спричиняє перевищення сумою сил  $F_\xi + G$  (крива 3) газової підйомної сили  $N_\xi$  (крива 1), що примушує ротор наближатись до статора, компенсуючи початкове збільшення зазору та відновлюючи усталене значення зазору  $\xi_2$ . Таким чином, коливання величини зазору навколо значення  $\xi_2$  примушують систему протидіяти зміщенню ротора та відновлювати усталене значення зазору  $\xi_2$ , що є ознакою її стійкості.



Таким чином, для забезпечення стійкості конічного ротора в га-  
зомагнітному підвісі необхідно виключити з діапазону можливих зна-  
чень  $\xi$  нестійкі значення усталених зазорів. Як видно з рис. 2.3, ви-  
ключення нестійких значень усталених зазорів можливе при зміщенні  
графіка залежності суми сил  $F_\xi + G$  від  $\xi$  (крива 3) вліво відносно гра-  
фіка залежності сили  $N_\xi$  від  $\xi$  (крива 1) доти, доки нестійке усталене  
значення зазору  $\xi_1$  виявиться зміщеним в зону від'ємних значень  $\xi$ ,  
яка не має фізичного сенсу. Це еквівалентне збільшенню величини  
магнітного зазору  $h_M$  при незмінній величині газового зазору  $h_r$ .

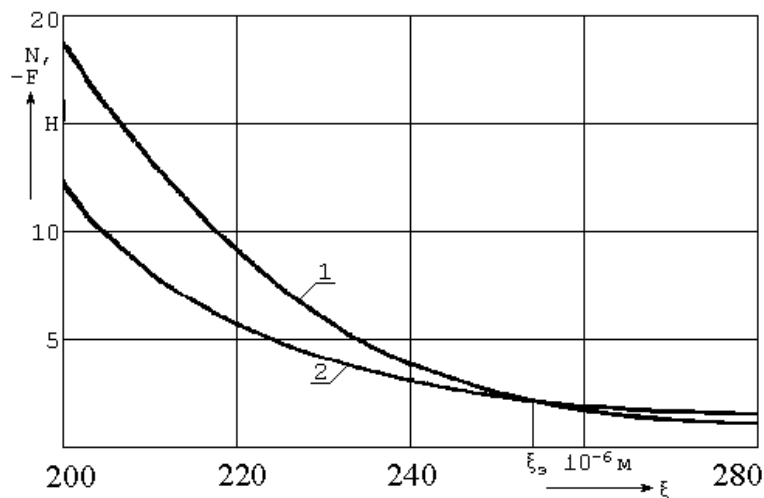


Рис. 2.4. Стійкість газомагнітного підвісу

Цього можна досягти, якщо ввести в зазор між статором та ро-  
тором шар немагнітного не електропровідного матеріалу товщиною  $h_H$   
 $= \text{const}$  для конкретної роторної системи. Графоаналітичне рішення  
рівняння (2.63) з урахуванням введення шару  $h_H$  немагнітного матері-  
алу наведено на рис. 2.4, де крива 1 характеризує залежність сили  $N_\xi$   
від величини зазору  $h_r = \xi$ , а крива 2 - залежність суми сил  $F_\xi + G$  від  
величини магнітного зазору  $h_M = \xi + h_H$ .

### 2.3. Математична модель конічної роторної системи в газомагнітному підвісі

Нехай конічний гістерезисний ротор 1 (рис. 2.5) підвішений в  
полі газових та електромагнітних сил в конічній розточці статора 2 з  
шаром немагнітного матеріалу на робочій поверхні й обертається під  
дією обертаючого моменту  $M_D$ , створюваного статором 2 (конструкція  
статора на рис 2.5 не показана). Нехай також  $O\xi\eta\zeta$  - жорстко зв'язана з  
статором нерухома прямокутна декартова система координат, початок

якої співпадає з центром меншої основи конічної поверхні розточки статора, а вісь  $O\xi$  - з віссю симетрії статора.

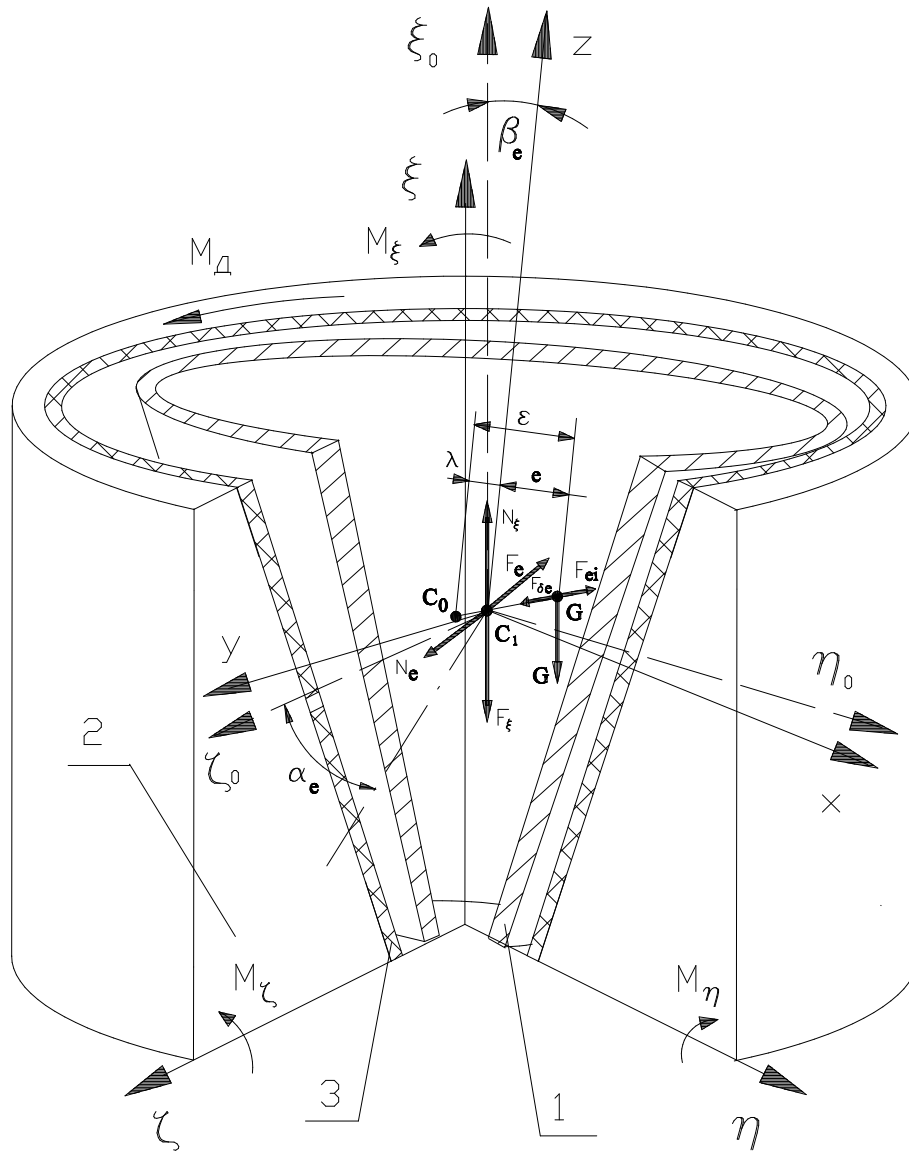


Рис. 2.5. Конічна роторна система в газомагнітному підвісі.  
 1 - ротор; 2 - статор (обмотки статора не наведено); 3 - шар немагнітного матеріалу

Визначимо точку  $C_0$  ротора як гіпотетичний центр мас ротора при умові ідеально рівномірного розподілу мас в об'ємі ротора, а точку  $G$  - як реальний центр мас ротора. Розбіжність точок  $C_0$  та  $G$  визна-

чає статичну незрівноваженість ротора, причому віддаль  $\varepsilon = C_0G$  є ексцентриситет маси ротора [31].

В загальному випадку вісь обертання ротора не співпадає з точками  $C_0$  та  $G$ . Введемо жорстко зв'язану з ротором систему координат  $C_1xyz$ , що обертається разом з ротором навколо осі  $C_1z$ . Віддаль  $C_1G = e$ , де величина  $e$  визначається рівнянням (2.1), причому зміщення осі обертання відносно головної центральної осі інерції визначається відрізком  $C_0C_1$ , який дорівнює [2]

$$\lambda = \frac{\varepsilon\omega^2}{\sqrt{(\Omega_p^2 - \omega^2)^2 + 4\delta_e^2\omega^2}}, \quad (2.64)$$

а зміщення ротора, що обертається,

$$e = \varepsilon + \lambda. \quad (2.65)$$

Положення ротора в просторі може бути визначене положенням системи координат  $C_1xyz$ , що рухається разом з ротором, відносно нерухомої системи координат  $0\xi\eta\zeta$ , яке, в свою чергу, визначається координатами  $\xi_{C_1}$ ,  $\eta_{C_1}$ ,  $\zeta_{C_1}$  точки  $C_1$  в системі  $0\xi\eta\zeta$  і кутами Ейлера  $\alpha_e$ ,  $\beta_e$ ,  $\varphi$ , де  $\alpha_e$  є кут повороту системи  $C_1xyz$  відносно осі  $0\xi$  (кут прецесії),  $\beta_e$  є кут між осями  $0\xi$  та  $C_1z$ , а  $\varphi$  є кут повороту ротора відносно осі  $C_1z$ . Кути між осями нерухомої системи координат  $0\xi\eta\zeta$  та системи координат  $C_1xyz$ , що рухається разом з ротором, визначені в роботі [56] і наведені в таблиці 2.1.

Таблиця 2.1.

Косинуси кутів між осями систем координат  $0\xi\eta\zeta$  та  $C_1xyz$

	x	Y	z
$\zeta$	$\cos\beta_e \cos\varphi$	$-\cos\beta_e \sin\varphi$	$\sin\beta_e$
$\eta$	$\cos\alpha_e \sin\varphi + \sin\alpha_e \sin\beta_e \cos\varphi$	$\cos\alpha_e \cos\varphi - \sin\alpha_e \sin\beta_e \sin\varphi$	$-\sin\alpha_e \cos\beta_e$
$\xi$	$\sin\alpha_e \sin\varphi - \cos\alpha_e \sin\beta_e \cos\varphi$	$\sin\alpha_e \cos\varphi + \cos\alpha_e \sin\beta_e \sin\varphi$	$\cos\alpha_e \cos\beta_e$

Конічний ротор 1 (рис. 2.5) знаходиться в полі осьової та радіальної підйомних газових сил, осьової та радіальної сил притягання ротора до статора, ваги ротора (або зовнішнього навантаження)  $G$ , а також складових  $F_{i\eta}$  та  $F_{i\zeta}$  інерційної сили  $F_{ie}$  відносно осей  $0\eta$  та  $0\zeta$ . При кутових перекосах ротора виникає відновлюючий момент  $M_B$  шару газового мастила (його складові відносно осей  $0\xi$ ,  $0\eta$ ,  $0\zeta$  визначені як  $M_\xi$ ,  $M_\eta$ ,  $M_\zeta$  відповідно). Перераховані вище сили та моменти визначені в п. 2.1.

Математичний опис руху кінцевого ротора в газоманітному підвісі виконаємо з застосуванням методів динаміки вільного твердого тіла, що чинить загальний випадок руху [62]. Нехтуючи вельми малими деформаціями, спричиненими рухом ротора, вважатимемо будь-які переміщення ротора рухом матеріальної точки, що співпадає з центром мас ротора та має масу, яка дорівнює масі ротора. У відповідності з теоремою про рух центра мас [63] визначимо поступальний рух ротора відносно нерухомої системи координат  $0\xi\eta\zeta$  (рис. 2.5) у вигляді:

$$m\ddot{\xi} = \sum_{i=1}^n F_{i\xi}; \quad m\ddot{\eta} = \sum_{i=1}^n F_{i\eta}; \quad m\ddot{\zeta} = \sum_{i=1}^n F_{i\zeta}, \quad (2.66)$$

де

$$\sum_{i=1}^n F_{i\xi} = R_{\xi}; \quad \sum_{i=1}^n F_{i\eta} = R_{\eta}; \quad \sum_{i=1}^n F_{i\zeta} = R_{\zeta}, \quad (2.67)$$

є проєкції головного вектора сил на осі  $0\xi$ ,  $0\eta$ ,  $0\zeta$ .

Згідно з теоремою про зміну моменту кількості руху матеріальної точки [63] визначимо обертання ротора у вигляді:

$$\frac{d\vec{k}_C}{dt} = \sum_{i=1}^n \vec{M}_{Ci}, \quad (2.68)$$

де  $\vec{k}_C$  - вектор моменту кількості руху, визначається виразом

$$\vec{k}_C = \sum_{i=1}^n (\vec{r}_i \times m_i \vec{V}_i). \quad (2.69)$$

Вектор  $\vec{k}_C$  може бути представлений у вигляді компонентів - проєкцій на осі

$C_1x$ ,  $C_1y$ ,  $C_1z$  рухомої системи координат  $C_1xyz$ :

$$\vec{k}_C = k_x \vec{i} + k_y \vec{j} + k_z \vec{k}. \quad (2.70)$$

З (2.69) знайдемо компоненти  $k_x$ ,  $k_y$ ,  $k_z$  вектора  $\vec{k}_C$  у вигляді:

$$k_x = \sum_{i=1}^n r_{xi} m_i V_{xi}; \quad k_y = \sum_{i=1}^n r_{yi} m_i V_{yi}; \quad k_z = \sum_{i=1}^n r_{zi} m_i V_{zi}. \quad (2.71)$$

Визначимо проєкції радіус-вектора будь-якої точки  $m_i$  ротора на осі  $C_1x$ ,  $C_1y$ ,  $C_1z$  у вигляді:

$$r_{xi}^2 = y_i^2 + z_i^2; \quad r_{yi}^2 = x_i^2 + z_i^2; \quad r_{zi}^2 = x_i^2 + y_i^2. \quad (2.72)$$

Оскільки лінійна швидкість точки  $m_i$  ротора  $V_i = \omega r_i$  [64], з (2.71) з урахуванням (2.72) знайдемо:

$$k_x = \omega_x \sum_{i=1}^n m_i (y_i^2 + z_i^2); \quad k_y = \omega_y \sum_{i=1}^n m_i (x_i^2 + z_i^2);$$

$$k_z = \omega_z \sum_{i=1}^n m_i (x_i^2 + y_i^2). \quad (2.73)$$

З визначення, наведеного в [63], випливає, що

$$J_x = \sum_{i=1}^n m_i (y_i^2 + z_i^2); \quad J_y = \sum_{i=1}^n m_i (x_i^2 + z_i^2); \quad J_z = \sum_{i=1}^n m_i (x_i^2 + y_i^2), \quad (2.74)$$

є моменти інерції ротора відносно осей  $C_1x$ ,  $C_1y$ ,  $C_1z$ .

Враховуючи адитивність моменту інерції [63], з (2.70), (2.73) та (2.74) знайдемо:

$$k_x = J_x \omega_x - J_{xy} \omega_y - J_{xz} \omega_z; \quad k_y = J_y \omega_y - J_{yx} \omega_x - J_{yz} \omega_z;$$

$$k_z = J_z \omega_z - J_{zx} \omega_x - J_{zy} \omega_y. \quad (2.75)$$

Оскільки система координат  $C_1xyz$  жорстко з'єднана з ротором, обертається разом з ним і нерухома відносно ротора, моменти інерції ротора відносно осей  $C_1x$ ,  $C_1y$ ,  $C_1z$  незмінні. Нехай  $Gx_Gy_Gz_G$  - жорстко зв'язана з ротором система координат, що обертається разом з ротором, причому початок її співпадає з центром мас  $G$ , а осі  $Gx_G$ ,  $Gy_G$ ,  $Gz_G$  паралельні осям  $C_1x$ ,  $C_1y$ ,  $C_1z$ . Згідно з класичним принципом відносності [62] сили, що діють на ротор, моменти сил та переміщення ротора під їх дією в системі  $Gx_Gy_Gz_G$  не змінюються. Незавжди показати, що моменти інерції ротора відносно осей координат  $Gx_G$ ,  $Gy_G$ ,  $Gz_G$ , що визначаються з (2.74), мають вигляд:

$$J_{Gx} = \sum_{i=1}^n m_i (y_{Gi}^2 + z_{Gi}^2); \quad J_{Gy} = \sum_{i=1}^n m_i (x_{Gi}^2 + z_{Gi}^2); \quad J_{Gz} = \sum_{i=1}^n m_i (x_{Gi}^2 + y_{Gi}^2). \quad (2.76)$$

При цьому моменти інерції  $J_{Gx}$ ,  $J_{Gy}$ ,  $J_{Gz}$  виявляються головними центральними моментами інерції ротора, а осі  $Gx_G$ ,  $Gy_G$ ,  $Gz_G$  - головними центральними осями інерції, при виборі котрих в якості осей координат обертаються в нуль центробіжні моменти інерції:

$$J_{xy} = J_{xz} = J_{yz} = 0. \quad (2.77)$$

З урахуванням (2.77) з (2.75) знайдемо компоненти вектора  $\vec{k}_G$  моменту кількості руху відносно осі, що проходить через центр мас:

$$k_{Gx} = J_{Gx} \omega_x; \quad k_{Gy} = J_{Gy} \omega_y; \quad k_{Gz} = J_{Gz} \omega_z. \quad (2.78)$$

Нехай  $C_1xyz$  - абсолютна система координат, вісь  $C_1z$  якої співпадає з віссю обертання ротора, а  $Gx_Gy_Gz_G$  - відносна система координат з початком в центрі мас ротора. Похідна вектора  $\vec{k}_C$  в абсолютній системі координат [56]

$$\frac{d\vec{k}_C}{dt} = \frac{d\vec{k}_G}{dt} + \vec{\omega} \times \vec{k}_G, \quad (2.79)$$

і з (2.68) з урахуванням (2.79) знайдемо

$$\frac{d\vec{k}_G}{dt} + \vec{\omega} \times \vec{k}_G = \vec{M}_C, \quad (2.80)$$

де  $M_C$  - головний момент сил відносно осі обертання.

Векторний добуток  $\vec{\omega} \times \vec{k}_G$  може бути знайдений у вигляді [65]:

$$\vec{\omega} \times \vec{k}_G = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \omega_x & \omega_y & \omega_z \\ k_{Gx} & k_{Gy} & k_{Gz} \end{vmatrix} = \vec{i}(\omega_y k_{Gz} - \omega_z k_{Gy}) + \vec{j}(\omega_z k_x - \omega_x k_z) + \vec{k}(\omega_x k_{Gy} - \omega_y k_{Gx}), \quad (2.81)$$

і з урахуванням (2.81) з (2.80) знайдемо:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dk_{Gx}}{dt} + \omega_y k_{Gz} - \omega_z k_{Gy} &= M_x \\ \frac{dk_{Gy}}{dt} + \omega_z k_{Gx} - \omega_x k_{Gz} &= M_y \\ \frac{dk_{Gz}}{dt} + \omega_x k_{Gy} - \omega_y k_{Gx} &= M_z \end{aligned} \right\}. \quad (2.82)$$

де  $M_x, M_y, M_z$  - проекції вектора  $M_C$  на осі  $C_1x, C_1y$  та  $C_1z$ .

Враховуючи (2.78), зобразимо рівняння (2.82) руху ротора відносно головних осей інерції через головні моменти інерції:

$$\left. \begin{aligned} J_{Gx} \frac{d\omega_x}{dt} + (J_{Gz} - J_{Gy})\omega_y \omega_z &= M_x \\ J_{Gy} \frac{d\omega_y}{dt} + (J_{Gx} - J_{Gz})\omega_x \omega_z &= M_y \\ J_{Gz} \frac{d\omega_z}{dt} + (J_{Gy} - J_{Gx})\omega_x \omega_y &= M_z \end{aligned} \right\}. \quad (2.83)$$

Оскільки обертаючий момент  $M_D$  змушує ротор обертатись навколо осі  $z$ , будемо вважати цю вісь динамічною віссю симетрії, звідки випливає рівність [56]

$$J_{Gx} = J_{Gy},$$

з урахуванням якої рівняння (2.83) приймає вигляд:

$$\left. \begin{aligned} J_{Gx} \dot{\omega}_x + (J_{Gz} - J_{Gx})\omega_y \omega_z &= M_x \\ J_{Gx} \dot{\omega}_y + (J_{Gx} - J_{Gz})\omega_x \omega_z &= M_y \\ J_{Gz} \dot{\omega}_z &= M_z \end{aligned} \right\}. \quad (2.84)$$

Згідно з теоремою Ейлера, вектор кутової швидкості ротора може бути представлений у вигляді:

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\alpha}_e}{dt} + \frac{d\vec{\beta}_e}{dt} + \frac{d\vec{\varphi}}{dt}, \quad (2.85)$$

звідки з урахуванням кутів між осями рухомої та нерухомої систем координат, кутами прецесії та нутації і кутом повороту [56] знайдемо проекції вектора кутової швидкості на осі  $x, y, z$ :

$$\left. \begin{aligned} \omega_x &= \dot{\alpha}_e \cos \beta_e \cos \varphi + \dot{\beta}_e \sin \varphi; \\ \omega_y &= -\dot{\alpha}_e \cos \beta_e \sin \varphi + \dot{\beta}_e \cos \varphi; \\ \omega_z &= \dot{\alpha}_e \sin \beta_e + \dot{\varphi}. \end{aligned} \right\} \quad (2.86)$$

Перетворюючи (2.86) в матричну форму, з зворотної матриці знайдемо кутові швидкості  $\dot{\alpha}_e$ ,  $\dot{\beta}_e$  та  $\dot{\varphi}$  у вигляді матричного рівняння

$$\begin{pmatrix} \dot{\alpha}_e \\ \dot{\beta}_e \\ \dot{\varphi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\cos \varphi}{\cos \beta_e} & -\frac{\sin \varphi}{\cos \beta_e} & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ -\operatorname{tg} \beta_e \cos \varphi & \operatorname{tg} \beta_e \sin \varphi & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix}, \quad (2.87)$$

звідки, з урахуванням співвідношень  $\sin \beta_e \approx \beta_e$ ,  $\cos \beta_e \rightarrow 1$ , при  $\beta_e \rightarrow 0$ , знаходимо:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\alpha}_e &= \omega_x \cos \varphi - \omega_y \sin \varphi; \\ \dot{\beta}_e &= \omega_x \sin \varphi + \omega_y \cos \varphi; \\ \dot{\varphi} &= -\omega_x \beta_e \cos \varphi + \omega_y \beta_e \sin \varphi + \omega_z. \end{aligned} \right\} \quad (2.88)$$

З (2.66), (2.67) і (2.84) з урахуванням (2.86) і (2.88) знайдемо диференціальні рівняння неусталеного руху конічного ротора в газоманітному підвісі:

$$\left. \begin{aligned} \ddot{\eta} &= \frac{R_\eta}{m} \\ \ddot{\zeta} &= \frac{R_\zeta}{m} \\ \ddot{\xi} &= \frac{R_\xi}{m} \\ \dot{\omega}_x &= \frac{J_{Gx} - J_{Gz}}{J_{Gx}} \omega_y \omega_z + \frac{M_x}{J_{Gx}} \\ \dot{\omega}_y &= \frac{J_{Gz} - J_{Gx}}{J_{Gx}} \omega_x \omega_z + \frac{M_y}{J_{Gx}} \\ \dot{\omega}_z &= \frac{M_z}{J_{Gz}} \end{aligned} \right\} \quad (2.89)$$

Враховуючи, що при усталеному русі ротора сила інерції зрівноважується іншими прикладеними до ротора силами, дослідженими у 2.1, головний вектор сил визначимо у вигляді:

$$\vec{R} = \vec{F}_{ei} - \vec{N}_\xi - \vec{N}_e + \vec{F}_\xi + \vec{F}_e + \vec{G}. \quad (2.90)$$

Визначимо проєкції  $R_\eta$ ,  $R_\zeta$ ,  $R_\xi$  головного вектора сил, що діють на ротор, на осі нерухомої системи координат  $0\xi\eta\zeta$ , і проєкції  $M_x$ ,  $M_y$ ,  $M_z$  головного моменту сил на осі  $x$ ,  $y$ ,  $z$ . В нерухомій системі коорди-

нат  $0\xi\eta\zeta$  положення центра мас  $G$  ротора визначається координатами  $\xi_G, \eta_G, \zeta_G$ , а положення центра симетрії  $C_0$  ротора - координатами  $\xi_c, \eta_c, \zeta_c$ . Зміщення центра мас ротора відносно центра симетрії, що визначається відрізком  $C_0G$ , є ексцентриситет маси ротора  $\varepsilon$ . Нехай вісь  $x$  рухомої системи координат  $C_1xyz$  направлена вздовж прямої  $C_0G$ . Тоді проекції ексцентриситету маси  $\varepsilon$  на осі координат  $x, y, z$  мають вигляд:

$$\varepsilon_x = \varepsilon; \varepsilon_y = 0; \varepsilon_z = 0 \quad (2.91)$$

Проекції визначеної в п. 2.1 підйомної газової сили  $N$  на осі  $\xi, \eta, \zeta$  дорівнюють  $N_\xi, N_\eta, N_\zeta$ . Проекції підйомної газової сили  $N$  на осі  $x, y, z$  у відповідності до таблиці 2.1 та з урахуванням вельми малих значень  $\beta_e$  можуть бути знайдені у вигляді:

$$\left. \begin{aligned} N_x &= N_\xi(\alpha_e \sin \varphi - \beta_e \cos \varphi); \\ N_y &= N_\xi(\alpha_e \cos \varphi + \beta_e \sin \varphi); \\ N_z &= N_\xi. \end{aligned} \right\} \quad (2.92)$$

Момент сили  $N$  відносно осей  $Gx_G, Gy_G, Gz_G$  системи координат  $Gx_Gy_Gz_G$ , що обертається разом з ротором, може бути знайдений у вигляді векторного добутку

$$\vec{M}_G(\vec{N}) = \vec{e} \times \vec{N} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ e & 0 & 0 \\ N_x & N_y & N_z \end{vmatrix}$$

звідки

$$\left. \begin{aligned} M_x(\vec{N}) &= 0; \\ M_y(\vec{N}) &= -eN_z = -eN_\xi; \\ M_z(\vec{N}) &= eN_y = -eN_\xi(\alpha_e \cos \varphi + \beta_e \sin \varphi). \end{aligned} \right\} \quad (2.93)$$

Точка прикладення сили  $F$  електромагнітного притягання ротора до статора, але напрямок дії сили  $F$  протилежний напрямку дії сили  $N$ . Згідно з цим проекції сили  $F$  на осі  $\xi, \eta, \zeta$  дорівнюють  $-F_\xi, -F_\eta, -F_\zeta$ , а її проекції на осі  $x, y, z$  у відповідності до таблиці 2.1 та з урахуванням малих значень  $\beta_e$  можуть бути знайдені у вигляді:

$$\left. \begin{aligned} F_x &= -F_\xi(\alpha_e \sin \varphi - \beta_e \cos \varphi); \\ F_y &= -F_\xi(\alpha_e \cos \varphi + \beta_e \sin \varphi); \\ F_z &= -F_\xi. \end{aligned} \right\} \quad (2.94)$$

Момент сили  $F$  відносно осей  $Gx_G, Gy_G, Gz_G$  системи координат  $Gx_Gy_Gz_G$  може бути знайдений у вигляді векторного добутку

$$\vec{M}_G(\vec{F}) = \vec{e} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ e & 0 & 0 \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$



звідки

$$\left. \begin{aligned} M_x(\vec{F}) &= 0; \\ M_y(\vec{F}) &= -eF_z = eF_\xi; \\ M_z(\vec{F}) &= eF_y = -eF_\xi(\alpha_e \cos\varphi + \beta_e \sin\varphi). \end{aligned} \right\} \quad (2.95)$$

При прийнятому вище припущенні щодо положення конічної роторної системи в просторі сила ваги  $G$  ротора направлена в бік, протилежний силі  $N$ . Тому проекції сили  $G$  на осі  $x$ ,  $y$ ,  $z$  визначаються аналогічно проекціям сили  $F$  на ці осі:

$$\left. \begin{aligned} G_x &= -G_\xi(\alpha_e \sin\varphi - \beta_e \cos\varphi); \\ G_y &= -G_\xi(\alpha_e \cos\varphi + \beta_e \sin\varphi); \\ G_z &= -G_\xi. \end{aligned} \right\} \quad (2.96)$$

Точкою прикладення сили ваги  $G$  (та її проекцій  $G_x$ ,  $G_y$ ,  $G_z$ ) є початок координат  $Gx_Gy_Gz_G$ , що обертає в нуль моменти цієї сили відносно осей  $x$ ,  $y$ ,  $z$ :

$$M_x(\vec{G}) = M_y(\vec{G}) = M_z(\vec{G}) = 0. \quad (2.97)$$

У відповідності з таблицею 2.1 та з урахуванням малих значень  $\beta_e$ , проекції визначеної в (2.8) сили інерції на осі  $x$ ,  $y$ ,  $z$  визначаються виразом:

$$\left. \begin{aligned} F_{ix} &= F_{i\eta} \sin\varphi + F_{i\zeta} \cos\varphi; \\ F_{iy} &= F_{i\eta} \cos\varphi - F_{i\zeta} \sin\varphi; \\ F_{iz} &= -\alpha_e F_{i\eta} + \beta_e F_{i\zeta}. \end{aligned} \right\} \quad (2.98)$$

Момент сили інерції  $F_i$  відносно осей  $Gx_G$ ,  $Gy_G$ ,  $Gz_G$  системи координат  $Gx_Gy_Gz_G$  визначимо у вигляді векторного добутку

$$\vec{M}_G(\vec{F}_i) = \vec{e} \times \vec{F}_i = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ e & 0 & 0 \\ F_{ix} & F_{iy} & F_{iz} \end{vmatrix}$$

звідки

$$\left. \begin{aligned} M_x(\vec{F}_i) &= 0; \\ M_y(\vec{F}_i) &= -eF_{iz} = e(\alpha_e F_{i\eta} - \beta_e F_{i\zeta}); \\ M_z(\vec{F}_i) &= eF_{iy} = e(F_{i\eta} \cos\varphi - F_{i\zeta} \sin\varphi). \end{aligned} \right\} \quad (2.99)$$

Проекції  $M_{Gx}$ ,  $M_{Gy}$ ,  $M_{Gz}$  визначеного в (2.28) відновлюючого моменту шару газового мастила на осі  $x$ ,  $y$ ,  $z$  згідно з таблицею 2.1 та з урахуванням вельми малих величин кутів  $\alpha_e$  і  $\beta_e$  знайдемо у вигляді:

$$\left. \begin{aligned} M_{Gx} &= M_{G\eta} \sin\varphi + M_{G\zeta} \cos\varphi; \\ M_{Gy} &= M_{G\eta} \cos\varphi - M_{G\zeta} \sin\varphi; \\ M_{Gz} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2.100)$$

Згідно визначенню [13, 31] демпфуючі сили та моменти при коливаннях роторної системи виявляються лінійними функціями лінійної та кутової швидкості й можуть бути зображені у вигляді:

$$\vec{F}_\delta = \delta_{ce} \vec{V}, \quad (2.101)$$

де  $\delta_{ce} = 2m\delta_V$  - коефіцієнт опору радіальному зміщенню ротора,  
 $\delta_V$  - коефіцієнт демпфування лінійних коливань.

$$\vec{M}_\delta = \delta_{c\omega} \vec{\omega}, \quad (2.102)$$

де  $\delta_{c\omega} = 2J_G\delta_\omega$  - коефіцієнт опору кутовому зміщенню ротора,  
 $\delta_\omega$  - коефіцієнт демпфування крутильних коливань.

Проекції демпфуючої сили  $\vec{F}_\delta$  на осі  $\zeta$ ,  $\eta$ ,  $\xi$  мають вигляд:

$$F_{\delta\xi} = \delta_\xi \dot{\xi}; \quad F_{\delta\eta} = \delta_\eta \dot{\eta}; \quad F_{\delta\zeta} = \delta_\zeta \dot{\zeta}. \quad (2.103)$$

де  $\delta_\xi$ ,  $\delta_\eta$ ,  $\delta_\zeta$  - коефіцієнти демпфування лінійних коливань ротора вздовж осей  $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\zeta$ .

Оскільки вісь  $z$  в системі координат  $C_1xuz$  є вісь обертання ротора, момент демпфіруючої сили відносно цієї осі дорівнює нулю. З урахуванням цього демпфуючі моменти відносно осей  $x$ ,  $y$ ,  $z$  можуть бути зображені у вигляді:

$$M_{\delta x} = \delta_x \omega_x; \quad M_{\delta y} = \delta_y \omega_y; \quad M_{\delta z} = 0. \quad (2.104)$$

де  $\delta_x$ ,  $\delta_y$  - коефіцієнти демпфування кутових крутильних коливань по осям  $x$ ,  $y$ .

В роботі [57] показано, що для газоманітного підвісу найсприятливішим з точки зору рівномірності зазору виявляється синхронно-гістерезисний електропривод. Тому обертаючий момент  $M_D$  визначимо як обертаючий момент синхронно-гістерезисного електродвигуна.

З [66, 67] впливає обертаючий момент синхронно-гістерезисного електродвигуна з конічним ротором

$$M_D = \frac{1}{8} B_m H_c P_e L_H \left[ \frac{h_R}{\cos \chi} (R_{0K} + R_{1K}) - \left( \frac{h_R}{\cos \chi} \right)^2 \right], \quad (2.105)$$

де  $H_c$  - коерцитивна сила матеріалу ротора,

$h_R$  - активний шар матеріалу ротора.

Оскільки ротор обертається навколо осі  $z$ , проекції обертаючого моменту  $M_D$  на осі  $x$ ,  $y$ ,  $z$  мають вигляд:

$$M_{Dx} = 0; \quad M_{Dy} = 0; \quad M_{Dz} = M_D. \quad (2.106)$$

Враховуючи адитивність головного вектора сил  $\vec{R}$  [63], з (2.90) та (2.103) знайдемо проекції головного вектора сил на осі  $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\zeta$ :

$$\left. \begin{aligned} R_\eta &= F_{i\eta} - N_\eta + F_\eta + G_\eta - F_{\delta\eta} \\ R_\zeta &= F_{i\zeta} - N_\zeta + F_\zeta + G_\zeta - F_{\delta\zeta} \\ R_\xi &= N_\xi - F_\xi - G_\xi - F_{\delta\xi} \end{aligned} \right\}. \quad (2.107)$$

Враховуючи адитивність головного моменту сил [63], з (2.93), (2.95), (2.99), (2.100), (2.104) та (2.106) знайдемо головні моменти сил відносно осей  $x, y, z$ :

$$\left. \begin{aligned} M_x &= -M_{\Gamma\eta} \sin \phi - M_{\Gamma\zeta} \cos \phi - \delta_x \omega_x \\ M_y &= -M_{\Gamma\eta} \cos \phi + M_{\Gamma\zeta} \sin \phi - \delta_y \omega_y - e[(N_\xi - F_\xi) - \alpha_e(N_\eta - F_\eta + F_{i\eta}) + \beta_e(N_\zeta - F_\zeta + F_{i\zeta})] \\ M_z &= \frac{1}{8} B_m H_c p_e h_R (R_{OK}^2 - R_{IK}^2) - e(N_\xi + F_\xi)(\alpha_e \cos \phi + \beta_e \sin \phi) + e(N_\eta - F_\eta + F_{i\eta}) \cos \phi - e(N_\zeta - F_\zeta + F_{i\zeta}) \sin \phi \end{aligned} \right\} \quad (2.108)$$

Враховуючи вельми малі значення величин  $\alpha_e, \beta_e, e$  та нехтуючи величинами другого та третього порядку малості, а також враховуючи, що  $J_{Gx} = J_{Gy}$ , перетворимо систему рівнянь (2.89) з урахуванням (2.107) та (2.108):

$$\left. \begin{aligned} \ddot{\eta} &= \frac{F_{i\eta} - N_\eta + F_\eta + G_\eta}{m} - \frac{\delta_\eta}{m} \dot{\eta} \\ \ddot{\zeta} &= \frac{F_{i\zeta} - N_\zeta + F_\zeta + G_\zeta}{m} - \frac{\delta_\zeta}{m} \dot{\zeta} \\ \ddot{\xi} &= \frac{N_\xi - F_\xi - G_\xi}{m} - \frac{\delta_\xi}{m} \dot{\xi} \\ \dot{\omega}_x &= \frac{J_{Gx} - J_{Gz}}{J_{Gx}} \omega_y \omega_z - \frac{\delta_x}{J_{Gx}} \omega_x - \frac{M_{\delta\eta}}{J_{Gx}} \sin \phi - \frac{M_{\delta\zeta}}{J_{Gx}} \cos \phi \\ \dot{\omega}_y &= \frac{J_{Gz} - J_{Gx}}{J_{Gx}} \omega_x \omega_z - \frac{\delta_y}{J_{Gx}} \omega_y - \frac{M_{\delta\eta}}{J_{Gx}} \cos \phi + \frac{M_{\delta\zeta}}{J_{Gx}} \sin \phi - \frac{e}{J_{Gx}} [(N_\xi - F_\xi) - \alpha_e(N_\eta - F_\eta + F_{i\eta}) + \beta_e(N_\zeta - F_\zeta + F_{i\zeta})] \\ \dot{\omega}_z &= \frac{M_D}{J_{Gz}} - \frac{e}{J_{Gz}} (N_\xi - F_\xi)(\alpha_e \cos \phi + \beta_e \sin \phi) + \frac{e}{J_{Gz}} (N_\eta - F_\eta + F_{i\eta}) \cos \phi - \frac{e}{J_{Gz}} (N_\zeta - F_\zeta + F_{i\zeta}) \sin \phi \end{aligned} \right\} \quad (2.109)$$

Система рівнянь (2.109) являє собою диференціальні рівняння руху конічного ротора в газоманітному підвісі [68] як вільного твердого тіла, що має шість ступенів вільності та чинить загальний випадок руху.

## 2.4. Коливання конічного ротора в газоманітному підвісі

Нехай  $Q$  - узагальнена сила, що діє вздовж узагальненої координати  $q$ . Тоді, згідно [68],

$$Q = C_q q, \quad (2.110)$$

де  $C_q$  - жорсткість узагальненої сили  $Q$ , причому

$$C_q = \frac{\partial Q}{\partial q}. \quad (2.111)$$

В реальній роторній системі, що передбачає обертання конічного ротора в конічній розточці статора, величина газового зазору значно менша довжини образуючої ротора:

$$h_0 \ll L_{\text{зр}}. \quad (2.112)$$

Умова (2.112), а також велика жорсткість газомагнітного підвісу [13] накладають певні зв'язки на вільний рух ротора, обумовлюючи вельми малі кутові перекося осі обертання ротора та дозволяючи нехтувати цими (вельми малими) перекосями. Враховуючи умову (2.112), будемо вважати, що ротор обертається навколо осі  $0\xi$ . Будемо також вважати, що вісь  $0\xi$  направлена вертикально вгору.

Для газомагнітного підвісу конічного ротора узагальнена сила вздовж координат  $\eta$ ,  $\zeta$ ,  $\xi$  має вигляд:

$$\left. \begin{aligned} Q_\eta &= N_\eta - F_\eta \\ Q_\zeta &= N_\zeta - F_\zeta \\ Q_\xi &= N_\xi - F_\xi - G_\xi \end{aligned} \right\}. \quad (2.113)$$

Застосуємо (2.110), (2.111) та (2.113) для перетворення диференціальних рівнянь лінійного руху конічного ротора - перших трьох рівнянь системи (2.109). Рівнодійна сил  $N$  та  $F$  в цьому випадку може бути визначена рівняннями:

$$N_\eta - F_\eta = N_{0\eta} - (C_{N\eta} + C_{F\eta})\eta, \quad (2.114)$$

$$N_\zeta - F_\zeta = N_{0\zeta} - (C_{N\zeta} + C_{F\zeta})\zeta, \quad (2.115)$$

$$N_\xi - F_\xi = N_{0\xi} - (C_{N\xi} + C_{F\xi})\xi. \quad (2.116)$$

де  $C_{N\xi}$ ,  $C_{N\eta}$ ,  $C_{N\zeta}$  - жорсткість газового шару відносно осей  $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\zeta$ ,

$C_{F\xi}$ ,  $C_{F\eta}$ ,  $C_{F\zeta}$  - жорсткість електромагнітного поля відносно осей  $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\zeta$ ,

$N_{0\xi}$ ,  $N_{0\eta}$ ,  $N_{0\zeta}$  - проекції номінальної підйомної газової сили відносно осей  $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\zeta$ .

З співвідношення (2.22) випливає, що при номінальній (нульовій) величині радіального зміщення ротора  $N_{0\eta} = N_{0\zeta} = 0$ . У відповідності з роботою [13], жорсткість газомагнітного підвісу у радіальному напрямку  $C_e$  та осьовому напрямку  $C_\xi$  визначаються відповідно виразами

$$C_e = C_{N\eta} + C_{F\eta} = C_{N\zeta} + C_{F\zeta}; \quad (2.117)$$

$$C_\xi = C_{N\xi} + C_{F\xi}. \quad (2.118)$$

Тоді перші три рівняння (2.109) приймуть вигляд

$$\ddot{\eta} + 2\delta_\eta \dot{\eta} + \frac{C_e}{m} \eta = e\omega^2 \cos\omega t, \quad (2.119)$$

$$\ddot{\zeta} + 2\delta_{\zeta}\dot{\zeta} + \frac{C_{Fe}}{m}\zeta = e\omega^2 \sin \omega t, \quad (2.120)$$

$$\ddot{\xi} + 2\delta_{\xi}\dot{\xi} + \frac{C_{\xi}}{m}\xi = \frac{N_{0\xi} - G_{\xi}}{m}. \quad (2.121)$$

За визначенням [31, 62] власна частота коливань системи у радіальному та осьовому напрямках

$$\Omega_e = \sqrt{\frac{C_{N\eta} + C_{F\eta}}{m}} = \sqrt{\frac{C_{N\zeta} + C_{F\zeta}}{m}}, \quad (2.122)$$

$$\Omega_{\xi} = \sqrt{\frac{C_{N\xi} + C_{F\xi}}{m}}. \quad (2.123)$$

З урахуванням (2.122) та (2.123) диференціальні рівняння лінійного руху ротора приймають вигляд:

$$\ddot{\eta} + 2\delta_{\eta}\dot{\eta} + \Omega_e^2\eta = e\omega^2 \cos \omega t, \quad (2.124)$$

$$\ddot{\zeta} + 2\delta_{\zeta}\dot{\zeta} + \Omega_e^2\zeta = e\omega^2 \sin \omega t, \quad (2.125)$$

$$\ddot{\xi} + 2\delta_{\xi}\dot{\xi} + \Omega_{\xi}^2\xi = \frac{N_{0\xi} - G_{\xi}}{m}. \quad (2.126)$$

Розв'язок рівнянь (2.124) - (2.126) знайдемо з застосуванням перетворення Лапласа [69] у вигляді:

$$\eta = \exp(-\delta_{\eta}t) \left( \eta_0 \cos \Omega_{*(n)}t + \frac{\delta_{\eta}\eta_0 + \dot{\eta}_0}{\Omega_{*(n)}} \sin \Omega_{*(n)}t \right) + \exp(-\delta_{\eta}t) \frac{e\omega^3}{\Omega_{*(n)}R_{*(n)}} \cos(\Omega_{*(n)}t + \Theta_{1(n)}) + \frac{e\omega^2}{R_{*(n)}} \cos(\omega t + \Theta_{2(n)}) \quad (2.127)$$

$$\zeta = \exp(-\delta_{\zeta}t) \left( \zeta_0 \cos \Omega_{*(n)}t + \frac{\delta_{\zeta}\zeta_0 + \dot{\zeta}_0}{\Omega_{*(n)}} \sin \Omega_{*(n)}t \right) + \exp(-\delta_{\zeta}t) \frac{e\omega^3}{\Omega_{*(n)}R_{*(n)}} \sin(\Omega_{*(n)}t + \Theta_{1(n)}) + \frac{e\omega^2}{R_{*(n)}} \sin(\omega t + \Theta_{2(n)}) \quad (2.128)$$

$$\xi = \exp(-\delta_{\xi}t) \left[ \xi_0 \cos \Omega_{*(n)}t + \left( \frac{\delta_{\xi}\xi_0 + \dot{\xi}_0}{\Omega_{*(n)}} + \frac{N_{0\xi} - G_{\xi}}{m\Omega_{*(n)}} \right) \sin \Omega_{*(n)}t \right]. \quad (2.129)$$

де  $\Omega_{*(n)} = \sqrt{\Omega_{(n)}^2 - \delta_{(n)}^2}$ ,  $n = \eta, \zeta, \xi$ ;

$$R_{*(n)} = \sqrt{(\Omega_{(n)}^2 - \omega^2)^2 + 4\delta_{(n)}^2\omega^2}, \quad n = \eta, \zeta, \xi,$$

$$\Theta_{1(n)} = \arctg \frac{2\delta_{(n)}\Omega_{*(n)}}{\delta_{(n)}^2 - \Omega_{*(n)}^2 + \omega^2}, \quad n = \eta, \zeta, \xi,$$

$$\Theta_{2(n)} = \arctg \frac{2\delta_{(n)}\omega}{\Omega_{(n)}^2 - \omega^2}, \quad n = \eta, \zeta, \xi..$$

Враховуючи початкові умови

$$\eta_0 = \dot{\eta}_0 = 0; \quad \zeta_0 = \dot{\zeta}_0 = 0; \quad \xi_0 = \dot{\xi}_0 = 0,$$

де  $\eta_0, \zeta_0, \xi_0$  - осі декартової системи координат що утворюється паралельним переносом системи  $\eta, \zeta, \xi$  до центру симетрії ротора.

Знайдемо з (2.127) - (2.129) рівняння лінійних коливань кінцевого ротора в газоманітному підвісі:

$$\eta = \exp(-\delta_\eta t) \frac{e\omega^3}{\Omega_{*(n)} R_{*(n)}} \cos(\Omega_{*(n)} t + \Theta_{1(n)}) + \frac{e\omega^2}{R_{*(n)}} \cos(\omega t + \Theta_{2(n)}); \quad (2.130)$$

$$\zeta = \exp(-\delta_\zeta t) \frac{e\omega^3}{\Omega_{*(n)} R_{*(n)}} \sin(\Omega_{*(n)} t + \Theta_{1(n)}) + \frac{e\omega^2}{R_{*(n)}} \sin(\omega t + \Theta_{2(n)}); \quad (2.131)$$

$$\xi = \exp(-\delta_\xi t) \frac{N_{0\xi} - G_\xi}{m\Omega_{*(n)}} \sin \Omega_{*(n)} t. \quad (2.132)$$

Очевидно, що радіальні зміщення  $\eta$  та  $\zeta$  ротора, відображені рівняннями (2.130) і (2.131) відрізняються за фазою коливань на кут  $\frac{\pi}{2}$  та ідентичні за всіма іншими параметрами. Перший доданок правої частини цих рівнянь характеризує затухаючі супроводжуючі коливання роторної системи з частотою

$$\Omega_{e*} = \sqrt{\Omega_p^2 - \delta_e^2}$$

та амплітудою, що зменшується за експоненціальним законом:

$$\eta_{ампл} = \zeta_{ампл} = \exp(-\delta_\eta t) \frac{e\omega^3}{\Omega_{*(n)} R_{*(n)}}. \quad (2.133)$$

Другий доданок правої частини рівнянь (2.130) та (2.131) характеризує змінні за гармонічним законом вимушені радіальні коливання кінцевого ротора в газоманітному підвісі, які відбуваються з частотою обертання ротора та амплітудою [68]

$$A = \varepsilon \left( 1 + \sqrt{\left( \frac{\Omega_e^2}{\omega^2} - 1 \right)^2 + \frac{4\delta_e^2}{\omega^2}} \right) / \left( \left( \frac{\Omega_e^2}{\omega^2} - 1 \right)^2 + \frac{4\delta_e^2}{\omega^2} \right). \quad (2.134)$$

де  $\varepsilon$  - ексцентриситет маси ротора,

$\Omega_e = \Omega_\eta = \Omega_\zeta$  - власна частота коливань системи у радіальному напрямку,

$\delta_e = \delta_\eta = \delta_\zeta$  - коефіцієнт демпфірування коливань у радіальному напрямку.

Із зроблених вище припущень щодо обертання кінцевого ротора навколо осі  $O\xi$  випливає, що складові  $\omega_x$  та  $\omega_y$  кутової швидкості ротора є сталі величини, які дорівнюють нулю. З цього випливає, що чет-

верте та п'яте рівняння системи (2.109) диференційних рівнянь руху ротора можуть бути трансформовані у вигляді:

$$\dot{\omega}_x = 0; \dot{\omega}_y = 0.$$

Тоді кутова швидкість конічного ротора визначається у вигляді  $\omega = \omega_z$  з шостого рівняння системи (2.109). З урахуванням малості величин  $\alpha_e, \beta_e, M_{\Gamma\eta}, M_{\Gamma\zeta}$ , з (2.109) знайдемо:

$$\dot{\omega}_z = \frac{M_D}{J_{Gz}} + \frac{e}{J_{Gz}} \left[ (N_\eta - F_\eta + F_{i\eta}) \cos \phi - (N_\zeta - F_\zeta + F_{i\zeta}) \sin \phi \right]. \quad (2.135)$$

Приймаючи до уваги, що

$$\begin{aligned} N_\eta &= N_e \cos \phi; & N_\zeta &= N_e \sin \phi; \\ F_\eta &= F_e \cos \phi; & F_\zeta &= F_e \sin \phi; \\ F_{i\eta} &= F_{ie} \cos \phi; & F_{i\zeta} &= F_{ie} \sin \phi; \end{aligned}$$

а також підставляючи значення  $M_D$  з (2.105), знайдемо з (2.135):

$$\dot{\omega} = \frac{B_m H_c p_e L_H}{8 J_{Gz}} \left[ \frac{h_R}{\cos \chi} (R_{0K} + R_{1K}) - \left( \frac{h_R}{\cos \chi} \right)^2 \right] + \frac{e}{J_{Gz}} (N_e - F_e + F_{ie}) (\cos^2 \phi - \sin^2 \phi), \quad (2.136)$$

або, враховуючи (2.43) та (2.45),

$$\dot{\omega} = \frac{\mu_0 m_\phi k_{o\delta} w_{o\delta} H_c p_e L_H I_\phi}{4 \sqrt{2} \pi h_M J_{Gz}} \left[ \frac{h_R}{\cos \chi} (R_{0K} + R_{1K}) - \left( \frac{h_R}{\cos \chi} \right)^2 \right] + \frac{e}{J_{Gz}} (N_e - F_e + F_{ie}) \cos 2\phi. \quad (2.137)$$

Враховуючи адитивність головного моменту сил [63] та аналізуючи рівняння (2.137), визначимо, що кутове прискорення конічного ротора, що обертається в газоманітному підвісі навколо осі  $0\xi$ , має дві складові, перша з яких визначається першим доданком правої частини рівняння (2.137) і характеризує кутове прискорення при обертанні ротора під дією моменту  $M_D$

$$\dot{\omega}_c = \frac{\mu_0 m_\phi k_{o\delta} w_{o\delta} H_c p_e L_H I_\phi}{4 \sqrt{2} \pi h_M J_{Gz}} \left[ \frac{h_R}{\cos \chi} (R_{0K} + R_{1K}) - \left( \frac{h_R}{\cos \chi} \right)^2 \right], \quad (2.138)$$

а друга складова, що визначається другим доданком правої частини рівняння (2.137), характеризує кутове прискорення крутильних коливань ротора

$$\dot{\omega}_k = \frac{e}{J_{Gz}} (N_e - F_e + F_{ie}) \cos 2\phi. \quad (2.139)$$

Кутову швидкість конічного ротора в газоманітному підвісі визначимо, інтегруючи (2.137) в проміжку від 0 до  $t$  та враховуючи, що  $\phi = \omega t$ :

$$\omega = \frac{\mu_0 m_\phi k_{об} w_{об} H_c p_e L_H I_\phi}{4\sqrt{2}\pi h_M J_{Gz}} \left[ \frac{h_R}{\cos \chi} (R_{0K} + R_{1K}) - \left( \frac{h_R}{\cos \chi} \right)^2 \right] \times \\ \times \int_0^t dt + \frac{\varepsilon}{J_{Gz}} (N_e - F_e + F_{ie}) \int_0^t \cos 2\omega t dt$$

звідки

$$\omega = \frac{\mu_0 m_\phi k_{об} w_{об} H_c p_e L_H I_\phi t}{4\sqrt{2}\pi h_M J_{Gz}} \left[ \frac{h_R}{\cos \chi} (R_{0K} + R_{1K}) - \left( \frac{h_R}{\cos \chi} \right)^2 \right] + \\ + \frac{e}{2\omega J_{Gz}} (N_e - F_e + F_{ie}) \sin 2\omega t \quad (2.140)$$

Перший доданок правої частини рівняння (2.137) характеризує кутову швидкість конічного масивного ротора ідеального гістерезисного електродвигуна під час розгону  $t_p$ . В момент  $t = t_p$  кутова швидкість досягає значення синхронної при подальшому збільшенні  $t$  не змінюється. Отже, синхронна кутова швидкість

$$\omega_c = \frac{\mu_0 m_\phi k_{об} w_{об} H_c p_e L_H I_\phi t_p}{4\sqrt{2}\pi h_M J_{Gz}} \left[ \frac{h_R}{\cos \chi} (R_{0K} + R_{1K}) - \left( \frac{h_R}{\cos \chi} \right)^2 \right] \quad (2.141)$$

Другий доданок правої частини рівняння (2.140) характеризує кутову швидкість крутильних коливань конічного ротора в газоманітному підвісі. Очевидно, що крутильні коливання ротора відбуваються за гармонічним законом з частотою, що вдвічі перебільшує циклічну частоту обертання (кутову швидкість):

$$\omega_k = \frac{e}{2\omega J_{Gz}} (N_e - F_e + F_{ie}) \sin 2\omega t \quad (2.142)$$

Інтегруючи (2.140) в проміжку від 0 до  $t$ , визначимо кут повороту за час  $t$ :

$$\phi = \frac{\mu_0 m_\phi k_{об} w_{об} H_c p_e L_H I_\phi}{4\sqrt{2}\pi h_M J_{Gz}} \left[ \frac{h_R}{\cos \chi} (R_{0K} + R_{1K}) - \left( \frac{h_R}{\cos \chi} \right)^2 \right] \int_0^t t dt + \\ + \frac{e}{2\omega J_{Gz}} (N_e - F_e + F_{ie}) \int_0^t \sin 2\omega t dt$$

звідки



$$\phi = \frac{\mu_0 m_\phi k_{об} w_{об} H_c p_e L_H I_\phi t^2}{8\sqrt{2}\pi h_M J_{Gz}} \left[ \frac{h_R}{\cos \chi} (R_{0K} + R_{1K}) - \left( \frac{h_R}{\cos \chi} \right)^2 \right] - \frac{e}{4\omega^2 J_{Gz}} (N_e - F_e + F_{ie}) \cos 2\omega t. \quad (2.143)$$

Перший доданок правої частини рівняння (2.143) характеризує кут повороту ротора при його розгоні до синхронної кутової швидкості (в проміжку часу  $0 \leq t \leq t_p$ ):

$$\phi_c = \frac{\mu_0 m_\phi k_{об} w_{об} H_c p_e L_H I_\phi t^2}{8\sqrt{2}\pi h_M J_{Gz}} \left[ \frac{h_R}{\cos \chi} (R_{0K} + R_{1K}) - \left( \frac{h_R}{\cos \chi} \right)^2 \right], \quad (2.144)$$

або, з урахуванням (2.138),

$$\phi_c = \frac{\dot{\omega}_c t^2}{2}. \quad (2.145)$$

Другий доданок правої частини рівняння (2.143) характеризує крутильні коливання конічного ротора в газоманітному підвісі:

$$\phi_k = -\frac{e}{4\omega^2 J_{Gz}} (N_e - F_e + F_{ie}) \cos 2\omega t. \quad (2.146)$$

З рівняння (2.146) крутильних коливань ротора визначимо амплітуду крутильних коливань у вигляді:

$$A_\phi = \frac{e}{4\omega^2 J_{Gz}} (N_e - F_e + F_{ie}). \quad (2.147)$$

Рівняння (2.147) встановлює залежність між амплітудою крутильних коливань  $A_\phi$  при кутовій швидкості ротора  $\omega$  та моментом інерції ротора  $J_{Gz}$  відносно осі обертання. З цього випливає, що вимірювання кутової швидкості та амплітуди крутильних коливань ротора дозволяє визначити момент інерції ротора [68] з рівняння

$$J_{Gz} = \frac{e(N_e - F_e + F_{ie})}{4\omega^2 A_\phi}. \quad (2.148)$$

Умовою усталеного зазору газоманітного підвісу (2.63) передбачена рівність

$$N_e - F_e = 0. \quad (2.149)$$

Згідно (2.2) модуль сили інерції  $F_{ie}$  може бути визначений у вигляді:

$$F_{ie} = m e \omega^2. \quad (2.150)$$

Враховуючи (2.149) та (2.150), з (2.148) знайдемо момент інерції ротору відносно осі z:

$$J_{Gz} = \frac{me^2}{4A_\phi}. \quad (2.151)$$

Згідно з теоремою Гюйгенса-Штейнера [56] момент інерції ротора може бути представлений у вигляді

$$J = J_{Gz} + me^2, \quad (2.152)$$

або, з урахуванням (2.151),

$$J = me^2 \left( 1 + \frac{1}{4A_\phi} \right). \quad (2.153)$$

Динамічний обертальний момент ротора відносно осі z може бути виражений у вигляді [58, 70]:

$$M_D = J_{Gz} \dot{\omega}_c,$$

або, з урахуванням (2.148),

$$M_D = \frac{e(N_e - F_e + F_{ie})}{4\omega^2 A_\phi} \dot{\omega}_c, \quad (2.154)$$

де  $e$  визначено рівнянням (2.1),  $N_e$  визначено рівнянням (2.27),  $F_e$  визначено рівнянням (2.58),  $F_{ie}$  визначено рівнянням (2.2),  $\omega$  визначено рівнянням (2.140),  $\omega_c$  визначено рівнянням (2.141). З (2.153) та (2.154) випливає, що вимірювання  $A_\phi$  дозволяє визначити момент інерції  $J_{Gz}$  та динамічний обертаючий момент  $M_D$  ротора.

## 2.5. Основні характеристики конічної роторної системи у газоманітному підвісі

Радіальне зміщення конічного ротора в газоманітному підвісі

$$\text{має вигляд } e = \varepsilon \left( 1 + \frac{\omega^2}{\sqrt{(\Omega_p^2 - \omega^2)^2 + 4\delta_e^2 \omega^2}} \right) \text{sign}(\Omega_p^2 - \omega^2).$$

Крутильні коливання ротора з урахуванням співвідношень (2.149) та (2.150) знайдемо з рівняння (2.143) у вигляді:

$$\phi_k = -\frac{me^2}{4J_{Gz}} \cos 2\omega t, \quad (2.155)$$

а амплітуду крутильних коливань - з рівняння (2.144) у вигляді:

$$A_\phi = \frac{me^2}{4J_{Gz}}, \quad (2.156)$$

звідки випливає визначене в (2.151) рівняння моменту інерції відносно осі z:

$$J_{Gz} = \frac{me^2}{4A_\phi}.$$

Співвідношення (2.153) з урахуванням теореми Гюйгенса-Штейнера (2.152), визначає момент інерції ротора як функцію амплітуди  $e$  радіальних коливань та амплітуди  $A_\phi$  крутильних коливань ротора у вигляді:

$$J = me^2 \left( 1 + \frac{1}{4A_\phi} \right). \quad (2.157)$$

З рівняння (2.156) випливає, що вимірювання амплітуд радіальних та крутильних коливань ротора дозволяє здійснити вимірювання та контроль величини моменту інерції ротора.

Вимірювання та контроль величини моменту інерції ротора дозволяють здійснити вимірювання та контроль динамічного моменту ротора. Таким чином, з розгляду математичної моделі конічної роторної системи в газоманітному підвісі випливає, що вимірювання миттєвого значення кута  $\phi$  повороту ротора відносно осі обертання та амплітуди крутильних коливань при одночасному вимірюванні амплітуди радіальних коливань ротора дозволяють здійснити вимірювання та контроль моменту інерції ротора та його динамічного моменту.

### 3. ТАХОМЕТРИЧНІ ПЕРЕТВОРЮВАЧІ ДЛЯ КОНТРОЛЮ ХАРАКТЕРИСТИК ГАЗОМАГНІТНОГО ПІДВІСУ РОТОРНОЇ СИСТЕМИ

#### 3.1. Тахометричні перетворювачі та їх математичні моделі

##### 3.1.1. Математична модель фотоприймача на основі пари фотодіод-операційний підсилювач

Розглянемо фотоприймач на основі пари фотодіод - операційний підсилювач. На рис. 3.1, а, наведено його принципову схему, а на рис. 3.1, б - еквівалентну схему.

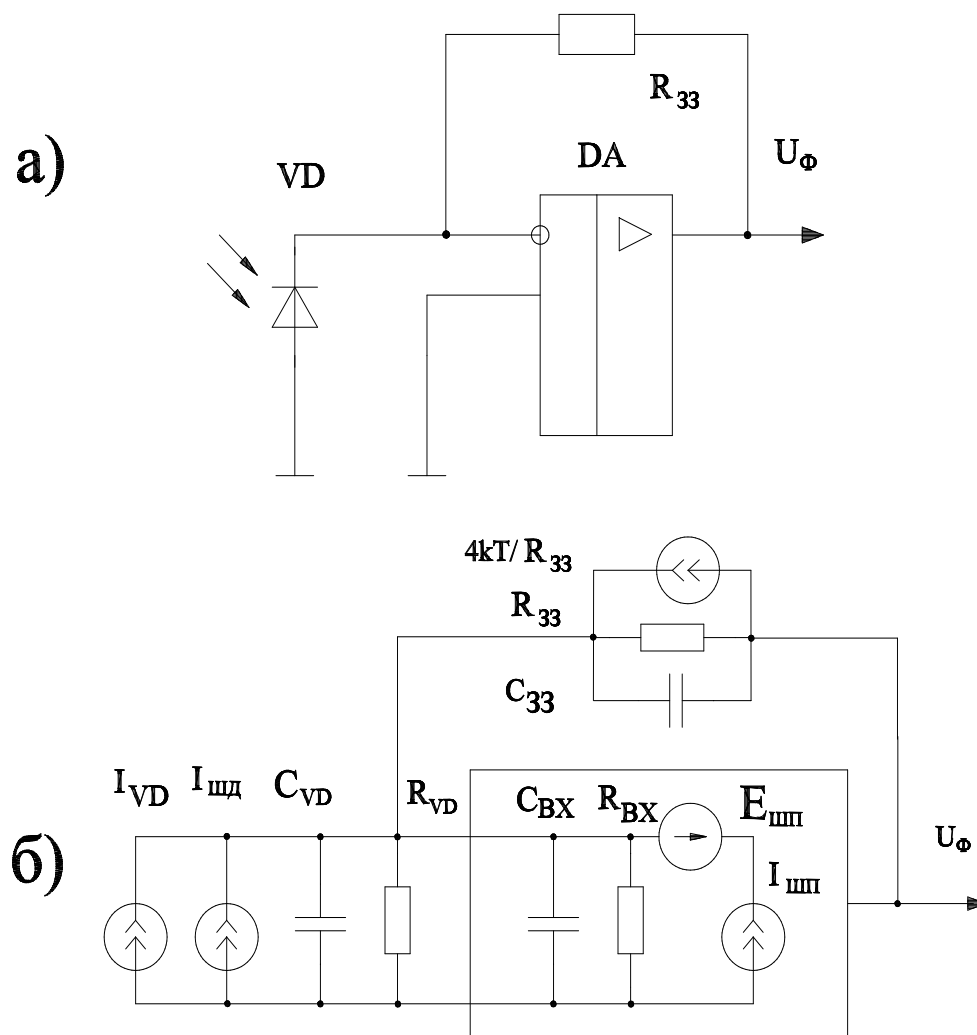


Рис. 3.1. Фотоприймач на основі пари фотодіод-операційний підсилювач

У цій схемі фотодіод VD діє як генератор струму, а операційний підсилювач DA перетворює цей струм у напругу. Залежність струму, що протікає через фотодіод, від потоку опромінення, описується виразом [71]

$$I_{VD} = \frac{\Phi S_{I0}}{\sqrt{1 + (\Omega \tau_{VD})^2}} - I_S \left( \exp\left(\frac{e_e U_{VD}}{kT}\right) - 1 \right), \quad (3.1)$$

де  $I_{VD}$  - струм фото діоду;

$S_{I0}$  - інтегральна струмова чутливість фотодіоду при немодульованому опроміненні;

$\Phi$  - потік опромінення;

$I_S$  - темновий струм фото діоду;

$U_{VD}$  - падіння напруги на фото діоді;

$T$  - абсолютна температура;

$k$  - постійна Больцмана;

$e_e$  - заряд електрону;

$\Omega$  - циклічна частота потоку опромінення;

$\tau_{VD}$  - постійна часу фотодіоду, яка залежить від значень внутрішнього опору фотодіоду  $R_{VD}$ , паразитної ємності фотодіоду  $C_{VD}$ , часу розсмоктування неосновних носіїв заряду.

При використанні джерела світла з конденсорною лінзою, можна отримати плоско-паралельний потік опромінення, однаковий на всій площині. У цьому випадку потік опромінення та площа фоточутливого шару фотодіоду, що опромінюється, зв'язані співвідношенням [72]:

$$\Phi = J_P S = IS / r^2, \quad (3.2)$$

де  $J_P$ - інтенсивність променевого потоку,

$r$  - відстань від джерела світла до поверхні, що освітлюється,

$S$  - площа, що опромінюється,

$I$  - сила світла.

Вихідна напруга фотоприймача на основі пари фотодіод-операційний підсилювач, з урахуванням зміщення нулю, різниці вхідних струмів, напруги шуму, описується виразом [73]

$$U_\Phi = \frac{I_{VD} R_{33}}{1 + R_{33} / KR_{BX} + 1/K} + \Delta I \cdot R_{33} + U_{3M} + U_{Ш}, \quad (3.3)$$

де  $K$  - коефіцієнт передачі операційного підсилювача;

$R_{BX}$  - вхідний опір операційного підсилювача;

$U_{3M}$  - напруга зміщення нулю операційного підсилювача;

$\Delta I$  - різниця вхідних струмів операційного підсилювача;

$U_{Ш}$  - напруга шуму на виході фотоприймача.

Модуль вихідної напруги шуму визначається виразом [71]

$$U_{Ш} = \sqrt{E_{ШП}^2 + (I_{ШП}^2 + I_{ШД}^2 + I_{ЗЗ}^2)R_{ЗЗ}}, \quad (3.4)$$

де  $E_{ШП}$  - спектральна щільність напруги шуму операційного підсилувача;

$I_{ШП}$  - спектральна щільність шумового струму операційного підсилувача;

$I_{ШД}$  - спектральна щільність шумового струму фото діоду;

$I_{ЗЗ}$  - спектральна щільність шумового струму опору зворотного зв'язку.

Щільність шумового струму фотодіоду, що працює у фотovoltaїчному режимі [71]

$$I_{ШД} = \sqrt{4kT\Delta f / R_{VD}}, \quad (3.5)$$

де  $\Delta f$  - ефективна смуга пропускання електронного тракту.

Щільність шумового струму опору зворотного зв'язку [71]

$$I_{ЗЗ} = \sqrt{4kT\Delta f / R_{ЗЗ}}. \quad (3.6)$$

В загальному випадку, вхідний опір та опір зворотного зв'язку має реактивний характер. Тому у комплексній формі, вираз (3.3) записується як

$$\begin{aligned} \dot{U}_{\Phi} &= \frac{\dot{I}_{VD}\dot{Z}_{ЗЗ}}{1 + \dot{Z}_{ЗЗ}/\dot{K}\dot{Z}_{BX} + 1/\dot{K}} + \Delta I \cdot R_{ЗЗ} + U_{ЗМ} + \dot{U}_{Ш} = \\ &= \frac{\dot{I}_{VD}\dot{Z}_{ЗЗ}\dot{Z}_{BX}\dot{K}}{\dot{Z}_{BX}\dot{K} + \dot{Z}_{BX} + \dot{Z}_{ЗЗ}} + \Delta I \cdot R_{ЗЗ} + U_{ЗМ} + \dot{U}_{Ш}, \end{aligned} \quad (3.7)$$

де  $\dot{U}_{\Phi}$  - комплексна амплітуда вихідної напруги фотоприймача;

$\dot{U}_{Ш}$  - комплексна шумова напруга;

$\dot{K}$  - комплексний коефіцієнт передачі операційного підсилувача;

$\dot{Z}_{ЗЗ}$ ,  $\dot{Z}_{BX}$  - відповідно комплексний опір в колі зворотного зв'язку та комплексний вхідний опір операційного підсилувача.

Опори  $\dot{Z}_{ЗЗ}$ ,  $\dot{Z}_{BX}$  визначаються виразами

$$\dot{Z}_{ЗЗ} = R_{ЗЗ}/(1 + j\Omega R_{ЗЗ}C_{ЗЗ}), \quad (3.8)$$

де  $C_{ЗЗ}$  - паразитна ємність кола зворотного зв'язку

$$\dot{Z}_{BX} = R_{BX}/(1 + j\Omega R_{BX}C_{BX}), \quad (3.9)$$

де  $C_{BX}$  - вхідна ємність операційного підсилувача.

Комплексний коефіцієнт передачі операційного підсилювача без зворотного зв'язку визначається як [74]

$$\dot{K} = K_0 / (1 + j\Omega / \Omega_{ГР}), \quad (3.10)$$

де  $K_0$  - коефіцієнт передачі операційного підсилювача на нульовій частоті,

$\Omega_{ГР}$  - гранична циклічна частота операційного підсилювача.

Еквівалентний опір навантаження фотодіоду визначається виразом

$$\begin{aligned} \dot{Z}_{EH} &= \dot{Z}_{33} / (1 + \dot{K} + \dot{Z}_{33} / \dot{Z}_{BX}) = \\ &= R_{33} / \left( (1 + j\Omega C_{33} R_{33}) \cdot \left( 1 + K_0 / (1 + j\Omega / \Omega_{ГР}) + \frac{R_{33}}{R_{BX}} \cdot \frac{1 + j\Omega C_{BX} R_{BX}}{1 + j\Omega C_{33} R_{33}} \right) \right). \end{aligned} \quad (3.11)$$

Підставимо (3.2) в (3.1) та знайдемо падіння напруги на фотодіоді

$$\dot{U}_{VD} = \dot{I}_{VD} \dot{Z}_{EH} = \frac{I}{r^2} \cdot \frac{S_{I0}}{1 + j\Omega \tau_{VD}} \dot{Z}_{EH} \dot{S} - \dot{Z}_{EH} I_S (\exp(e \dot{U}_{VD} / kT) - 1). \quad (3.12)$$

де  $\dot{S}$  - комплексна амплітуда площі фоточутливого шару, що освітлюється.

Так як фотодіод працює у фотовольтанічному режимі, падіння напруги на ньому мале та складає одиниці мВ. Відоме співвідношення  $\exp(x) \approx 1 + x$ ,  $x \rightarrow 0$  дає змогу спростити вираз (3.12)

$$\dot{U}_{VD} = \dot{I}_{VD} \dot{Z}_{EH} = \frac{I}{r^2} S_{I0} \dot{Z}_{EH} \dot{S} / (1 + j\Omega \tau_{VD}) - \dot{Z}_{EH} I_S e \dot{U}_{VD} / kT. \quad (3.13)$$

Провівши нескладні перетворення, отримуємо вираз, який визначає падіння напруги на фотодіоді

$$\dot{U} = \frac{I}{r^2} \frac{S_{I0}}{1 + j\Omega \tau_{VD}} \dot{Z}_{EH} \dot{S} / \left( I_S \frac{e}{kT} \dot{Z}_{EH} - 1 \right). \quad (3.14)$$

Підставивши (3.4), (3.1), (3.2), (3.8), (3.9), (3.10), (3.14) до (3.7), після перетворень, отримуємо вираз, що зв'язує комплексну амплітуду вихідної напруги фотоприймача з комплексною амплітудою площі фоточутливого шару фотодіоду, що освітлюється

$$\begin{aligned} \dot{U}_\Phi &= \frac{K_0 R_{BX} R_{33} \frac{I}{r^2} S_{I0} \dot{S}}{(1 + j\Omega \tau_{VD}) \left( R_{33} + R_{BX} (K_0 + 1) - \frac{\Omega^2}{\Omega_{ГР}} R_{BX} R_{33} (C_{BX} - C_{33}) + j\Omega \left( \frac{R_{33} + R_{BX}}{\Omega_{ГР}} + R_{BX} R_{33} (C_{BX} + C_{33} (K_0 + 1)) \right) \right)} \\ &- \frac{I_S \left( \exp \left( e \frac{I}{r^2} S_{I0} \dot{Z}_{EH} \dot{S} / kT (1 + j\Omega \tau_{VD}) \left( I_S \frac{e}{kT} \dot{Z}_{EH} - 1 \right) \right) - 1 \right)}{R_{33} + R_{BX} (K_0 + 1) - \frac{\Omega^2}{\Omega_{ГР}} R_{BX} R_{33} (C_{BX} - C_{33}) + j\Omega \left( \frac{R_{33} + R_{BX}}{\Omega_{ГР}} + R_{BX} R_{33} (C_{BX} + C_{33} (K_0 + 1)) \right)} + \\ &+ \Delta I \cdot R_{33} + U_{3M} + \dot{U}_{III}, \end{aligned} \quad (3.15)$$

Якщо знову скористатись співвідношенням  $\exp(x) \approx 1 + x$ ,  $x \rightarrow 0$  стосовно другого члену виразу (3.15), він прийме вигляд

$$\dot{U}_\phi = \frac{\left( K_0 R_{BX} R_{33} \frac{I}{r^2} S_{I0} - I_S e_e \frac{I}{r^2} S_{I0} \dot{Z}_{EH} / kT \left( I_S \frac{e_e}{kT} \dot{Z}_{EH} - 1 \right) \right) \dot{S}}{\left( 1 + j\Omega \tau_{VD} \right) \left( R_{33} + R_{BX} (K_0 + 1) - \frac{\Omega^2}{\Omega_{GP}} R_{BX} R_{33} (C_{BX} - C_{33}) + j\Omega \left( \frac{R_{33} + R_{BX}}{\Omega_{GP}} + R_{BX} R_{33} (C_{BX} + C_{33} (K_0 + 1)) \right) \right)} + \Delta I \cdot R_{33} + U_{3M} + \dot{U}_{Ш}. \quad (3.16)$$

Вираз (3.16) є математичною моделлю фотоприймача на основі пари фотодіод-операційний підсилювач. Він зв'язує вихідну напругу фотоприймача з площею фоточутливого шару фотодіоду, що освітлюється, з урахуванням частотних властивостей елементів фотоприймача, шумової складової вихідної напруги, темного струму фотодіоду, падіння напруги на ньому, різниці вхідних струмів операційного підсилювача. Вираз (3.16) можна спростити. Різниця вхідних струмів  $\Delta I$  для сучасних операційних підсилювачів складає одиниці нА, а напруга зміщення  $U_{3M}$  - одиниці мВ. При умовах  $U_\phi \gg U_{3M}$  та  $I_{VD} \gg \Delta I$ , значеннями  $U_{3M}$  та  $\Delta I$  можна знехтувати. При використанні елементної бази з низьким рівнем шумів, шумовою складовою виразу (3.16) можна знехтувати. Внаслідок малого значення падіння напруги на фотодіоді при його роботі у фотовольтаїчному режимі та малого значення темного струму, друга складова чисельника виразу (3.16) близька до нуля. З урахуванням цих умов вираз (3.16) приймає вигляд

$$\dot{U}_\phi = \frac{I S_{I0} K_0 R_{BX} R_{33} \dot{S} / r^2 (1 + j\Omega \tau_{VD})}{K_0 R_{BX} + R_{33} + R_{BX} - \Omega^2 R_{BX} R_{33} (C_{BX} - C_{33}) / \Omega_{GP} + j\Omega \left( (R_{33} + R_{BX}) / \Omega_{GP} + R_{BX} R_{33} (C_{BX} + C_{33} (K_0 + 1)) \right)} \quad (3.17)$$

Із (3.17) випливає, що при виконанні вищенаведених умов, вихідна напруга фотоприймача прямо пропорційна площі фоточутливого шару фотодіоду, що освітлюється. Якщо розглядати фотоприймач на основі пари фотодіод-операційний підсилювач як перетворювач площі фоточутливого шару фотодіоду, що освітлюється, у напругу, доцільно ввести поняття коефіцієнту перетворення, який дорівнює відношенню комплексної амплітуди вихідної напруги до комплексної амплітуди площі, що освітлюється, без урахування шумової напруги, напруги зміщення та різниці вхідних струмів операційного підсилювача, темного струму фотодіоду.

$$\dot{K}_S(\Omega) = \frac{\dot{U}_\phi}{\dot{S}} = \frac{I K_0 R_{BX} R_{33} S_{I0} / r^2 (1 + j\Omega \tau_{VD})}{\left( K_0 R_{BX} + R_{33} + R_{BX} - \frac{\Omega^2}{\Omega_{GP}} R_{BX} R_{33} (C_{BX} - C_{33}) + j\Omega \left( \frac{R_{33} + R_{BX}}{\Omega_{GP}} + R_{BX} R_{33} (C_{BX} + C_{33} (K_0 + 1)) \right) \right)} \quad (3.18)$$



Через коефіцієнт перетворення площі в напругу вираз (3.16) запишеться як [75]

$$\dot{U}_\phi = \dot{K}_S(\Omega)S \left( 1 - I_S e_e \dot{Z}_{EH} / K_0 R_{BX} R_{33} kT \left( I_S \frac{e_e}{kT} \dot{Z}_{EH} - 1 \right) \right) + \Delta I \cdot R_{33} + U_{3M} + \dot{U}_{Ш}. \quad (3.19)$$

В більшості випадків гранична частота фотодіоду значно менша за граничну частоту операційного підсилювача [71]. Тому спад частотної характеристики в області верхніх частот визначається частотними властивостями фотодіоду. Це дає змогу знехтувати впливом паразитної ємності в колі зворотного зв'язку та вхідною ємністю операційного підсилювача. Вхідний опір сучасних операційних підсилювачів складає десятки МОм, що значно перевищує опір в колі зворотного зв'язку та внутрішній опір фотодіоду. Тому можна прийняти  $R_{BX} = \infty$ . З урахуванням усіх вище наведених умов, вираз (3.18) приймає вигляд

$$K_S = IS_{I0} R_{33} / r^2 \sqrt{1 + (\Omega \tau_{VD})^2}. \quad (3.20)$$

При умові, що частота опромінення значно менша за граничну частоту фотодіода, його частотними властивостями можна знехтувати, вираз (3.18) прийме вигляд

$$K_S = IS_{I0} R_{33} / r^2. \quad (3.21)$$

А вираз для вихідної напруги фотоприймача в залежності від площі фоточутливого шару фотодіоду, що освітлюється

$$U_\phi = IS_{I0} R_{33} S / r^2. \quad (3.22)$$

Вираз (3.22) є максимально спрощеною математичною моделлю фотоприймача на основі пари фотодіод-операційний підсилювач як перетворювача площі в напругу, яку можна використовувати при умові того, що ширина спектру опромінення значно менша граничної частоти фотодіоду.

### 3.1.2. ТП з зменшенням похибки, що обумовлена частотними властивостями фотоприймача, його математична модель

ТП [76 - 79] включає в себе вал 1 (рис. 3.2), на який насаджено модулятор 2. Модулятор має вигляд диску прозорими та непрозорими елементами рівної кутової ширини, що чергуються. За модулятором, зі сторони вала, розташована діафрагма 3, за якою встановлено два фотодіода 4, які входять до складу фотоприймачів на основі пари фотодіод-операційний підсилювач. Елементи фотоприймачів та інші електронні елементи ТП розташовані на платі 5. Джерело світла 6 з конденсорною лінзою освітлює фоточутливий шар фотодіодів через перехрестя модулятора та діафрагми (його на рис. 3.2 наведено штри-

ховою лінією). Діафрагма має вигляд пластини з двома отворами 7, зсунутими між собою на кут, рівний  $1,5\alpha$  кутової ширини елементів модулятора, відносно його центру, конфігурація яких визначається радіусами модулятора та концентричними колами, радіусами  $R_1$  та  $R_2$ , центр яких співпадає з центром модулятора. Кутова ширина отворів діафрагми дорівнює кутовій ширині прозорих елементів модулятора. При обертанні валу, обертається і модулятор, внаслідок чого прозорі та непрозорі елементи модулятора перекривають отвори діафрагми. При вище вказаній формі отворів діафрагми, площа заштрихованого отвору, через яке світло при обертанні попадає на фоточутливий шар фотодіоду фотоприймача (домовимось називати цей фотоприймач першим, а той, що зсунутий відносно нього на  $1,5\alpha$  - другим), лінійно залежить від кута повороту валу та визначається виразом

$$S_{\varphi_1} = \begin{cases} (\varphi - n\alpha) \frac{R_1^2 - R_2^2}{2}, \varphi \in [n\alpha, (n+1)\alpha), & n = 0, 2, 4, \dots \\ -(\varphi - n\alpha) \frac{R_1^2 - R_2^2}{2} + (R_1^2 - R_2^2)\alpha, \varphi \in [(n+1)\alpha, (n+2)\alpha) \end{cases}, \quad (3.23)$$

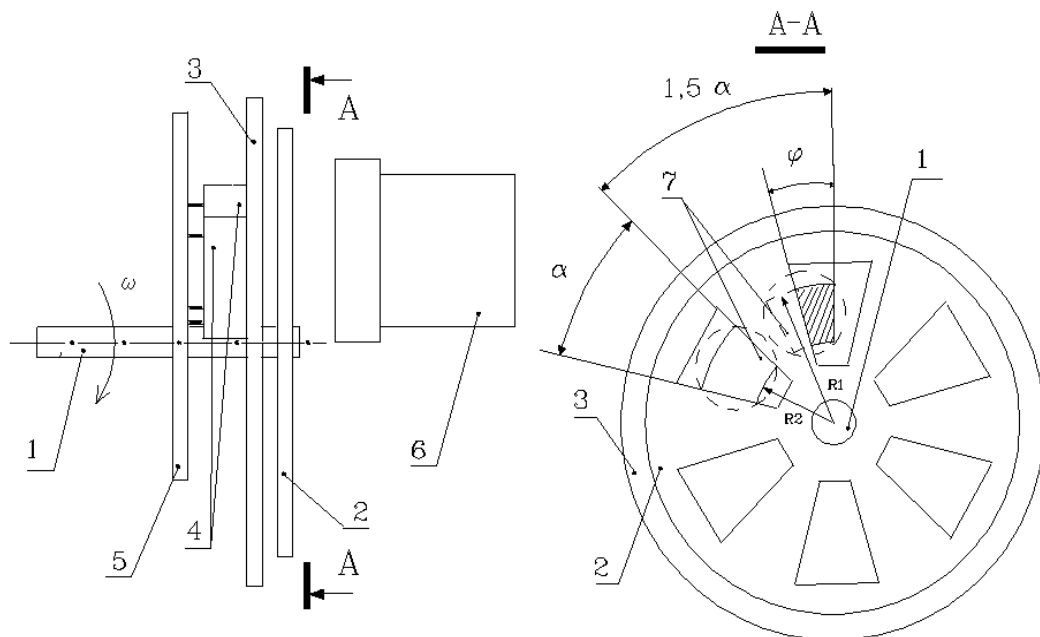


Рис. 3.2. ТП з зменшенням похибки, що обумовлена частотними властивостями фотоприймача

де  $\varphi$  - поточний кут повороту заднього в напрямку обертання краю прозорого елемента модулятора, який умовно прийнято за перший,

відносно переднього в напрямку обертання краю першого отвору діафрагми (рад);

$R_1, R_2$  - відповідно більший та менший радіус кола, що обмежує отвір діафрагми.

Вихідна напруга фотоприймача, як слідує з виразу (3.22), прямо пропорційна площі отвору, через який світло попадає на фоточутливий шар фотодіоду.

Підставивши (3.23) в (3.23) отримуємо вираз, який зв'язує вихідну напругу першого фотоприймача з кутом повороту  $\varphi$

$$U_{\phi 1} = \begin{cases} S_{10} R_{33} \frac{I}{r^2} (\varphi - n\alpha) \frac{R_1^2 - R_2^2}{2}, \varphi \in [n\alpha, (n+1)\alpha], n = 0, 2, 4, \dots \\ S_{10} R_{33} \frac{I}{r^2} \left( -(\varphi - n\alpha) \frac{R_1^2 - R_2^2}{2} + (R_1^2 - R_2^2)\alpha \right), \varphi \in [(n+1)\alpha, (n+2)\alpha], n = 0, 2, 4, \dots \end{cases} \quad (3.24)$$

При використанні одного фотоприймача, виникають похибки, які обумовлені наступним причинами. По-перше, це похибка первинного перетворення, що виникає внаслідок частотних властивостей фотоприймача. Обмеженість смуги пропускання приводить до згладжування сигналу біля його максимумів та мінімумів (рис. 3.3, в). Окрім того, при малих площах отвору, через який світло попадає на фоточутливий шар фотодіодів, похибка виготовлення отвору діафрагми та елементів модулятора обумовлює виникнення додаткової площі отвору, величина якої мало відрізняється від корисної площі, що значно впливає на точність перетворення кутової швидкості в інформативний параметр сигналу (рис. 3.3, а). При більших площах отвору, через який світловий потік попадає на фоточутливий шар фотодіодів, вище описане явище проявляється значно менше (рис. 3.3, б), тобто

$$\Delta S / S_1 \gg \Delta S / S_2, \quad (3.25)$$

Похибка, обумовлена цим фактором проявляється біля мінімумів імпульсів напруги на виході фотоприймача. На рис. 3.3, в показано мінімум вихідної напруги фотоприймача. Суцільною лінією показано реальний випадок, пунктирною — ідеальний. Виникаюча при цифровому диференціюванні вихідного сигналу (без урахування похибки квантування) відносна похибка описується виразом

$$\delta_p = 1 - \Delta U_p / \Delta U_u, \quad (3.26)$$

де  $\delta_p$  - відносна похибка цифрового диференціювання;

$\Delta U_u, \Delta U_p$  — відповідно зміна напруги ідеального та реального вихідного сигналу фотодіоду за час  $\Delta t$ .

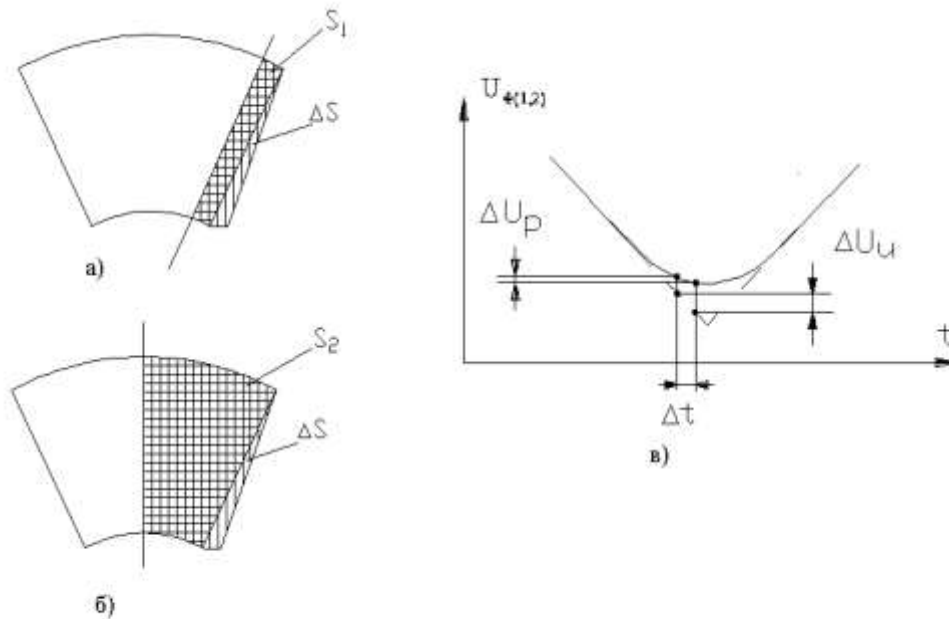


Рис. 3.3. Виникнення похибки первинного перетворення

В розробленому ТП використовується два фотоприймача на основі пари фотодіод-операційний підсилювач, а знімання вимірювальної інформації, з метою виключення проявлення двох вище вказаних факторів, здійснюється з виходу того фотоприймача, вихідний сигнал якого не знаходиться біля свого максимуму чи мінімуму. На рис. 3.4 наведено функціональну схему ТП, а на рис. 3.5 наведено часові діаграми його роботи у точках, вказаних на рис. 3.4. Перед початком вимірювання, модулятор розташовується відносно діафрагми випадково.

При відповідному підборі значень напруг джерел опорної напруги  $P_1$  та  $P_2$ , які визначають коломінімумну та коломаксимумну область вихідних сигналів фотоприймачів 1 та 2, можливі їх слідуєчи два стани перед початком вимірювань - жоден з вихідних сигналів фотоприймачів не знаходиться на рівні, який відповідає знаходженню його біля свого максимуму чи мінімуму або навпаки. В таблиці 3.1. наведено всі можливі значення вихідних напруг всіх компараторів ( В — високий рівень, Н — низький рівень) перед початком роботи. Високий рівень свідчить про знаходження вихідного сигналу відповідного фотоприймача у своїй коломаксимумній чи коломінімумній області.

У двох нижніх строках таблиці 3.1 знаком “+” відмічено той фотоприймач, вихідний сигнал якого при наведеному стані компараторів не знаходиться у своїй коломаксимумній чи коломінімумній області. Після включення джерела освітлення, формувачем сигналу “Скид” S (рис. 3.4) формується сигнал “Скид”, який уявляє собою імпульс на-

пруги рівня логічної одиниці, який подається на входи елементів І-НІ D2 та D3. За заднім фронтом сигналу “Скид” спрацьовує схема запуску об’єкту Р.

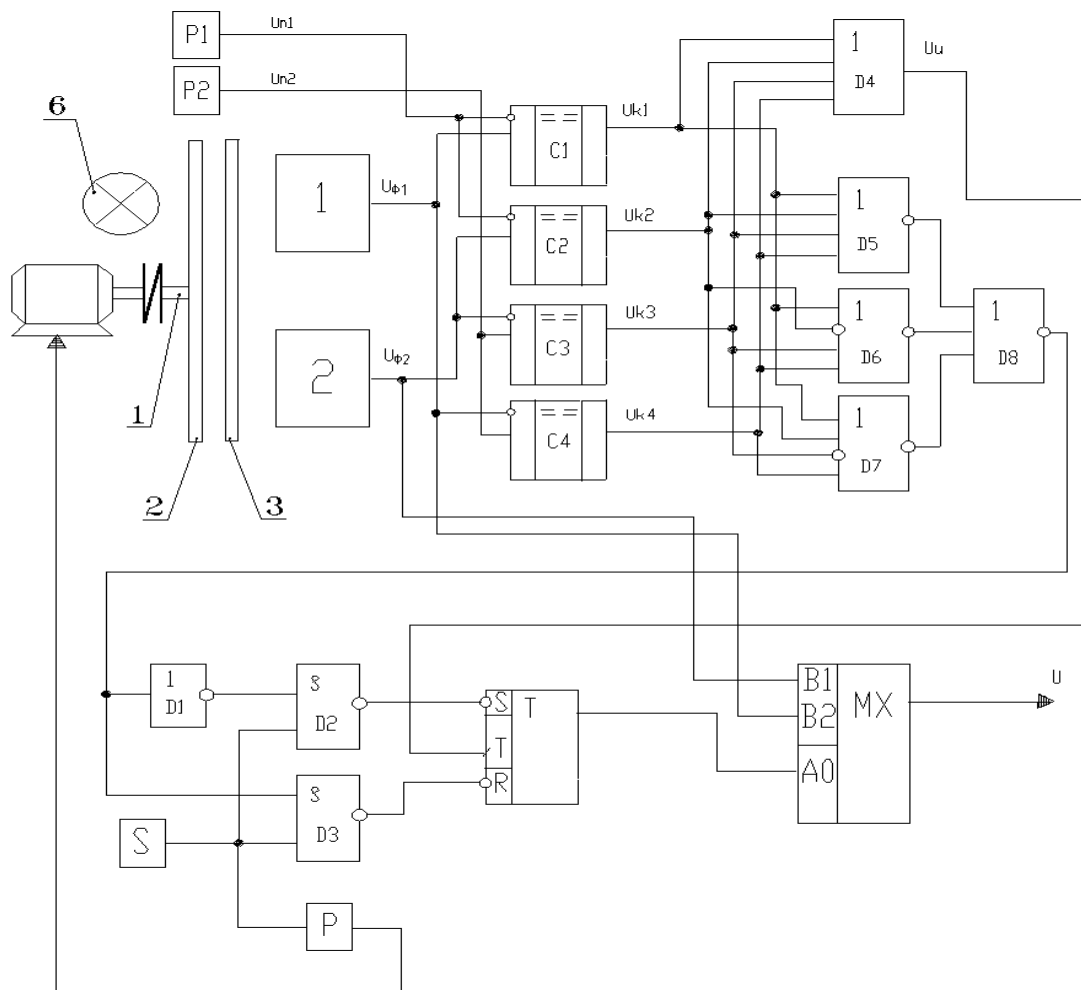


Рис. 3.4. Функціональна схема ТП з зменшенням похибки, що обумовлена частотними властивостями фотоприймача

Таблиця 3.1.

Початкові значення вихідних напруг компараторів

Компаратори та їх вихідні напруги		Номер стану				
Компаратор	Напруга	1	2	3	4	5
C1	$U_{k1}$	Н	В	Н	Н	Н
C2	$U_{k2}$	Н	Н	Н	Н	В
C3	$U_{k3}$	Н	Н	В	Н	Н
C4	$U_{k4}$	Н	Н	Н	В	Н
Фотоприймач 1		+	-	+	-	+
Фотоприймач 2		+	+	-	+	-

Перед початком вимірювань необхідно на вихід ТП подати сигнал з виходу того фотоприймача, вихідний сигнал якого не знаходиться у своїй коломаксимумній чи коломінімумній області. Для цієї передустановки служать логічні елементи АБО-НІ D5 — D8, елемент НІ D1, елементи І-НІ D2-D3. Коли компаратори знаходяться у станах 1, 3 або 5 (табл. 3.1), на виході елементу D8 АБО-НІ з'являється рівень логічного нуля. При цьому, під час дії сигналу “Скид”, на виході елементу D2 І-НІ з'явиться рівень логічного нуля, а на виході елементу D3І-НІ — рівень логічної одиниці. Лічильний тригер Т встановиться в одиницю і до виходу перетворювача буде підключено вихідний сигнал фотоприймача 1. При любых інших станах на компараторів до виходу перетворювача буде підключено вихідний сигнал фотоприймача 2. По задньому фронту сигналу “Скид” спрацьовує схема запуску об'єкту дослідження Р і запускається об'єкт, кутову швидкість якого треба виміряти. Коли сигнал “Скид” відсутній, напруга на установочному вході та вході скиду тригера Т завжди буде рівня логічної одиниці і не буде впливати на його стан. При обертанні вала об'єкта дослідження, трикутні імпульси напруги, які формуються на виході фотоприймачів (рис. 3.5, а, б), зрівнюються з напругами джерел опорної напруги Р1 та Р2, відповідно  $U_{п1}$  та  $U_{п2}$ .

При співпаданні, на виході одного з компараторів з'являється імпульс позитивної полярності (рис. 3.5, в, г, д, е). Його тривалість дорівнює тривалості знаходження рівня вихідної напруги фотоприймача вище рівня  $U_{п1}$  чи  $U_{п2}$ . Вихідні імпульси кожного з компараторів подаються на входи елементу D4 АБО, з виходу якого (рис. 3.5, ж) вони поступають на тактовий вхід лічильного тригера Т, який змінює свій стан по передньому фронту цих імпульсів, відповідно керуючи аналоговим мультиплексором МХ, підключаючи до виходу датчика вихідний сигнал того фотоприймача, який не знаходиться у своїй коломінімумній чи коломаксимумній області. На виході датчика формується сигнал, який на рис. 3.5, з показано жирною лінією.

Знаходимо рівняння перетворення ТП з зменшенням похибки, що обумовлена частотними властивостями фотоприймача. Залежність вихідної напруги першого фотоприймача від кута повороту описується виразом (3.24). Другий фотоприймач зсунутий відносно першого на кут  $1,5\alpha$ . Його вихідна напруга:

$$U_{\phi 2} = \begin{cases} S_{IO} R_{33} \frac{I}{r^2} \left( \varphi + \alpha \left( \frac{1}{2} - n \right) \right) \frac{R_1^2 - R_2^2}{2}, \varphi \in [n\alpha, (n+1)\alpha], n = 0, 2, 4, \dots \\ S_{IO} R_{33} \frac{I}{r^2} \left( - \left( \varphi + \alpha \left( \frac{1}{2} - n \right) \right) \frac{R_1^2 - R_2^2}{2} + (R_1^2 - R_2^2) \alpha \right), \varphi \in [(n+1)\alpha, (n+2)\alpha], n = 0, 2, 4, \dots \end{cases} \quad (3.27)$$

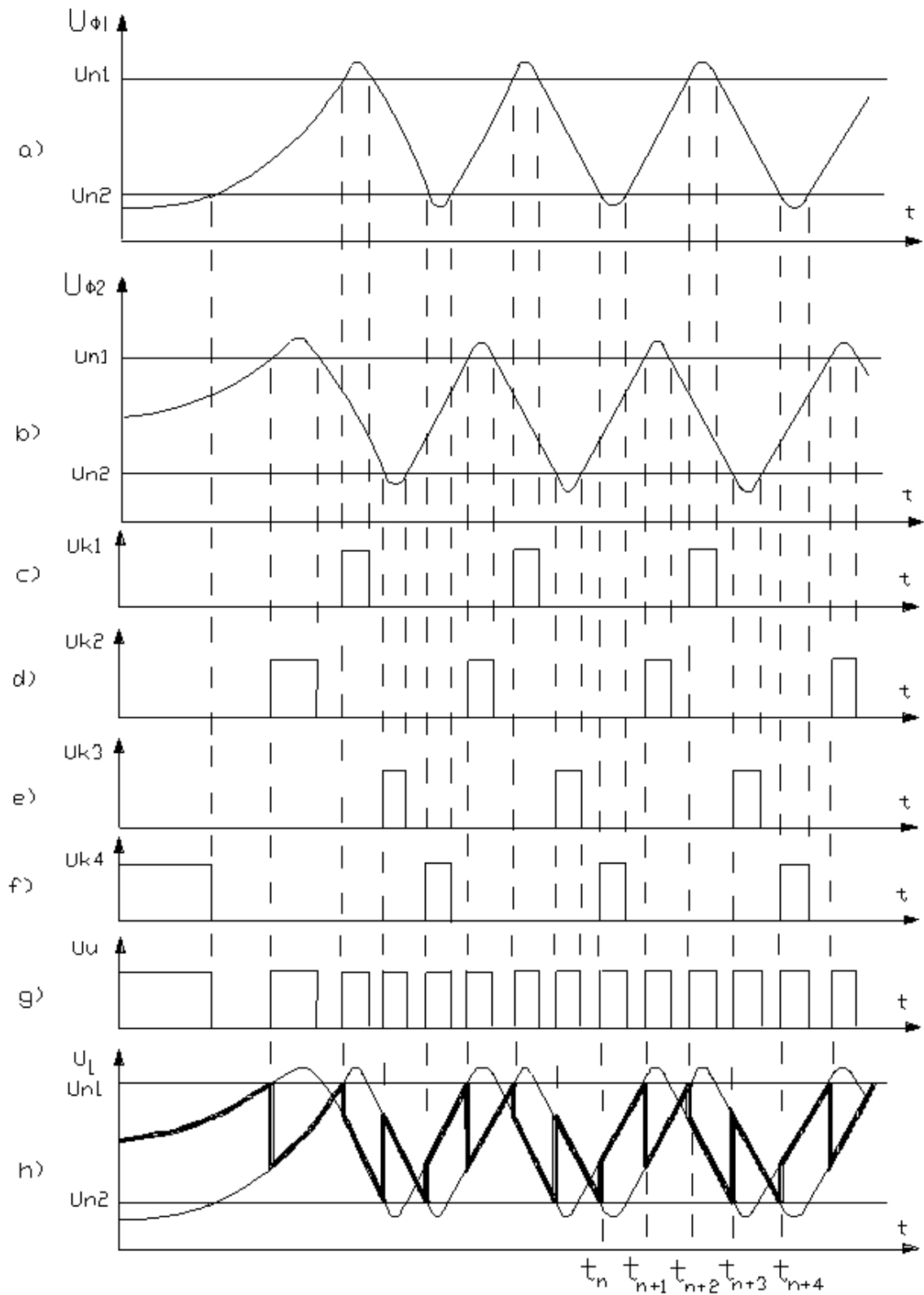


Рис. 3.5. Часові діаграми роботи ТП з зменшенням похибки, що обумовлена частотними властивостями фотоприймача

Рівняння перетворення, яке зв'язує вихідну та вхідну величину розробленого ТП у статичному режимі (тобто кутова швидкість  $\omega = const$ ,  $\varphi = \omega t$ , де  $t$  - поточний час), є періодичною функцією кута повороту та часу, описується виразом

$$U_1(t) = \begin{cases} S_{IO}R_{33} \frac{I}{r^2} (\omega t + \alpha(1/2 - n)) \frac{R_1^2 - R_2^2}{2}, \omega t \in [n\alpha, (n+1)\alpha], t \in [t_n, t_{n+1}] \\ S_{IO}R_{33} \frac{I}{r^2} (\omega t - n\alpha) \frac{R_1^2 - R_2^2}{2}, \omega t \in [n\alpha, (n+1)\alpha], t \in [t_{n+1}, t_{n+2}] & n = 0, 2, 4, \dots \\ S_{IO}R_{33} \frac{I}{r^2} \left( -(\omega t + \alpha(1/2 - n)) \frac{R_1^2 - R_2^2}{2} + (R_1^2 - R_2^2)\alpha \right), \omega t \in [(n+1)\alpha, (n+2)\alpha], t \in [t_{n+2}, t_{n+3}] \\ S_{IO}R_{33} \frac{I}{r^2} \left( -(\omega t - n\alpha) \frac{R_1^2 - R_2^2}{2} + (R_1^2 - R_2^2)\alpha \right), \omega t \in [(n+1)\alpha, (n+2)\alpha], t \in [t_{n+3}, t_{n+4}] \end{cases} \quad (3.28)$$

де  $t_n$  - момент часу, в який напруга першого фотоприймача дорівнює  $U_{п2}$ ;  
 $t_{n+1}$  - момент часу, в який напруга другого фотоприймача дорівнює  $U_{п1}$ ;  
 $t_{n+2}$  - момент часу, в який напруга першого фотоприймача дорівнює  $U_{п1}$ ;  
 $t_{n+3}$  - момент часу, в який напруга другого фотоприймача дорівнює  $U_{п2}$ ;  
 $t_{n+4}$  - момент часу, в який напруга першого фотоприймача дорівнює  $U_{п2}$  після  $t_{n+3}$ .

Кут повороту в загальному випадку є нелінійною функцією часу. Шляхом диференціювання (3.28), замінивши  $\omega t$  на  $\varphi$  та провівши нескладні перетворення отримуємо вираз, який зв'язує швидкість обертання та вихідну напругу ТП як в динамічному, так і в статичному режимі.

$$\omega(t) = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{2r^2}{S_{IO}R_{33}I(R_1^2 - R_2^2)} \cdot \frac{dU_1(t)}{dt}. \quad (3.29)$$

З виразу (3.29) слідує, що перша похідна вихідної напруги ТП прямо пропорційна кутовій швидкості.

При роботі об'єкту усталеному режимі вихідний сигнал ТП є періодичним. Для отримання математичної моделі ТП при роботі об'єкту контролю в усталеному режимі представимо закон зміни площі фоточутливого шару фотодіодів, що освітлюється, у вигляді суми гармонічних складових ряду Фур'є [80].

$$\dot{S}_{\Phi 1}(t) = \frac{S_0}{2} + \sum_{m=1}^{\infty} (S_{Am} \cos(m\Omega t) + jS_{Bm} \sin(m\Omega t)). \quad (3.30)$$

$$\dot{S}_{\Phi 2}(t) = \frac{S_0}{2} + \sum_{m=1}^{\infty} (S_{Am} \cos(m\Omega t + \alpha/2) + jS_{Bm} \sin(m\Omega t + \alpha/2)), \quad (3.31)$$



де  $\frac{S_0}{2}$ ,  $S_{Am}$ ,  $S_{Bm}$  - відповідно постійна складова та коефіцієнти ряду Фур'є.

Позначимо через  $U_0$  залежність вихідної напруги фотоприймача на основі пари фотодіод-операційний підсилювач при  $S=\text{const}$  без урахування паразитних складових. Підставивши (3.30) та (3.31) у (3.19) отримуємо вирази для вихідних напруг фотоприймачів

$$\begin{aligned} \dot{U}_{\Phi 1}(t) = & U_0 \left( \frac{S_0}{2} \right) + \Delta I \cdot R_{33} + U_{3M} + \dot{U}_{III} + \\ & + \sum_{m=1}^{\infty} \dot{K}_S(m\Omega) (S_{Am} \cos(m\Omega t) + jS_{Bm} \sin(m\Omega t)) \times \\ & \times \left( 1 - I_S e_e \dot{Z}_{EH}(m\Omega) / K_0 R_{BX} R_{33} kT (I_S e_e \dot{Z}_{EH}(m\Omega) / kT - 1) \right), \end{aligned} \quad (3.32)$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_{\Phi 2}(t) = & U_0 \left( \frac{S_0}{2} \right) + \Delta I \cdot R_{33} + U_{3M} + \dot{U}_{III} + \\ & + \sum_{m=1}^{\infty} \dot{K}_S(m\Omega) (S_{Am} \cos(m\Omega t + \alpha/2) + jS_{Bm} \sin(m\Omega t + \alpha/2)) \times \\ & \times \left( 1 - I_S e_e \dot{Z}_{EH}(m\Omega) / K_0 R_{BX} R_{33} kT (I_S e_e \dot{Z}_{EH}(m\Omega) / kT - 1) \right). \end{aligned} \quad (3.33)$$

Вихідна напруга ТП визначається виразом

$$\dot{U}_1(t) = \begin{cases} \dot{U}_{\Phi 1}(t), t \in (t_{n+1}, t_{n+2}], t \in (t_{n+3}, t_{n+4}] \\ \dot{U}_{\Phi 2}(t), t \in (t_n, t_{n+1}], t \in (t_{n+2}, t_{n+3}] \end{cases}. \quad (3.34)$$

Частота вихідного сигналу кожного з фотоприймачів в усталеному режимі, які входять до складу ТП, дорівнює добутку кількості прорізів модулятора на частоту обертання валу об'єкту контролю, що обумовлює високу частоту вихідного сигналу та обмежує зверху діапазон вимірювання. Коли не потрібна висока точність вимірювання, кутову швидкість в усталеному режимі можливо визначити шляхом вимірювання частоти вихідного сигналу одного з фотоприймачів. Вимірювання кутової швидкості в динамічному режимі здійснюється шляхом диференціювання вихідного сигналу ТП. ТП має високу чутливість за кутом повороту, тому як за час повернення валу приводу, що досліджується, на невеликий кут  $\alpha$ , вихідна напруга ТП змінюється від мінімального до максимального значення, яке може відповідати динамічному діапазону АЦП, що використовується для цифрового диференціювання.

### 3.1.3. Синтез форми прорізі модулятора для отримання низькочастотного вихідного сигналу ТП

Вихідний сигнал вище описаного перетворювача є періодичним, його частота дорівнює добутку кількості прорізів модулятора на установлену частоту обертання. Є очевидним, що оскільки смуга пропускання

лінійних фотоприймачів обмежена, то при певній частоті обертання похибка первинного перетворення, що обумовлена частотними властивостями фотоприймачів, значно збільшується. Окрім того, визначення поточного кутового положення за допомогою описаного ТП є неможливим. Тому доцільним є знаходження такої форми прорізи модулятора, при якій би забезпечувався максимально низькочастотний вихідний сигнал. Завдання визначення прорізи модулятора полягає у знаходженні такої її форми, щоб площа отвору, через який світло попадає на фоточутливий шар фотоприймача, лінійно залежала від кута повороту модулятора в межах його одного оберту [81].

Розглянемо рис. 3.6, на якому наведено креслення модулятора, з виконаною в ньому прорізом. Прорізи модулятора обмежена кривими, рівняння яких у полярних координатах, полюс яких співпадає з центром модулятора  $O$ , мають вигляд:

$$\rho_1 = R_0, \quad (3.35)$$

$$\rho_2 = R_0 + y(\varphi). \quad (3.36)$$

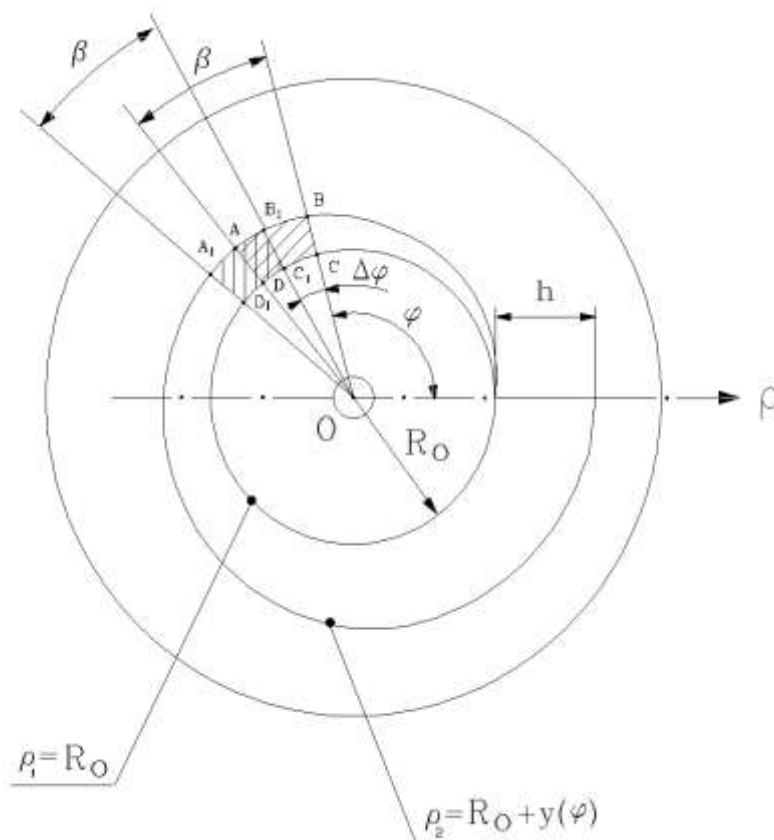


Рис. 3.6. Модулятор первинного тахометричного перетворювача

Рівняння кривої  $\rho_1 = R_0$  є рівнянням кола у полярних координатах. Вибір такої кривої обумовлено тим, що її легко виконати. Виходячи з тих самих умов, конфігурація діафрагми обмежена двома

променями, які починаються у полюсі  $O$  і утворюють між собою кут  $\beta$ . Розглянемо поточне розташування діафрагми відносно смуги, що обмежена колом  $\rho_1 = R_0$  та лінією  $\rho_2 = R_0 + y(\varphi)$ . Коефіцієнт заповнення  $\xi$  вікна діафрагми дорівнює відношенню

$$\xi = \frac{S_{ABCD}}{S_{MAX}}, \quad (3.37)$$

де  $S_{ABCD}$ ,  $S_{MAX}$  - площа фігури  $ABCD$  відповідно у поточному та кінцевому положенні (у кінцевому положенні промінь  $OA$  співпадає з полярною віссю  $\rho$ ).

Завдання полягає у визначенні рівняння кривої  $\rho_2 = R_0 + y(\varphi)$ , яке забезпечує лінійну зміну приросту  $\Delta\xi$  коефіцієнта заповнення вікна діафрагми  $\xi$  в залежності від кута повороту  $\Delta\varphi$ :

$$\Delta\xi = k_0\Delta\varphi, \quad (3.38)$$

де  $k_0$  - коефіцієнт пропорційності.

Невідома функція  $y(\varphi)$  повинна задовольняти граничні умови :

$$y(0) = 0, \quad (3.39)$$

$$y(2\pi) = h. \quad (3.40)$$

Площу фігури  $ABCD$  знайдемо за допомогою подвійного інтегралу:

$$S_{ABCD} = \iint_{ABCD} \rho d\varphi d\rho = \frac{1}{2} \int_{\varphi_0}^{\varphi_0+\beta} (2R_0y(\varphi) + y^2(\varphi))d\varphi. \quad (3.41)$$

Аналогічно визначаємо площу фігури  $A_1B_1C_1D_1$ :

$$S_{A_1B_1C_1D_1} = \frac{1}{2} \int_{\varphi_0+\Delta\varphi}^{\varphi_0+\Delta\varphi+\beta} (2R_0y(\varphi) + y^2(\varphi))d\varphi \quad (3.42)$$

Приріст коефіцієнта заповнення  $\Delta\xi$ , що відповідає куту  $\Delta\varphi$ , дорівнює:

$$\Delta\xi = \frac{\Delta S}{S_{MAX}} = \frac{S_{A_1B_1C_1D_1} - S_{ABCD}}{S_{MAX}} \quad (3.43)$$

Звідки, з урахуванням (3.37), (3.42), (3.43), дістаємо:

$$\int_{\varphi_0+\Delta\varphi}^{\varphi_0+\Delta\varphi+\beta} (2R_0y(\varphi) + y^2(\varphi))d\varphi - \int_{\varphi_0}^{\varphi_0+\beta} (2R_0y(\varphi) + y^2(\varphi))d\varphi = k_1\Delta\varphi, \quad (3.44)$$

де  $k_1 = 2k_0S_{MAX}$ .

Продиференціюємо співвідношення (3.44) за  $\Delta\varphi$ , тоді

$$k_1 = 2R_0y(\varphi_0 + \Delta\varphi + \beta) + y^2(\varphi_0 + \Delta\varphi + \beta) - 2R_0y(\varphi_0 + \Delta\varphi) - y^2(\varphi_0 + \Delta\varphi). \quad (3.45)$$

Введемо позначення:

$$\varphi_0 + \Delta\varphi = t; \quad z(t) = 2R_0 y(t) + y^2(t). \quad (3.46)$$

При цьому співвідношення (3.45) приймає вигляд:

$$z(t + \beta) - z(t) = k_1 \quad (3.47)$$

Нехай  $t=0$ , тоді відповідно з (3.39), (3.46), маємо  $z(0)=0$  та відповідно з (3.47),  $z(\beta)=k_1$ . При  $t=\beta$ , відповідно з (3.41),  $z(2\beta)=k_1+z(\beta)=2k_1$ . Аналогічно, прийнявши  $t=2\beta$ , отримаємо  $z(3\beta)=3k_1$ . Отже, для значень аргументів  $\beta, 2\beta, 3\beta$ , які є членами арифметичної прогресії, функція  $z(t)$  приймає значення  $k_1, 2k_1, 3k_1$ , які також утворюють арифметичну прогресію. Наведена властивість притаманна тільки лінійній функції  $z(t) = at + b$ . З урахуванням (3.38) та (3.46),  $b=0$ , отже  $z(t) = at$ , тобто

$$2R_0 y(t) + y^2(t) = at. \quad (3.48)$$

Переписавши останнє співвідношення у вигляді

$$(y(t) + R_0)^2 = R_0^2 + at, \quad (3.49)$$

з урахуванням прийнятих позначень (3.47), дістанемо шукану залежність

$$\rho_2(\varphi) = \sqrt{R_0^2 + a\varphi}. \quad (3.50)$$

З (3.46) та (3.48) маємо  $z(t)=at$ , а з (3.47), з урахуванням  $z(t+\beta)=a(t+\beta)$ , встановлюємо залежність

$$a\beta = k_1 = 2kS_{MAX} \quad (3.51)$$

де

$$S_{MAX} = \frac{1}{2} \int_{2\pi-\beta}^{2\pi} (\rho_2^2(\varphi) - R_0^2) d\varphi = a \frac{\beta}{4} (4\pi - \beta). \quad (3.52)$$

Для початкового положення (промінь ОВ співпадає з полярною віссю) маємо

$$S_0 = \frac{1}{2} \int_0^\beta (\rho_2^2(\varphi) - R_0^2) d\varphi = a \frac{\beta^2}{4}, \quad (3.53)$$

звідки знаходимо значення  $\xi_0$

$$\xi_0 = S_0 / S_{MAX} = \beta / (4\pi - \beta) \quad (3.54)$$

При переході вікна діафрагми з початкового в кінцеве положення коефіцієнт заповнення  $\xi$  збільшується від  $\xi_0$  до 1, або, що теж саме, на величину прямо пропорційну куту повороту.

Співвідношення (3.50) задовольняє очевидній умові  $\rho_2(0) = R_0$ , а з умови  $\rho_2(2\pi) = R_0 + h$ , встановлюється ще одне співвідношення:

$$a = h(2R_0 + h) / 2\pi, \quad (3.55)$$

яке дозволяє вибрати конкретні числові значення параметрів.

### 3.1.4. Тахометричний перетворювач з низькочастотним вихідним сигналом

Розглянемо [82-86] рис. 3.7, на якому наведено схематичне креслення ТП з низькочастотним вихідним сигналом. Він має вал 1, на який насаджено модулятор 2, за яким знаходиться діафрагма 3. За діафрагмою знаходяться два фотоприймача на основі пари фотодіод-операційний підсилювач 4 та 5 (на рис. 3.7, б їх позначено штриховою лінією). Діафрагма (на рис. 3.7, б її позначено жирною лінією) має прорізи 6 та 7. Їх форма обмежена концентричними колами радіусами  $R_1$  (більший радіус) та  $R_2$ , центр яких співпадає з центром модулятора, та проміннями, які починаються в центрі модулятора, кут між якими дорівнює  $\beta$ . Модулятор має дві прорізи - 8 та 9. Прорізь 8 має таку ж форму і розташована на такій же відстані від центру модулятора, як і прорізь 7 діафрагми. Форма прорізі 9 обмежена кривими  $\rho_1(\varphi)$  та  $\rho_2(\varphi)$ , які описуються рівняннями (3.35) та (3.50). Розглянемо, як залежить площа отвору, який утворюється при обертанні модулятора перекриттям прорізів 6 та 9 діафрагми та модулятора, через який світло попадає на фоточутливий шар фотодіоду фотоприймача 5, в залежності від кута повороту  $\varphi$ .

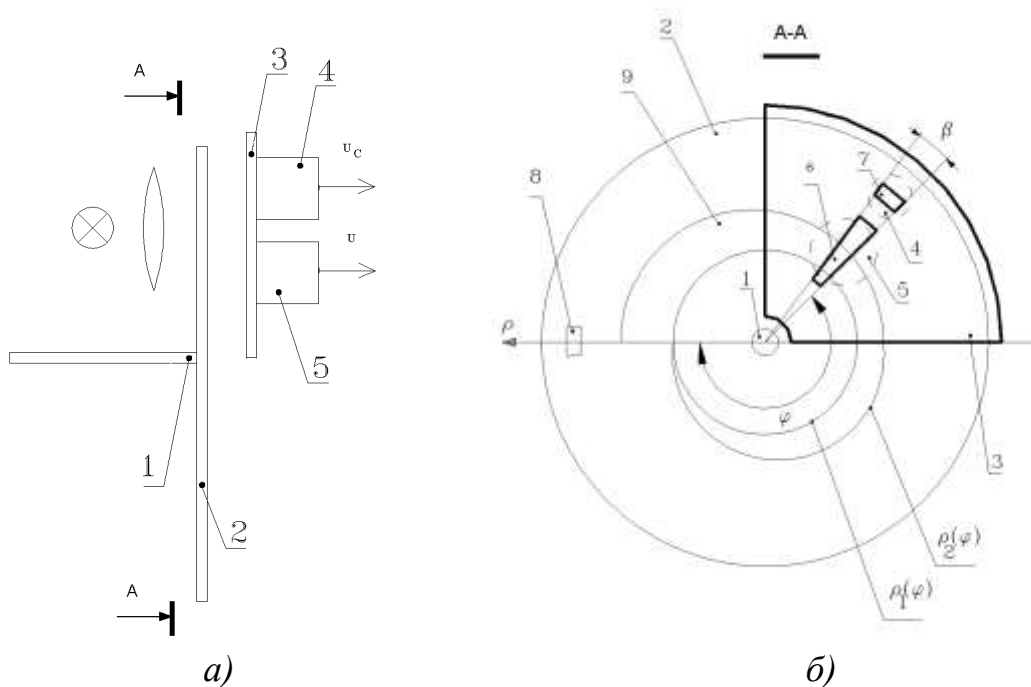


Рис. 3.7. ТП з низькочастотним вихідним сигналом

$$\begin{aligned}
S_2(\phi) &= \begin{cases} \frac{1}{2} \int_{\phi}^{\phi+\beta} (\rho_2^2(\phi) - R_0^2) d\phi, & \phi \in [0, 2\pi - \beta) \\ \frac{1}{2} \int_{\phi}^{2\pi} (\rho_2^2(\phi) - R_0^2) d\phi + \frac{1}{2} \int_0^{\phi-(2\pi-\beta)} (\rho_2^2(\phi) - R_0^2) d\phi, & \phi \in [2\pi - \beta, 2\pi) \end{cases} = \\
&= \begin{cases} a \frac{\beta}{2} \phi + a \frac{\beta^2}{4}, & \phi \in [0, 2\pi - \beta) \\ -\frac{a(2\pi - \beta)}{2} \phi + \frac{a(2\pi - \beta)^2}{4} + a\pi^2, & \phi \in [2\pi - \beta, 2\pi) \end{cases} \quad (3.56)
\end{aligned}$$

Площа отвору, через який світло попадає на фоточутливий шар фотодіоду, є лінійною функцією кута повороту модулятора відносно діафрагми. Підставивши (3.56) у (3.22) отримуємо вираз, який зв'язує вихідну напругу фотоприймача 5 з кутом повороту  $\varphi$ .

$$U_2 = \begin{cases} S_{I0} R_{33} \frac{I}{r^2} a \frac{\beta}{2} \varphi + S_{I0} R_{33} \frac{I}{r^2} a \frac{\beta^2}{4}, & \varphi \in [0, 2\pi - \beta) \\ -S_{I0} R_{33} \frac{I}{r^2} \frac{a(2\pi - \beta)}{2} \varphi + S_{I0} R_{33} \frac{I}{r^2} \frac{a(2\pi - \beta)^2}{4} + S_{I0} R_{33} \frac{I}{r^2} a\pi^2, & \varphi \in [2\pi - \beta, 2\pi) \end{cases}, \quad (3.57)$$

Шляхом нескладних перетворень отримуємо вираз, який зв'язує напругу  $U_2$  та кут повороту модулятора відносно діафрагми.

$$\varphi = \begin{cases} \frac{2r^2}{S_{I0} R_{33} I a \beta} U_2 - \frac{\beta}{2}, & \varphi \in [0, 2\pi - \beta) \\ \frac{2\pi - \beta}{2} + \frac{2\pi^2}{2\pi - \beta} - \frac{2r^2}{S_{I0} R_{33} I a (2\pi - \beta)} U_2, & \varphi \in [2\pi - \beta, 2\pi) \end{cases} \quad (3.58)$$

Як слідує з виразу (3.58), по вихідній напрузі фотоприймача 5 не можна точно визначити кутове положення валу об'єкту досліджень, що є необхідним у багатьох випадках. Тому використовується фотоприймач 4, призначення якого полягає у формуванні сигналу, який приймає значення логічної одиниці при  $\varphi \in [2\pi - \beta, 2\pi]$  та логічного нуля в іншому випадку. Його функціональну схему наведено на рис. 3.8, а працює він наступним чином. При обертанні модулятора перекриваються прорізи 7 та 9 модулятора та діафрагми. Площа фоточутливого шару фото діоду, що освітлюється, фотоприймача 4 при вище описаній формі прорізів модулятора та діафрагми змінюється за трикутним законом. Відповідно за трикутним законом змінюється і вихідна напруга  $U_F$  операційного підсилювача DA1 (рис. 3.9), яка описується виразом

$$U_F = \begin{cases} \frac{U_{FMAX}}{\beta} \left( \varphi - 2\pi + \frac{3}{2}\beta \right), & \varphi \in (2\pi - 3\beta/2, 2\pi - \beta/2] \\ \frac{U_{FMAX}}{\beta} \left( -\varphi + 2\pi + \frac{1}{2}\beta \right), & \varphi \in (2\pi - \beta/2, 2\pi + \beta/2] \end{cases}, \quad (3.59)$$

де  $U_{F MAX}$  - максимальне значення напруги  $U_F$ .

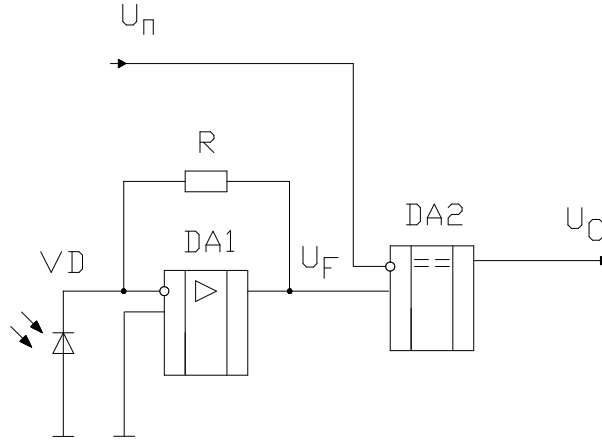


Рис. 3.8 Функціональна схема фотоприймача 4

$$U_{F MAX} = S_{I0} R_{33} \frac{I}{r^2} \cdot \frac{\beta}{2} (R_1^2 - R_2^2). \quad (3.60)$$

Для формування імпульсу напруги  $U_C$ , який свідчить про те, що кут повороту модулятора відносно діафрагми знаходиться в межах  $\varphi \in [2\pi - \beta, 2\pi]$ , служить компаратор DA2, на неінвертуючий вхід якого подається опорна напруга  $U_{\Pi}$ , а на інвертуючий вхід - напруга  $U_F$ . При перевищенні напругою  $U_F$  рівня напруги  $U_{\Pi}$  формується імпульс, тривалість якого визначається рівнем  $U_{\Pi}$ . При вищевказаних параметрах прорізів 7 та 8, значення  $U_F$  при  $\varphi = 2\pi - \beta$  та  $\varphi = 2\pi$  дорівнює  $U_{F MAX}/2$ . Тобто для того, щоб тривалість імпульсу  $U_C$  відповідала часу, у який кут повороту  $\varphi \in [2\pi - \beta, 2\pi]$ , значення опорної напруги  $U_{\Pi}$  повинно бути  $U_{F MAX}/2$ . Рівняння перетворення ТП, яке зв'язує його вхідну та вихідну величини в статичному режимі

$$U_2 = \begin{cases} S_{I0} R_{33} \frac{I}{r^2} a \frac{\beta}{2} \omega t + S_{I0} R_{33} \frac{I}{r^2} a \frac{\beta^2}{4}, & \text{при } U_C = 0 \\ -S_{I0} R_{33} \frac{I}{r^2} a \frac{(2\pi - \beta)}{2} \omega t + S_{I0} R_{33} \frac{I}{r^2} a \frac{(2\pi - \beta)^2}{4} + S_{I0} R_{33} \frac{I}{r^2} a \pi^2, & \text{при } U_C = 1 \end{cases}. \quad (3.61)$$

Для динамічного режиму цей вираз приймає вигляд

$$U_2 = \begin{cases} S_{I0}R_{33} \frac{I}{r^2} a \frac{\beta}{2} \int \omega(t) dt + S_{I0}R_{33} \frac{I}{r^2} a \frac{\beta^2}{4}, & \text{при } U_C = 0 \\ -S_{I0}R_{33} \frac{I}{r^2} a \frac{(2\pi - \beta)}{2} \int \omega(t) dt + S_{I0}R_{33} \frac{I}{r^2} a \frac{(2\pi - \beta)^2}{4} + S_{I0}R_{33} \frac{I}{r^2} a \pi^2, & \text{при } U_C = 1 \end{cases} \quad (3.62)$$

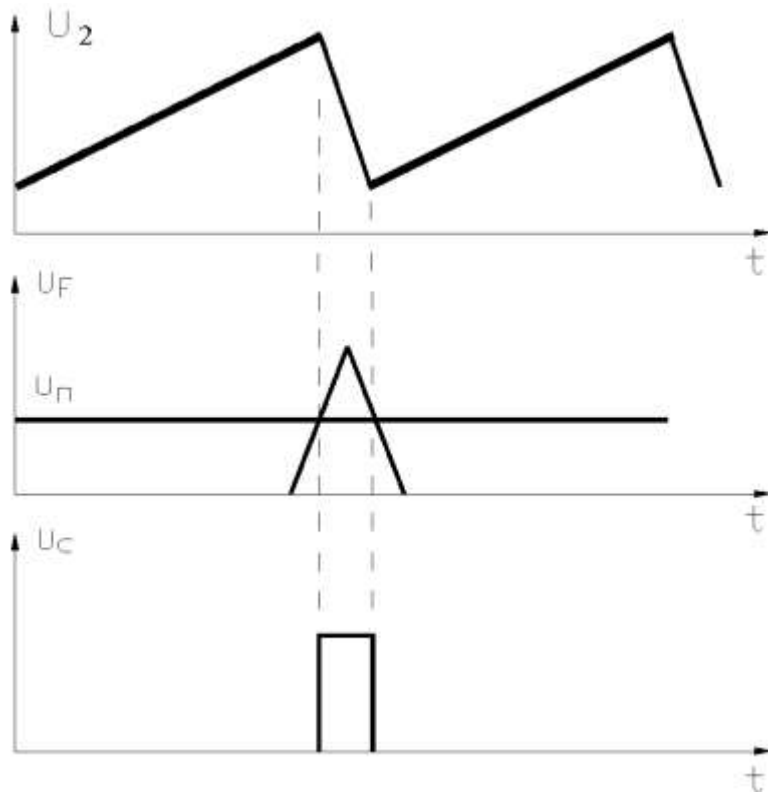


Рис. 3.9 Часові діаграми роботи ТП з низькочастотним вихідним сигналом

Вираз, що зв'язує кутову швидкість з вихідною напругою ТП отримуємо шляхом нескладних перетворень виразу (3.62).

$$\omega(t) = \begin{cases} \frac{2r^2}{S_{I0}R_{33}aI\beta} \frac{dU_2(t)}{dt}, & U_C = 0 \\ -\frac{2r^2}{S_{I0}R_{33}aI(2\pi - \beta)} \frac{dU_2(t)}{dt}, & U_C = 1 \end{cases}, \quad (3.63)$$

Рівняння, що зв'язує кут повороту з вихідною напругою ТП



$$\varphi = \begin{cases} \frac{2r^2}{S_{I0}R_{33}Ia\beta}U_2 - \frac{\beta}{2}, U_C = 0 \\ \frac{2\pi - \beta}{2} + \frac{2\pi^2}{2\pi - \beta} - \frac{2r^2}{S_{I0}R_{33}Ia(2\pi - \beta)}U_2, U_C = 1 \end{cases}, \quad (3.64)$$

За допомогою описаного ТП можливе визначення напрямку обертання шляхом визначення знаку першої похідної вихідного сигналу. Значення знаків першої похідної при різних напрямках обертання (у відповідності з рис. 3.7, б) наведено у таблиці 3.2.

Таблиця 3.2.

Знаки похідної сигналу при різних напрямках обертання

Значення $U_C$	Знак похідної	Напрямок обертання
1	+	проти часової стрілки
0	+	за часовою стрілкою
1	-	за часовою стрілкою
0	-	проти часової стрілки

$$\dot{S}_2(t) = \frac{S_0}{2} + \sum_{m=1}^{\infty} (S_{Am} \cos(m\Omega t) + jS_{Bm} \sin(m\Omega t)), \quad (3.65)$$

Підставивши (3.65) у (3.19) отримуємо вираз для комплексної вихідної напруги ТП в усталеному режимі роботи об'єкту контролю.

$$\begin{aligned} \dot{U}_2(t) = & U_0 \left( \frac{S_0}{2} \right) + \Delta I \cdot R_{33} + U_{3M} + \dot{U}_{III} + \\ & + \sum_{m=1}^{\infty} \dot{K}_s(m\Omega) (S_{Am} \cos(m\Omega t) + jS_{Bm} \sin(m\Omega t)) \times \\ & \times \left( 1 - \frac{I_s e_e \dot{Z}_{EH}(m\Omega)}{K_0 R_{BX} R_{33} kT (I_s e_e \dot{Z}_{EH}(m\Omega) / kT - 1)} \right). \end{aligned} \quad (3.66)$$

Вирази (3.65), (3.66) є математичною моделлю ТП, що розглядається, в усталеному режимі роботи об'єкту контролю, яка враховує частотні та шумові властивості елементної бази, що дає змогу дослідити їх вплив на точність первинного перетворення.

Розроблений тахометричний перетворювач не вільний від похибки первинного перетворення, що обумовлена неточністю виготовлення модулятора та діафрагми, яка особливо проявляється біля максимумів та мінімумів його вихідної напруги.

### 3.1.5. ТП з низькочастотним вихідним сигналом та зменшенням похибки, що обумовлена частотними властивостями фотоприймача

Розглянутий вище ТП має недоліки: в максимумах та мінімумах вихідних імпульсів виникають їх значні викривлення внаслідок обмеженої смуги пропускання фотоприймачів, що входять до його складу та неточності виготовлення модулятора і діафрагми; коефіцієнти пропорційності між крутизною заднього та переднього фронтів та кутвою швидкістю відрізняються між собою, що ускладнює алгоритм обробки сигналу; зміни знаку першої похідної ускладнює алгоритм визначення напрямку обертання. Пропонується варіант ТП [87], який вільний від вказаних недоліків, креслення якого наведено на рис. 3.10. ТП включає в себе вал 1, який механічно спрягається з модулятором 2, в якому виконана прорізь 3 та прорізь 4. Прорізь 3 обмежена кривими  $\rho_1(\varphi)$  та  $\rho_2(\varphi)$ , які описуються рівняннями (3.35) та (3.50). Форма прорізі 4 обмежена променями, які починаються у центрі модулятора  $O$ , кут між якими  $\gamma$ , та дугами концентричних кіл радіусами  $R_1$  (більший радіус) та  $R_2$ , центр яких співпадає з центром модулятора.

За модулятором знаходиться діафрагма 5 (її виділено жирною лінією), у якій виконано прорізі 6, 7, 8, 9. Форма прорізів 6 та 9 обмежена прямими, що починаються у центрі модулятора  $O$ , кут між якими  $\gamma$ , та дугами концентричних кіл радіусами  $R_1$  (більший радіус) та  $R_2$ , центр яких співпадає з центром модулятора. Форма прорізів 7 та 8 обмежена прямими  $A$  та  $B$ , які схрещуються у центрі модулятора. Кут між ними дорівнює  $\beta$ . Усі прорізі діафрагми співвісні, їх вісь проходить через центр модулятора  $O$ . Прорізі 6 та 7 симетричні з прорізями 8 та 9 відносно прямої, що проходить через центр модулятора  $O$  та перпендикулярної їх загальної вісі. За діафрагмою, напроти прорізів 6, та 9 знаходяться фотоприймачі 10 та 13, які виконано за схемою на рис. 3.8. Напроти прорізів 7 та 8 знаходяться фотоприймачі 11 та 12, які виконано за схемою на рис. 3.1. Фотоприймачі та інші електронні компоненти знаходяться на платі 14. Фоточутливий шар фотоприймачів (позначено пунктирною лінією), через перехрестя прорізів модулятора та діафрагми, освітлюється джерелами світла 15, які забезпечують рівномірний світловий потік на усій поверхні, що освітлюється. Вихідна напруга фотоприймачів 11 та 12, які рознесені між собою на  $180^\circ$ , у відповідності з (3.22) прямо пропорційна площині отвору, через який світло попадає на фоточутливий шар фотодіоду, та відповідно визначається виразами:

$$U_{11} = \begin{cases} S_{I0}R_{33} \frac{I}{r^2} a \frac{\beta}{2} (\varphi + \pi) + S_{I0}R_{33} \frac{I}{r^2} a \frac{\beta^2}{4}, \varphi \in [0, 2\pi - \beta) \\ -S_{I0}R_{33} \frac{I}{r^2} \frac{a(2\pi - \beta)}{2} (\varphi + \pi) + S_{I0}R_{33} \frac{I}{r^2} \frac{a(2\pi - \beta)^2}{4} + S_{I0}R_{33} \frac{I}{r^2} a\pi^2, \varphi \in [2\pi - \beta, 2\pi) \end{cases} \quad (3.67)$$

$$U_{12} = \begin{cases} S_{I0}R_{33} \frac{I}{r^2} a \frac{\beta}{2} \varphi + S_{I0}R_{33} \frac{I}{r^2} a \frac{\beta^2}{4}, \varphi \in [0, 2\pi - \beta) \\ -S_{I0}R_{33} \frac{I}{r^2} \frac{a(2\pi - \beta)}{2} \varphi + S_{I0}R_{33} \frac{I}{r^2} \frac{a(2\pi - \beta)^2}{4} + S_{I0}R_{33} \frac{I}{r^2} a\pi^2, \varphi \in [2\pi - \beta, 2\pi) \end{cases} \quad (3.68)$$

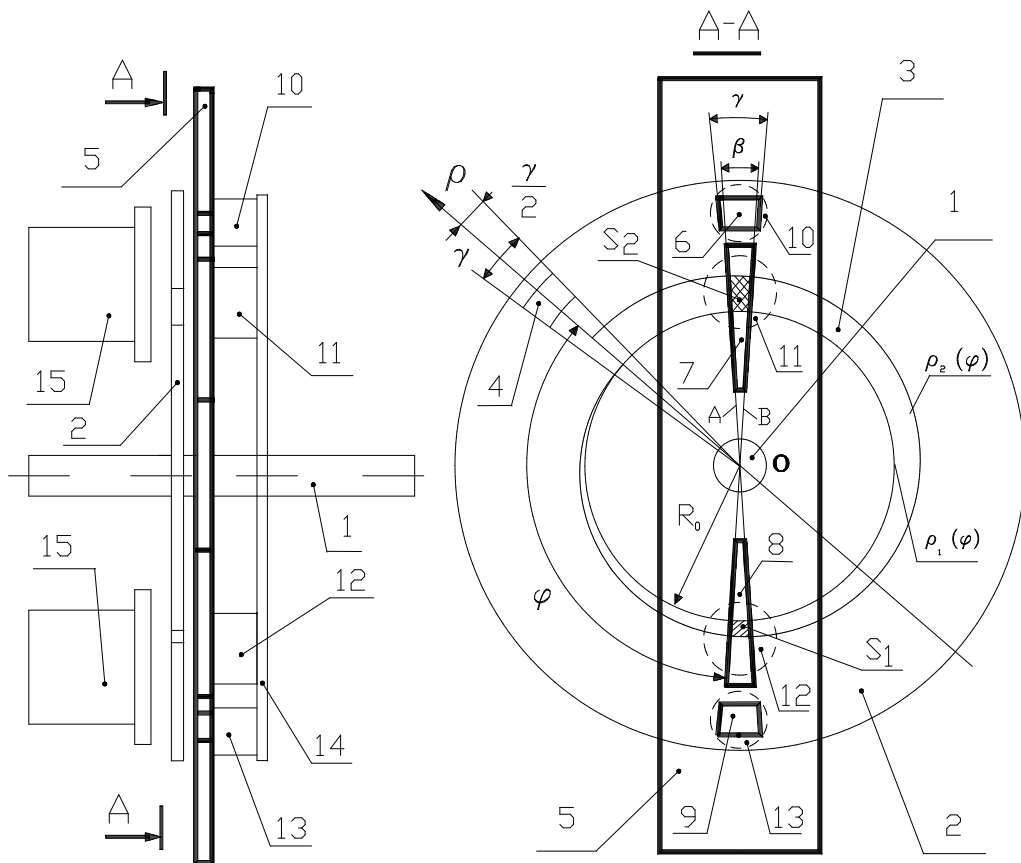


Рис. 3.10. ТП з низькочастотним вихідним сигналом та зменшенням похибки, що обумовлена частотними властивостями фотоприймачів

Площа отвору, що утворюється при перекритті прорізів 6 та 9 діафрагми з прорізю 4 модулятора, змінюється за трикутним законом. Відповідно вихідна напруга операційних підсилювачів, що входять до

складу фотоприймачів 13 та 10 змінюється за трикутним законом, та описується відповідно виразами

$$U_{13} = \begin{cases} U_{F\ M}(\varphi - 2\pi + 3\gamma/2)/\beta, \varphi \in (2\pi - \gamma - \beta/2, 2\pi - \beta/2] \\ U_{F\ M}(-\varphi + 2\pi + \gamma/2)/\beta, \varphi \in (2\pi - \beta/2, 2\pi + \gamma - \beta/2] \end{cases}, (3.69)$$

$$U_{10} = \begin{cases} U_{F\ M}(\varphi - \pi + 3\gamma/2)/\beta, \varphi \in (2\pi - \gamma - \beta/2, 2\pi - \beta/2] \\ U_{F\ M}(-\varphi + 3\pi + \gamma/2)/\beta, \varphi \in (2\pi - \beta/2, 2\pi + \gamma - \beta/2] \end{cases}, (3.70)$$

де  $U_{F\ M}$  - максимальна вихідна напруга операційних підсилювачів, що входять до складу фотоприймачів 10 та 13.

$$U_{F\ M} = S_{I0} R_{33} \frac{I}{r^2} \cdot \frac{\gamma}{2} (R_1^2 - R_2^2). \quad (3.71)$$

Завдяки геометричному розташуванню прорізів, трикутні імпульси напруги формуються в ті моменти часу, коли вихідна напруга фотоприймачів 11 та 12 знаходиться біля свого мінімуму чи максимуму. Вони порівнюються з напругою  $U_{\Pi}$ , моменти співпадання з якою визначають тривалість вихідних імпульсів фотоприймачів 10 та 13 і відповідно коломінімумну та коломаксимумну області вихідної напруги фотоприймачів 11 та 12. Розглянемо функціональну схему розробленого ТП, яку наведено на рис. 3.11, та часові діаграми його роботи, які наведено на рис. 3.12.

Перед початком вимірювань модулятор випадково розташовується відносно діафрагми, тому необхідно підключити до виходу ТП вихідний сигнал того з фотоприймачів, який не знаходиться біля свого мінімуму чи максимуму, чи для якого початковий кут повороту

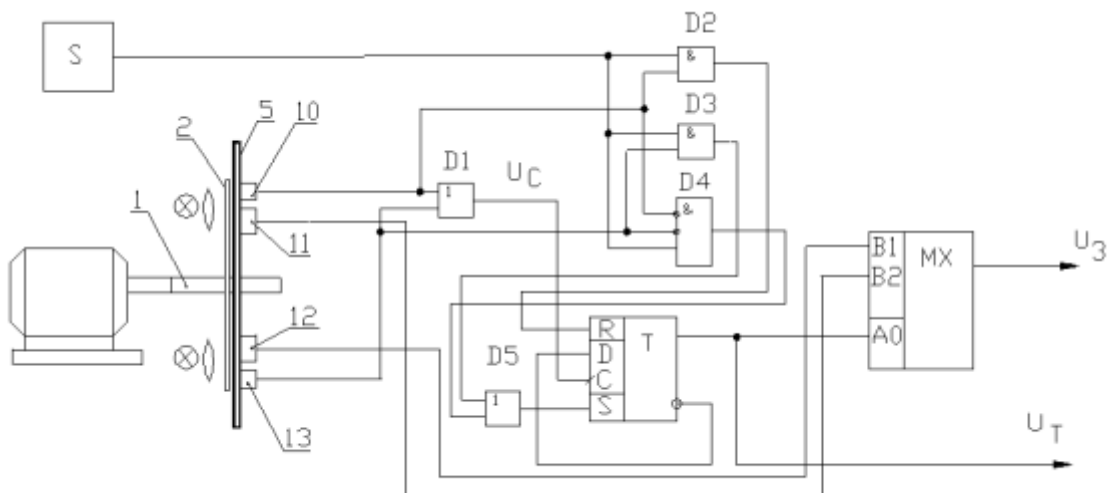


Рис. 3.11. Функціональна схема ТП з низькочастотним вихідним сигналом та зменшенням похибки, що обумовлена частотними властивостями фотоприймачів

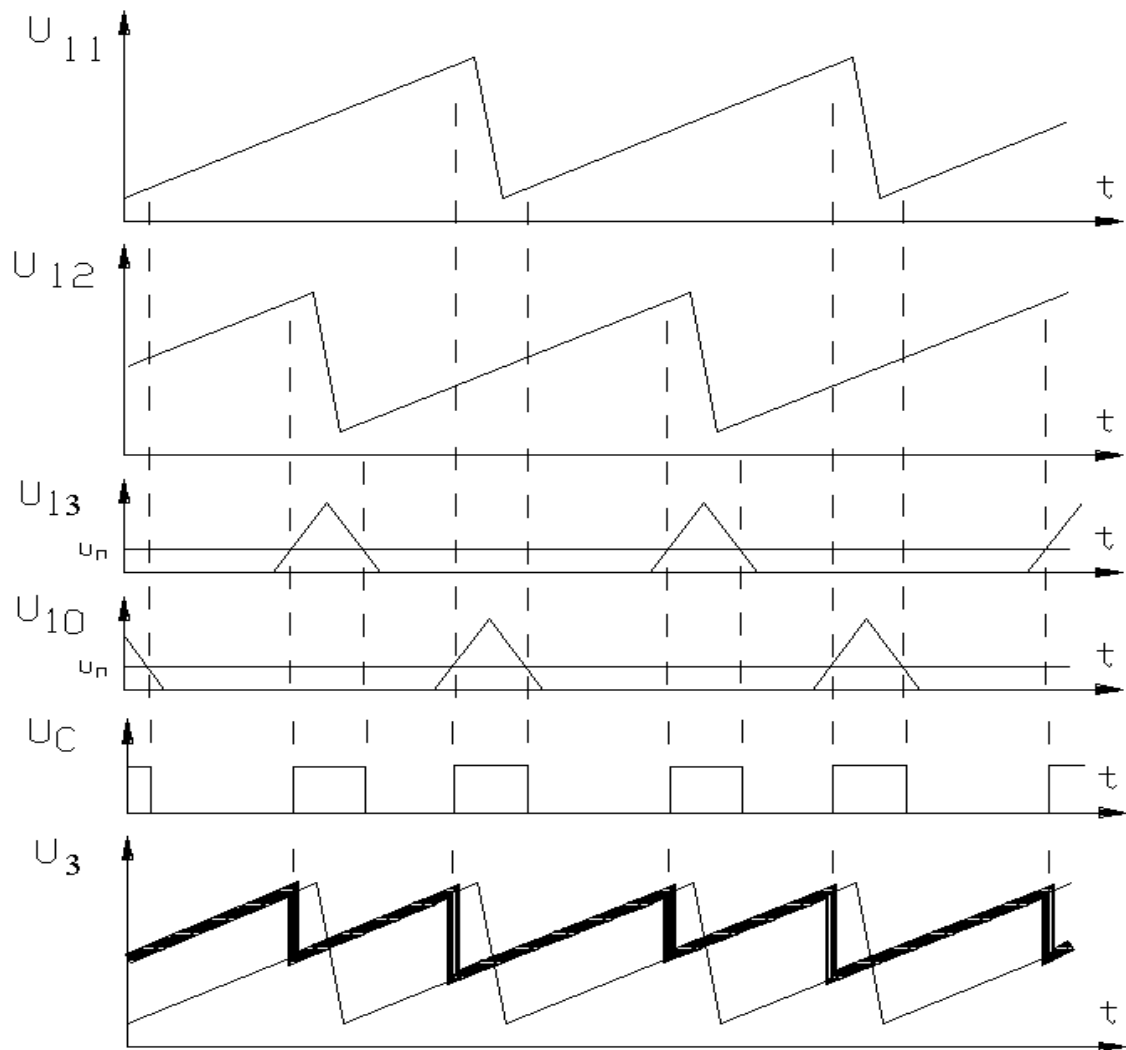


Рис.3.12. Часові діаграми роботи ТП з низькочастотним вихідним сигналом та зменшенням похибки, що обумовлена частотними властивостями фотоприймачів

Можливі наступні стани вихідної напруги фотоприймачів 10 та 13, які відповідають початковому розташуванню модулятора відносно діафрагми: вихідний сигнал жодного з фотоприймачів 11 чи 12 не знаходиться у своїй коломаксимумній чи коломінімумній області та кут повороту не відповідає задньому фронту (вихідні напруги фотоприймачів 10 та 13 низького рівня), або навпаки (вихідна напруга одного з фотоприймачів 10 чи 13 високого рівня); У першому випадку, до виходу ТП підключається вихідний сигнал фотоприймача 12, що забезпечується за допомогою логічного елементу D4 трьох входового І з двома інверсними входами та елементу АБО D5. Вихідні напруги фотоприймачів 10 та 13 подаються на інверсні входи елементу D4. Перед початком вимірювання формувач сигналу запуску S формує одиничний імпульс рівня логічної одиниці, який подається третій неі-

нверсний вхід. Якщо вихідна напруга обох фотоприймачів 10 та 13 низького рівня, під час дії імпульсу запуску на виході елементу D4 з'являється високий рівень напруги, який через логічний елемент АБО D5 скидає тригер Т, який керує мультиплексором МХ. При наявності низького рівня на його вході АО, до виходу ТП підключається вихідний сигнал фотоприймача 12. У другому випадку відбувається аналіз стану вихідних напруг фотоприймачів 10 та 13, і до виходу ТП підключається той фотоприймач, вихідний сигнал якого не знаходиться у своїй коломаксимумній чи коломінімумній області.

Здійснюється це за допомогою логічних елементів І D2, D3. Перед початком вимірювання, одиничний імпульс рівня логічної одиниці, що формується формувачем сигналу запуску S, подається на входи логічних елементів І D2, D3, D4, на інші входи яких подається вихідна напруга фотоприймачів 10 (на D2) та 13 (на D1). При наявності високого рівня на виході фотоприймача, на виході відповідного логічного елементу під час дії імпульсу запуску також з'являється високий рівень, який може встановити в одиницю чи скинути тригер Т, який керує мультиплексором МХ. Таким чином, перед початком вимірювання, при наявності напруги високого рівня на виході фотоприймача 13 під час дії сигналу запуску, до виходу ТП підключається вихідний сигнал фотоприймача 11, у випадку, коли на виході фотоприймача 10 присутній високий рівень напруги, до виходу ТП підключається вихідний сигнал фотоприймача 12. Коли сигнал на виході формувача сигналу запуску S стає низького рівня, низький рівень з'являється на виходах логічних елементів D2, D3, D4, і він ніяк не впливає на стан лічильного тригеру Т, який керує аналоговим мультиплексором. При обертанні модулятора на виході фотоприймачів 11 та 12 формуються пилкоподібні імпульси напруги, які зсунуті між собою на  $180^0$ . У той проміжок часу, коли вихідна напруга цих фотоприймачів знаходиться у своїй коломаксимумній чи коломінімумній області, на виході фотоприймачів 10 чи 13 формуються імпульси, тривалість якого дорівнює часу знаходження вихідної напруги фотоприймачів 11 та 12 у цій області. Через логічний елемент АБО D1 вони поступають на тактовий вхід лічильного тригера Т, який за переднім фронтом кожного імпульсу змінює свій стан на протилежний, і таким чином, керуючи аналоговим мультиплексором, послідовно підключає до виходу ТП вихідний сигнал того фотоприймача 11 чи 12, вихідний сигнал якого не знаходиться у своїх коломаксимумній чи коломінімумній області. Переключення вихідних сигналів фотоприймачів відбувається у ті моменти часу коли модулятор повертається відносно діафрагми на кути  $\varphi_{П1}$ ,  $\varphi_{П2}$ , які визначаються виразами

$$\varphi_{П1} = U_{П\beta} / U_{F\text{ М}} + 2\pi - 3\gamma/2. \quad (3.72)$$

$$\varphi_{П2} = U_{П\beta} / U_{F\text{ М}} + \pi - 3\gamma/2. \quad (3.73)$$

Рівняння перетворення, яке зв'язує вхідну та вихідну величини у статичному режимі, описується виразом

$$U_3(t) = \begin{cases} S_{I0}R_{33} \frac{I}{r^2} \left( a \frac{\beta}{2} \omega t + a \frac{\beta^2}{4} \right), \varphi \in [\varphi_{П1}, \varphi_{П2}) \\ S_{I0}R_{33} \frac{I}{r^2} \left( a \frac{\beta}{2} (\omega t + \pi) + a \frac{\beta^2}{4} \right), \varphi \in [\varphi_{П2}, \varphi_{П1}) \end{cases} \quad (3.74)$$

Для динамічного режиму вираз (3.74) приймає вигляд

$$U_3(t) = \begin{cases} S_{I0}R_{33} \frac{I}{r^2} \left( a \frac{\beta}{2} \int \omega(t) dt + a \frac{\beta^2}{4} \right), \varphi \in [\varphi_{П1}, \varphi_{П2}) \\ S_{I0}R_{33} \frac{I}{r^2} \left( a \frac{\beta}{2} (\pi + \int \omega(t) dt) + a \frac{\beta^2}{4} \right), \varphi \in [\varphi_{П2}, \varphi_{П1}) \end{cases} \quad (3.75)$$

Вираз, що зв'язує вихідну напругу ТП та миттєву кутову швидкість

$$\omega(t) = \frac{2r^2}{S_{I0}R_{33}aI\beta} \frac{dU_3(t)}{dt} \quad (3.76)$$

Рівняння, що зв'язує вихідну напругу ТП з кутом повороту  $\varphi$

$$\varphi(t) = \begin{cases} \frac{2r^2}{S_{I0}R_{33}Ia\beta} U_3(t) - \frac{\beta}{2}, \text{ при } U_T = 0 \\ \frac{2r^2}{S_{I0}R_{33}Ia\beta} U_3(t) - \frac{\beta}{2} - \pi, \text{ при } U_T = 1 \end{cases} \quad (3.77)$$

де  $U_T$  - рівень напруги на виході лічильного триггеру.  $U_T=0$ , коли до виходу ТП підключено вихідний сигнал фотоприймача 12 та  $U_T=1$ , коли до виходу ТП підключено вихідний сигнал фотоприймача 11. Напрямок обертання визначається шляхом визначення знаку першої похідної вихідного сигналу ТП. Коли похідна більша нуля, обертання відбувається за часовою стрілкою (у відповідності з рис. 3.10), та навпаки.

Перехід до залежності вихідної напруги від часу здійснюється шляхом зворотного перетворення Фур'є. Для створення математичної моделі ТП, для усталеного режиму об'єкту контролю, розкладемо залежності площі фоточутливого шару фотоприймачів 11 та 12 що освітлюється у ряд Фур'є.

$$\dot{S}_{11}(t) = \frac{S_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (S_{Am} \cos(n\Omega t) + jS_{Bm} \sin(n\Omega t)). \quad (3.78)$$

$$\dot{S}_{12}(t) = \frac{S_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (S_{Am} \cos(n\Omega t + \pi) + jS_{Bm} \sin(n\Omega t + \pi)). \quad (3.79)$$

Підставивши вирази (3.78) та (3.79) у (3.19) отримуємо вирази для комплексних вихідних напруг фотоприймачів 11 та 12.

$$\begin{aligned} \dot{U}_{11}(t) = & U_0 \left( \frac{S_0}{2} \right) + \Delta I \cdot R_{33} + U_{3M} + \dot{U}_{III} + \\ & + \sum_{m=1}^{\infty} \dot{K}_S(m\Omega) (S_{Am} \cos(m\Omega t) + jS_{Bm} \sin(m\Omega t)) \times \\ & \times \left( 1 - I_S e_e \dot{Z}_{EH}(m\Omega) / K_0 R_{BX} R_{33} kT \left( \frac{I_S e_e \dot{Z}_{EH}(m\Omega)}{kT} - 1 \right) \right) \end{aligned} \quad (3.80)$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_{12}(t) = & U_0 \left( \frac{S_0}{2} \right) + \Delta I \cdot R_{33} + U_{3M} + \dot{U}_{III} + \\ & + \sum_{m=1}^{\infty} \dot{K}_S(m\Omega) (S_{Am} \cos(m\Omega t + \pi) + jS_{Bm} \sin(m\Omega t + \pi)) \times \\ & \times \left( 1 - I_S e_e \dot{Z}_{EH}(m\Omega) / K_0 R_{BX} R_{33} kT \left( \frac{I_S e_e \dot{Z}_{EH}(m\Omega)}{kT} - 1 \right) \right) \end{aligned} \quad (3.81)$$

Вираз для вихідної напруги ТП має вигляд

$$\dot{U}_3(\Omega) = \begin{cases} \dot{U}_{11}(\Omega, t), \varphi \in [\varphi_{II1}, \varphi_{II2}) \\ \dot{U}_{12}(\Omega, t), \varphi \in [\varphi_{II2}, \varphi_{III}) \end{cases}. \quad (3.82)$$

Вирази (3.78) - (3.82) є математичною моделлю ТП при роботі об'єкту контролю в усталеному режимі. Розроблений ТП з низькочастотним вихідним сигналом та зменшенням похибки первинного перетворення, що обумовлена неточністю виконання модулятора та діафрагми придатний високоточного контролю параметрів високооборотних об'єктів.

## 3.2. Структурна схема пристрою контролю та алгоритмів обробки вихідного сигналу ТП для визначення характеристик, що контролюються

### 3.2.1. Структурна схема пристрою контролю характеристик роторної системи з газоманітним підвісом

На рис. 3.13 наведено загальну структурну схему пристрою для контролю кутової швидкості та моменту інерції об'єкту, що розглядається [88]. ТП, що розглянуто у 3.1.2, має високу чутливість за кутом повороту, але частотні властивості його погані внаслідок високої частоти вихідного сигналу. Тому далі будемо розглядати використання ТП з низькочастотним вихідним сигналом чи ТП з низькочастотним вихідним сигналом та зменшенням похибки, що обумовлена неточністю виконання модулятора та діафрагми, які є більш високочастотними. Вал об'єкту досліджень за допомогою муфти спряження з'єднується з валом ТП. У відповідності з [24], де проведено аналіз впливу муфт на вихідні характеристики об'єкту контролю, це повинна бути муфта типу «сильфон», яка має велику жорсткість до обертового моменту та дозволяє зменшити похибки, зумовлені ексцентриситетом



спряжених кінематичних пар. Вихід ТП приєднаний до входу АЦП, який запускається імпульсами високостабільного генератору, частота якого відома з високою точністю, який може бути керованим. По закінченню перетворення код, відповідний миттєвому значенню вихідного сигналу ТП, за сигналом готовності АЦП, передається через порт уведення-виведення та системну шину IBM PC до оперативної пам'яті, де знаходиться до обчислення параметрів, що контролюються. У разі необхідності вимірювання та контролю залежності кутової швидкості або кута повороту від часу, поточний час розраховується програмно за формулою

$$t_i = (N_{II} - 1) \cdot T_G, \quad (3.82)$$

де  $N_{II}$  - число зафіксованих перетворень АЦП;  
 $T_G$  - період вихідного сигналу генератору, що запускає АЦП.

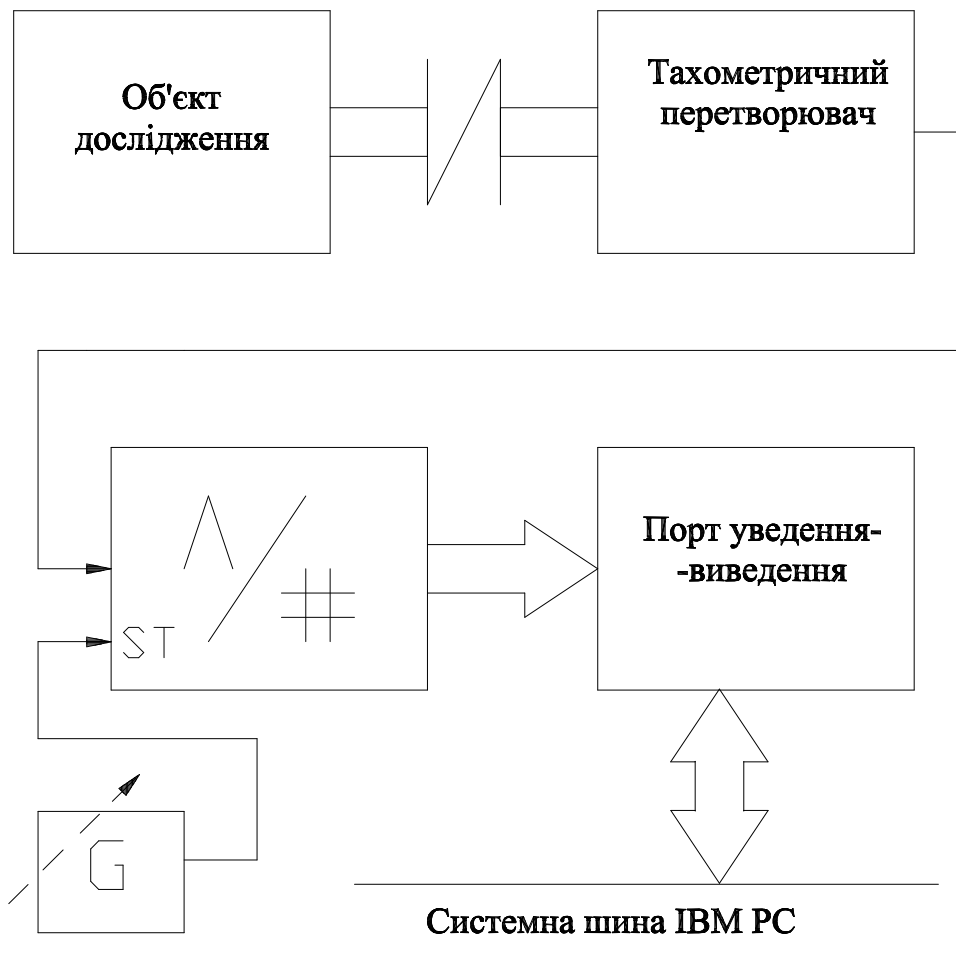


Рис. 3.13. Структурна схема пристрою контролю характеристик роторної системи

Розрізнявальна здатність пристрою за кутом повороту залежить від кількості розрядів АЦП та при використанні ТП з низькочастотним вихідним сигналом визначається виразом

$$\varphi_0 = \begin{cases} (2\pi - \beta)U_{2MAX} / 2^n (U_{2MAX} - U_{2MIN}), & \text{при } U_C = 0, \\ \beta U_{2MAX} / 2^n (U_{2MAX} - U_{2MIN}), & \text{при } U_C = 1 \end{cases}, \quad (3.83)$$

де  $\varphi_0$  - розрізнявальна здатність за кутом повороту;

$n$  - кількість двійкових розрядів АЦП;

$U_{2MAX}$ ,  $U_{2MIN}$  - максимальне та мінімальне значення вихідної напруги ТП,

$$U_{2MAX} = S_{I0} R_{33} I_a (4\pi - \beta) \beta / 4r^2, \quad (3.84)$$

$$U_{2MIN} = S_{I0} R_{33} a I \beta^2 / 4r^2. \quad (3.85)$$

Цифровий сигнал  $U_C$  передається на шину даних процесору через порт уведення-виведення. При використанні ТП з низькочастотним вихідним сигналом та зменшенням похибки, що обумовлена неточністю виготовлення модулятора та діафрагми, розрізнявальна здатність за кутом повороту

$$\varphi_0 = (2\pi - \beta)U_{3MAX} / 2^n (U_{3MAX} - U_{3MIN}). \quad (3.86)$$

де  $U_{3MAX}$ ,  $U_{3MIN}$  - максимальна та мінімальна вихідна напруги з низькочастотним вихідним сигналом та зменшенням похибки, що обумовлена неточністю виконання модулятора та діафрагми ТП. У цьому випадку на шину даних процесору через порт уведення-виведення передається сигнал  $U_T$ . Початковий та поточний кут повороту при використанні ТП з низькочастотним вихідним сигналом визначається виразом (3.62). При використанні ТП з низькочастотним вихідним сигналом та зменшенням похибки, що обумовлена неточністю виконання модулятора та діафрагми - виразом (3.77). Як було наведено вище, для усіх ТП, миттєва кутова швидкість прямо пропорційна першій похідній його вихідної напруги, тобто виникає необхідність диференціювання. Відомі три типи дискретних диференціювальних пристроїв [89], АЧХ та ФЧХ, вирази для вихідних сигналів яких наведено у табл. 3.3 Використання того чи іншого типів диференціаторів обумовлюється вимогами до розрізнявальній здатності, завадостійкості. В подальшому будемо розглядати диференціатор першого типу, який менш завадостійкий у порівнянні з іншими типами, але реагує на менші дискретні значення кута повороту. Для обчислення кутової швидкості, значення вихідного сигналу диференціатору помножується на коефіцієнт  $2r^2 / S_{I0} R_{33} a I \beta$ , який розраховується або визначається експериментально під час повірки.

Таблиця 3.3.

Рівняння перетворення, АЧХ та ФЧХ дискретних диференціаторів

Тип	Вираз для вихідного сигналу	АЧХ та ФЧХ
1 Простий дискретний диференціатор	$U_{Д1} = \frac{U(t_i) - U(t_i - \Delta t)}{\Delta t},$ де $\Delta t$ - інтервал дискретності.	<u>АЧХ:</u> $A_1(\Omega_B) = \frac{\sin \frac{\Omega_B \Delta t}{2}}{\frac{\Delta t}{2}}$ $\Omega_B$ - циклічна частота вхідного сигналу <u>ФЧХ:</u> $\varphi_1(\Omega_B) = \frac{\pi}{2} - \frac{\Omega_B \Delta t}{2}$
2 Дискретний з усередненням	$U_{Д2} = \frac{\int_{t_i - T_i}^{t_i} U(\tau) d\tau - \int_{t_i - 2T_i}^{t_i - T_i} U(\tau) d\tau}{T_i^2}$ $T_i$ - інтервал інтегрування.	<u>АЧХ:</u> $A_2(\Omega_B) = \Omega_B \left( \frac{\sin \frac{\Omega_B T_i}{2}}{\frac{\Omega_B T_i}{2}} \right)^2$ <u>ФЧХ:</u> $\varphi_2(\Omega_B) = \frac{\pi}{2} - \Omega_B T_i$
3 Дискретний з усередненням на частині інтервалу	$U_{Д3} = \frac{\int_{t_i - T_i}^{t_i} U(\tau) d\tau - \int_{t_i - \Delta t - 2T_i}^{t_i - \Delta t - T_i} U(\tau) d\tau}{T_i \cdot \Delta t + T_i^2}$	<u>АЧХ:</u> $A_3(\omega) = \left( \sin \frac{\Omega_B T_i}{2} / \frac{T_i}{2} \right) \times \frac{\sin \frac{\Omega_B (\Delta t + T_i)}{2}}{\frac{\Delta t + T_i}{2}}$ <u>ФЧХ:</u> $\varphi_3(\Omega_B) = \frac{\pi}{2} - \Omega_B \frac{\Delta t + 2T_i}{2}$

Амплітуду крутильних коливань ротору можна знайти як шляхом визначення відхилення кута повороту від його лінійної часової залежності шляхом багаторазових вимірювань з послідовним усередненням максимальних результатів, так і шляхом знаходження максимумів апроксимуючої функції. Вимірювання та контроль моменту інерції необхідно не тільки для оцінки придатності об'єкту контролю для подальшої роботи, а також для знаходження динамічного момен-

ту та механічної характеристики. Це потребує обчислення кутового прискорення, яке для обох ТП, що розглядаються, визначається виразом

$$\varepsilon_K = \frac{d^2\phi(t)}{dt^2} = \frac{d\omega(t)}{dt} = \frac{2r^2}{S_{I0}R_{33}aI\beta} \frac{d^2U_{2,3}(t)}{dt^2}. \quad (3.87)$$

Тобто необхідно знаходити першу та другу похідну вихідної напруги ТП. Повторне диференціювання цифровими диференціаторами 1-3 типів приводить до великої похибки визначення другої похідної. Це обумовлює необхідність використання інших алгоритмів диференціювання. Вихідний сигнал ТП має певні випадкові похибки, які приводять до скачкоподібних змін першої, а тим більше другої похідної вихідного сигналу. Тому необхідно перед першим диференціюванням проводити згладжування отриманих вибірок вихідного сигналу ТП. При цифровій обробці сигналів використовуються різноманітні алгоритми згладжування [90-92]: кусочно-лінійна апроксимація, апроксимація поліномами Ньютона та Лагранжа, апроксимація сплайнами тощо. Ефективними та найбільш простими для реалізації на ПЕОМ є алгоритми на основі апроксимуючих сплайнів та поліномів [92], дослідження яких при згладжуванні виміряної за допомогою звичайного частотного ТП кутової швидкості проведено у [24]. Тому як в даному випадку необхідно знаходити другу похідну відновленого сигналу, використання згладжування поліномом первинного сигналу неможливе, тому як традиційні алгоритми згладжування кубічними поліномами не забезпечують безперервність другої похідної вихідного сигналу [92], що необхідно у нашому випадку, поліноми більш високих порядків недоцільно використовувати для згладжування, тому як із збільшенням степені полінома у багатьох випадках виникає їх осциляція. Від цих недоліків вільний алгоритм апроксимації загальними кубічними сплайнами [92]. Апарат сплайнів досить легко реалізується на ЕОМ. Найбільш поширені апроксимуючі кубічні сплайни базуються на поліномах третьої степені, що є найпростішою кривою, що має точки перегину. Це забезпечує їх добрі апроксимаційні можливості. Кубічні сплайни мають на всьому відрізку апроксимації безперервні похідні до другого порядку, а невисока степінь поліному спрощує обчислення та зменшує обчислювальну похибку. Апроксимація кубічними сплайнами полягає у проведенні між розсіяними опорними точками кубічного поліному

$$P_n(x) = a_n + b_n(x - x_n) + c_n(x - x_n)^2 + d_n(x - x_n)^3, \quad (3.88)$$

де  $x_n$  - опорні точки,  
 $a_n, b_n, c_n, d_n$  - коефіцієнти поліному.

Кубічний поліном з поки що невідомими значеннями ординат  $P_n(x_n) = f_n$  проводиться так через пари значень вимірювань  $(x_n, y_n)$ , щоб різниця  $y_n - f_n$  була позитивно пропорційна скачкам  $r_n$  третьої похідної сплайн-функції у точці  $x_n$ . Тобто

$$r_n = w(y_n - f_n), \quad (3.89)$$

$w$  - коефіцієнти пропорційності. В загальному випадку коефіцієнти  $w$  різні для кожного значення  $n$ . Коефіцієнти пропорційності залежать від розсіяння значень та вибираються суб'єктивно. Задається значення початкової та кінцевої кривизни апроксимуючої функції

$$y_1'' = c_1; \quad y_N'' = c_N. \quad (3.90)$$

Інші коефіцієнти  $c_n$ , при рівномірній дискретизації та рівних коефіцієнтах пропорційності, знаходяться системи рівнянь, яка отримується з (3.103) при  $n=2, 3, 4, \dots$

$$\begin{aligned} \frac{6}{wh_s^2}c_{n-2} + \left(h_s - \frac{24}{wh_s^2}\right)c_{n-1} + \left(4h_s + \frac{12}{wh_s^2} + \frac{6}{w} + \frac{1}{h_s^2}\right)c_n + \\ + \left(h_s - \frac{12}{wh_s^2}\right)c_{n+1} + \frac{6}{wh_s^2}c_{n+2} = \frac{3}{h_s}(y_{n+1} - 2y_n + y_{n-1}) \end{aligned}, \quad (3.91)$$

$h_s$  - крок дискретизації. При відомих  $c_n$  інші коефіцієнти поліному (3.100) розраховуються за виразами

$$a_1 = y_1 + 2(c_1 - c_2)/wh_s. \quad (3.92)$$

$$a_N = y_N + 2(c_{N-1} - c_N)/wh_s. \quad (3.93)$$

$$a_n = y_n - 2(c_{n-1}/h_s - 2/h_s)c_n/w + c_{n+1}/h_s. \quad (3.94)$$

$$b_n = (a_{n+1} - a_n)/h_s - h_s(c_{n+1} + 2c_n)/3. \quad (3.95)$$

$$d_n = (c_{n+1} - c_n)/3h_s. \quad (3.96)$$

### 3.2.2. Частотний перетворювач вихідного сигналу ТП з можливістю зміни розрізнявальної здатності

У випадку контролю невисоких кутових швидкостей в усталеному режимі об'єкту контролю, більш раціонально використання цифрових ТП, інформативним параметром яких є частота чи період вихідного сигналу. Це обумовлено високою похибкою дискретного диференціатору при низькій швидкості зміни вхідного сигналу [89]. При безперервному контролі найбільшу точність забезпечує вимірювання періоду інформативного сигналу. У роботі [93] доведено, що для кожного значення кутової швидкості, що контролюється, при вимірювання періоду інформативного сигналу, є таке число штрихів модулятора цифрового ТП, при якому результуюча середньоквадратична похибка вимірювання мінімальна. З вище сказаного слідує, що змінюючи роз-

різніювальну здатність ТП по куту повороту у відповідності з кутовою швидкістю, яка вимірюється, можна мінімізувати похибку вимірювання. Промислово виготовляемі ТП мають фіксовану кількість штрихів, яку можна змінювати тільки алгоритмічно та ступінчато. Нижче пропонується частотний перетворювач, що дозволяє перетворювати крутизну вихідного сигналу ТП з низькочастотним вихідним сигналом у частоту слідування імпульсів з можливістю зміни розрізняювальною здатністю за кутом повороту у відповідності з кутовою швидкістю, що контролюється [94, 95]. Функціональна схема перетворювача інформативного параметру вихідного сигналу ТП в частоту наведена на рис. 3.14, на рис. 3.15 наведено часові діаграми його роботи. Принцип дії частотного перетворювача полягає у наступному. Вихідна напруга ТП з низькочастотним вихідним сигналом  $U_2$  має пилкоподібний вигляд. Тривалість заднього фронту напруги, який формується при  $\varphi \in [2\pi - \beta, 2\pi]$ , визначається кутовою шириною прорізи діфрагми  $\beta$ . Величина кута  $\beta$  вибирається виходячи з умов можливості втрати інформації про кутову швидкість у проміжок часу, в який формується задній фронт цієї напруги.

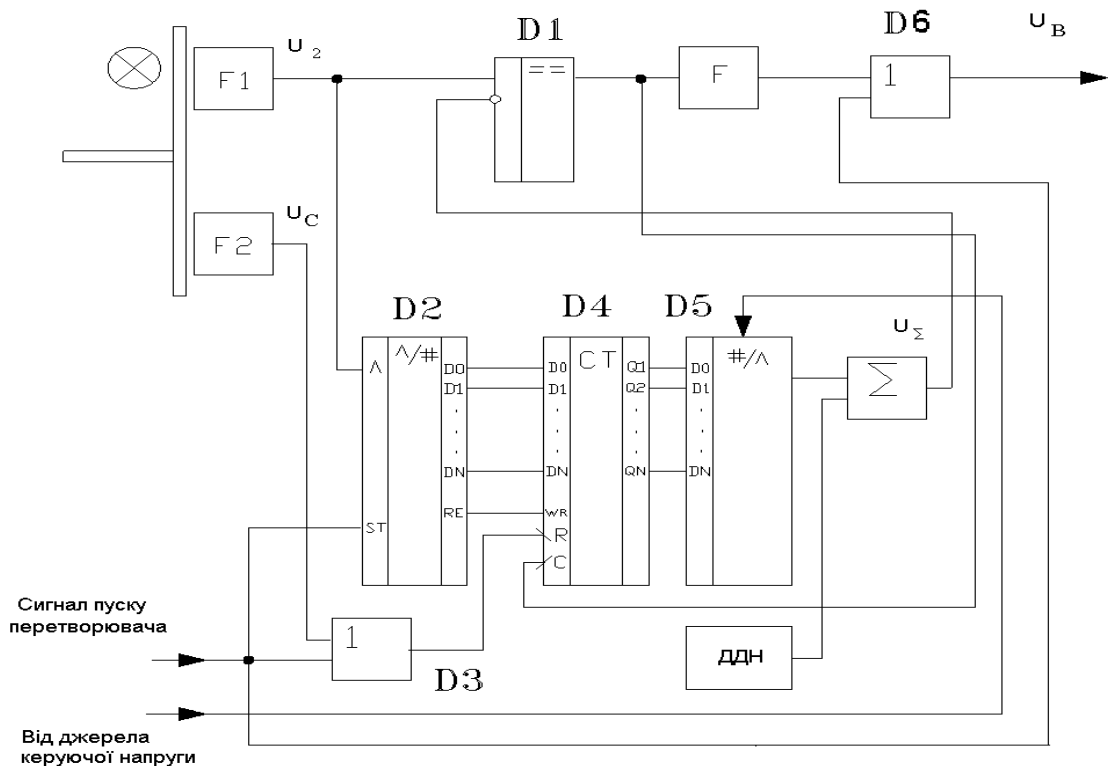


Рис. 3.14. Функціональна схема частотного перетворювача вихідного сигналу ТП з низькочастотним вихідним сигналом та можливістю зміни розрізняювальної здатності

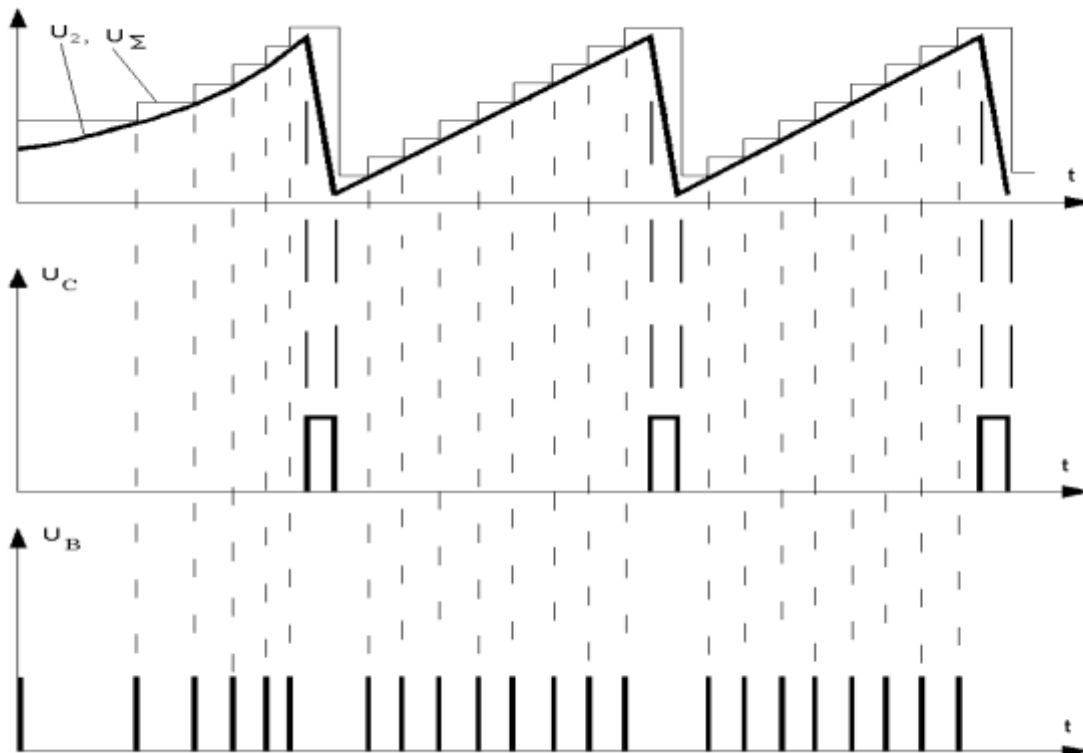


Рис. 3.15. Часові діаграми роботи частотного перетворювача вихідного сигналу ТП з низькочастотним вихідним сигналом з можливістю зміни розрізняювальної здатності

Перед початком вимірювання, модулятор випадково розташовується відносно діафрагми, тобто вихідна напруга ТП відрізняється від свого мінімального значення.

Зовнішній імпульс запуску перетворювача поступає на вхід логічного елемента АБО D3 (рис. 3.14), запускає аналого-цифровий перетворювач (АЦП) D2 та скидає лічильник імпульсів D4. Цей імпульс через елемент АБО D6 поступає на вихід частотного перетворювача і є першим вихідним імпульсом. По закінченню аналого-цифрового перетворення на виході сигналу готовності RE АЦП з'являється імпульс, за переднім фронтом якого цифровий код, відповідний вихідній напрузі ТП, записується у лічильник. Далі цифровий код подається на вхід цифро-аналогового перетворювача (ЦАП), з виходу якого напруга  $U_{\Sigma}$  поступає на вхід суматора напруг, на другий вхід якого поступає напруга від джерела додаткової напруги (ДДН). Вихідна напруга ДДН перевищує мінімальну вихідну напругу ТП як мінімум на величину одного дискрету вихідної напруги ЦАП. Це необхідно для того, щоб перед початком вимірювання на виході компаратора був рівень логічного нуля. Вихідна напруга ЦАП, яка за допомогою суматора складається з напругою ДДН, подається на інвертуючий вхід компара-

тору. Ця напруга (рис. 3.15) має пилоподібний вигляд та квантована за рівнем. При обертанні валу об'єкту контролю вихідна напруга ТП збільшується прямо пропорційно куту повороту. Коли її рівень перевищує напругу на інвертуючому вході компаратора, на його виході з'являється рівень логічної одиниці і цифровий код лічильника імпульсів збільшується на одиницю. Відповідно збільшується напруга на інвертуючому вході компаратора на величину одного дискрету вихідної напруги ЦАП, а на виході компаратора з'являється напруга рівня логічного нуля. На виході компаратора формується імпульс, тривалість якого

$$t_I = t_{K01} + t_L + t_{ЦАП} + t_{K10}, \quad (3.97)$$

$t_{K01}$  - час переключення компаратора із стану логічного нуля в стан логічної одиниці,

$t_L$  - час спрацьовування лічильника,

$t_{ЦАП}$  - час, за який вихідна напруга ЦАП перевищить вихідну напругу фотоприймача на напругу спрацьовування компаратора,

$t_{K10}$  - час переключення компаратора із стану логічної одиниці в стан логічного нуля.

Процес продовжується циклічно і на виході компаратора формується послідовність імпульсів, яка поступає на вхід формувача імпульсів F, який формує вихідні імпульси  $U_B$  калібровані по амплітуді та тривалості. Так як вихідна напруга фотоприймача прямо пропорційна куту повороту, а вихідні імпульси компаратора формуються в моменти збільшення цієї напруги на постійну величину одного кванту вихідної напруги ЦАП, час між двома сусідніми імпульсами є часом повороту валу об'єкту контролю на фіксований кут. Коли кут повороту валу об'єкту контролю знаходиться в межах  $\varphi \in [2\pi - \beta, 2\pi]$ , напруга  $U_C$  стає рівня логічної одиниці. Тривалість імпульсу  $U_C$  дорівнює часу дії заднього фронту напруги  $U_2$ . За заднім фронтом цього імпульсу здійснюється скид лічильника. Таким чином, на протязі кожного обертання на виході частотного перетворювача формується послідовність імпульсів, частота яких пропорційна значенню кутової швидкості. Розглянемо процес зміни розрізняювальної здатності частотного перетворювача. Як відомо [96], розрізняювальна здатність найбільш швидкодіючих ЦАП з сумування струмів знаходиться з виразу

$$\Delta U_{P.З.} = R_{3.З.ЦАП} U_{ОП} / R_C, \quad (3.98)$$

де  $U_{ОП}$  - опорна напруга ЦАП,

$R_{3.З.ЦАП}$  - опір кола зворотного зв'язку операційного підсилювача ЦАП,



$R_C$  - струмозадаючий резистор молодшого розряду.

Діапазон зміни вихідної напруги ТП дорівнює різниці між її максимальним та мінімальним значенням та визначається співвідношенням

$$\Delta U_2 = U_{2MAX} - U_{2MIN} = S_{I0} R_{33} \frac{I}{r^2} \frac{a\beta}{2} (2\pi - \beta). \quad (3.99)$$

Кількість імпульсів,  $k_I$ , які формуються за кут повороту  $2\pi - \beta$ , визначається як відношення діапазону зміни вихідної напруги ТП  $\Delta U_2$  та розрізнявальної здатності ЦАП, що використовується  $\Delta U_{P.3.}$

$$k_I = \frac{\Delta U_2}{\Delta U_{P.3.}} = \frac{S_{I0} R_{33} R_C I a \beta (2\pi - \beta)}{2r^2 R_{3.3.ЦАП} U_{OP}}, \quad (3.100)$$

а розрізнявальна здатність:

$$\varphi_0 = \frac{2\pi - \beta}{k_I} = \frac{2r^2 R_{3.3.ЦАП}}{S_{I0} R_{33} R_C I a \beta} U_{OP}. \quad (3.101)$$

Із виразу (3.101) слідує, що розрізнявальна здатність частотного перетворювача прямо пропорційна опорній напрузі ЦАП. В якості джерела керуючої напруги можливе використання іншого ЦАП. Тоді розрізнявальною здатністю можна керувати цифровим кодом. Сучасні ЦАП допускають зміну опорної напруги в широкому діапазоні [97], що обумовлює широкий діапазон зміни розрізнявальної здатності.

При використанні частотного перетворювача вихідного сигналу ТП та при обертанні ротору об'єкту контролю з високостабільною кутовою швидкістю, основною складовою загальної похибки визначення кутової швидкості є похибка, що обумовлена відсутністю синхронізації між вихідними імпульсами ТП та імпульсами зразкового генератора. У цьому випадку доцільним є застосування розглянутого у [23, 98-100] оптимального алгоритму мінімізації похибки вимірювання частоти та періоду на основі усереднювальних вікон Діріхле. Це дає змогу мінімізувати похибку вимірювання кутової швидкості та тим самим підвищити точність контролю.

### 3.2.3. Частотний перетворювач вихідного сигналу ТП з нормованою похибкою вимірювання

Розвиток тахометрії приводить до необхідності розробки сенсорів кутової швидкості, що здатні змінювати свої характеристики з врахуванням зміни характеристик електромоторів. Вказані проблеми можуть бути вирішені шляхом застосування в тахометрії мікропроцесорів із використанням програмно-апаратних принципів побудови сенсорів кутової швидкості

За зразком ТП показаного на рис. 3.13, за основу візьмемо фотоелектричний ТП, який описаний в розділі 3.1.5.

Залежність площі, через яку світло потрапляє на фоточутливий шар лінійного фотоприймача, від кута повороту визначається наступним чином

$$S = \frac{1}{2} \int_{\psi}^{\psi+\beta} (\rho_2^2(\varphi) - \rho_1^2(\varphi)) d\varphi = \frac{a}{2} \int_{\psi}^{\psi+\beta} \varphi d\varphi = a \frac{\beta}{2} \psi + a \frac{\beta^2}{4}, \quad (3.102)$$

де  $S$  - площа отвору, через який світло потрапляє на фоточутливий шар першого лінійного фотоприймача;

$\psi$  - кут повороту модулятора відносно краю нерухомої діафрагми;

$\beta$  - кут між променями діафрагми.

Таким чином, при вищевказаній формі кривих, які обмежують проріз модулятора, площа отвору, через який світло потрапляє на фоточутливий шар лінійного фотоприймача, лінійно залежить від кута повороту модулятора відносно краю нерухомої діафрагми. Так як світловий потік прямо пропорційний площині отвору, а вихідна напруга лінійного фотоприймача прямо пропорційна світловому потоку, то вихідна напруга лінійного фотоприймача лінійно залежить від кута повороту модулятора.

Кут повороту та кутова швидкість пов'язані наступним співвідношенням:

$$\omega_r(t) = \frac{d\psi}{dt} = \frac{kdU}{dt}, \quad (3.103)$$

де  $\omega_r$  - кутова швидкість обертання;

$t$  - час;

$k$  - коефіцієнт пропорційності;

$U$  - вихідна напруга лінійного фотоприймача.

Для неперервного отримання вимірювальної інформації відбувається послідовне підключення до виходу сенсора вихідної напруги того лінійного фотоприймача, вихідний сигнал якого у відповідний момент часу є інформативним, тобто не формується його задній фронт. При обертанні валу на виході ТП формується сигнал пілкоподібної форми, крутизна переднього фронту якого прямо пропорційна миттєвій кутовій швидкості. Частота цього сигналу вдвічі більша частоти обертання валу. Далі сигнал поступає на АЦП і на мікропроцесорний пристрій.

Недоліком цього ТП є обмеження верхньої межі вимірювання, яке зумовлено частотою квантування аналогово-цифрового перетворювача. Для визначення максимальної частоти зміни сигналу, на яку реагує АЦП скористаємося формулою [101]:

$$\frac{dU}{dt} \leq \frac{h}{2^n t}, \quad (3.104)$$

де  $\frac{dU}{dt}$  - швидкість зміни сигналу;

$h$  - розмах сигналу;

$n$  - розрядність АЦП;

$t_c$  - час спрацювання пристрою вибірки зберігання.

Для пилкоподібного сигналу отримаємо:

$$k \cdot \arctg(\operatorname{tg}(f_m \cdot t))' = k \cdot f_m, \quad (3.105)$$

де  $k=h/1.5$  - коефіцієнт пропорційності;

$f_m$  - максимальна частота сигналу.

Для восьмирозрядного АЦП, з часом вибірки зберігання  $t_c=20\text{нс}$  отримаємо верхню межу вимірювання 300 кГц (15 тис. об/хв). При збільшенні розрядності АЦП верхня межа вимірювання зменшиться ще більше. Отже, застосування АЦП є недоцільним при вимірюванні кутової швидкості більше 15 тис. об/хв.

В розробленому ТП [102] використовуються переваги ТП наведеного в пункті 3.1.5. Але квантування отриманого лінійного сигналу відбувається не за рахунок АЦП, а за допомогою матриць аналогових компараторів, швидкість спрацювання яких набагато більша. Далі сигнал оброблюється засобами мікропроцесорного пристрою. Структурна схема ТП наведена на рис. 3.16.

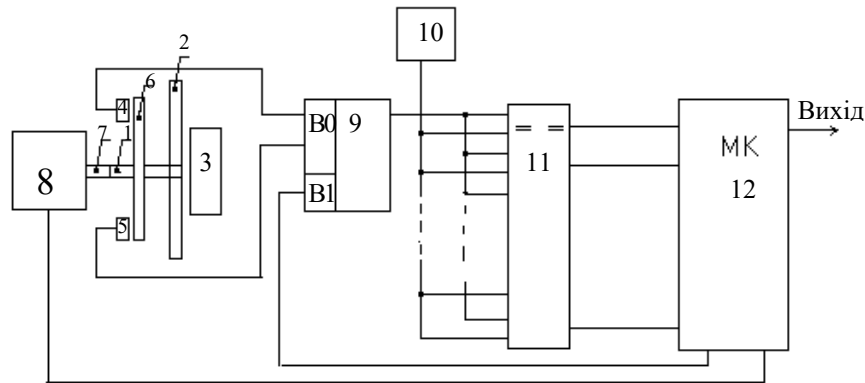


Рис.3.16. Спрощена структурна схема ТП

Спрощена структурна схема ТП складається з валу 1, який зв'язаний з модулятором 2, що має форму диска щ прорізом спеціальної форми. Напроти прорізу перед модулятором 2 розташовано джерело світла 3. Напроти розташовані перший та другий лінійні фотоприймачі 4 і 5. Діафрагма 6, встановлена за лінійними фотоприймачами. Вал 7 об'єкта вимірювання сполучається з валом 1 ТП. Виходи фотоприймачів з'єднані з аналоговими входами аналогового комутатора. Вихід комутатора 9 з'єднаний з входами матриці аналогових

компараторів 11, інші входи якої приєднані до джерела опорної напруги 10, які призначені для подачі різної опорної напруги. Виходи матриці аналогових компараторів 11 з'єднані з мікроконтролерним пристроєм 12. Матриця аналогових компараторів, може складатися з різної кількості компараторів. Один вихід мікроконтролера приєднаний до адресного входу аналогового комутатора, інший до входу живлення об'єкта вимірювання 8.

ТП був змодельований за допомогою пакету графічного моделювання Simulink системи Matlab[103,104] (рис. 3.17).

В якості об'єкту контролю обрано асинхронний електромотор (блок „AD”), з кутовою швидкістю 3000 об/хв. Сигнал з виходу об'єкта поступає на блок інтегратора „fi”, який перетворює кутову швидкість у кут обертання, а далі у напругу, яка змінюється у діапазоні 0-5 В. Для того, щоб уникнути зони нечутливості первинного перетворювача в блоці “N channel” сигнал розділяється на два канали, імітуючи роботу двох фотоприймачів. Канали перемикаються в момент часу, коли напруга досягає певного значення.

Потім сигнал поступає на блок “A Comparator”, який імітує матрицю аналогових компараторів, за допомогою яких відбувається квантування сигналу. Коли напруга сигналу перевищує величину опорної напруги на першому вході на виході блоку формується перша сходинка, коли напруга сигналу перевищує опорну напругу на другому вході – формується друга сходинка і так далі. Таким чином формується східчастий сигнал (рис.3.18. е).

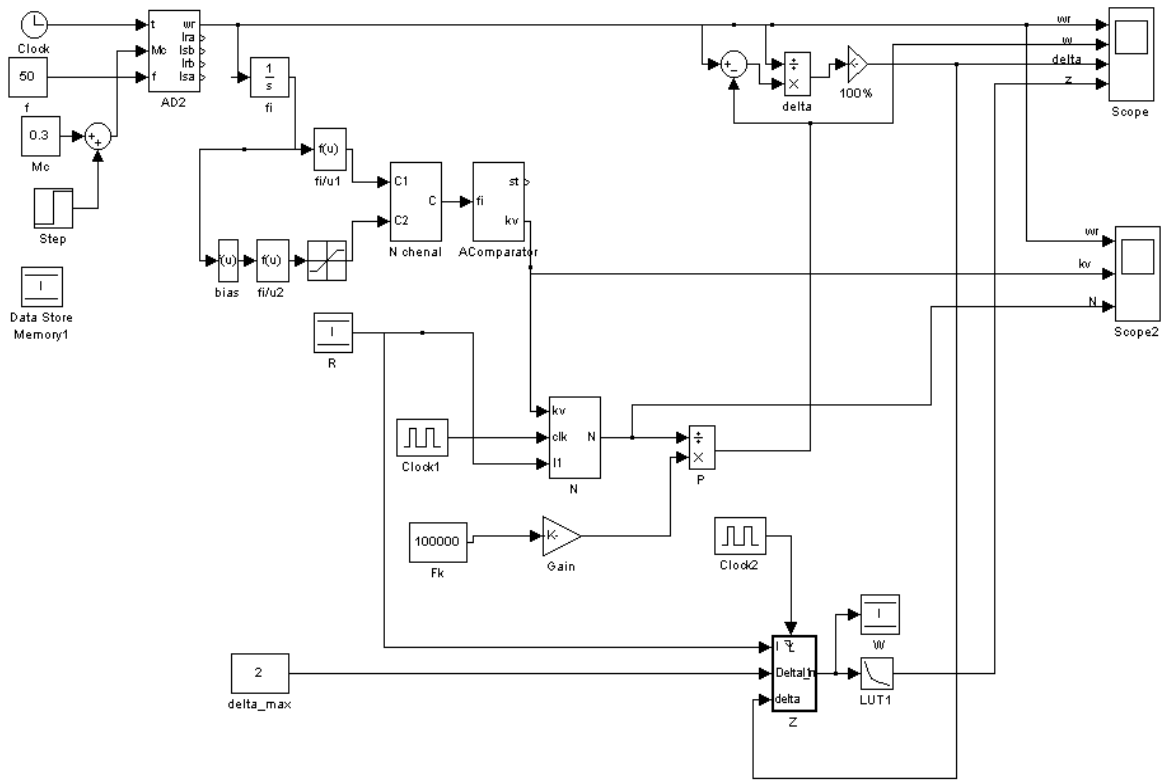


Рис. 3.17. Функціональна схема ТП в Simulink

Час між появою сусідніх сходинок вимірюється засобами мікроконтролера, що імітується за допомогою блоку “N”. На його виході формується кількість імпульсів (частота яких задається зразковим генератором “Fk”), яка відповідає часу між спрацюванням двох сусідніх аналогових компараторів (рис.3.18.в). Далі час перетворюється у кутову швидкість за формулою:

$$\omega = \frac{d\psi}{dt} = \frac{\varphi_0}{t_x} = \frac{\pi / z}{N / Fk}, \quad (3.106)$$

де  $\varphi_0$  - кут повороту модулятора, який відповідає мінімальній напрузі спрацювання матриці аналогових компараторів;

$t_x$  - час, за який здійснюється цей поворот;

$z$  – кількість входів аналогового компаратора, з яких зчитується інформація;

$Fk$  – зразкова частота;

$N$  – кількість імпульсів.

На рис. 3.18. зображені графіки роботи сенсору, а саме: графік зміни кутової швидкості  $\omega_r$  на виході об’єкту „AD”, який працює в режимі пуск ( $t < 0.6$ ), статика ( $0.6 < t < 1$ ), самогальмування ( $t > 1$ ); східчастий сигнал отриманий з виходу блоку “A Comparator”; кількість імпульсів  $N$  за проміжок часу  $t_x$ .

З наведених графіків видно, що чим більша кутова швидкість, тим менший час  $t_x$ , за який здійснюється перехід з однієї сходинки на іншу, і тим менша кількість імпульсів  $N$ , що отримується за час  $t_x$ .

Похибка сенсору кутової швидкості обчислюється за формулою

$$\delta = \frac{1}{2} t_x \cdot 100\% = \frac{1}{2} \frac{\pi}{z \cdot \omega_r} \cdot 100\%, \quad (3.107)$$

звідки слідує, що регулювати похибку можна за допомогою зміни часу  $t_x$ . Цього можна досягти змінюючи кількість інформативних входів мікропроцесора  $z$ , тобто зчитування інформації проводиться лише з тих входів мікропроцесора, які задаються програмно.

Процедура вибору кількості інформативних входів здійснюється в блоці "Z". Похибка вимірювання кутової швидкості порівнюється з заданою, якщо похибка менше заданої, то кількість інформаційних входів  $z$  зменшується, якщо - більше, то кількість входів  $z$ , з яких зчитується інформація збільшується.

При цьому необхідно враховувати, що зчитування повинно відбуватись з рівновіддалених один від одного входів, для того, щоб кут  $\varphi_0$  залишався однаковим на всіх інтервалах. Тому кількість можливих інформаційних входів  $z$  задається програмно, виходячи з апаратної кількості входів матриці аналогових компараторів. Так, наприклад, при загальній кількості входів рівне 24, можлива кількість інформаційних входів може бути  $z=[24, 12, 8, 6, 4, 3, 2, 1]$ .

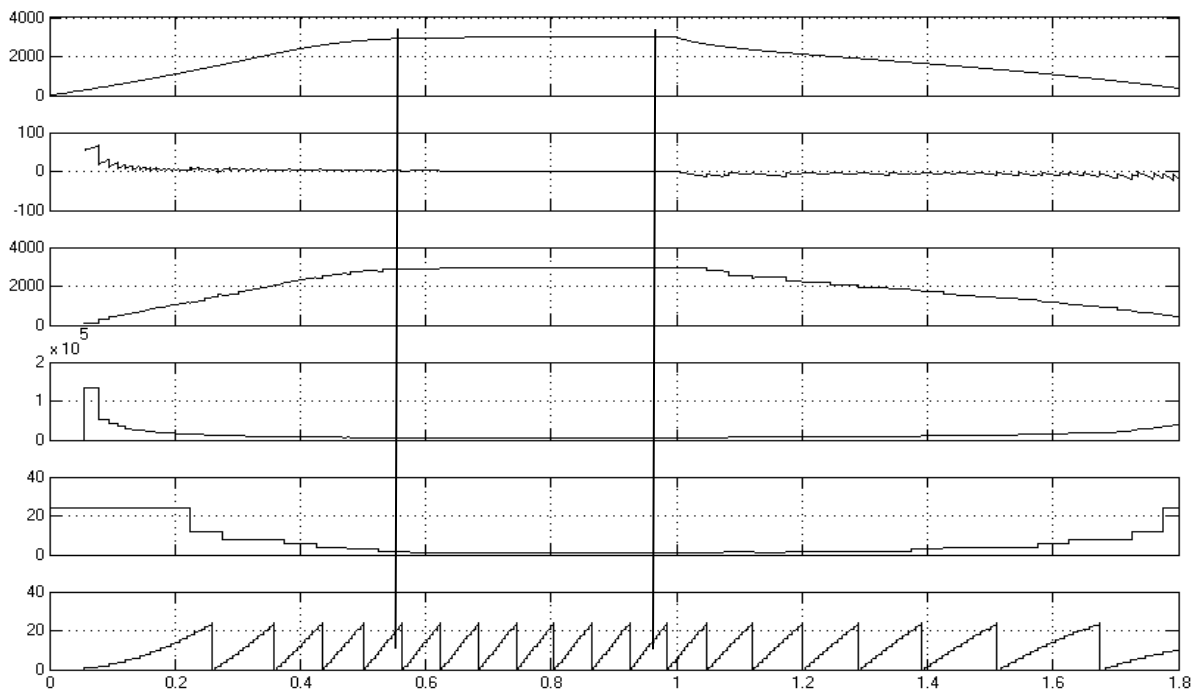


Рис. 3.18. Графіки роботи сенсора кутової швидкості. а) задана кутова швидкість; б) похибка вимірювання; в) виміряна кутова швидкість; г) зміна кількості імпульсів; д) зміна  $z$ ; е) східчастий сигнал.

Блок „delta\_f” є генератором зразкової частоти, з якою перевіряється значення похибки вимірювання, і, відповідно відбувається зміна кількості інформаційних входів  $z$ .

Як видно з рис.3.18. при зменшенні похибки вимірювання, зменшується кількість інформаційних виходів  $z$ , і при збільшенні похибки вимірювання, збільшується  $z$ . В статичному режимі, коли похибка набагато менша за задану,  $z$  дорівнює 1, коли похибка збільшується до значення заданої,  $z$  дорівнює максимальному значенню 24. Визначено, що при статичному режимі похибка вимірювання не перевищує 0,5 %, при чому кількість  $z$  мінімальна. В динамічному режимі, похибка збільшується до 5 %, при цьому збільшується і кількість  $z$ . Необхідно зауважити, що даний сенсор є нечутливим в області низьких швидкостей обертання, чим і зумовлена велика відносна похибка на початку вимірювання. Цю проблему можна вирішити шляхом введення на низьких частотах АЦП

### 3.2.4. Алгоритм обробки вихідного сигналу ТП для визначення моменту інерції об'єкту контролю за амплітудою крутильних коливань<sup>1</sup>

Момент інерції роторної системи є одним з найважливіших її параметрів, що необхідно контролювати під час будь-яких випробувань. При наявності вимірювальної інформації про момент інерції та швидкісну діаграму об'єкту контролю можливе визначення динамічного моменту та моменту опору на валу. Визначення моменту інерції традиційними методами є складним та трудомістким процесом. Непряме визначення моменту інерції через вимірювання амплітуди крутильних коливань дає змогу автоматизувати його. Розглянемо рис. 3.19, на якому наведено залежності кута повороту від часу при постійному значенні кутової швидкості та відсутності крутильних коливань  $\phi_C(t)$  та при наявності крутильних коливань  $\varphi(t)$ . Залежність кута повороту від часу в усталеному режимі роботи об'єкту контролю можна записати

$$\phi(t) = \phi_C(t) + \phi_K(t) = \omega_C t + \phi_K(t), \quad (3.108)$$

де  $\omega_C$  - середнє значення кутової швидкості,

<sup>1</sup> Виконано за матеріалами робіт Поджаренко А.В.

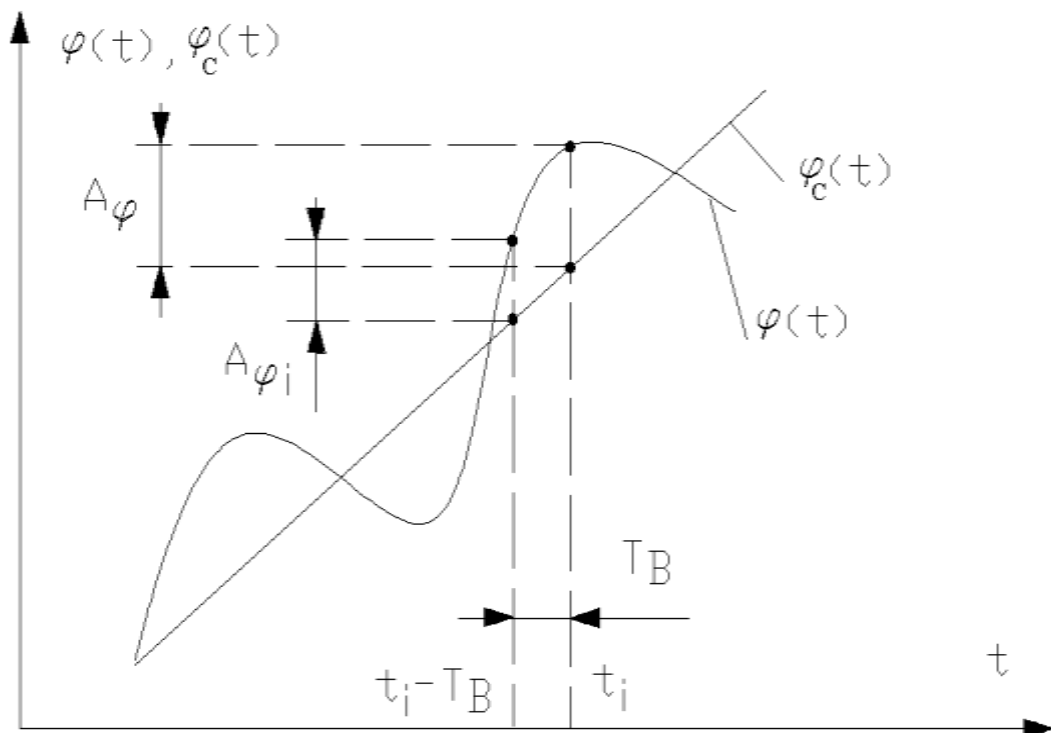


Рис. 3.19. До визначення моменту інерції ротору

Значення тангенсу кута нахилу прямої  $\phi_C(t)$ , який дорівнює середньому значенню кутової швидкості, визначається шляхом багаторазових визначень миттєвого значення кута повороту та послідууючого знаходження середньоарифметичного значення похідної сигналу при роботі об'єкту в усталеному режимі. Середнє значення кутової швидкості визначається виразом

$$\omega_C = \frac{1}{nT_B} \sum_{i=0}^n (\varphi(t_i) - \varphi(t_i - T_B)), \quad (3.109)$$

де  $n$  - кількість визначених значень кутової швидкості;  
 $T_B$  - крок дискретизації.

Складова виразу (3.108)  $\phi_K(t)$  має коливальний характер та залежить від наступних причин [40]: змінні електромагнітні сили в об'єкті контролю, несінусоїдальності розподілу магнітної індукції вздовж зазору, нерівномірності магнітної провідності вздовж осей; змінні механічні сили в об'єкті контролю. Це в першу чергу дисбаланс ротору, що приводить до виникнення змінних динамічних сил, зміна температури, місцеві деформації та гальмівні моменти; зовнішні фактори, що впливають на ступінь нерівномірності обертання ротору. До них можна віднести коливання напруги живлення та значення наван-



таження, несинусоїдальність напруги живлення, нестабільність його частоти. Для ЕМ з газоманітним підвісом конічного ротору, домінуючою причиною, що обумовлює виникнення крутильних коливань є дисбаланс ротору [12]. У цьому випадку, при умові знехтування іншими причинами виникнення крутильних коливань, вираз (3.108) з урахуванням (2.140) запишеться як

$$\phi(t) = \phi_c(t) + \phi_k(t) = \omega_c t + A_\phi \sin 2\omega t, \quad (3.110)$$

Величина  $A_{\phi i}$ , яка дорівнює різниці між значеннями кута повороту з урахуванням крутильних коливань та без їх урахування, визначається виразом

$$A_{\phi i}(t_i) = \varphi(t_i) - \varphi_0(t_i) = \varphi(t_i) - \omega_c t_i = \varphi(t_i) - \frac{t_i}{nT_B} \sum_{i=0}^n (\varphi(t_i) - \varphi(t_i - T_B)). \quad (3.111)$$

Для знаходження амплітуди крутильних коливань доцільно скористатись сплайн-інтерполяцією з послідуочим знаходженням середнього значення максимумів та мінімумів інтерполяційного сплайну. Позначимо інтерполяційний сплайн через  $P_{A\phi}(t)$ . Тоді амплітуда крутильних коливань визначається як середнє арифметичне модулів максимумів та мінімумів інтерполяційного сплайну

$$A_\phi = \left( \frac{1}{K_{\max}} \sum_{i=1}^{K_{\max}} \max P_{A\phi}(t) + \frac{1}{K_{\min}} \sum_{i=1}^{K_{\min}} \left| \min P_{A\phi}(t) \right| \right) / 2, \quad (3.112)$$

$K_{\max}$ ,  $K_{\min}$  - кількість максимумів та мінімумів інтерполяційного сплайну.

Завдання знаходження максимумів та мінімумів інтерполяційного сплайну легко розв'язується відомими методами. Момент інерції визначається за виразом (2.153).

## 4. МЕТРОЛОГІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТА ВІРОГІДНІСТЬ КОНТРОЛЮ

### 4.1. Метрологічні характеристики засобу контролю кутової швидкості та моменту інерції

#### 4.1.1. Моделювання похибки первинного перетворення «кут повороту-напруга», що обумовлена частотними властивостями фотоприймачів

Похибка первинного перетворення «кут повороту-напруга» обумовлена частотними властивостями фотоприймача та виникає внаслідок спаду його частотної характеристики в області верхніх частот. Вона залежить від кутової швидкості валу об'єкту контролю.

Моделювання частотних викривлень вихідного сигналу ТП необхідно для оцінки похибки первинного перетворення «кут повороту-напруга» для визначення діапазону зміни параметрів, що контролюються, у якому вірогідність контролю суттєво не знижується. Моделювання стосується розробленого ТП з низькочастотним вихідним сигналом і кожного фотоприймача ТП з низькочастотним вихідним сигналом та зменшенням похибки первинного перетворення, що обумовлена неточністю виготовлення модулятора та діафрагми. Воно проводилось за таким алгоритмом:

- відома пилкоподібна залежність площі, яка освітлюється, фоточутливого шару фотодіоду від часу в усталеному режимі роботи об'єкту контролю множається на коефіцієнт пропорційності між ви-

хідною напругою та площею  $S_{I0}R_{33} \frac{I}{r^2}$ , в результаті чого отримується

вихідна напруги  $U_I$  ТП, фотоприймач якого має необмежену смугу пропускання. Залежність площі, яка освітлюється, фоточутливого шару фотодіоду, що входить до складу фотоприймача, від часу, розкладається в ряд Фур'є на 1400 складових, множається на коефіцієнт пропорційності між площею та напругою, в результаті отримується апроксимуюча функція вихідної напруги ТП  $U_A$ . Кількість складових обмежена можливостями математичного пакету програм Maple V R4 [105, 106 та ПЕОМ. Похибка апроксимації розраховується за виразом.

$$\varepsilon_A = \left| \frac{U_A - U_I}{U_I} \right| \cdot 100\% . \quad (4.1)$$

Внаслідок того, що функція зміни площі не є монотонною, похибка апроксимації біля її максимальних та мінімальних значень значно збільшується. Це обумовлює доцільність визначення похибки апроксимації на окремих інтервалах вихідного сигналу ТП, з метою ви-

значення інтервалу, на якому похибка апроксимації значно менша за похибку, що обумовлена частотними викривленнями. Слід зазначити, що похибка апроксимації не залежить від періоду вихідного сигналу ТП. Це дає змогу у даному випадку розглядати залежність похибки апроксимації від кута повороту а не від часу. Один імпульс пілкоподібної вихідної напруги ТП формується за один оберт та відповідає куту повороту валу об'єкту контролю на  $2\pi$ , що відповідає періоду  $T_C$ . На рис. 4.1 наведено розраховані залежності похибки апроксимації у різних діапазонах зміни кута повороту.

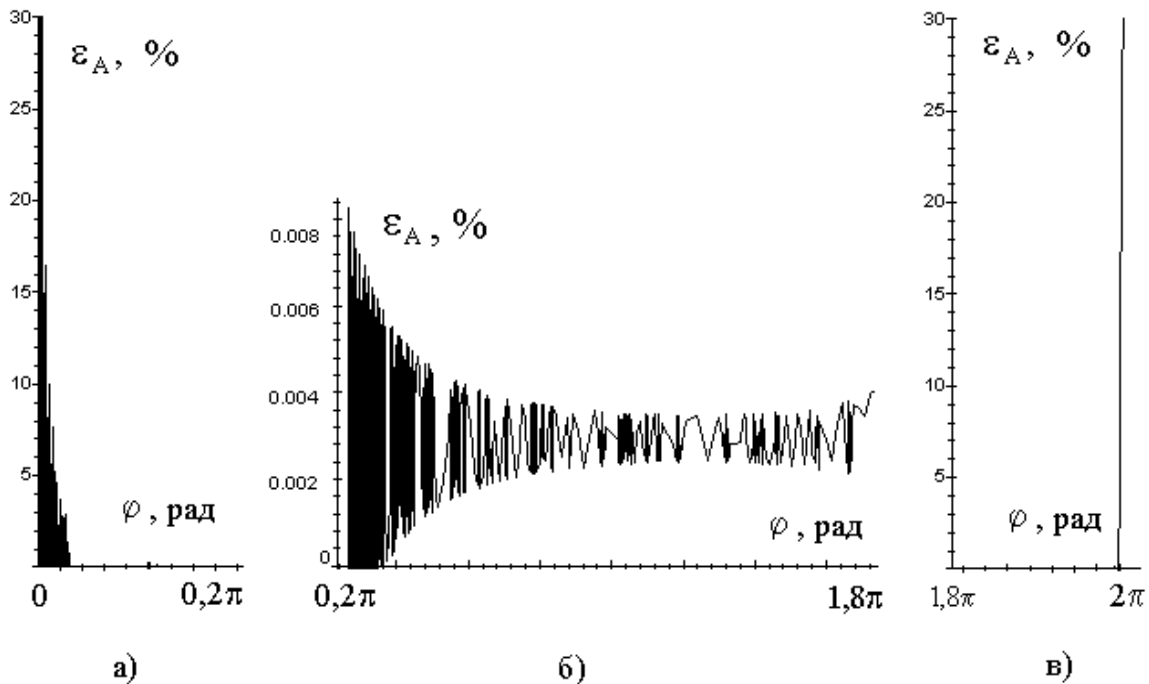


Рис. 4.1. Залежності похибок апроксимації в різних діапазонах зміни кута повороту

На рис. 4.1, а наведено залежність похибки апроксимації в діапазоні зміни кута повороту від 0 до  $0.2\pi$ , що відповідає ділянці періоду вихідного сигналу  $0-0.1T_C$ , на рис. 4.1, б - від  $0.2\pi$  до  $1.8\pi$ , що відповідає ділянці періоду вихідного сигналу  $0.1T_C-0.9T_C$ , на рис. 4.1, в - від  $1.8\pi$  до  $2\pi$ , що відповідає  $0.9T_C-T_C$ . З аналізу рис. 4.1 слідує, що похибка апроксимації на часовому інтервалі від 0.1 до 0.9 періоду вихідного сигналу, не перевищує 0.008 % на границі інтервалу, а на середині інтервалу складає близько 0.004 %. На інтервалах зміни кута повороту від 0 до  $0.2\pi$  та від  $1.8\pi$  до  $2\pi$  похибка апроксимації значно збільшується, що робить недоцільним моделювання частотних викривлень у цих інтервалах.

- гармонічні складові моделюємої вихідної напруги ТП  $U_R$  з урахуванням частотних властивостей його фотоприймача та без ура-

хування шумової складової, напруги зміщення та різниці вхідних струмів операційного підсилювача, які не залежать від частоти і якими в даному випадку можна знехтувати, знаходяться з виразу (3.19), в який замість площі підставляється сума розрахованих гармонічних складових періодичної залежності площі від часу.

- відносне значення зміни вихідної напруги ТП, що обумовлене частотними викривленнями, яке внаслідок пропорційності вихідної напруги куту повороту дорівнює відносній частотній похибці первинного перетворення «кут повороту-напруга», визначається за виразом

$$\varepsilon_{\varphi} = \left| \frac{U_I - U_R}{U_I} \right| \cdot 100\% , \quad (4.2)$$

У таблиці 4.1 наведено часові діаграми вихідного сигналу ТП при різних значеннях кутової швидкості з урахуванням частотних викривлень та без їх урахування, графіки огинаючої розрахованої відносної похибки перетворення «кут повороту напруга». Графіки огинаючої наведено тому як розрахована функція дуже «розбавтана» внаслідок великої кількості гармонічних складових.

Синхронні гістерезисні ЕМ з газоманітним підвісом кінцевого ротору як правило мають масивний ротор, що обумовлює малу у порівнянні з ЕМ з дисковим ротором максимальну кутову швидкість. Для промислових екземплярів вона не перевищує 2500 рад/с.

Моделювання частотної похибки проведене при двох значеннях сталої часу фотодіоду -  $\tau_{VD}=10^{-4}$  с та  $\tau_{VD}=10^{-5}$  с, та для трьох частот обертання :  $\omega = 1000$  рад/с  $\approx 9550$  об/хв;  $\omega = 2500$  рад/с  $\approx 24000$  об/хв;  $\omega = 10000$  рад/с  $\approx 95000$  об/хв.

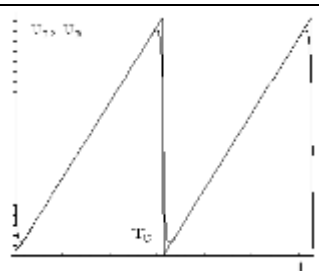
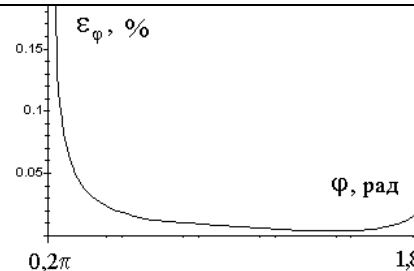
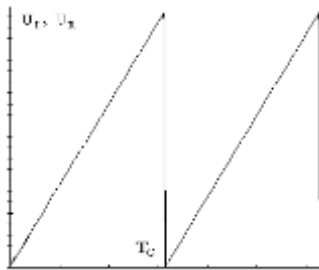
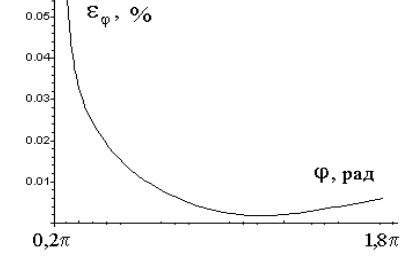
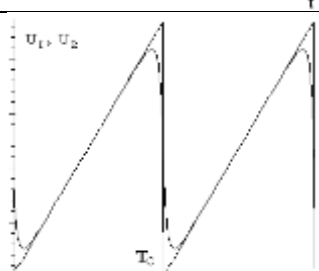
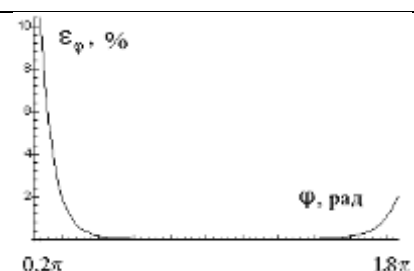
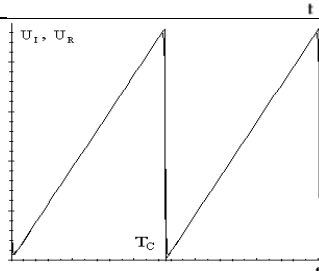
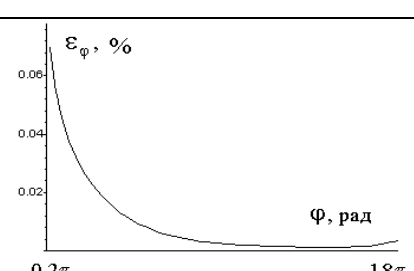
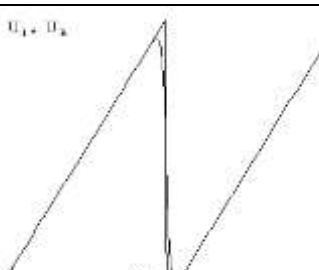
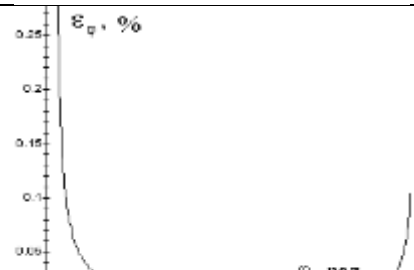
З аналізу таблиці 4.1 витікає, що в діапазоні зміни кута повороту від  $0.2\pi$  до  $1.8\pi$ , похибка первинного перетворення, що зумовлена частотними властивостями фотоприймача, значно перевищує похибку апроксимації. Це обумовлює достовірність отриманих в результаті моделювання результатів. Слід зазначити, що ефективна ширина спектру вихідного сигналу ТП в усталеному режимі роботи об'єкту контролю буде більше, ніж в динамічному режимі, тому як в усталеному режимі тривалість вихідних імпульсів буде менша, а швидкість зміни вихідної напруги більша, ніж в динамічному. Це свідчить про те, що в динамічному режимі частотна похибка первинного перетворення не буде перебільшувати цю похибку в усталеному режимі.

Для оцінки верхньої межі кутової швидкості необхідно оцінити відносну похибку квантування вихідного сигналу ТП за допомогою АЦП. Похибка обумовлена частотними властивостями на буде впли-

вати на результат перетворення «кут повороту - напруга» тільки коли вона значно менше похибки квантування.

Таблиця 4.1.

Відносна частотна похибка первинного перетворення «кут повороту-напруга»

$\omega$ , рад/с	$\tau_{VD}$ , с	Часові діаграми вихідного сигналу ТП	$\varepsilon_{\varphi}$ , %
1000	$10^{-4}$		
1000	$10^{-5}$		
2500	$10^{-4}$		
2500	$10^{-5}$		
1000 0	$10^{-5}$		

Як відомо [107], похибка квантування при відсутності випадкових завад розподілена рівномірно, її максимальні значення дорівнюють  $\pm q/2$ , де  $q$  - крок квантування. Є очевидним, що абсолютна похибка визначення кутового положення, що обумовлена квантуванням вихідного сигналу ТП описується виразом

$$\delta_D = (2\pi - \beta)/2^{n+1}, \quad (4.3)$$

де  $n$  - кількість розрядів АЦП.

Її відносне середньоквадратичне значення [107]

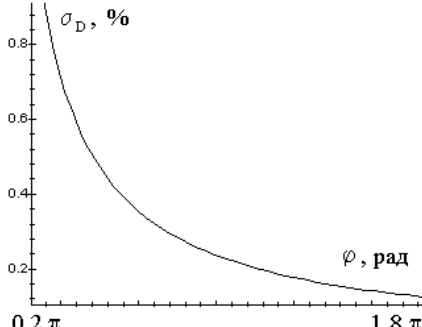
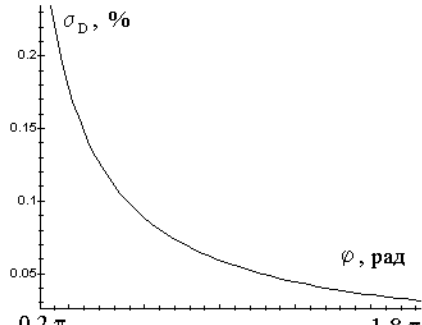
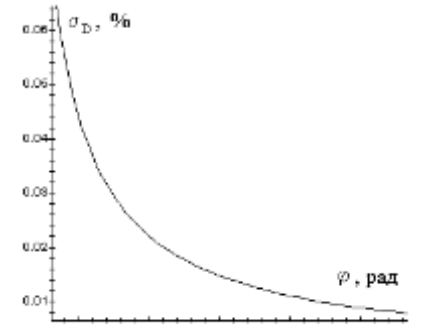
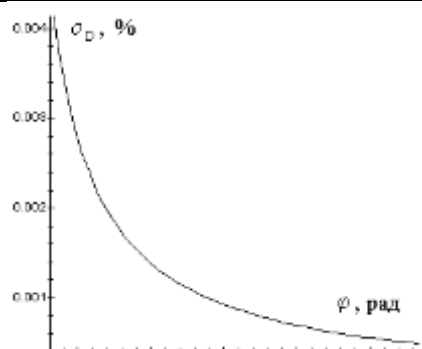
$$\sigma_D = \frac{2\pi - \beta}{2^{n+1} \sqrt{3} \varphi}, \quad (4.4)$$

Результати розрахунку середньоквадратичного значення цієї похибки при різних значеннях кількості розрядів АЦП наведено у таблиці 4.2.

З порівняльного аналізу таблиці 4.1 та 4.2 слідує, що при використанні фотодіодів з постійної часу  $10^{-4}$  с, ТП має погані частотні властивості. При кутовій швидкості 2500 рад/с відносна частотна похибка первинного перетворення «кут повороту - напруга» досягає 10 %, що обумовлює можливість використання ТП з такими фотодіодами тільки на низьких кутових швидкостях або для визначення кута повороту у статичному режимі. При використанні фотодіодів з постійною часу  $10^{-5}$  с, відносна частотна похибка первинного перетворення не перевищує 0.07 % в діапазоні зміни кута повороту від  $0.2\pi$  до  $1.8\pi$  при кутовій швидкості 2500 рад/с. При кутовій швидкості 10000 рад/с відносна частотна похибка первинного перетворення не перевищує 0.5 %. Використання 16-ти розрядного АЦП недоцільно на високих кутових швидкостях, тому як похибка квантування на порядок менша за частотну похибку. Застосування таких АЦП можливе при визначенні малої кутової швидкості. При використанні 12-ти розрядного АЦП похибка квантування значно перевищує частотну похибку майже на всьому діапазоні зміни кута повороту від  $0.2\pi$  до  $1.8\pi$  при кутовій швидкості 2500 рад/с. Уникнути проявлення частотної похибки при малих значеннях кута повороту, де відносна похибка квантування та відносна частотна похибка близькі між собою, можливо шляхом використання ТП, що розглянуто у 3.1.5. При використанні 8- та 10-ти розрядних АЦП похибка квантування значно більша за частотну похибку, але вони не забезпечують високу розрізнявальну здатність за кутом повороту, та малу похибку квантування, що приводить до високої похибки визначення кутової швидкості. У подальшому будемо вважати, що об'єкт контролю працює з такою кутовою швидкістю, що частотна похибка мала настільки, що нею можна знехтувати.

Таблиця 4.2.

Відносна середньоквадратична похибка перетворення  
«кут повороту - напруга», що зумовлена квантуванням вихідного сиг-  
налу ТП

Кількість розрядів АЦП	$\sigma_D, \%$
n=8	
n=10	
n=12	
n=16	

#### 4.1.2. Похибка визначення кутового положення валу об'єкту контролю

Визначимо похибку вимірювання кутового положення валу об'єкту контролю. Визначення кута повороту необхідно для подальшого визначення амплітуди крутильних коливань, яку необхідно знати для визначення моменту інерції ротору, кутової швидкості як в динамічному так і статичному режимі. Для спрощення, розглянемо похибку вимірювання кута повороту за допомогою розробленого первинного перетворювача з низькочастотним вихідним сигналом, у якого вихідна напруга прямо пропорційна куту повороту. Для усіх розроблених ТП вона однакова, різниця є тільки у виразах, за якими обчислюється кут повороту. При використанні засобу контролю, що побудовано за структурною схемою, розглянутою у третьому розділі, похибка вимірювання кута повороту складається з похибки аналого-цифрового перетворення та похибки, що обумовлена неточністю виконання прорізів модулятора та діафрагми та випадковими завадами. Для спрощення, припустимо, що похибка, обумовлена неточністю виконання прорізів модулятора та діафрагми та випадковими завадами, має нормальний закон розподілу з нульовим математичним очікуванням, що описується виразом

$$p(\delta_U) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_U} \exp\left(-\frac{\delta_U^2}{2\sigma_U^2}\right), \quad (4.5)$$

де  $\delta_U$  - похибка перетворення кута повороту в напругу, що обумовлена неточністю виконання модулятора та діафрагми та випадковими завадами,

$\sigma_U$  - середнє квадратичне значення цієї похибки.

Похибка аналого-цифрового перетворення має у відповідності з [107 - 109], має дві складових. Перша складова - це динамічна похибка, що обумовлена квантуванням вхідної величини АЦП за часом. В результаті зміни вхідного сигналу результат перетворення буде невизначений на інтервалі перетворення. При використанні пристрою вибірки зберігання (ПВЗ), динамічну складову можна значно зменшити. Для даного випадку, частота вихідного сигналу ТП не перевищує 1 кГц. Сучасні АЦП [111], з виконаними в одному з ними корпусі ПВЗ дозволяють при кількості двійкових розрядів до 16 досягти часу перетворення 2 мкс. Це дозволяє при використанні таких АЦП знехтувати динамічною похибкою при подальших розрахунках. Друга складова - це похибка одного відліку або похибка квантування. Вона складається з похибки цифрового представлення, що обумовлена наявністю квантування за рівнем та зв'язаного з цим кінцевої кількості дозволених рівнів, та інструментальної похибки АЦП. Інструментальна похибка



обумовлена наявністю шумів та випадкових завад як у вхідному сигналі, так і в вузлах АЦП, що виникають при його виготовленні та експлуатації. Виникнення цієї похибки обумовлено багатьма факторами та її закон розподілу наближується до нормального. В подальшому, для спрощення розрахунків, будемо вважати, що інструментальна похибка відсутня. Похибка квантування, при великій кількості розрядів вихідного коду, може бути описана прямокутним законом розподілу, що відповідає рівній щільності ймовірності похибки квантування в межах  $\pm q/2$ . Величина кванту жорстко зв'язана з максимальним значенням вихідної напруги та кількістю двійкових розрядів АЦП.

$$q = U_{2\text{MAX}} / 2^n, \quad (4.6)$$

Закон розподілу цієї похибки описується виразом.

$$p(\delta_D) = \frac{1}{q} = \frac{2^n}{2\pi - \beta}, \quad \delta_D \in \left[ -\frac{2\pi - \beta}{2^{n+1}}, \frac{2\pi - \beta}{2^{n+1}} \right], \quad (4.7)$$

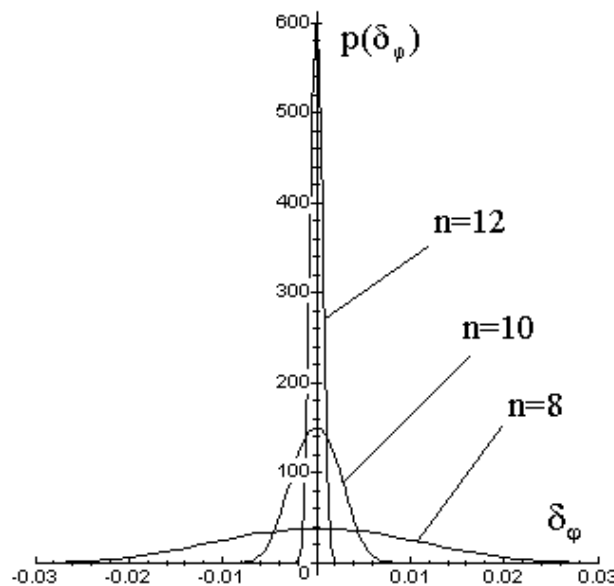


Рис. 4.2. Закони розподілу загальної похибки вимірювання кута повороту

Графіки залежності відносного середньоквадратичного значення похибки визначення кута повороту, що обумовлена похибкою квантування АЦП, від поточного кута повороту, при різній кількості двійкових розрядів АЦП наведено у табл. 4.2. Середньоквадратичне значення загальної похибки вимірювання кута повороту визначається виразом [112]

$$\sigma_\varphi = \sqrt{\sigma_D^2 + \sigma_U^2}. \quad (4.8)$$

Закон розподілу похибки вимірювання кута повороту є композицією законів розподілу похибки квантування та похибки, що обумовлена неточністю виконання елементів модулятора та діафрагми та випадковими завадами. Він визначається як звернення законів розподілу складових загальної похибки [113, 114], а його графіки при різних значеннях розрядності АЦП наведено на рис. 4.2

$$p(\delta_\varphi) = p(\delta_D) * p(\delta_U) = \frac{2^n}{(2\pi - \beta)\sqrt{2\pi}\sigma_U} \int_{\frac{2\pi-\beta}{2^{n+2}}}^{\frac{2\pi-\beta}{2^{n+2}}} \exp\left(-\frac{(\delta_\varphi - z)^2}{2\sigma_U^2}\right) dz. \quad (4.9)$$

У виразі (4.9) інтеграл не береться і може бути знайдений тільки чисельними методами. Для побудови графіків законів розподілу використовувався пакет програм Maple R4, було припущено, що середньоквадратичне значення похибки, що обумовлена випадковими завадами та неточністю виконання прорізів модулятора та діафрагми, дорівнює середньоквадратичному значенню похибки квантування.

#### 4.1.3. Аналіз похибок вимірювання кутової швидкості шляхом диференціювання вихідного сигналу ТП та її мінімізація

Для визначення кутової швидкості необхідно диференціювати вихідний сигнал ТП. В загальному випадку результуюча похибка дискретного вимірювання кутової швидкості має наступні складові [89] : методична похибка; похибка інтерполяції; похибка, що обумовлена похибкою одного відліку АЦП; похибка, що обумовлена випадковими завадами та неточністю виконання модулятора та діафрагми.

Методична похибка дискретного вимірювання кутової швидкості в момент  $t_i$  визначається виразом

$$\delta_{\omega M}(t_i) = \frac{\varphi(t_i) - \varphi(t_i - T_B)}{T_B} - \varphi'(t_i) = \frac{\Delta\varphi(t_i)}{T_B} - \varphi'(t_i), \quad (4.10)$$

де  $T_B$  - час між відліками вихідного сигналу ТП,

$\varphi(t_i), \varphi(t_i - T_B)$  - значення кута повороту в моменти часу  $t_i$  та  $t_i - T_B$ .

У випадку, коли кутове прискорення дорівнює нулю (кутова швидкість постійна), методична похибка відсутня. Для оцінки методичної похибки використаємо методику, що застосовано у [89]. Припустимо, що усі інші похибки, окрім методичної, відсутні. Вважаємо вихідний сигнал ТП гладкою функцією часу, яка улюбій точці розкладається у ряд Тейлора. Якщо розкласти  $\varphi(t_i - T_B)$  біля точки  $t_i$  в ряд Тейлора, обмежившись трьома членами ряду, отримуємо

$$\varphi(t_i - T_B) = \varphi(t_i) - \frac{T_B}{1!} \varphi'(t_i) + \frac{T_B^2}{2!} \varphi''(v), \quad (4.11)$$

де  $\nu$  - точка між  $t_i - T_B$  та  $t_i$ . Після нескладних перетворень (4.18) отримуємо

$$\frac{\Delta\varphi(t_i)}{T_B} - \varphi'(t_i) = -\frac{T_B}{2}\varphi''(\nu). \quad (4.12)$$

Максимальна оцінка методичної похибки вимірювання кутової швидкості

$$|\delta_{\omega M}(t_i)| \leq \max_{[t_{i-1}, t_i]} |\varphi''(t)| \frac{T_B}{2} = |\varepsilon_{MAX}| \frac{T_B}{2}, \quad (4.13)$$

де  $\varepsilon_{MAX}$  - максимальне значення другої похідної вихідного сигналу ТП на інтервалі диференціювання, виражене у одиницях кутового прискорення. Значення  $\varepsilon_{MAX}$  обумовлене не тільки режимом роботи об'єкту контролю, а і імпульсними завадами у вихідному сигналі ТП.

$$\varepsilon_{MAX} = K_\varphi \max_{[t_{i-1}, t_i]} |U''(t)|, \quad (4.14)$$

де  $K_\varphi$  - коефіцієнт, який зворотно пропорційний крутизні залежності вихідної напруги ТП від кута повороту. Як випливає з (3.65), цей коефіцієнт дорівнює

$$K_\varphi = 2r^2 / S_{I0} IR_{33} \beta a. \quad (4.15)$$

Провівши аналогічні перетворення, можна довести, що методична похибка на початку інтервалу диференціювання дорівнює методичній похибці на кінці інтервалу. Якщо виникає необхідність подальшої обробки даних, тобто запізнення вимірювальної інформації не важливе, можна визначити методичну похибку із запізненням на  $T_B/2$ . У цьому випадку, у відповідності з [89]

$$\left| \delta_{\omega M} \left( t_i - \frac{T_B}{2} \right) \right| \leq \max_{[t_{i-1}, t_i]} |\varphi'''(t)| \frac{T_B^2}{24} = |\varepsilon_{MAX}| \frac{T_B^2}{24}. \quad (4.16)$$

Цю оцінку можливо використовувати при обробці даних вимірювання з використанням інтерполяції. Вище наведені розрахунки справедливі тільки для диференціаторів першого типу. Для диференціаторів другого типу, у відповідності з [89], оцінка максимальної методичної похибки має вигляд

$$|\delta_{\omega M}(t_i - T_B)| \leq |\varepsilon_{MAX}| \frac{T_B^2}{12}, \quad (4.17)$$

а для диференціатору третього типу

$$\left| \delta_{\omega M} \left( t_i - \frac{\Delta t}{2} - T_i \right) \right| \leq K_\varphi \frac{|\varepsilon_{MAX}|}{12T_i(\Delta t + T_i)} \left[ \left( \frac{\Delta t}{2} + T_i \right)^4 + \left( \frac{\Delta t}{2} \right)^4 \right]. \quad (4.18)$$

Диференціатори другого та третього типу мають більш високу завадостійкість, ніж диференціатор першого типу. Але вони мають бі-

льший інтервал диференціювання. Максимальна оцінка методичної похибки диференціатору першого типу прямо пропорційна максимальному значенню другої похідної вихідної напруги ТП та часу  $T_B$ . Значення другої похідної вихідної напруги в загальному випадку є випадковою величиною, яка залежить від багатьох факторів. На неї впливають кутове прискорення, випадкові завади, резонансні явища, що обумовлені муфтою спряження, співвідношення моментів на валу, прецесія та нутація ротору, неточність виконання прорізів модулятора і діафрагми тощо. У роботі [115] доведено, що якщо виходити з режиму роботи об'єкту контролю з максимальними динамічними моментами (максимальне навантаження, максимальна швидкодія), закон розподілу максимального кутового прискорення буде наближатись до дискретного двомодального. У цьому випадку, закон розподілу методичної похибки диференціатору першого типу, має також дискретний двомодальний закон розподілу.

$$p(\delta_{\omega M}) = \frac{1}{2} \delta \left( \delta_{\omega M} - \frac{T_B}{2} |\varepsilon_{MAX}| \right) + \frac{1}{2} \delta \left( \delta_{\omega M} + \frac{T_B}{2} |\varepsilon_{MAX}| \right). \quad (4.19)$$

Середньоквадратичне відхилення методичної похибки

$$\sigma_{\omega M} = \frac{T_B}{2} |\varepsilon_{MAX}|. \quad (4.20)$$

Для вимірювання швидкісних діаграм та проведення динамічних вимірювань кутової швидкості необхідно знаходити виміряні значення між точками опитування. Для цього використовують інтерполяцію. При цьому виникає похибка інтерполяції. Оцінки інтерполяції розглянуто у [116]. Так стосовно до диференціатору першого типу похибка ступінчатої інтерполяції оцінюється виразом

$$|\delta_{\omega I}(t)| \leq \max_{[t_{i-1}, t_i]} |\varphi''(t)| T_B. \quad (4.21)$$

При використанні лінійної інтерполяції оцінка похибки має вигляд

$$|\delta_{\omega I}(t)| \leq \max_{[t_i - \frac{T_B}{2}, t_i + \frac{T_B}{2}]} |\varphi'''(t)| \frac{T_B^2}{8}. \quad (4.22)$$

При використанні інтерполяції кубічними сплайнами, можна використовувати точні або асимптотично точні оцінки похибок сплайн-інтерполяції на класах функцій [117]. Всі вони достатньо складні для використання, тому в даному випадку доречно обмежитись тільки порядковими оцінками похибок. Якщо функція  $\varphi(t)$  належить класу  $C^k[a; b]$  функцій, неперервних на  $[a; b]$  і які мають неперервні похідні до  $k$  - того порядку ( $k = 0, 1, 2, 3, 4$ ), то для похибки інтерполяції кубічним сплайном  $s(t)$  функції та її похідних дійсні оцінки

$$\max_{a < t < b} |\varphi^{(p)}(t) - s^{(p)}(t)| \leq c \cdot h^{k-p}, k \geq p, \quad (4.23)$$

де  $c$  - невід'ємна константа;

$$h = \max_{0 < i < N_s - 1} |x_{i+1} - x_i|. \quad (4.24)$$

$N_s$  - число відліків.

Для функції  $\omega(t) \in C^4[a; b]$  порядок наближення  $\omega(t)$  сплайном  $s(t)$  дорівнює  $o(h^4)$ , порядок наближення похідної  $\omega'(t) = \varepsilon(t)$ , дорівнює  $o(h^3)$  та буде складати малу величину у порівнянні з іншими похибками.

Розглянемо похибку визначення кутової швидкості, що обумовлена похибкою квантування вихідного сигналу ТП. Припустимо, що методична похибка визначення кутової швидкості та похибка визначення кута повороту, що обумовлена неточністю виконання модулятора та діафрагми відсутні. Тоді результат вимірювання можливо записати у вигляді

$$\omega_B(t_i) = \frac{\varphi(t_i) \pm \delta_D(t_i) - \varphi(t_i - T_B) \pm \delta_D(t_i - T_B)}{T_B} = \omega + \frac{\pm \delta_D(t_i) \pm \delta_D(t_i - T_B)}{T_B}, \quad (4.25)$$

$\omega_B(t_i)$  - виміряне значення кутової швидкості у момент часу  $t_i$ ;

$\varphi(t_i)$ ,  $\varphi(t_i - T_B)$  - значення кута повороту у моменти часу  $t_i$  та  $t_i - T_B$ ;

$\delta_D(t_i)$ ,  $\delta_D(t_i - T_B)$  - похибка вимірювання кута повороту, що обумовлена квантуванням вихідного сигналу ТП, у моменти часу  $t_i$  та  $t_i - T_B$ .

Друга частина виразу (4.25) є похибкою вимірювання кутової швидкості, що виникає внаслідок наявності похибки квантування вихідного сигналу ТП.

$$\delta_{\omega D} = \frac{\pm \delta_D(t_i)}{T_B} + \frac{\pm \delta_D(t_i - T_B)}{T_B}. \quad (4.26)$$

Є очевидним, що закон розподілу похибки вимірювання кутової швидкості, що обумовлена похибкою квантування можна визначити як композицію законів розподілу величин  $\delta_D(t_i)/T_B$  та  $\delta_D(t_i - T_B)/T_B$ , які як і похибка квантування мають рівномірний закон розподілу. При умові стаціонарності випадкових процесів, що обумовлюють виникнення цих похибок, їх закони розподілу можна вважати однаковими.

$$p\left(\frac{\delta_D(t_i)}{T_B}\right) = p\left(\frac{\delta_D(t_i - T_B)}{T_B}\right) = p\left(\frac{\delta_D}{T_B}\right) = \frac{T_B 2^n}{2\pi - \beta}; \quad \frac{\delta_D}{T_B} \in \left[-\frac{2\pi - \beta}{T_B 2^{n+1}}, \frac{2\pi - \beta}{T_B 2^{n+1}}\right]. \quad (4.27)$$

У відповідності з, [113] композиція двох однакових прямокутних законів є трикутний закон (розподіл Сімпсона). Закон розподілу

похибки вимірювання кутової швидкості, що обумовлена квантуванням вихідного сигналу ТП [117]

$$p(\delta_{\omega D}) = \frac{2^n T_B}{2\pi - \beta} \left( 1 - \frac{2^n T_B}{2\pi - \beta} |\delta_{\omega D}| \right), \quad \delta_{\omega D} \in \left[ -\frac{2\pi - \beta}{2^n T_B}, \frac{2\pi - \beta}{2^n T_B} \right] \quad (4.28)$$

Середньоквадратичне значення цієї похибки

$$\sigma_{\omega D} = \frac{2\pi - \beta}{\sqrt{6} 2^n T_B}. \quad (4.29)$$

Випадкова похибка вимірювання кутової швидкості виникає під впливом випадкових завад та неточності виконання прорізів модулятора та діафрагми. Будемо вважати заваду на вході диференціатора першого типу стаціонарною випадковою функцією. Припустимо, що методична похибка визначення кутової швидкості та похибка квантування відсутні. Тоді результат вимірювання кутової швидкості можливо записати у вигляді

$$\omega_B(t_i) = \frac{\varphi(t_i) \pm \delta_U(t_i) - \varphi(t_i - T_B) \pm \delta_U(t_i - T_B)}{T_B} = \omega + \frac{\pm \delta_U(t_i) \pm \delta_U(t_i - T_B)}{T_B}. \quad (4.30)$$

Друга частина виразу (4.30) є похибкою вимірювання кутової швидкості, що виникає внаслідок наявності похибки квантування вихідного сигналу ТП.

$$\delta_{\omega U} = \frac{\pm \delta_U(t_i)}{T_B} + \frac{\pm \delta_U(t_i - T_B)}{T_B}. \quad (4.31)$$

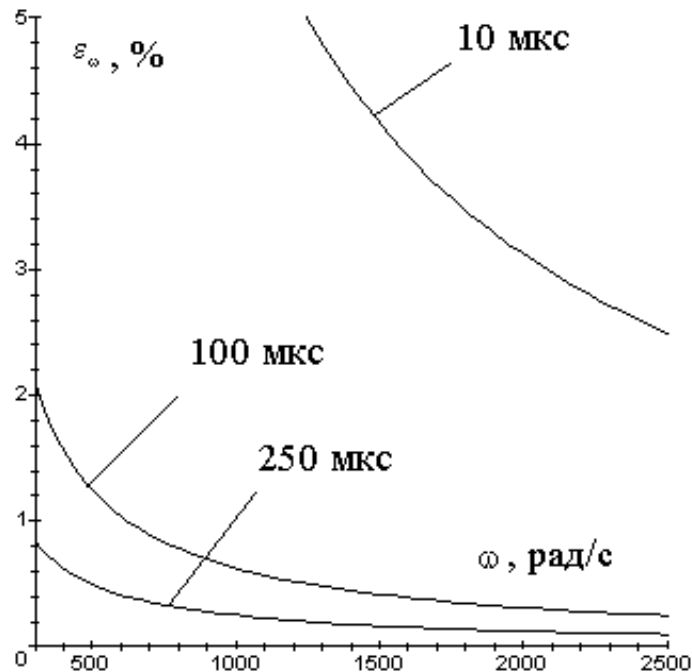


Рис. 4.3. Відносна середньоквадратична похибка вимірювання кутової швидкості

Визначимо закон розподілу похибки вимірювання кутової швидкості, що обумовлена неточністю виконання модулятора та випадковими завадами. Цей закон можна визначити як композицію законів розподілу випадкових величин  $\delta_U(t_i)/T_B$  та  $\delta_U(t_i - T_B)/T_B$ , які мають нормальний закон розподілу. При умові стаціонарності випадкових процесів, що обумовлюють виникнення цих похибок, їх закони розподілу можна вважати однаковими.

$$p\left(\frac{\delta_U(t_i)}{T_B}\right) = p\left(\frac{\delta_U(t_i - T_B)}{T_B}\right) = p\left(\frac{\delta_U}{T_B}\right). \quad (4.32)$$

У відповідності з, [113] композиція двох однакових нормальних законів є також нормальним законом, який визначається виразом

$$p(\delta_{\omega U}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\omega U}} \exp\left(-\frac{\delta_{\omega U}^2}{2\sigma_{\omega U}^2}\right). \quad (4.33)$$

В силу властивостей стаціонарності [118], середньоквадратичне значення похибки вимірювання кутової швидкості, що обумовлена випадковими завадами та неточністю виконання модулятора та діафрагми

$$\sigma_{\omega U} = \sqrt{2}\sigma_U/T_B. \quad (4.34)$$

Середньоквадратичне відхилення загальної похибки вимірювання кутової швидкості знаходиться з виразу

$$\sigma_{\omega} = \sqrt{\sigma_{\omega M}^2 + \sigma_{\omega D}^2 + \sigma_{\omega U}^2} = \sqrt{\left(\frac{T_B}{2}|\varepsilon_{MAX}|\right)^2 + \left(\frac{2\pi - \beta}{\sqrt{6}2^n T_B}\right)^2 + 2\left(\frac{\sigma_U}{T_B}\right)^2}. \quad (4.35)$$

Графік відносного середньоквадратичного значення похибки вимірювання кутової швидкості  $\varepsilon_{\omega} = \sigma_{\omega}/\omega$  при різних значеннях  $T_B$ , без урахування складової, що обумовлена неточністю виконання прорізів модулятора та діафрагми, при  $\varepsilon_{MAX} = 1000 \text{ рад/с}^2$ ,  $n=12$  наведено на рис. 4.3.

Функція (4.35) має мінімум за аргументом  $T_B$ , при якому результуюча середньоквадратична похибка вимірювання кутової швидкості мінімальна

$$T_{B \text{ OPT}} = \frac{\sqrt[4]{8\sigma_U^2 + \frac{2}{3}\left(\frac{2\pi - \beta}{2^n}\right)^2}}{\sqrt{|\varepsilon_{MAX}|}}. \quad (4.36)$$

Враховуючи, що  $\beta \ll 2\pi$ , вираз (4.36) можна записати як

$$T_{B \text{ OPT}} \approx \frac{\sqrt[4]{8\sigma_U^2 + \frac{1}{3} \cdot \frac{\pi^2}{2^{2n-3}}}}{\sqrt{|\varepsilon_{MAX}|}}. \quad (4.37)$$

У випадку, коли похибкою, що обумовлена завадами та неточністю виконання модулятора та діафрагми можна знехтувати, вираз (4.37) прийме вигляд

$$T_{B \text{ OPT}} = \frac{1}{\sqrt[4]{3 \cdot 2^{2n-3}}} \sqrt{\frac{\pi}{|\varepsilon_{MAX}|}} \quad (4.38)$$

Залежності  $T_{B \text{ OPT}}$  від значення максимального кутового прискорення об'єкту контролю при різній розрядності АЦП наведено на рис. 4.4. Мінімальна відносна середньоквадратична похибка вимірювання кутової швидкості при відсутності випадкових завад визначається виразом

$$\varepsilon_{\omega \text{ MIN}} = \frac{\sigma_{\omega}(T_{B \text{ OPT}})}{\omega} = \frac{1}{\omega \sqrt[4]{6}} \sqrt{\frac{\pi |\varepsilon_{MAX}|}{2^{n-1}}}. \quad (4.39)$$

Графіки залежності цієї похибки від кутової швидкості при різній розрядності АЦП при  $|\varepsilon_{MAX}| = 1000$  рад/с наведено на рис. 4.5. Їх наведено в діапазоні кутових швидкостей, у якому період дискретизації як мінімум у два рази менше за період вихідного сигналу ТП.

З аналізу рис. 4.5. випливає, що в області низьких кутових швидкостей відносна середньоквадратична похибка вимірювання значно збільшується, що в першу чергу обумовлено похибкою квантування вихідного сигналу ТП.

Закон розподілу загальної похибки вимірювання кутової швидкості знаходиться як композиція законів розподілу усіх складових.

$$p(\delta_{\omega}) = p(\delta_{\omega M}) * p(\delta_{\omega D}) * p(\delta_{\omega U}). \quad (4.40)$$

Композицію дискретного двомодального, нормального та трикутного законів розподілу неможливо записати аналітичним виразом. Її можна знайти тільки чисельними методами.



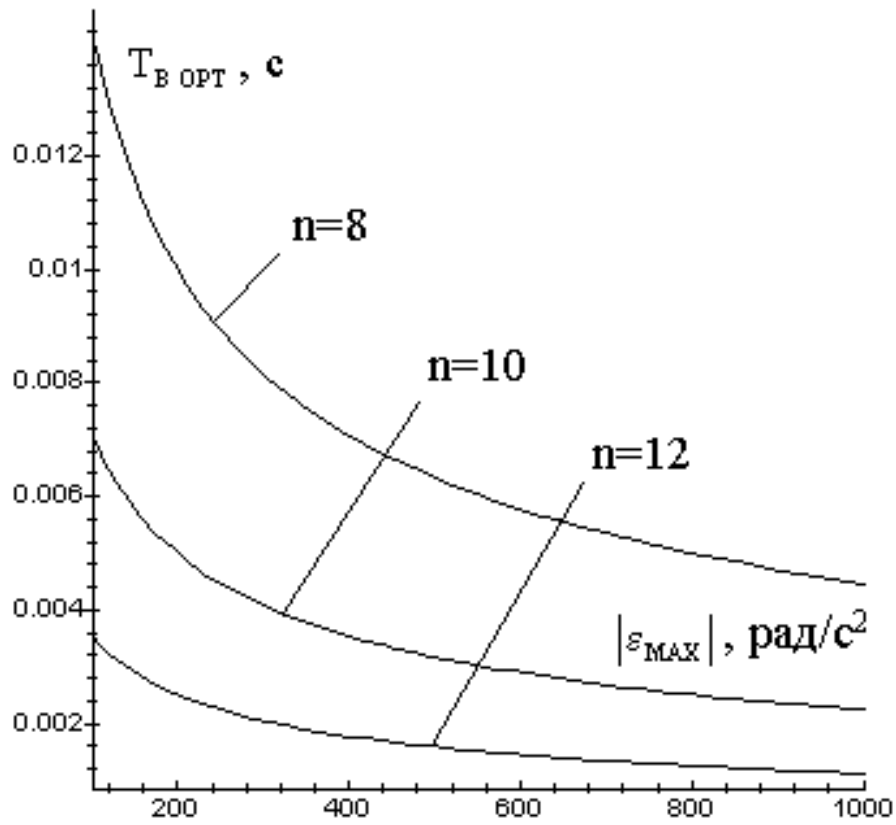


Рис. 4.4. Оптимальний час диференціювання при різній розрядності АЦП

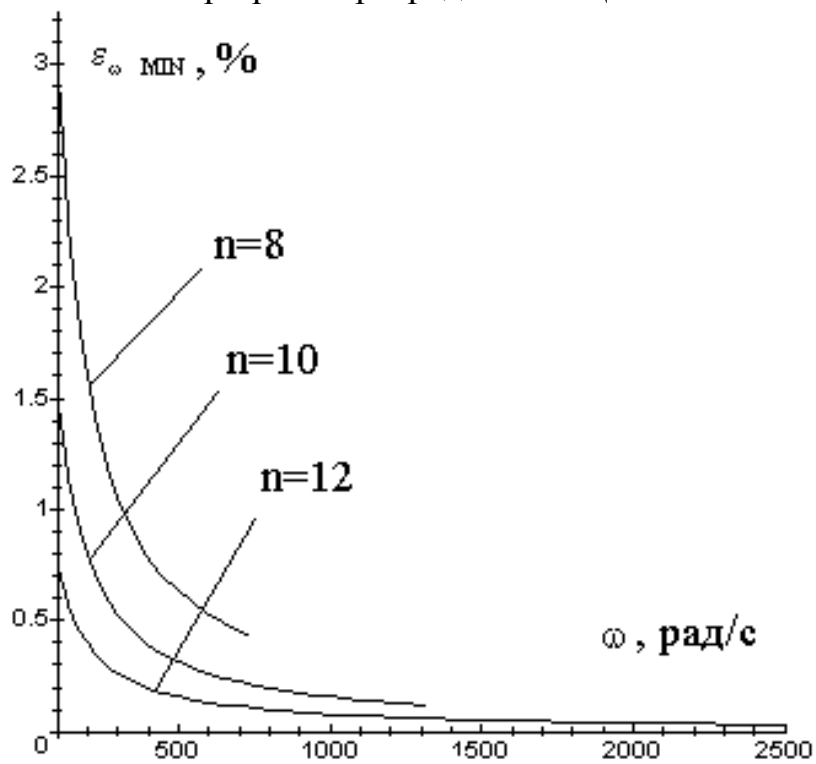


Рис. 4.5. Мінімальна відносна похибка вимірювання кутової швидкості

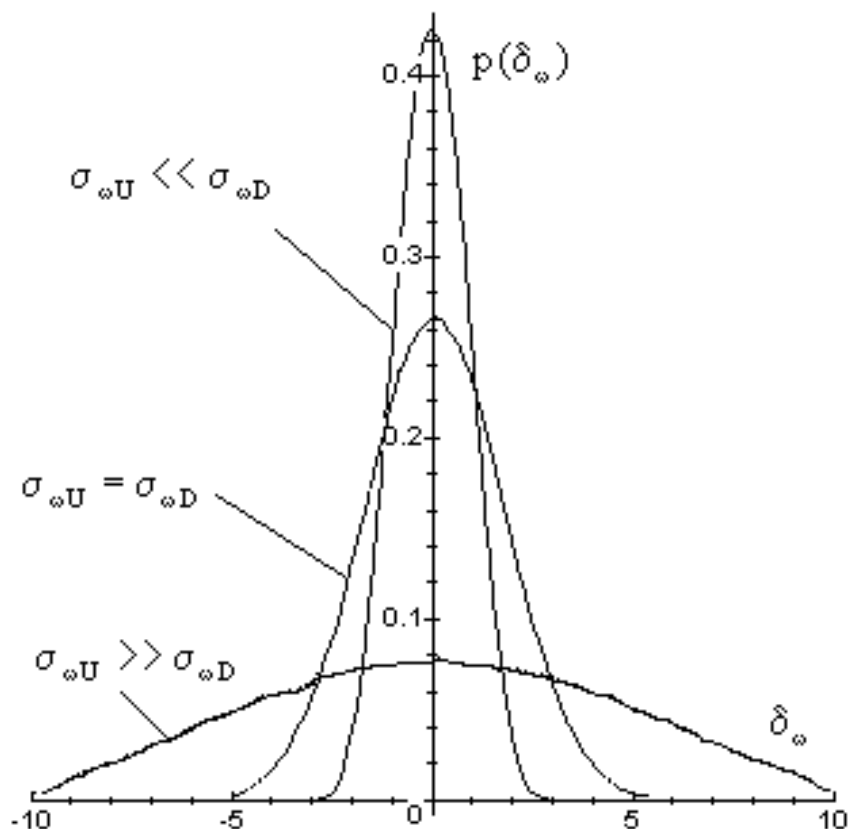


Рис. 4.6. Закони розподілу абсолютної похибки вимірювання кутової швидкості

Графіки закону розподілу загальної похибки вимірювання кутової швидкості при оптимальному часі диференціювання та використанні 12-розрядного АЦП та при різних значеннях середньоквадратичного відхилення похибки, що обумовлена випадковими завадами та неточністю виконання модулятора та діафрагми, які отримано за допомогою пакету програм Maple V R4, наведено на рис. 4.6.

#### 4.1.4. Похибка вимірювання моменту інерції об'єкту контролю

Похибка вимірювання моменту інерції складається з похибок вимірювання параметрів, що входять до виразу (2.153). Складовими похибки вимірювання моменту інерції ротору є похибка вимірювання маси ротору, похибка вимірювання радіального зміщення ротору, похибка вимірювання амплітуди крутильних коливань. Похибка вимірювання моменту інерції є функцією вище названих випадкових величин. Маса ротору є його паспортною величиною і як правило відома з високою точністю, тому можна вважати, що похибка вимірювання маси ротору не впливає на результат вимірювання його моменту інерції. Похибка вимірювання радіального зміщення ротору за методикою, що

розглянуто у [119-122], складається з похибки вимірювання ексцентриситету маси, власної резонансної частоти системи, похибки вимірювання кутової швидкості, похибки, що обумовлена наближеністю розрахункового виразу, похибки, що обумовлена вібраціями та багатьох інших, серед яких важко виділити домінуючу складову. Це дає змогу вважати, що ця похибка розподілена за нормальним законом. Похибка вимірювання амплітуди крутильних коливань складається з похибки квантування, похибки інтерполяції, похибки, що обумовлена випадковими завадами та неточністю виготовлення модулятора та діафрагми та інш. При багаторазових вимірюваннях з послідовним усередненням цю похибку можна значно зменшити [123]. Припустимо, що вона настільки мала у порівнянні з похибкою вимірювання радіального зміщення ротору, що нею можна знехтувати.

Позначимо через  $\Delta e$  абсолютну похибку вимірювання радіального зміщення ротору. Вираз (2.153) можна записати як

$$J + \delta_J = m(e + \Delta e)^2 \left( 1 + \frac{1}{4A_\varphi} \right), \quad (4.41)$$

де  $\delta_J$  - абсолютна похибка вимірювання моменту інерції ротору.

З виразу (4.41) після нескладних перетворень отримуємо

$$\delta_J = m(2 \cdot e \cdot \Delta e + \Delta e^2) \left( 1 + \frac{1}{4A_\varphi} \right). \quad (4.42)$$

Квадрат абсолютної похибки вимірювання радіального зміщення ротору є малою величиною другого порядку малості, тобто  $2 \cdot e \cdot \Delta e \gg \Delta e^2$ . Це дає змогу записати приблизний вираз для абсолютної похибки вимірювання моменту інерції ротору

$$\delta_J \approx 2 \cdot m \cdot e \cdot \Delta e \cdot \left( 1 + \frac{1}{4A_\varphi} \right). \quad (4.43)$$

З робіт [119-122], витікає, що відносна похибка вимірювання радіального зміщення ротору не перевищує 5 %, тобто можна записати

$$\Delta e_{MAX} = 0.05 \cdot e, \quad (4.44)$$

де  $\Delta e_{MAX}$  - максимальне значення похибки вимірювання радіального зміщення. Підставивши (4.44) до (4.43) отримаємо

$$\delta_{J MAX} \approx 0.1 \cdot m \cdot e^2 \cdot \left( 1 + \frac{1}{4A_\varphi} \right) = 0.1 \cdot J, \quad (4.45)$$

де  $\delta_{J MAX}$  - максимальне значення абсолютної похибки вимірювання моменту інерції.

З виразу (4.45) випливає, що абсолютна похибка вимірювання моменту інерції не перевищує 10 %. Так як прийнято, що похибка  $\Delta\epsilon$  має нормальний закон розподілу, такий самий закон розподілу має і похибка вимірювання моменту інерції. Він описується виразом

$$p(\delta_J) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_J} \exp\left(-\frac{\delta_J^2}{2\sigma_J^2}\right), \quad (4.46)$$

де  $\sigma_J$  - середньоквадратичне відхилення абсолютної похибки вимірювання моменту інерції.

#### 4.1.5. Аналіз складових похибки вимірювання кутової швидкості за допомогою частотного перетворювача вихідного сигналу ТП та її мінімізація

Як слідує з попереднього розділу, використання цифрового диференціювання вихідного сигналу ТП для вимірювання кутової швидкості недоцільне внаслідок швидкого зростання відносної похибки вимірювання при низьких кутових швидкостях. У цьому випадку використовують тахометри з частотними ТП. При роботі цифрових тахометрів визначається відношення [115]

$$\omega_C = \alpha_0 / t_B, \quad (4.47)$$

де  $\alpha_0, t_B$  – відповідно кут та час повороту ТП;

$\omega_C$  - середнє за час  $t_B$  значення кутової швидкості.

В залежності від того, який з вище вказаних параметрів вимірюється, можливі два алгоритми роботи тахометра: визначення кута повороту за фіксований інтервал часу; визначення часу повороту на фіксований кут. Тахометри з цифровими фотоелектричними ТП, що працюють за першим алгоритмом, призначені для статичних вимірювань. В другому випадку здійснюється вимірювання часу повороту на фіксований кут, тобто вимірюється період сигналу шляхом заповнення його імпульсами зразкового генератора. Середня за час між двома вихідними імпульсами ТП кутова швидкість визначається як [124]

$$\omega_C = \omega(t) + \varepsilon(t) \frac{t_B}{2} = \frac{2\pi f_0}{z_M N}, \quad (4.48)$$

де  $\omega(t), \varepsilon(t)$  - відповідно кутова швидкість та прискорення в час  $t$ ;

$f_0$  - частота опорного генератора;

$N$  - число імпульсів зразкового генератора, підраховане лічильником.

У роботі [93] доведено, що для кожного значення кутової швидкості, що вимірюється, при роботі тахометра в режимі вимірювання періоду є таке число штрихів модулятора, при якому результуюча середньоквадратична похибка вимірювання мінімальна. З вище сказаного слідує, що змінюючи розрізнявальну здатність по куту повороту,

можна мінімізувати похибку вимірювання для кожного значення кутової швидкості. Розглянутий у розділі 3.2.2 частотний перетворювач вихідного сигналу ТП з низькочастотним вихідним сигналом дозволяє змінювати її у широкому діапазоні. Проведемо аналіз та мінімізацію абсолютної похибки вимірювання кутової швидкості при використанні цього перетворювача за методикою [93]. Основними складовими похибки цифрового тахометру є :

- дискретна похибка лічильника імпульсів. При відсутності синхронізації між імпульсами зразкового генератора та імпульсами вихідного сигналу частотного перетворювача, ця похибка, у відповідності з [125], має трикутний закон розподілу. Середньоквадратична оцінка цієї похибки описується виразом

$$\delta_N = \frac{1}{\sqrt{6N}} = \frac{k_I \omega_C^2}{2\sqrt{6}\pi f_0}, \quad (4.49)$$

де  $k_I$ - кількість імпульсів, які формуються за час повороту валу на кут  $2\pi - \beta$ .

- динамічна похибка цифрового тахометру. Ця похибка залежить від кутового прискорення та суттєво впливає на загальну тільки в динамічному режимі роботи електродвигуна. Якщо виходити з того, що об'єкт дослідження працює з максимальними навантаженнями та моментами, закон розподілення цієї похибки буде близький до дискретного двумодального, а середньоквадратична оцінка абсолютного значення цієї похибки визначається співвідношенням [126]

$$\delta_D = \frac{\pi |\varepsilon_{MAX}|}{\omega_C k_I}, \quad (4.50)$$

- похибка формування вихідних імпульсів частотного перетворювача. Ця похибка визначається параметрами елементної бази, яка використовується, кутовою швидкістю та кутовим прискоренням валу електродвигуна, який досліджується, крутильними коливаннями ротору, муфтою спряження, технологічною неточністю виконання прорізів модулятора та діафрагми та багатьма іншими параметрами. Внаслідок великої кількості факторів, що впливають на неї, можна вважати, що вона має нормальний закон розподілу. Припустимо, що результуюча середньоквадратична похибка формування вихідних імпульсів дорівнює  $\Delta\varphi_0$ , а її відносне значення

$$\delta_I = \frac{\Delta\varphi_0 k_I}{2\pi}, \quad (4.51)$$

Результуюча абсолютна середньоквадратична похибка цифрового тахометру, працюючого в режимі вимірювання періоду, з урахуванням незалежності складових, визначається виразом

$$\delta_{\omega F} = \sqrt{\delta_N^2 + \delta_D^2 + \delta_I^2} = \frac{\sqrt{\omega_C^6 k_I^4 + 6f_0^2 \Delta\varphi_0^2 \omega_C^4 k_I^4 + 24\pi^4 \varepsilon_{MAX}^2 f_0^2}}{2\sqrt{6}\pi f_0 \omega_C k_I}. \quad (4.52)$$

Функція (4.52) має мінімум по аргументу  $k_I$ , який визначає оптимальну кількість імпульсів на оберт, при якій результуюча абсолютна середньоквадратична похибка мінімальна.

$$k_{I \text{ opt}} = \frac{\pi^4 \sqrt[4]{6} \sqrt{2\varepsilon_{MAX} f_0}}{\omega_C^4 \sqrt{\omega_C^2 + 6\Delta\varphi_0^2 f_0^2}}. \quad (4.53)$$

Відповідна розрізнявальна здатність частотного перетворювача

$$\varphi_{0 \text{ opt}} = \frac{2\pi - \beta}{k_{I \text{ opt}}} = \frac{(2\pi - \beta) \omega_C^4 \sqrt{\omega_C^2 + 6\Delta\varphi_0^2 f_0^2}}{\pi^4 \sqrt[4]{6} \sqrt{2\varepsilon_{MAX} f_0}}. \quad (4.54)$$

Залежність значення  $k_{I \text{ opt}}$  та  $\varphi_{0 \text{ opt}}$  від кутової швидкості наведено на рис.4.7.

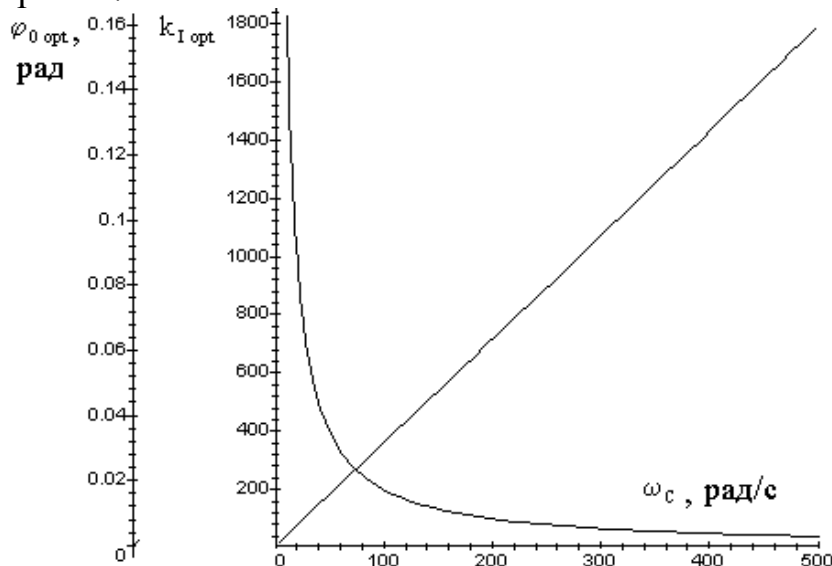


Рис.4.7. Залежність  $k_{I \text{ opt}}$  та  $\varphi_{0 \text{ opt}}$  від кутової швидкості

Підставивши (4.53) в (4.52) отримуємо вираз для мінімальної відносної похибки вимірювання в залежності від кутової швидкості.

$$\delta_{\omega F \text{ MIN}} = \frac{\sqrt{\varepsilon_{MAX}} \sqrt[4]{\omega_C^2 + 6\Delta\varphi_0^2 f_0^2}}{\sqrt[4]{6} \sqrt{f_0}}. \quad (4.55)$$

Оптимальна відносна похибка вимірювання кутової швидкості при  $k_{I \text{ opt}}$

$$\varepsilon_{\omega F \text{ MIN}} = \frac{\sqrt{\varepsilon_{MAX}} \sqrt[4]{\omega_C^2 + 6\Delta\varphi_0^2 f_0^2}}{\omega_C \sqrt[4]{6} \sqrt{f_0}} = \frac{\delta_{\omega F \text{ MIN}}}{\omega_C}. \quad (4.56)$$

Відносна похибка при використанні цифрового фотоелектричного ТП з постійним значенням штрихів модулятора  $z$

$$\varepsilon_{\omega F} = \frac{\sqrt{\omega_C^6 z_M^4 + 6f_0^2 \Delta \omega_C^4 z_M^4 + 24\pi^4 \varepsilon_{MAX}^2 f_0^2}}{2\sqrt{6}\pi f_0 \omega_C^2 z_M} = \frac{\delta_{\omega F}}{\omega_C}. \quad (4.57)$$

Графіки залежностей похибки  $\varepsilon_{\omega F \text{ MIN}}$  при оптимальній розрізняльній здатності та  $\varepsilon_{\omega F}$  при фіксованому значенні  $z_M=1024$  цифрового фотоелектричного ТП наведено на рис. 4.8. Залежності розраховувались при  $f_0=20$  МГц,  $\Delta\varphi_0 = 5 \cdot 10^{-6}$  рад для частотного перетворювача вихідного сигналу розробленого ТП з низькочастотним вихідним сигналом та  $\Delta\varphi_0 = 1 \cdot 10^{-6}$  для цифрового фотоелектричного ТП,  $\varepsilon_{MAX} = 1000$  рад/с<sup>2</sup>. Графік відношення цих похибок наведено на рис. 4.9.

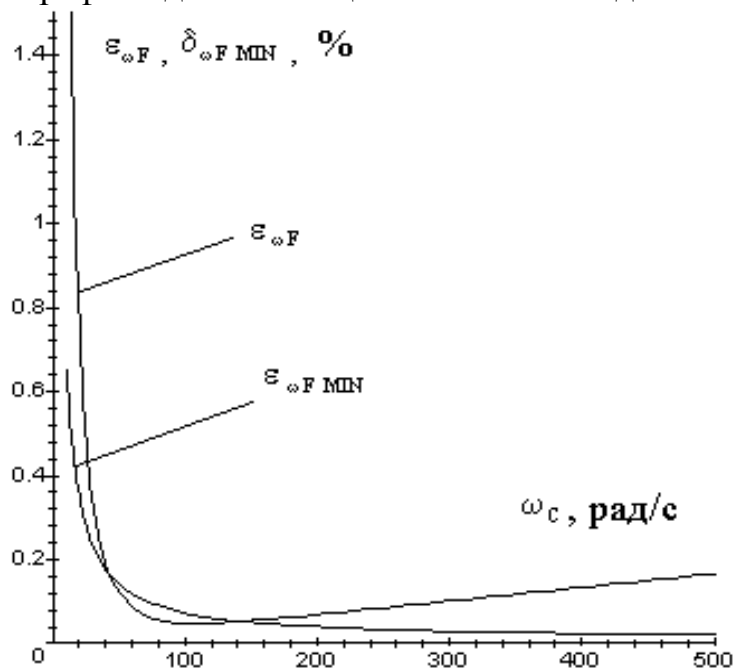


Рис. 4.8. Залежності відносних похибок вимірювання кутової швидкості при  $k_{I \text{ opt}}$  та при  $z_M=1024$

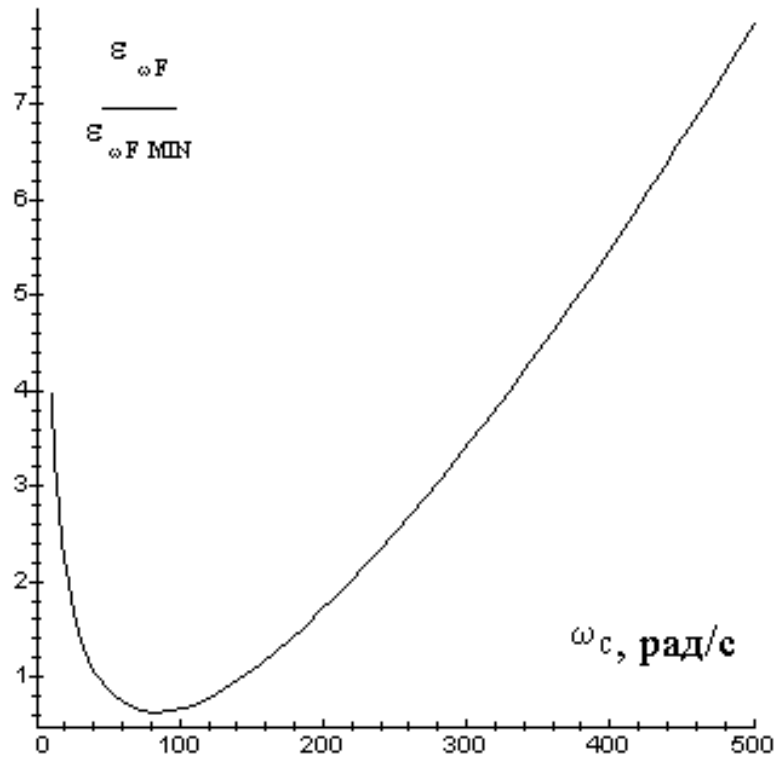


Рис. 4.9. Графік відношення похибок вимірювання кутової швидкості при  $k_{I \text{ opt}}$  та при  $z_M=1024$

Як випливає з аналізу залежностей на рис. 4.8 та рис. 4.9, відносна похибка вимірювання кутової швидкості при фіксованій розрізняльній здатності значно перевищує похибку при оптимальній розрізняльній здатності майже на всьому діапазоні кутових швидкостей, що досліджується. Наявність ділянки, на якій  $\varepsilon_{\omega F \text{ MIN}} < \varepsilon_{\omega F}$  обумовлена тим, що при  $z_M=1024$  похибка вимірювання кутової швидкості у цьому діапазоні наближається до оптимальної, а параметр  $\Delta\varphi_0$  для цифрового фотоелектричного ТП менший, ніж для частотного перетворювача. Слід зазначити, що при збільшенні  $\varphi_{0 \text{ opt}}$  збільшується часовий проміжок між двома сусідніми імпульсами, тобто збільшується інтервал усереднення, а розрізняльна здатність за кутом повороту зменшується. Для зменшення похибки вимірювання необхідно змінювати розрізняльну здатність частотного перетворювача у відповідності з кутовою швидкістю, яка вимірюється. При проведенні контролю кутової швидкості, встановлюється розрізняльна здатність, що відповідає кутовій швидкості, яка контролюється, що дозволяє зменшити помилки контролю.



## 4.2. Статичні метрологічні характеристики на основі розкладу в ряд Тейлора

### 4.2.1. Загальний підхід

Інформаційно-вимірювальна техніка має великий арсенал різноманітних технічних засобів з нормованими метрологічними характеристиками. Тому актуальною є проблема вибору необхідного засобу вимірювань для вирішення конкретної вимірювальної задачі.

Виходячи з режимів роботи засобів вимірювань, розрізняють їх статичні і динамічні метрологічні характеристики. До основних статичних метрологічних характеристик відносять такі: функція перетворення; статична характеристика; чутливість; адитивна та мультиплікативна похибки; похибка нелінійності.

Цих характеристик достатньо, щоб здійснити нормування точності засобів вимірювань в статичному режимі роботи. Необхідно також, щоб і математичний апарат досліджень засобів вимірювання в статичному режимі дозволяв достатньо просто отримувати виділені нормативними документами метрологічні характеристики.

Складність полягає в тому, що функція вимірювального перетворення описує для різних засобів різні фізичні процеси, які відносяться до різних галузей знань, і є функціями багатьох змінних. Необхідно мати узагальнений для всіх них метод дослідження, який був би універсальним для всіх фізичних явищ, покладених в основу побудови засобів вимірювань.

Як такий математичний апарат для дослідження статичних метрологічних характеристик є використання розкладу функції перетворення в ряд Тейлора [127]. Але такий підхід не дозволяє оцінити основні статичні метрологічні характеристики опосередкованих вимірювань. Тому в даній роботі дістав подальший розвиток відомого підходу розкладання функції перетворення в ряд Тейлора, який спрямований на отримання аналітичних залежностей для основних статичних метрологічних характеристик при опосередкованих вимірюваннях.

Опосередкованими називаються вимірювання фізичної величини з перетворенням її роду чи обчисленням за результатами вимірювань інших величин, з якими вимірювана величина пов'язана явною функціональною залежністю  $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ .

Крім інформативного параметра, на результат вимірювань діють також впливні величини  $\mathbf{f} = f(f_1, f_2, \dots, f_m)$ , які викликають появу неінформативних складових (додаткових похибок) вимірювального перет-

ворення. Тому в загальному випадку функція перетворення опосередкованого вимірювання (рис. 1) матиме вигляд:

$$y = f(\mathbf{x}, \mathbf{f}) = f(x_1, x_2, \dots, x_n, f_1, f_2, \dots, f_m) = f(v_1, v_2, \dots, v_{n+m}) = f(\mathbf{v}). \quad (4.57)$$

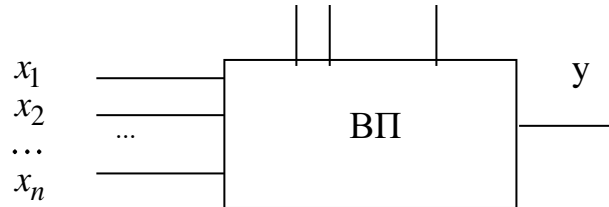


Рис. 4.10 Загальне представлення вимірювального перетворення при опосередкованих вимірюваннях

Розклавши (1) в ряд Тейлора, матимемо:

$$f(v_1, v_2, \dots, v_{n+m}) = f(\Phi) + \sum_{i=1}^{n+m} \frac{\partial y}{\partial v_i} \Big|_{\Phi} \cdot (v_i - v_{iH}) + \frac{1}{2!} \sum_{i=1}^{n+m} \sum_{j=1}^{n+m} \frac{\partial^2 y}{\partial v_i \partial v_j} \Big|_{\Phi} \cdot (v_i - v_{iH})(v_j - v_{jH}) + \dots \quad (4.58)$$

Індекс “ $\Phi$ ” при похідних означає, що вони визначаються при номінальних значеннях параметрів  $\mathbf{v}$ :

$$\Phi = (v_{1H}, v_{2H}, \dots, v_{n+mH}) = (x_{1H}, x_{2H}, \dots, x_{nH}, f_{1H}, f_{2H}, \dots, f_{mH}).$$

Провівши математичні перетворення рівняння (4.58), отримаємо:

$$y = f(x_{1H}, x_{2H}, \dots, x_{nH}, f_{1H}, f_{2H}, \dots, f_{mH}) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial y}{\partial x_i} \Big|_{\Phi} \cdot (x_i - x_{iH}) + \sum_{i=1}^m \frac{\partial y}{\partial f_i} \Big|_{\Phi} \cdot (f_i - f_{iH}) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial^2 y}{\partial x_i \partial x_j} \Big|_{\Phi} \cdot (x_i - x_{iH}) \cdot (x_j - x_{jH}) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \frac{\partial^2 y}{\partial f_i \partial f_j} \Big|_{\Phi} \cdot (f_i - f_{iH}) \cdot (f_j - f_{jH}) + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \frac{\partial^2 y}{\partial x_i \partial f_j} \Big|_{\Phi} \cdot (x_i - x_{iH}) \cdot (f_j - f_{jH}) + \dots \quad (4.59)$$

Згідно [127] введемо такі позначення:

-  $f(x_{1H}, x_{2H}, \dots, x_{nH}, f_{1H}, f_{2H}, \dots, f_{mH})$  - вільний член розкладу при номінальних значеннях параметрів;

-  $\sum_{i=1}^n \frac{\partial y}{\partial x_i} \Big|_{\Phi} = \sum_{i=1}^n S_i$  - сума номінальних коефіцієнтів перетворення або чутливостей ВП;

рення або чутливостей ВП;

-  $\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial^2 y}{\partial x_i \partial x_j} \Big|_{\Phi} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n S'_{ij}$  - сума змін чутливостей в діапазоні перетворень;

ні перетворень;

-  $\sum_{i=1}^m \frac{\partial y}{\partial f_i} \Big|_{\Phi} = \sum_{i=1}^m \beta_i$  і  $\frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \frac{\partial^2 y}{\partial f_i \partial f_j} \Big|_{\Phi} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \beta'_{ij}$  - коефіцієнти впливу впливних величин на вихідний параметр вимірювального перетворення у;

впливу впливних величин на вихідний параметр вимірювального перетворення у;

-  $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \frac{\partial^2 y}{\partial x_i \partial f_j} \Big|_{\Phi} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \alpha_{ij}$  - коефіцієнти впливу впливних величин на номінальні чутливості  $S_i$  вимірювального перетворення.

З урахуванням прийнятих позначень рівняння (4.59) представимо у вигляді:

З урахуванням прийнятих позначень рівняння (4.59) представимо у вигляді:

$$\begin{aligned}
 y = & f(x_{1H}, x_{2H}, \dots, x_{nH}, f_{1H}, f_{2H}, \dots, f_{mH}) + \sum_{i=1}^n S_i \cdot (x_i - x_{iH}) + \\
 & + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n S'_{ij} \cdot (x_i - x_{iH}) \cdot (x_j - x_{jH}) + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \alpha_{ij} \cdot (x_i - x_{iH}) \cdot (f_j - f_{jH}) + \\
 & + \sum_{i=1}^m \beta_i \cdot (f_j - f_{jH}) + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \beta'_{ij} \cdot (f_i - f_{iH}) \cdot (f_j - f_{jH}) + \dots, \quad (4.60)
 \end{aligned}$$

де  $y = f(\Phi) + \sum_{i=1}^n S_i \cdot (x_i - x_{iH}) + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n S'_{ij} \cdot (x_i - x_{iH}) \cdot (x_j - x_{jH}) + \dots$  -

номінальна функція перетворення вимірювального перетворення;

$$\Delta y_H = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n S'_{ij} \cdot (x_i - x_{iH}) \times (x_j - x_{jH}) + \dots - \text{абсолютна похибка}$$

нелінійності номінальної функції перетворення;

$$\delta_H = \frac{\Delta y_H}{\sum_{i=1}^n S_i \cdot (x_i - x_{iH})} \quad \Phi$$

ної функції перетворення;

$$\Delta y_M = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \alpha_{ij} \cdot (x_i - x_{iH}) \cdot (f_j - f_{jH}) \quad \Phi$$

на похибка вимірювального перетворення;

$$\Delta y_a = \sum_{i=1}^m \beta_i \cdot (f_j - f_{jH}) + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \beta'_{ij} \cdot (f_i - f_{iH}) \cdot (f_j - f_{jH}) \quad \Phi$$

адитивна похибка вимірювального перетворення.

На рис. 4.11 представлена модельна структурна схема вимірювального перетворювача, яка відповідає рівнянню (4.60)

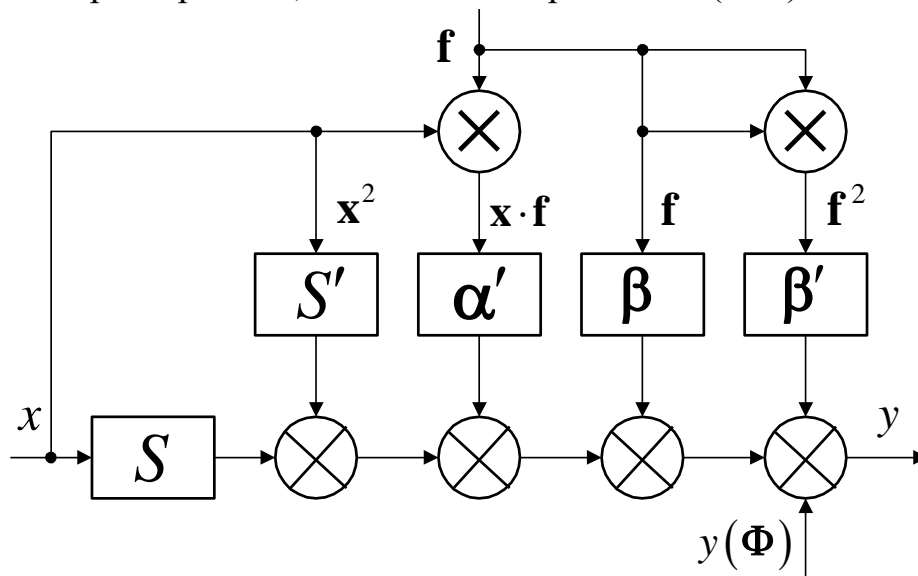


Рис.4.11. Модельна структурна схема вимірювального перетворення при опосередкованих вимірюваннях

#### 4.2.2. Оцінка метрологічних характеристик вимірювального перетворення кутової швидкості

Розрахуємо статичні метрологічні характеристики для ТП, описаного в пункті 3.2.3. не враховуючи, вплив муфти спряження та пари фотодіод-операційний підсилювач.

Особливістю цього ТП є можливість вимірювання кутової швидкості в широкому діапазоні, з нормованою похибкою. Це досягається шляхом використання матриці аналогових компараторів з змінною в залежності від похибки вимірювання кількістю інформаційних виходів.

Рівняння перетворення (3.106) при використанні описаного вище ТП з врахуванням вимірювання часового інтервалу засобами мікропроцесора прийме вигляд:

$$N = \frac{2\pi \cdot f_0}{z \cdot \omega_r}, \quad (4.61)$$

де  $N$  - кількість імпульсів;  
 $f_0$  - частота квантування мікропроцесорного пристрою;  
 $z$  - кількість інформаційних входів мікропроцесорного пристрою.

Статична характеристика показана на рис. 4.12.а, на рис. 4.12.б показана зміна похибки в залежності від кутової швидкості, на рис. 4.12.в - зміна  $z$ . Проаналізувавши отримані графіки, можна зробити висновок, що зміна похибки відбувається в межах від заданої максимальної похибки до заданої мінімальної похибки, крім ділянок при  $\omega_k < 200$  об/хв.

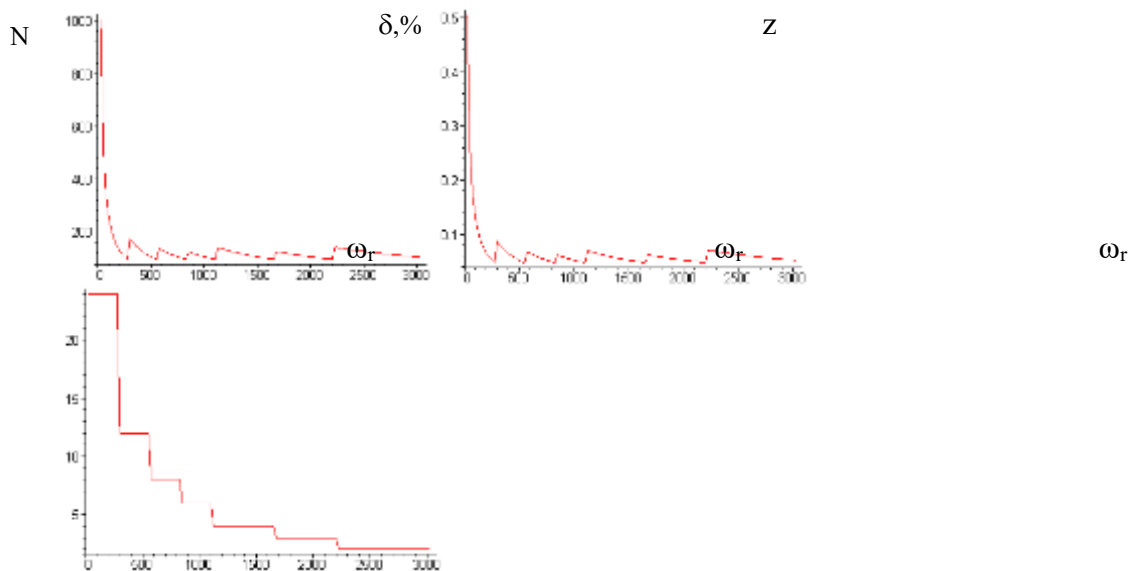


Рис 4.12. а) Статична характеристика; б) зміна похибки; в) зміна  $z$ .

Як математичний апарат дослідження статичних метрологічних характеристик вимірювального перетворення кутової швидкості використаємо розклад функції перетворення в ряд Тейлора.

В робочих умовах вимірювальний канал кутової швидкості здійснює функціональне перетворення інформативного параметра  $\omega$  у бінарний код  $N$  в залежності від  $z$ . Крім інформативного сигналу, на такий засіб вимірювання діють такі впливні величини  $\bar{f} = (f_0)$ , які мають зв'язок з вихідною величиною  $N$  і спричиняють виникнення неінформативних складових перетворення. В цьому випадку вимірювальний перетворювач кутової швидкості можна представити як на рис. 4.13.

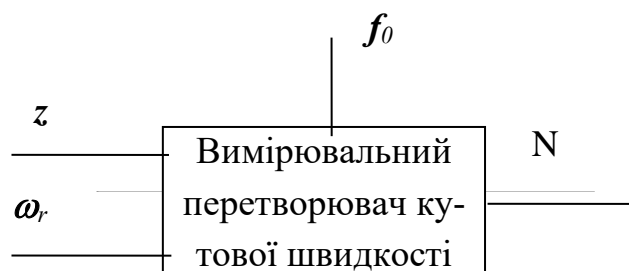


Рис. 4.13. Узагальнена структурна схема вимірювального каналу кутової швидкості

Рівнянню (4.61) відповідає схема вимірювального перетворення, представлена на рис. 4.13.

Розклавши (4.61) в ряд Тейлора в точці  $\Phi = (z_H, \omega_{rH}, f_{0H})$ , отримаємо:

$$\begin{aligned}
 N = N(\Phi) &+ \frac{\partial N}{\partial z}(z - z_H) + \frac{\partial N}{\partial \omega_r}(\omega_r - \omega_{rH}) + \frac{\partial N}{\partial f_0}(f_0 - f_{0H}) + \\
 &+ \frac{1}{2} \frac{\partial^2 N}{\partial z^2}(z - z_H)^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 N}{\partial z \partial f_0}(z - z_H)(f_0 - f_{0H}) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 N}{\partial \omega_r^2}(\omega_r - \omega_{rH})^2 + \\
 &+ \frac{1}{2} \frac{\partial^2 N}{\partial \omega_r \partial f_0}(\omega_r - \omega_{rH})(f_0 - f_{0H}) + \frac{\partial^2 N}{\partial f_0^2}(f_0 - f_{0H})^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 N}{\partial z \partial \omega_r}(z - z_H)(\omega_r - \omega_{rH}) \quad (4.62)
 \end{aligned}$$

Прийmemo такі позначення:

$$S_{\omega_r} = \frac{\partial N}{\partial \omega_r} = -\frac{2\pi \cdot f_0}{z \omega_r^2} \text{ - номінальний коефіцієнт перетворення (чутливість } N \text{ по } \omega_r);$$

чутливість  $N$  по  $\omega_r$ );

$$S_Z = \frac{\partial N}{\partial z} = -\frac{2\pi \cdot f_0}{\omega_r z^2} \text{ - номінальний коефіцієнт перетворення або}$$

чутливість  $N$  по  $z$ ;

$$S^1_{\omega_r} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 N}{\partial \omega_r^2} = \frac{2\pi \cdot f_0}{z \omega_r^3} \text{ - зміна чутливості } S_{\omega} \text{ по діапазону перетворення;}$$

ворення;

$$S^1_Z = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 N}{\partial z^2} = \frac{2\pi \cdot f_0}{\omega_r z^3} \text{ - зміна чутливості } S_z \text{ по діапазону перетворення;}$$

рення;

$$\gamma = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 N}{\partial z \partial \omega_r} = -\frac{2\pi \cdot f_0}{\omega_r^2 z^2} \text{ - коефіцієнт спільного впливу параметрів}$$

$\omega_r$  і  $z$  на швидкість зміни  $N$ ;

$$\beta = \frac{\partial N}{\partial f_0} = \frac{2\pi}{\omega_r \cdot z}; \quad \beta^1 = \frac{\partial^2 N}{\partial f_0^2} = 0 - \text{коефіцієнти впливу } f_0 \text{ на вихідний}$$

параметр  $N$ ;

$$\alpha_\omega = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 N}{\partial \omega_r \partial f_0} = -\frac{2\pi}{z \cdot \omega_r^2} - \text{коефіцієнти впливу } f_0 \text{ на номінальну}$$

чутливість  $S_\omega$ ;

$$\alpha_Z = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 N}{\partial z \partial f_0} = -\frac{2\pi}{\omega_r \cdot z^2} - \text{коефіцієнти впливу } f_0 \text{ на номінальну чу-}$$

тливність  $S_z$ .

Перепишемо (4.61) з врахуванням прийнятих позначень:

$$\begin{aligned} N = & N(\Phi) + S_Z(z - z_H) + S_\omega(\omega_r - \omega_{rH}) + \beta(f_0 - f_{0H}) + \\ & + S_Z^1(z - z_H)^2 + \alpha_Z(z - z_H)(f_0 - f_{0H}) + S_\omega^1(\omega_r - \omega_{rH})^2 + \\ & + \alpha_\omega(\omega_r - \omega_{rH})(f_0 - f_{0H}) + \beta^1(f_0 - f_{0H})^2 + \gamma(z - z_H)(\omega_r - \omega_{rH}) + \dots \end{aligned} \quad (4.63)$$

Таким чином, номінальна функція перетворення:

$$\begin{aligned} N = & N(\Phi) - \frac{2\pi \cdot f_0}{\omega_r z^2} (z - z_H) - \frac{2\pi \cdot f_0}{z \omega_r^2} (\omega_r - \omega_{rH}) + \frac{2\pi \cdot f_0}{\omega_r z^3} (z - z_H)^2 + \\ & + \frac{2\pi \cdot f_0}{z \omega_r^3} (\omega_r - \omega_{rH})^2 + \frac{2\pi \cdot f_0}{z^2 \omega_r^2} (z - z_H)(\omega_r - \omega_{rH}). \end{aligned}$$

Абсолютна похибка нелінійності номінальної функції перетворення:

$$\Delta N_H = \frac{2\pi \cdot f_0}{z \omega_r^3} (\omega_r - \omega_{rH})^2 + \frac{2\pi \cdot f_0}{\omega_r z^3} (z - z_H)^2 + \frac{2\pi \cdot f_0}{\omega_r^2 z^2} (\omega_r - \omega_{rH})(z - z_H)$$

Відносна похибка нелінійності номінальної функції перетворення:

$$\delta N_H = \frac{\Delta N_{rH}}{S_\omega(\omega_r - \omega_{rH}) + S_Z(z - z_H)}$$

Абсолютна мультиплікативна похибка перетворення за рахунок зміни  $f_0$

$$\begin{aligned} \Delta N_M = & \alpha_z(f_0 - f_{0H})(z - z_H) + \alpha_\omega(f_0 - f_{0H})(\omega_r - \omega_{rH}) = \\ = & -\left(\frac{2\pi \cdot f_0}{\omega_r z^2} (f_0 - f_{0H})(z - z_H) + \frac{2\pi \cdot f_0}{\omega_r^2 z} (f_0 - f_{0H})(\omega_r - \omega_{rH})\right). \end{aligned}$$

Абсолютна адитивна похибка перетворення за рахунок зміни  $f_0$

$$\Delta N_A = \beta(f_0 - f_{0H}) = -\frac{2\pi \cdot}{\omega_r z} (f_0 - f_{0H}).$$

Результати моделювання отримані за допомогою середовища Maple [4] наведені на рис. 4.14 – 4.20.

$\Delta N_H$

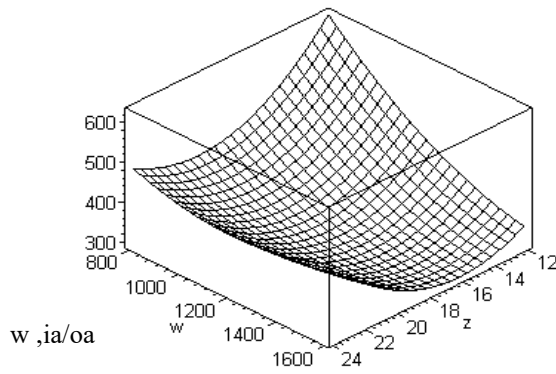
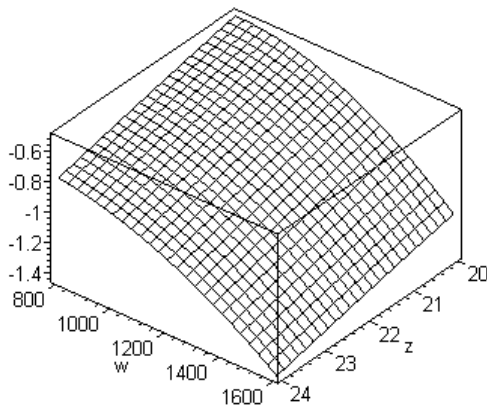
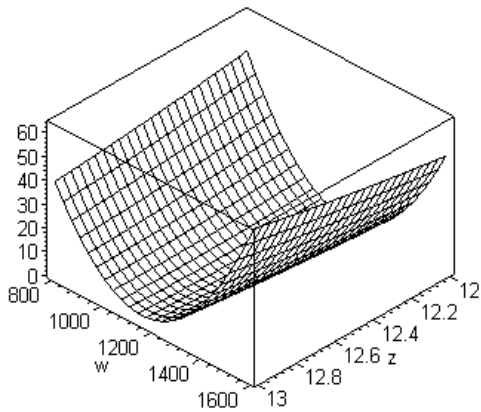


Рис. 5.15. Абсолютна похибка нелінійності  $\Delta N_H(z, \omega)$



ункція



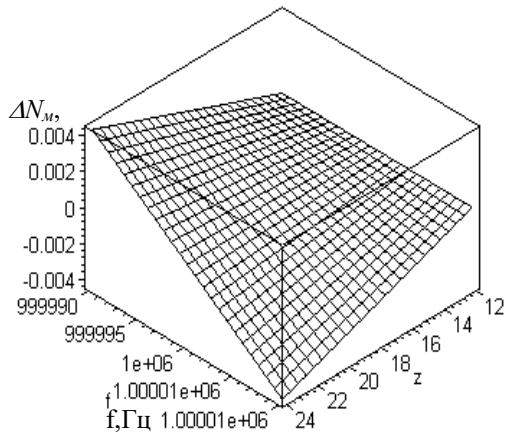


Рис. 4.17. Абсолютна мультиплікативна похибка по  $z$   $\Delta N_M(z, f)$

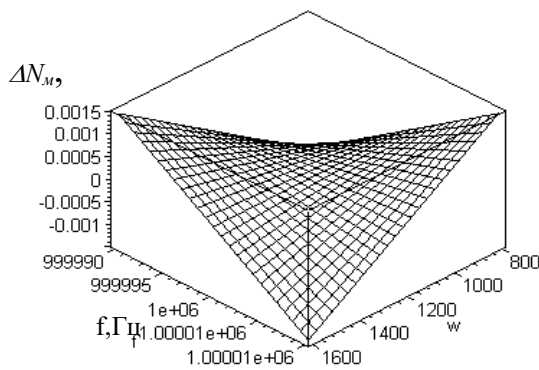


Рис. 4.18. Абсолютна мультиплікативна похибка по  $\omega_r$   $\Delta N_M(f, \omega_r)$

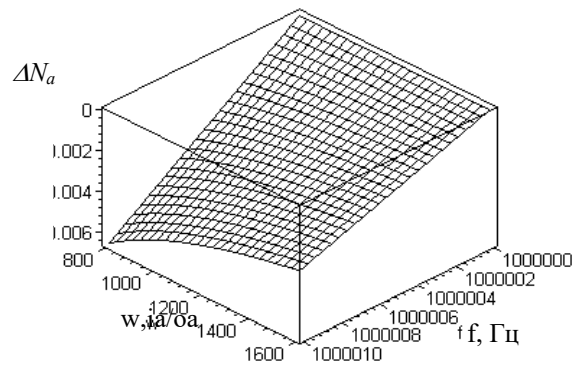


Рис. 4.19. Абсолютна адитивна похибка по  $\omega_r$   $\Delta N_a(f, \omega_r)$

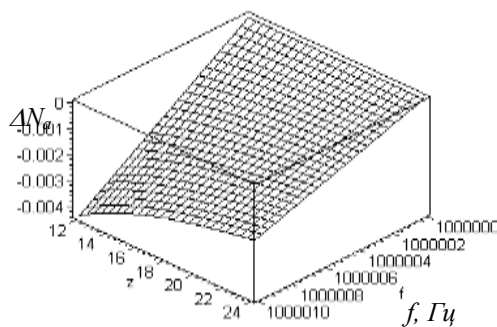


Рис. 4.20. Абсолютна адитивна похибка по  $z$   $\Delta N_a(f, z)$

### 4.3. Розрахунок вірогідності контролю кутової швидкості та моменту інерції

#### 4.3.1. Розрахунок вірогідності контролю кутової швидкості

В загальному вигляді, похибки контролю та загальна та безумовна ймовірність прийняття помилкового рішення визначаються виразами [128- 130] :

- помилка першого роду або «хибна тривога»

$$\alpha_K = \int_{-k_a\Delta}^{\Delta} \left[ \int_{-\infty}^{\bar{X}_2-y} p(y,t)dt + \int_{\bar{X}_1-y}^{\infty} p(y,t)dt \right] dy, \quad (4.64)$$

де  $y$  - центроване значення параметру, що контролюється.

$$y = y' - \bar{y}', \quad (4.65)$$

$y'$  - параметр, що контролюється;

$\bar{y}'$  - номінальне значення параметру, що контролюється;

$p(y,t)$  - сумісна щільність ймовірностей випадкових величин центрowanego значення параметру, що контролюється,  $y$  та похибки вимірювання  $t$ ;

$\Delta$  - допустиме відхилення параметру, що контролюється;

$k_a$  - коефіцієнт асиметрії полів допуску.

Вираз (4.64) справедливий при умові, що математичне очікування закону розподілу ймовірності параметру, що контролюється, співпадає з його номінальним значенням. Сумісна двовимірна щільність ймовірності двох безперервних випадкових величин, при умові їх незалежності,  $y$  відповідності з [131] дорівнює добутку щільностей розподілу ймовірностей окремих величин, що входять до системи.

$$p(y,t) = p(t) \cdot p(y). \quad (4.66)$$

Величини  $\bar{X}_1$  та  $\bar{X}_2$  визначаються виразами

$$\bar{X}_1 = \Delta + \bar{c}_2'' - \bar{c}_1, \quad (4.67)$$

$$\bar{X}_2 = -k_a\Delta - \bar{c}_2' - \bar{c}_1. \quad (4.68)$$

де  $\bar{c}_1$  - математичне очікування похибки вимірювання, систематична похибка,

$\bar{c}_2'$ ,  $\bar{c}_2''$  - контрольні прирости полів допуску за нижню та верхню межу.

- помилка другого роду, або «пропуск сигналу»

$$\beta_K = \int_{-\infty}^{-k_a\Delta} \int_{\bar{X}_2-y}^{\bar{X}_1-y} p(y,t)dtdy + \int_{\Delta}^{\infty} \int_{\bar{X}_2-y}^{\bar{X}_1-y} p(y,t)dtdy, \quad (4.69)$$

- загальна безумовна ймовірність помилкового рішення визначається виразом

$$P_0 = \alpha_K + \beta_K, \quad (4.70)$$

Розглянемо помилки контролю кутової швидкості при використанні розробленого ТП з низькочастотним вихідним сигналом. Закон

зміни кутової швидкості залежить від багатьох причин, таких як співвідношення моментів на валу ЕМ, ексцентриситет валів ЕМ та механізмів, що обертаються, технологічної неточності виготовлення ротору, крутильних коливань ротору тощо, серед яких важко виділити домінуючу. Це дозволяє прийняти закон розподілу центрованого значення параметру, що контролюється, за нормальний

$$p(\tilde{\omega}) = \frac{1}{\sigma_{\tilde{\omega}} \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{\tilde{\omega}^2}{2\sigma_{\tilde{\omega}}^2}\right], \quad (4.71)$$

де  $\tilde{\omega} = \omega - \omega_{НОМ}$  - центроване значення кутової швидкості;

$\omega_{НОМ}$  - номінальне значення кутової швидкості;

$\sigma_{\tilde{\omega}}$  - середньоквадратичне відхилення центрованого значення кутової швидкості.

Сумісна двовимірна щільність ймовірності кутової швидкості та похибки її вимірювання запишеться як

$$p(\tilde{\omega}, \delta_{\omega}) = p(\tilde{\omega}) \cdot p(\delta_{\omega}) = p(\tilde{\omega}) \cdot (p(\delta_{\omega M}) * p(\delta_{\omega D}) * p(\delta_{\omega U})) = \frac{2^{n-1} T_B}{(2\pi - \beta) 2\pi \sigma_{\tilde{\omega}} \sigma_{\omega U}} \cdot \exp\left[-\frac{\tilde{\omega}^2}{2\sigma_{\tilde{\omega}}^2}\right] \times$$

$$\times \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{2\pi - \beta}{2^n T_B} \int_{-\infty}^{\infty} \left( 1 - \frac{2^n T_B |\delta_{\omega D}|}{2\pi - \beta} \right) \cdot \left( \delta \left( (\delta_{\omega M} - \delta_{\omega D}) - \frac{T_B |\varepsilon_{MAX}|}{2} \right) + \delta \left( (\delta_{\omega M} + \delta_{\omega D}) + \frac{T_B |\varepsilon_{MAX}|}{2} \right) \right) d\delta_{\omega D} \right] \times$$

$$\times \exp\left[-\frac{(\delta_{\omega U} - \delta_{\omega M})^2}{2\sigma_{\omega U}^2}\right] d\delta_{\omega M}. \quad (4.72)$$

Помилка першого роду контролю кутової швидкості визначається виразом

$$\alpha_{\omega} = \int_{-\Delta_{\omega}}^{\Delta_{\omega}} \left[ \int_{-\infty}^{-\Delta_{\omega} - \tilde{\omega}} p(\tilde{\omega}, \delta_{\omega}) d\delta_{\omega} + \int_{\Delta_{\omega} - \tilde{\omega}}^{\infty} p(\tilde{\omega}, \delta_{\omega}) d\delta_{\omega} \right] d\tilde{\omega}. \quad (4.73)$$

Помилка другого роду

$$\beta_{\omega} = \int_{-\infty}^{-\Delta_{\omega}} \int_{\Delta_{\omega} - \tilde{\omega}}^{\infty} p(\tilde{\omega}, \delta_{\omega}) d\delta_{\omega} d\tilde{\omega} + \int_{\Delta_{\omega} - \Delta_{\omega} - \tilde{\omega}}^{\infty} \int_{-\Delta_{\omega} - \tilde{\omega}}^{\Delta_{\omega} - \tilde{\omega}} p(\tilde{\omega}, \delta_{\omega}) d\delta_{\omega} d\tilde{\omega}. \quad (4.74)$$

Розраховані за допомогою пакету програм Maple V R4 залежності помилок першого та другого роду і ймовірності прийняття помилкового рішення від параметру  $\mu = \sigma_{\omega U} / \sigma_{\omega D}$ , який визначає співвідношення між середньоквадратичним відхиленням похибки вимірювання

вання кутової швидкості, що обумовлена випадковими завадами та неточністю виконання модулятора та діафрагми та похибкою квантування вихідного сигналу ТП, наведено на рис. 4.21-4.23.

При розрахунках було прийнято, що коефіцієнт асиметрії полів допусків дорівнює нулю, контрольні прирости полів допуску за нижню та верхню межу дорівнюють нулю, поле допущення  $\Delta_{\omega} = 10$  рад/с, середньоквадратичне відхилення центрованого значення кутової швидкості  $\sigma_{\omega} = 3$  рад/с.

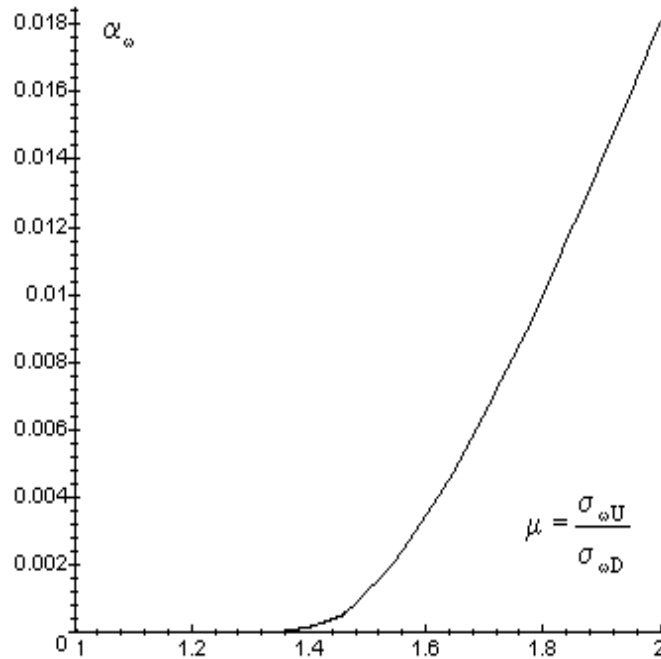


Рис. 4.21. Залежність помилки контролю кутової швидкості першого роду від  $\mu$

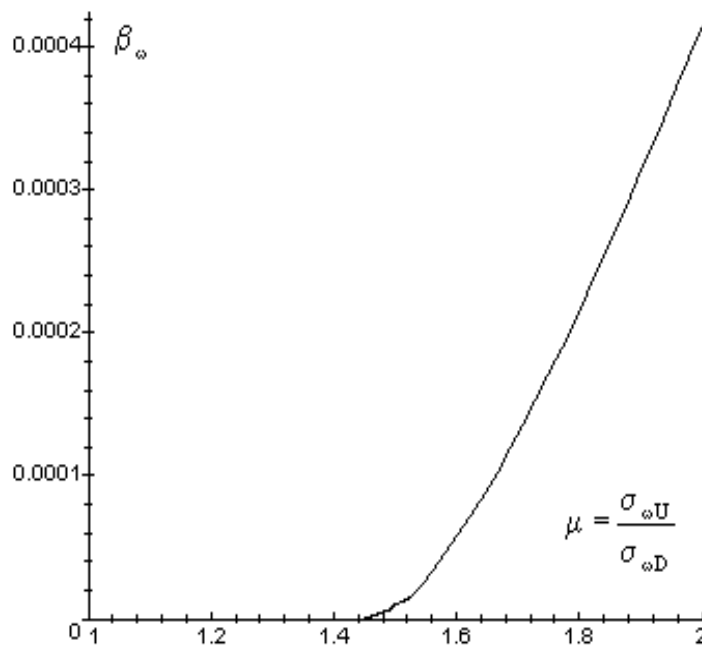


Рис. 4.22. Залежність помилки контролю кутової швидкості другого роду від  $\mu$

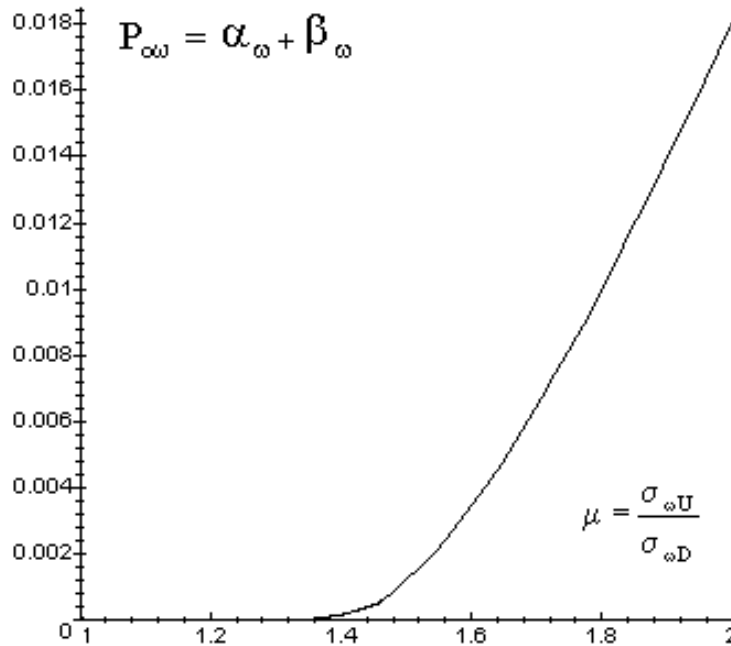


Рис. 4.23. Залежність ймовірності прийняття помилкового рішення при контролі кутової швидкості від  $\mu$

#### 4.3.2. Розрахунок вірогідності контролю моменту інерції

Як було вказано у першому розділі, у відповідності з [19], допускаються відхилення моменту інерції  $\pm 10\%$  від номінального значення. Сам момент інерції залежить від багатьох факторів, серед яких важко виділити домінуючий. Тому для подальших розрахунків можна припустити, що абсолютне відхилення моменту інерції розподілено за нормальним законом з нульовим математичним очікуванням.

$$p(\Delta J) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\Delta J}} \exp\left(-\frac{\Delta J^2}{2\sigma_{\Delta J}^2}\right). \quad (4.75)$$

де  $\Delta J$  - абсолютне відхилення центрованого значення моменту інерції;

$\sigma_{\Delta J}$  - середньоквадратичне значення абсолютного відхилення моменту інерції.

Сумісна двовимірна щільність ймовірності параметру, що контролюється, та похибки вимірювання, при умові їх незалежності визначається виразом

$$p(\Delta J, \delta_J) = p(\delta_J) \cdot p(\Delta J) = \frac{1}{2\pi\sigma_J\sigma_{\Delta J}} \exp\left(-\frac{\Delta J^2}{2\sigma_{\Delta J}^2} - \frac{\delta_J^2}{2\sigma_J^2}\right). \quad (4.76)$$

Вираз для помилки контролю моменту інерції першого роду отримується при підстановці виразу (4.76) до (4.64)

$$\alpha_J = \frac{1}{2\pi\sigma_J\sigma_{\Delta J}} \int_{-\Delta J}^{\Delta J} \left[ \int_{-\infty}^{-\Delta J-\Delta J} \exp\left(-\frac{\Delta J^2}{2\sigma_{\Delta J}^2} - \frac{\delta_J^2}{2\sigma_J^2}\right) d\delta_J + \int_{\Delta J-\Delta J}^{\infty} \exp\left(-\frac{\Delta J^2}{2\sigma_{\Delta J}^2} - \frac{\delta_J^2}{2\sigma_J^2}\right) d\delta_J \right] d\Delta J. \quad (4.77)$$

де  $\Delta J$  - допущення на відхилення моменту інерції.

Вираз для помилки контролю другого роду отримується при підстановці виразу (4.65) до (4.76)

$$\beta_J = \frac{1}{2\pi\sigma_J\sigma_{\Delta J}} \left( \int_{-\infty}^{-\Delta J} \int_{-\Delta J-\Delta J}^{\Delta J-\Delta J} \exp\left(-\frac{\Delta J^2}{2\sigma_{\Delta J}^2} - \frac{\delta_J^2}{2\sigma_J^2}\right) d\Delta J d\delta_J + \int_{\Delta J-\Delta J-\Delta J}^{\infty} \int_{-\Delta J-\Delta J}^{\Delta J-\Delta J} \exp\left(-\frac{\Delta J^2}{2\sigma_{\Delta J}^2} - \frac{\delta_J^2}{2\sigma_J^2}\right) d\Delta J d\delta_J \right) \quad (4.78)$$

Загальна ймовірність помилкового рішення при контролі моменту інерції

$$P_{0J} = \alpha_J + \beta_J \quad (4.79)$$

Помилки контролю моменту інерції першого та другого роду та загальна помилка в залежності від середньоквадратичної відносної похибки вимірювання моменту інерції  $\varepsilon_J = \sigma_J/J$  розраховані за допомогою математичного пакету програм Maple V R4.

Результати розрахунку помилок контролю наведено на рис. 4.24.-4.26.

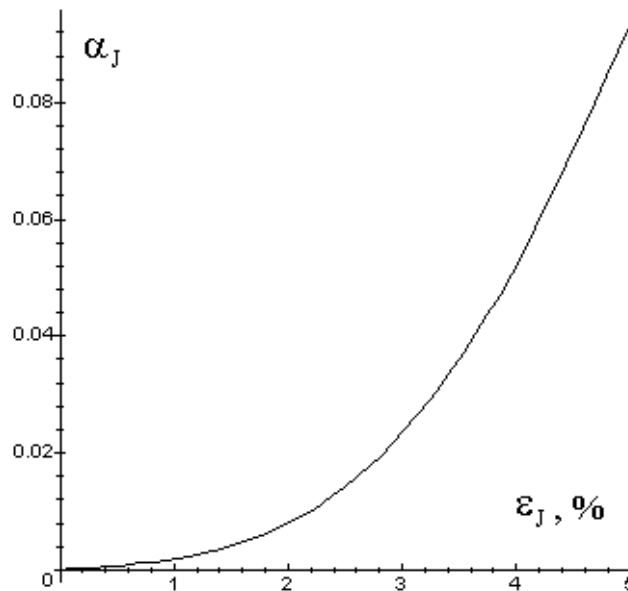


Рис. 4.24. Залежність помилки контролю моменту інерції першого роду від відносного середньо квадратичного значення похибки вимірювання

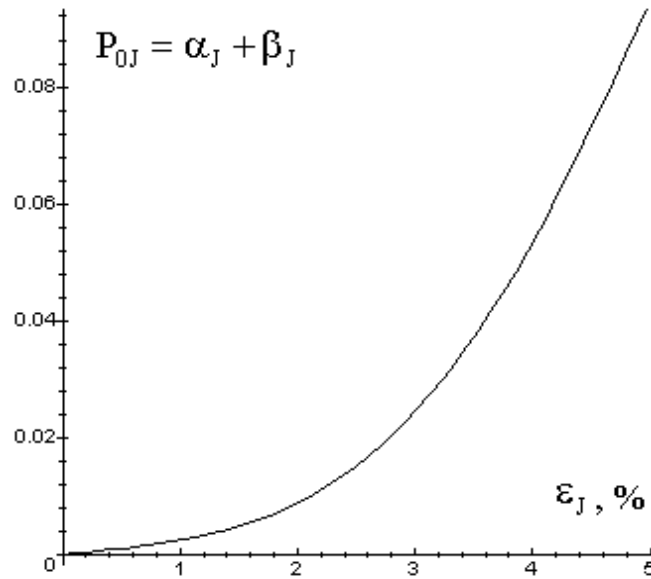


Рис.4.25. Залежність загальної ймовірності прийняття помилкового рішення від відносного середньоквадратичного значення похибки вимірювання

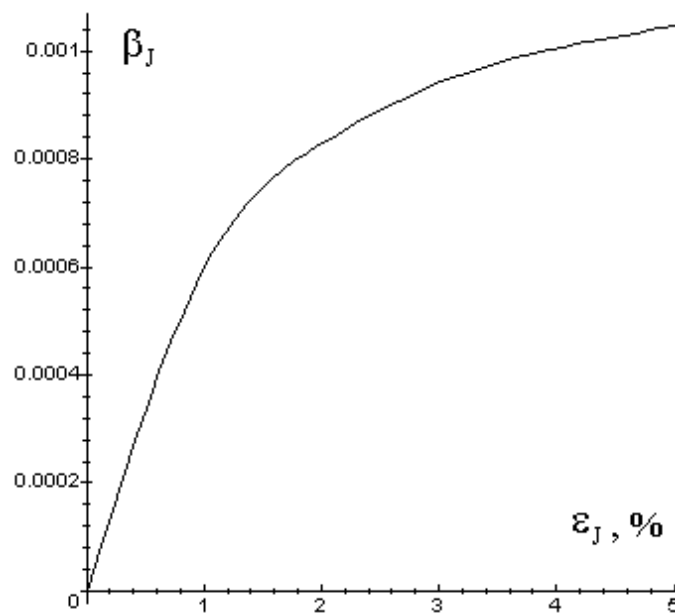


Рис.4.26 Залежність помилки контролю моменту інерції другого роду від відносного середньоквадратичного значення похибки вимірювання

При розрахунку помилок контролю було прийнято, що номінальне значення моменту інерції конічного ротору  $J = 1.25 \cdot 10^{-5} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$

(відоме значення моменту інерції об'єкту контролю, що використовувався при експериментальних дослідженнях), діапазон зміни відносного середньоквадратичного значення похибки вимірювання моменту інерції 0.01 - 5 %, коефіцієнт асиметрії поля допущення дорівнює нулю, контрольні прирости полів допуску за нижню та верхню межу дорівнюють нулю, поле допущення  $\Delta_J = 10\%$ , середньоквадратичне відхилення моменту інерції від номінального значення  $\sigma_{\Delta} = 0.33 \text{ J}$ .



## 5. ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ СИНХРОННОЇ ГІСТЕРЕЗИСНОЇ ЕМ З ГАЗОМАГНІТНИМ ПІДВІСОМ КОНІЧНОГО РОТОРУ

### 5.1. Дослідження швидкісних діаграм об'єкту контролю

В ході експериментів проводилося дослідження швидкісних діаграм об'єкту контролю - приводу текстуруючого механізму АИВТ803367002. На рис. 5.1-5.2 наведено швидкісні діаграми об'єкту контролю при фіксованому тиску наддуву 2 атм та при різних значеннях частоти трифазної мережі живлення та при різних значеннях напруги живлення.

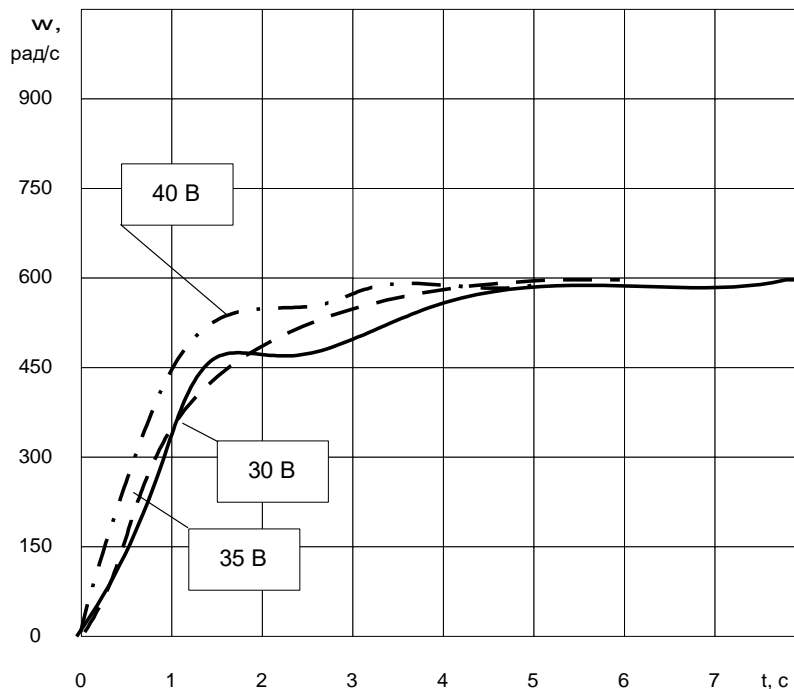


Рис. 5.1. Швидкісні діаграми при різних значеннях напруги живлення, тиск газу - 2 атм, частота мережі живлення - 100 Гц

Аналіз цих кривих свідчить про те, що при збільшенні частоти мережі живлення, при пропорційному збільшенні напруги, збільшується синхронна частота обертання конічного ротора об'єкту контролю, що є характерним для синхронних гістерезисних машин. Збільшення напруги живлення при фіксованому значенні частоти мережі живлення, для усіх значень частоти приводить до збільшення нахилу швидкісної діаграми по відношенню до осі абсцис, що відповідає збільшенню кутового прискорення при розбігу об'єкту контролю. Більш швидкий розбіг пояснюється збільшенням споживаємої потужності.

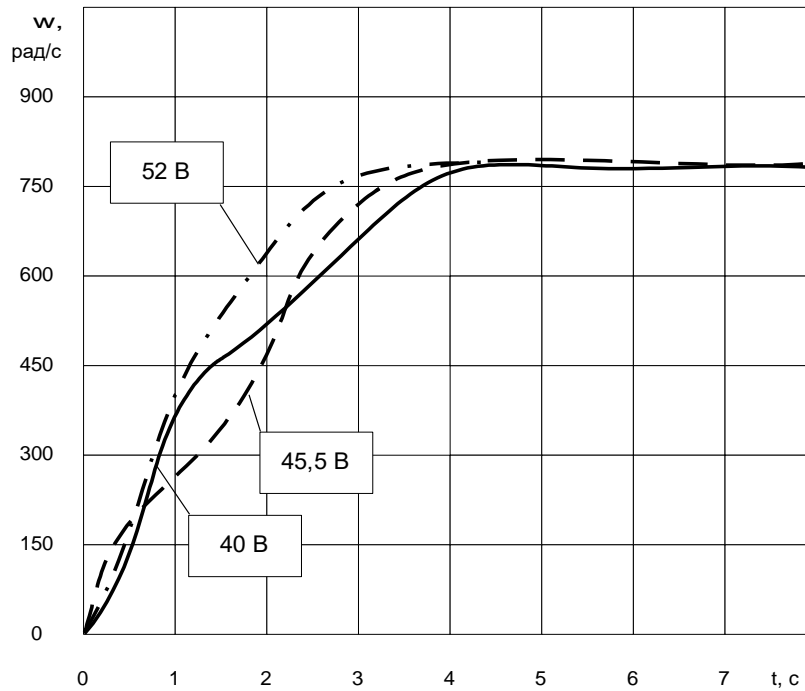


Рис. 5.2. Швидкісна діаграма при різних значеннях напруги живлення, тиск газу - 2 атм, частота мережі живлення - 130 Гц

На рис. 5.4. - 5.6. наведено швидкісні діаграми об'єкту контролю при різних значеннях тиску наддуву та різних значеннях частоти мережі живлення, при фіксованому для кожного значення частоти мережі напруги живлення. Аналіз цих кривих свідчить, що для усіх значень частоти мережі збільшення тиску газу збільшує нахил швидкісних діаграм відносно осі абсцис при розбігу, що відповідає збільшенню кутового прискорення. Це пояснюється збільшенням жорсткості газоманітного підвісу ротору при збільшенні тиску наддуву і збільшенням коефіцієнту демпфування, що приводить до зниження розсіювання енергії коливань та покращення енергетичних характеристик при розбігу. Для кривих характерні ділянки, які відповідають зоні критичної частоти, причому вони виражені тим більше, чим менше тиск наддуву та частота мережі живлення. Це пояснюється тим, що при збільшенні тиску наддуву збільшується коефіцієнт демпфування.

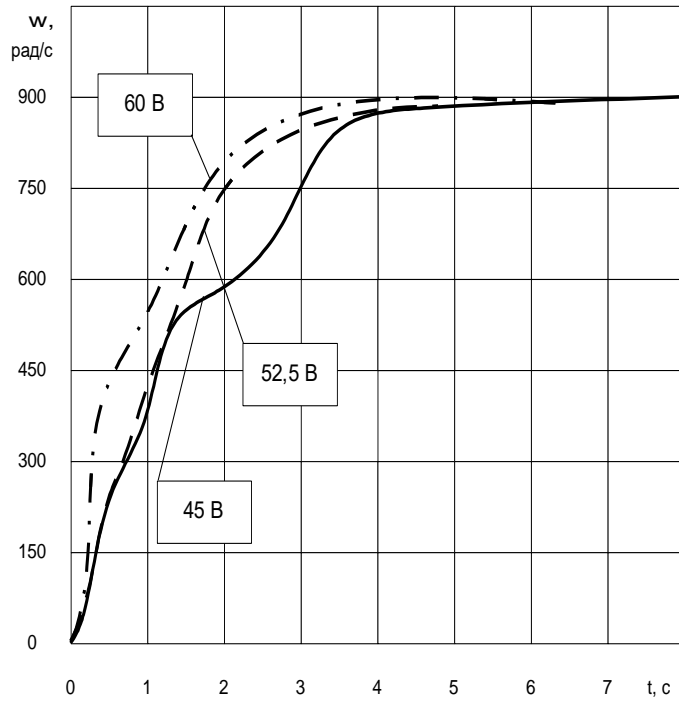


Рис. 5.3. Швидкісні діаграми при різних значеннях напруги живлення, тиск газу - 2 атм, частота мережі живлення - 150 Гц

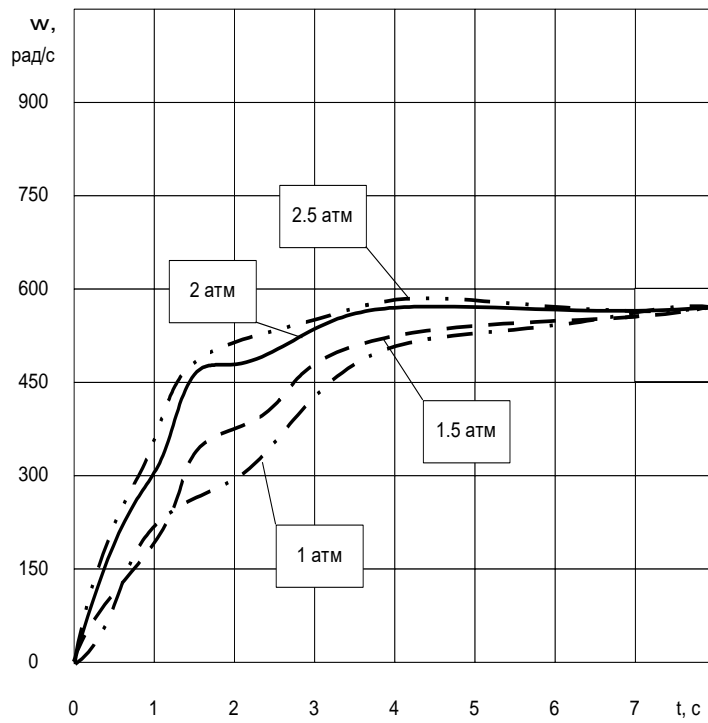


Рис. 5.4. Швидкісні діаграми при різних значеннях тиску газу, напруга живлення 30 В, частота мережі живлення 100 Гц

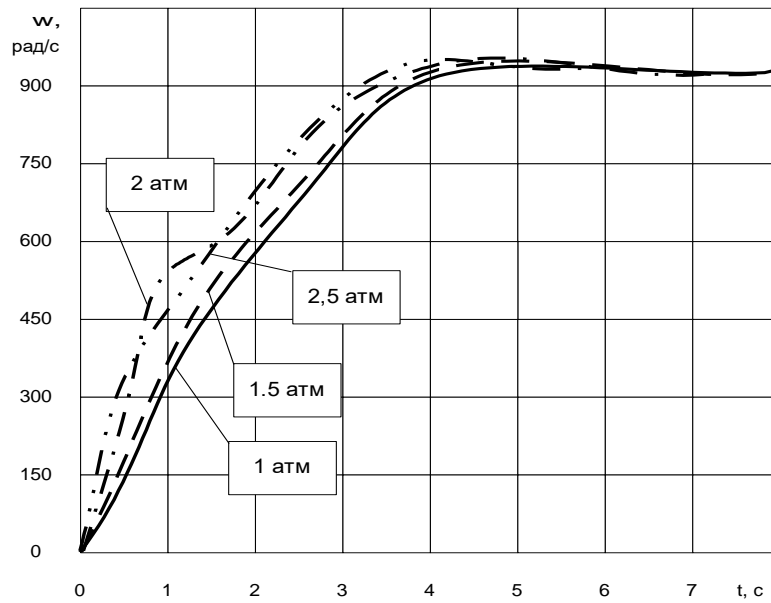


Рис. 5.5. Швидкісні діаграми при різних значеннях тиску газу, напруга живлення 45 В, частота мережі живлення 150 Гц

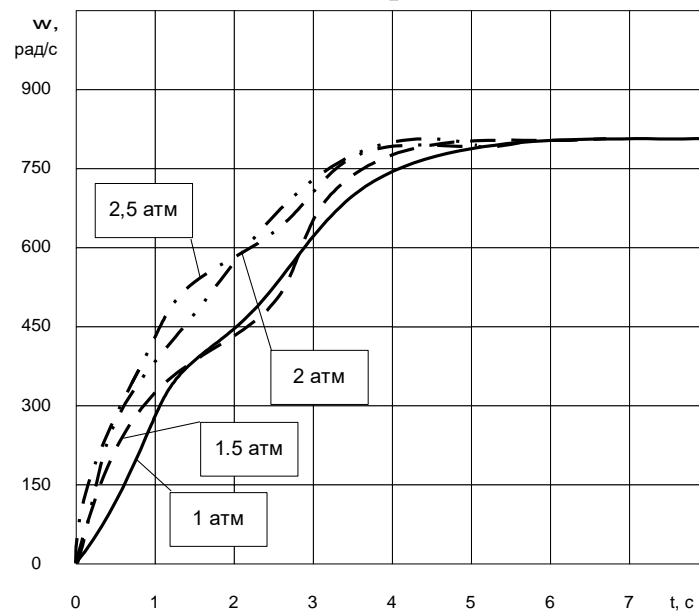


Рис. 5.6. Швидкісні діаграми при різних значеннях тиску газу, напруга живлення 40 В, частота мережі живлення 130 Гц

## 5.2. Дослідження механічних характеристик об'єкту контролю

В ході експерименту досліджувались механічні характеристики синхронної гістерезисної ЕМ з газоманітним підвісом кінцевого ро-

тору при різних значеннях напруги та частоти мережі живлення. Результати експерименту у графічному вигляді наведено на рис. 5.7 - 5.9. Аналіз отриманих кривих показує, що для усіх значень частоти мережі та напруги живлення криві зростаючи від нуля (початок координат) до максимуму (синхронізуючий момент), зменшуються до нульового значення (синхронна кутова швидкість). Положення точки, у якій момент зменшується до нуля, не залежить від напруги живлення, а тільки від частоти мережі живлення. При незмінній частоті мережі живлення збільшення напруги приводить до зсуву кривої вліво (в сторону менших значень кутової швидкості) при одночасному збільшенні максимального значення моменту.

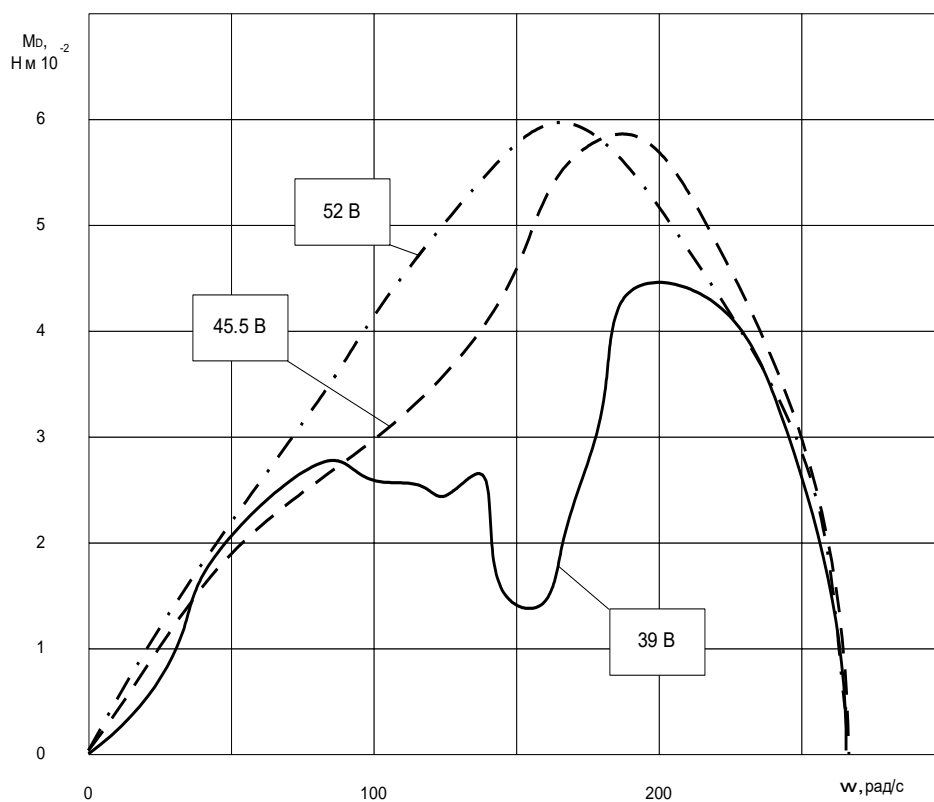


Рис. 5.7. Механічні характеристики при різних значеннях напруги живлення, частота мережі - 100 Гц, тиск газу - 2 атм

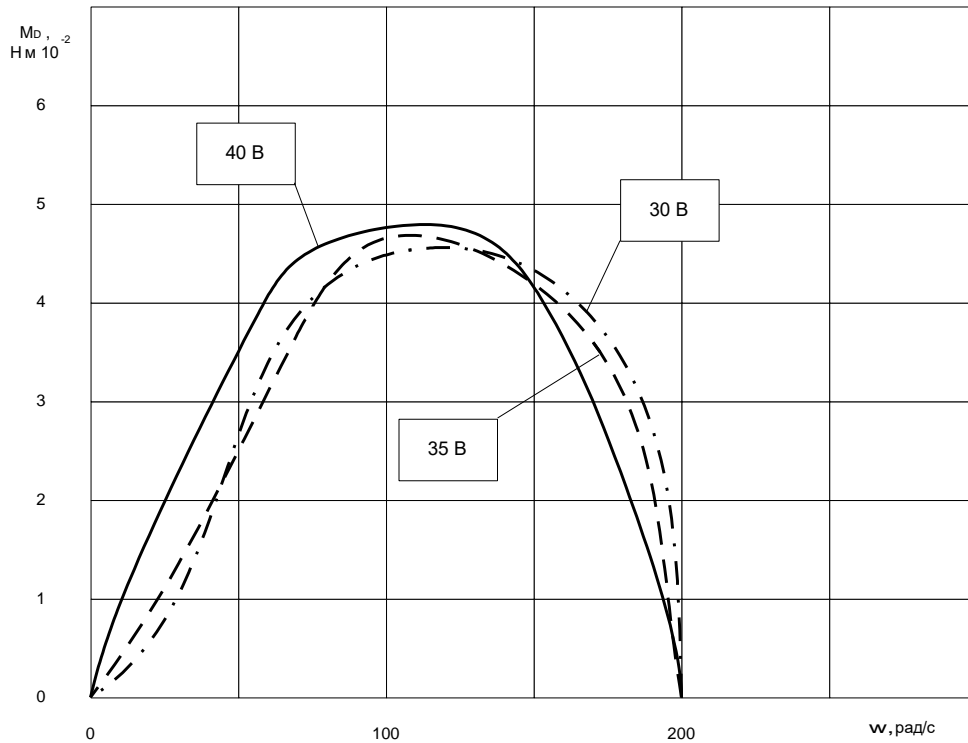


Рис. 5.8. Механічні характеристики при різних значеннях напруги живлення, частота мережі - 130 Гц, тиск газу - 2 атм

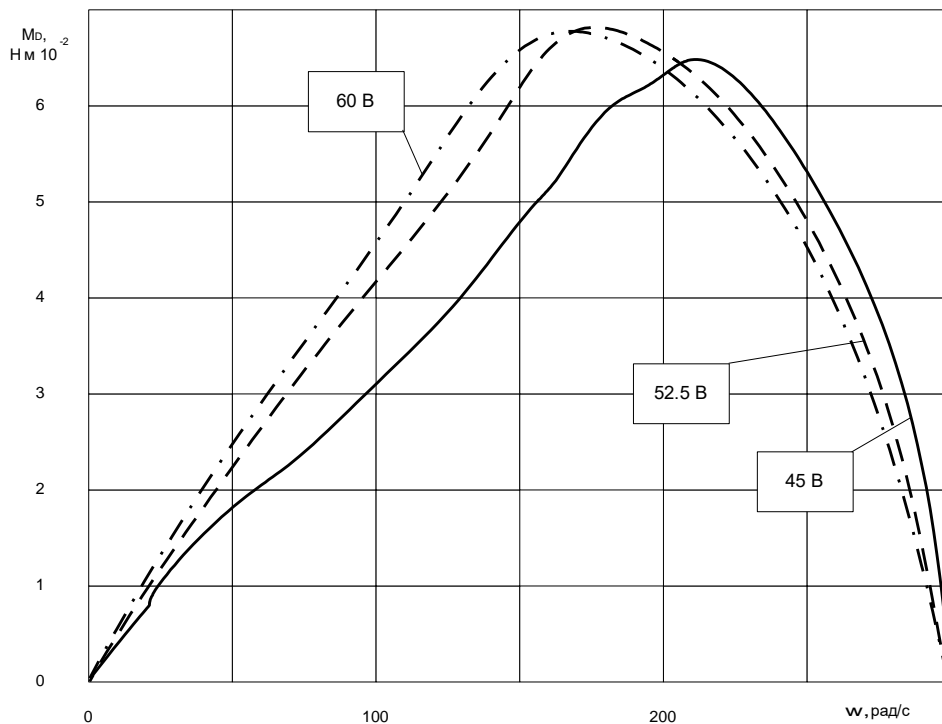


Рис. 5.9. Механічні характеристики при різних значеннях напруги живлення, частота мережі - 150 Гц, тиск газу - 2 атм

Це пояснюється збільшенням споживаної потужності при збільшенні напруги та більш інтенсивним розбігом ротору. Збільшення

частоти мережі живлення при пропорційному збільшенні напруги приводить до зсуву кривих та їх максимумів вправо (в сторону збільшення кутової швидкості), що пояснюється збільшенням синхронної кутової швидкості при збільшенні частоти мережі та збільшенням моменту, при збільшенні кутової швидкості.

### **5.3. Експериментальне дослідження похибок вимірювання кутової швидкості та моменту інерції**

Експеримент проводився при частотах обертання 1000, 3000, 5000 об/хв, які відтворювались тахометричною установкою. На основі експериментальних досліджень побудовано закони розподілу абсолютної похибки вимірювання кутової швидкості. Під час експериментальних досліджень похибки вимірювання кутової швидкості використовувалась серійна тахометрична установка УТО5-60 та електронний тахометр 7ЕЗ, які відносяться до зразкових засобів вимірювання першого розряду. Основні характеристики установки УТО5-60 наступні: діапазон відтворення частоти обертання - 10..60000 об/хв, гранична відносна похибка відтворення частоти обертання не перевищує 0.05 %. Установка призначена для перевірки робочих засобів вимірювань методом прямих вимірювань.

Експеримент проводився за наступними умовами : відтворювана кутова швидкість є високостабільною, тому  $|\varepsilon_{\text{MAX}}| \approx 0$ ; зміна кроку квантування відбувалася програмно шляхом пропуску отриманих значень вихідного коду АЦП; АЦП запускається генератором з частотою 100 кГц; закони розподілу отримано на основі серії з 1000 вимірювань.

Експериментально отримані закони розподілу при зміні кутової швидкості, що вимірюється, не різняться між собою, їх графіки при різних значеннях кроку квантування наведено на рис. 5.11. Експериментальні значення середньоквадратичних відхилень похибки вимірювання кутової швидкості наведено у таблиці 5.1. Загальна ймовірність помилки контролю кутової швидкості складає 0.0002.

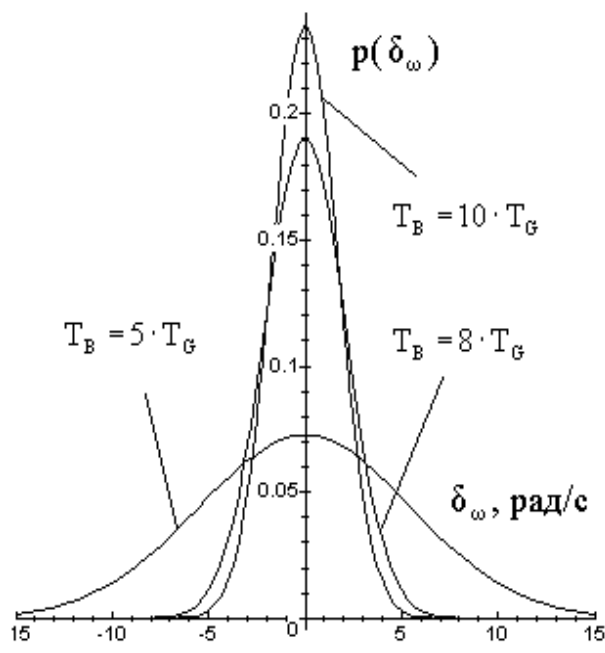


Рис. 5.11. Експериментально отримані закони розподілу похибки вимірювання кутової швидкості при різних значеннях кроку дискретизації

Таблиця 5.1.

СКВ похибки вимірювання кутової швидкості

Період дискретизації	Середньоквадратичне відхилення
$5 \cdot T_G$	5.5246 рад/с
$8 \cdot T_G$	2.1113 рад/с
$10 \cdot T_G$	1.7234 рад/с

При вимірюванні моменту інерції проводилася серія з 1000 вимірювань, після чого обчислювалось середнє значення виміряної величини. Умови, при яких проводився експеримент, наведено у таблиці 5.2.

Таблиця 5.2.

Умови експериментальних досліджень крутильних коливань

Параметр	Значення параметру
Кутова швидкість	630 рад/с
Маса ротору	0.116 кг
Радіальне зміщення ротору	158 мкм
Виміряна амплітуда крутильних коливань	$5.9 \cdot 10^{-5}$ рад
Апріорно відомий момент інерції ротору	$1.25 \cdot 10^{-5}$ кг м <sup>2</sup> .
Відносна середньоквадратична похибка вимірювання моменту інерції	2.4 %



На рис. 5.12. наведено експериментальний графік крутильних коливань об'єкту контролю. Вибірки вихідного коду АЦП згладжені кубічними сплайнами.

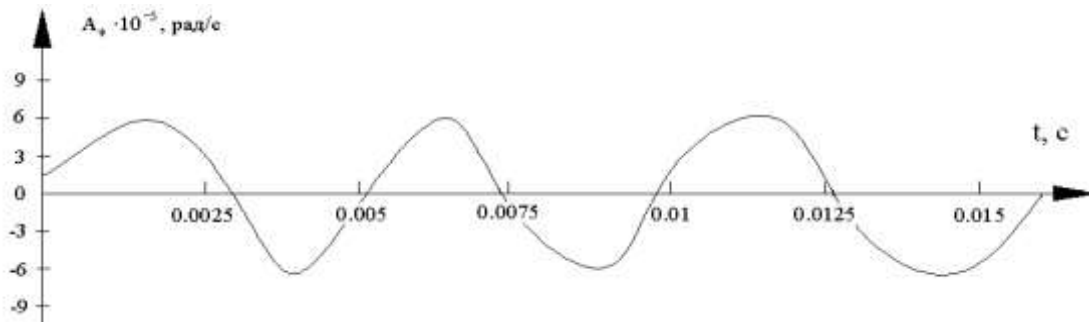


Рис. 5.12. Крутильні коливання конічного ротору у газоманітному підвісі

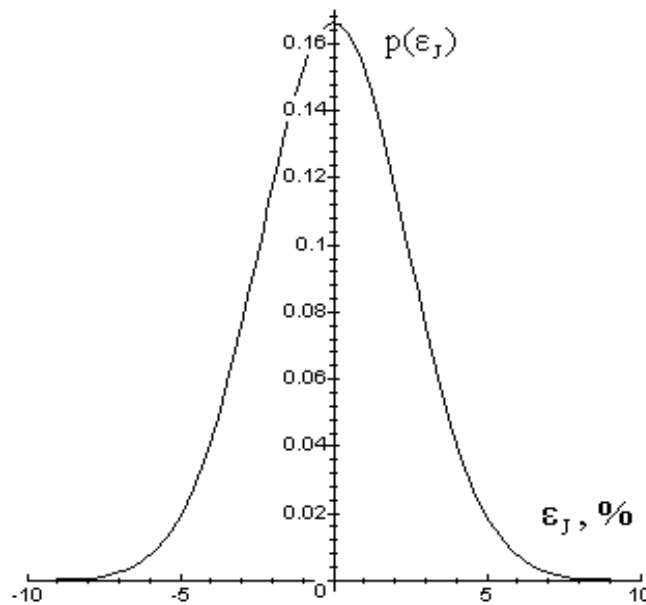


Рис. 5.13. Експериментальний закон розподілу похибки вимірювання моменту інерції

У відповідності з графіком на рис. 5.13 та результатами експерименту, загальна ймовірність помилки контролю моменту інерції ротору складає 0.015. З порівняльного аналізу результатів п. 4.1.4. та рис. 5.13 слідує, що результати експерименту мають добру збіжність з результатами теоретичних досліджень.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Красковский Е.Я. Трение в подшипниках // Опоры осей и валов машин и приборов. – Л.: Машиностроение, 1970. – С.209-233.
2. Пинегин С.В., Орлов А.В., Табачников Ю.Б. Прецизионные опоры качения и опоры с газовой смазкой. – М.: Машиностроение, 1984. – 216 с.
3. Пинегин С.В., Табачников Ю.Б., Сипенков И.Е. Статические и динамические характеристики газостатических опор. – М.: Наука, 1982. – 265 с.
4. Галкин В.И. Магнитный подвес роторов высокоскоростных электродвигателей: Дис... канд. техн. наук: – М.: МЭИ, 1974. – 115 с.
5. Разработка макета электроверетена ЭВВ-03-ПЦВ-24 с магнитными опорами для машин химических волокон: Отчет о НИР / Рук. Журавлев Ю.Н.; ЛПИ им. Калинина. – № ГР 81022002. – Ленинград-Псков, 1983. – 89 с.
6. Braunbeck W. Freischwebende Körper in elektrischen und magnetischen Feld // Zeitschrift für Physik. - 1939. - Bd 112. - S. 753-763.
7. Вышков Ю.Д., Иванов В.И. Магнитные опоры в автоматике. – М.: Энергия, 1978. – 160 с.
8. Лапидус А.С. и др. Система магнитной разгрузки опор скольжения // Вестник машиностроения. – 1991. – № 2. – С. 22-25.
9. Внутришлифовальный шпиндель на воздушных подшипниках // Экспресс-информация. Автоматические линии и металлорежущие станки. – М.: ВИНТИ. – 1981. – № 22.
10. Спицын Н.А., Машнев М.М. Высококачественные подшипники качения // Опоры осей и валов машин и приборов. – Л.: Машиностроение. – 1970. – С. 265.
11. Шнайдер А.Г., Сокол В.М. Сравнительные характеристики бесконтактных опор для электромашиностроения // Вестник машиностроения. – 1987. – № 7. – С. 18-22.
12. Шнайдер А.Г. Теория и проектирование механизмов текстильных машин с мотор подшипниками: Дис... докт. техн. наук: – М.: МТИ, 1991. – 610 с.
13. Шнайдер А.Г., Сокол В.М. Демпфирование колебаний ротора мотор-подшипников // Вестник машиностроения. – 1991. – № 10. – С. 28-31.
14. Сокол В.М., Шнайдер А.Г., Толкачев Э.А. Газомагнитный подвес ротора мотор-подшипников как саморегулирующаяся система // Техническая электродинамика. – 1992. – № 5. – С. 48-55.
15. Сокол В.М. Газомагнитный подвес электроприводного ротора как адаптивная система управления рабочим зазором // 3-я українська конференція з автоматичного керування «Автоматика-96». 9-15 вересня 1996 р. – Том 1. – Севастополь: СевГТУ. – 1996. – С. 41.

16. Wissing L. Luftgelagerte Innenschleifspindel // Ind.-Ans.- 1979.- 101, № 90.- P. 42-43
17. Оптимальні системи керування електроприводами / Б.І.Кузнецов, І.М.Богаєнко, М.О.Рюмшин та інші / за ред. Б.І.Кузнецова, І.М.Богаєнко. – К.: Вища школа, 1995. – 210 с.
18. Копылов И.П. Математическое моделирование электрических машин. – М.: Высш. шк., 1987.
19. ГОСТ 11828-86. Машины электрические вращающиеся: общие методы испытаний. – М.: Изд-во стандартов, 1986. – 42 с.
20. Потапов Л.А., Зотин В.Ф. Испытание микроэлектродвигателей в переходных режимах. – М.: Энергоатомиздат, 1986.
21. Гернет М.М., Ратобильский В.Ф. Определение моментов инерции. М.: Машиностроение, 1969. – 248 с.
22. Гольдберг О.Д. Испытания электрических машин: Учеб. для вузов по спец. «Электромеханика». – М.: Высш. шк., 1990. – 225 с.
23. Поджаренко В.О. Дослідження та розробка інтелектуальних вимірювальних систем характеристик електромеханічних перетворювачів енергії: Дис... докт. техн. наук / Вінницький державний технічний університет. – Вінниця, 1995. – 356 с.
24. Кучерук В.Ю. Дослідження та розробка інформаційно-вимірювальної системи механічних характеристик електричних машин: Дис... канд. техн. наук / Вінницький державний технічний університет. – 1995.– 141 с.
25. Сивокобыленко В.Ф., Костенко В.И. Определение параметров и характеристик машин переменного тока из опытов пуска и выбега // Известия вузов. Энергетика. –1978. – №5. – С. 44.
26. Сивокобыленко В.Ф., Совпель В.Б. Определение параметров асинхронных машин из динамических режимов // Известия АН СССР. Энергетика и транспорт. –1977. – №3. – С. 163.
27. ГОСТ 17154-71. Машины электрические вращающиеся. Характеристики, расчетные параметры и режимы работы. Термины и определения. – М.: Издательство стандартов, 1971.
28. Чабан В.И., Белый Л.А. Единая математическая модель синхронной и асинхронной машин как элементов системы // Известия вузов. Электромеханика. – 1984.– №3.– С. 24-28.
29. Копылов И.П. Электромеханические преобразователи энергии. – М.: Энергия, 1973. – 166 с.
30. Чучман Ю.И. Многоцелевая математическая модель электрической машины // Электротехника. – 1990. – №9. – С. 26-29.
31. Поджаренко В.А. Системное проектирование тахометров // Избыточные системы счисления, моделирование, обработка данных и

системное проектирование в технике преобразования информации. – К.: Вища школа. – 1990. – С. 5-61.

32. Цифровой тахометр для систем контроля и управления // Экспресс-информация. - Приборы и элементы автоматики и вычислительной техники. – М.: ВИНТИ. – 1976. – №32.

33. Goss W. C. Fiber optic Rotation sensors. Society of photo - Optical Instrumentation Engineers Proceed, 1980, v. 224. - p. 38-45.

34. Marks J.D. A Wiegand effect transmission mounted speed sender. - SAE technical paper series, 1981, 810431. - p. 47-49.

35. Дудикевич В.Б. Нелінійні наближення з інтерполюванням для число-імпульсних вимірювальних перетворювачів // Міжнародний НТ збірник «Вимірювальна техніка та метрологія». – 1995. – вип. 51. – С. 8-10.

36. Кирианаки Н.В., Гайдучок Р.М. Цифровые измерения частотно-временных параметров сигналов. – К.: Вища школа, 1978. – 168 с.

37. Скрипник Ю.А. Методы преобразования измерительной информации. – К.: Наук. думка, 1971. – 276 с.

38. Циделко В.Д. Проектирование микропроцессорных измерительных приборов и систем. – К.: Техніка, 1984. – 244 с.

39. Чучман Ю.И. К вопросу исследования метрологических характеристик тахогенераторов с применением УВМ // Сб. ЛПИ. – №10. – 1978.

40. Арменский Е.В., Фалк Г.Б. Электрические микромашины: Учеб. пособие для студ. электротехн. спец. вузов. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 1985. – 231 с.

41. Тахометры и торсиометры: Пер. с яп. № КМ-79763. – К.: КР ВЦП, 1986. – 43 с.

42. Sunderland L.D., Arthur E.F., Solid State Angular Rate Sensor (VYRO). AIAA Guidance and Control Conference, Danvers, Mass, Collection technical papers, 1980. P. 183-187.

43. Поджаренко В.А. Исследование и разработка устройств контроля основных характеристик электромеханических преобразователей: Автореф. дис... канд. техн. наук. – Винница, 1980. – 20 с.

44. А.с. 669291 СССР, МКИ G 01 P 3/46. Устройство для измерения угловой скорости / В.А. Поджаренко, Ю.П.Харитоненко, В.Н.Лысогор, А.С.Гоменюк (СССР). – Заявлено 18.11.77; Опубл. 25.06.79, Бюл.№23. – 4 с.

45. Shintani H. Analog signal processing for tachometer, accelerometer and torque-speed curve plotting of motors by use of silicon solar cells. / IEEE Trans. Ind. Electron and Contr. Instrum., 1980, №3, p. 213-218.

46. Стенд с фотоэлектрическим аналоговым датчиком угловых перемещений // Экспресс-информация. Испытательные приборы и стенды. – М.: ВИНТИ. – 1981. – №25.
47. Цапенко М.П. Измерительные информационные системы: Структуры и алгоритмы, системотехническое проектирование. – М.: Энергоатомиздат, 1985.
48. Каверкин И.Я., Цветков Э.И. Анализ и синтез измерительных систем. – М.: Энергия, 1974.
49. Кузьмин И.В. Оценка эффективности и оптимизации автоматических систем контроля и управления. – М.: Советское радио, 1971.
50. Росин М.Ф., Булыгин В.С. Статистическая динамика и теория эффективности систем управления. – М.: Машиностроение, 1981.
51. Гермейер Ю.Б. Введение в теорию исследования операций. – М.: Наука, 1971.
52. Акоф Р., Сасиени М. Основы исследований операций. – М.: Мир, 1971.
53. Сокол В.М. Определение момента инерции ротора в процессе его балансировки // Автоматизация и механизация производства. – 1995. – № 7. – С. 22-24.
54. Сокол В.М. Динамическая модель высокоскоростного ротора с учетом его неуравновешенности // Автоматизация и механизация производства. – 1996. – № 6. – С. 23-26.
55. Sebastian S. Analysis of Conical Aerostatic Bearing. - In.: Paper Presented at 8-th International Gas Bearing Symposium. BRNA, Fluid Engineering, Granfield, U.K., April 1981, Paper № 8, p. 236-250.
56. Лойцянский Л.Г., Лурье А.И. Курс теоретической механики: В 2 т. – М.: Наука, 1982. – Т.1: Статика и кинематика. – 352 с.
57. Теоретические и экспериментальные исследования радиально-упорных мотор-подшипников: Отчет о НИР / НПО «Химтекстильмаш»; Рук. Шнайдер Г.З., отв. исп. Сокол В.М. – № ГР 0.55829; инв. № Г.23180. – Винница, 1990. – 179 с.
58. Вольдек А.И. Электрические машины. – Л.: Энергия, 1978. – 832 с.
59. Чхиквадзе Ю.И., Ломинадзе В.Г., Кривоносова В.И. Самотормозящиеся двигатели с конусным ротором конструкции НИЭТИ Грузинского совнархоза // Электротехническая промышленность. – 1962. – № 1. – С. 13-15.
60. Гусельников Э.М., Цукерман Б.С. Самотормозящиеся электродвигатели. – М.: Энергия, 1971. – 96 с.

61. Шнайдер А.Г., Шнайдер И.В. Электромагнитное тяжение ротора МПРУ // Техническая электродинамика. – 1990. – № 6. – С. 70-73.
62. Кирхгоф Г. Механика. Лекции по математической физике: Пер. с нем. – М.: Изд-во АН СССР, 1962. – 402 с.
63. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика: В 9 т. – М.: Физматгиз, 1958. – Т.1: Механика. – 206 с.
64. Основные формулы физики. Под ред. Д.Мензела: Пер.с англ. – М., 1957. – 658 с.
65. Маделунг Э. Математический аппарат физики. – М.: Физматгиз, 1960. – 618 с.
66. Мастяев Н.З., Орлов И.Н. Гистерезисные электродвигатели / Московский энергетический институт. – М.: 1963. – Часть 1: Вопросы теории и проектирования. – 223 с.
67. Делекторский Б.А., Тарасов В.Н. Управляемый гистерезисный привод. – М.: Энергоатомиздат, 1983. – 128 с.
68. Сокол В.М., Кулаков П.И., Поджаренко А.В. Коливання кінчного гістерезисного ротора в газоманітній опорі // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. – 1998. – №3.
69. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям: Пер. с нем. – М.: Физматгиз, 1961. – 704 с.
70. Шнайдер А.Г., Сокол В.М., Абрамович В.В. Измерение механических характеристик мотор-подшипников // Механизация и автоматизация производства – 1989. – № 11. – С. 19-21.
71. М.Д. Аксененко, М.Л. Бараночников, О.В. Смолин Микроэлектронные фотоприемные устройства. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 208 с.
72. Кузьмичев В.Е. Законы и формулы физики / Отв. Ред. В.К. Тартаковский. – К.: Наук. Думка, 1989. – 864 с.
73. Источники и приемники излучения: Учебное пособие для студентов оптических специальностей вузов / Г.Г.Ишанин, Э.Д.Панков, А.Л.Андреев, Г.В.Польщиков.– СПб.: Политехника, 1991. – 240 с.
74. Калниболотский Ю.М., Рысин В.С. Проектирование электронных схем. – К.: Техніка, 1976. – 144 с.
75. Кулаков П.И. Математична модель фотоелектричного перетворювача площа-напруга на основі пари фотодіод-операційний підсилювач // Матеріали п'ятої міжнародної НТК «Контроль і управління у складних системах». – Вінниця. – 1999. – Том 2. – С. 228-233.
76. Кулаков П.И., Поджаренко В.А. Датчик угловой скорости и углового ускорения // Proceeding of the second international scientific

and technical conference “Unconventional electromechanical and electro-technical systems”. – Schecin (Poland). – 1996. – P. 489-494.

77. Пат. №17753 Україна, G01P3/44. Датчик кутової швидкості / Кулаков П.І., Поджаренко В.А. та інш. (Україна). – 14 с. іл.; Опубл. 31.10.97, Бюл. №5.

78. Кулаков П.І., В.А. Поджаренко Новый датчик угловой скорости для динамических измерений // Матеріали 3-тої української конференції з автоматичного керування “Автоматика - 96”. – Севастополь. – 1996.

79. Кулаков П.І., В.А.Поджаренко, А.И.Колесник Устройство для динамических измерений угловой скорости // Материалы научно-технической конференции с международным участием “Приборостроение-96”. – Судак. – 1996.

80. Баскаков С.И., Радиотехнические цепи и сигналы: Учеб. для вузов по спец. «Радиотехника». – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 1988. – 448 с.

81. Поджаренко В.О., Михалевич В.М., Кулаков П.І. До питання вибору форми модулятора тахометричного перетворювача // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 1988. – №1. – С. 12-18.

82. В.О. Поджаренко, В.М.Михалевич, Кулаков П.І. До питання вимірювання кутової швидкості у перехідних режимах електродвигунів малої потужності // Труды 1-ой научно-практической конференции “Современная контрольно-испытательная техника промышленных изделий и их сертификация”. – С. 132-135.

83. Поджаренко В.О, Кулаков П.І. Сучасний стан та перспективи розвитку цифрових тахометрів // «Контроль і управління в технічних системах». Матеріалами четвертої міжнародної науково-технічної конференції. – Вінниця. – 1997. – С. 49-55.

84. Патент №22701А Україна, G01P3/44. Аналоговый датчик угловой скорости / Поджаренко В.А., Михалевич В.М., Кулаков П.І., та інш. (Україна). – Реєстраційний номер заявки 97031077; Вих. № 18456 від 13.11.1997.

85. Кулаков П.І. Информационно-измерительная система параметров электромеханических преобразователей энергии // Материалы 1-го Международного молодежного форума “Электроника и молодежь в XXI веке”. – Харьков. – 1997.

86. Кулаков П.І. / К вопросу измерения угловой скорости в динамическом режиме / Материалы 2 - го форума “Электроника и молодежь в XXI веке”. – Харьков. – 1998.

87. Патент №24374. Україна, А G01P 3/44. Датчик угловой скорости для динамических измерений / Поджаренко В.А., Михалевич

В.М., Кулаков П.І., та інш. (Україна). – Реєстраційний номер заявки 97041547; Вих. № 4940 від 18.02.1998.

88. Поджаренко В.О., Кулаков П.І., та інш. Пристрій для вимірювання і контролю кутової швидкості та кута повороту // «Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах». – 1998. – №2. – С. 45-50.

89. Левидов В.А., Тихонов О.Н., Цивирко Г.П. Измерение скоростей. (Измерительное дифференцирование). – М.: Изд-во стандартов, 1972. – 258 с.

90. А.А.Горлач, М.Я.Минц, В.Н.Чинков. Цифровая обработка сигналов в измерительной технике. – К.: Техніка, 1985. – 151 с.

91. Василенко Г.И.. Теория восстановления сигналов: О редукции к идеальному прибору в физике и технике. – М.: Сов.радио, 1979. – 272 с.

92. Шрюфер Е. Обробка сигналів: цифрова обробка дискретизованих сигналів / За ред В.П.Бабака. – К.: Либідь, 1992. – 296 с.

93. Андрощук В.В. Анализ погрешностей цифровых тахометров.// Измерительная техника. – 1979. – №7. – С. 32-34.

94. Патент №24398. Україна, G01P 3/486. Частотный датчик угловой скорости / Поджаренко В.А., Кулаков П.І., та інш. (Україна). – Реєстраційний № 97020631; Вих. № 2142 від 9.01.98.

95. Поджаренко В.О., Кулаков П.І., Поджаренко А.В Цифровий тахометричний перетворювач із змінною розрізнявальною здатністю // Вимірювальна техніка та метрологія. – 1998. – Випуск 53. – С. 84-90.

96. В.И.Зубчук, В.П.Сигорский, А.Н.Шкуро Справочник по цифровой схемотехнике. – К.: Техніка, 1990. – 448 с.

97. Федорков Б.Г., Телец В.А. Микросхемы ЦАП и АЦП: функционирование, параметры, применение. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 320 с.

98. Гутников В.С. Фильтрация измерительных сигналов. – Л.: Энергоатомиздат, 1990. – 192 с.

99. Чмых М.К. Весовой метод повышения точности и помехоустойчивости цифровых измерителей частоты // Автометрия. – 1979. – №4. – С.135-137.

100. Патюков В.Г., Чмых М.К. Оптимальный алгоритм измерения частоты // Изв. высш. учеб. заведений. Приборостроение. – 1976. – №3. – С. 21-24.

101. Сопряжение датчиков и устройств ввода данных с компьютерами IBM PC: Пер с англ.// Под. ред. У. Томкинса, Дж. Уэбстера. - М.: Мир., 1992 - 592 с.

102. Деклараційний патент на винахід №57333 А, Україна, кл. G01P3/44, Сенсор кутової швидкості. // Поджаренко В.О., Кучерук



В.Ю., Кулаков П.И., Войтович О.П. - 2002086939; заявл. 23.08.2002, опубл.16.06.2003 2003, Бюл. №6.

103. Гультаев А. Визуальное моделирование в среде MATLAB: учебный курс – СПб: Питер, 2000. – 432 с.

104. Поджаренко В.О., Кучерук В.Ю., Войтович О.П., Поджаренко А.В. Дослідження характеристик сенсора кутової швидкості. // Вісник Технологічного університету Поділля, Том 2. - №3, - 2003, - С. 129-133.

105. Манзон. Б.М. Maple V Power Edition – М.: Информационно-издательский дом «Филинь», 1998. – 240 с.

106. Monagan M.B., Geddes K.O., Heal K.M., Labahn G., Vorkoetter S.M., Maple V. Programming Guide, Springer Verlag, 1996.

107. Гитис Э.И., Пискулов Е.А. Аналого-цифровые преобразователи: Учеб. пособие для вузов. – М.: Энергоиздат, 1981. – 360 с.

108. Моисеев В.С. Системное проектирование преобразователей информации. – Л.: Машиностроение, 1982. – 255 с.

109. Федорков Б.Г., Телец В.А. Микросхемы ЦАП и АЦП: функционирование, параметры, применение. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 320 с.

110. Высокопроизводительные преобразователи формы информации/ А.И.Кондалев, В.А.Багацкий, В.А.Романов, В.А.Фабричев. – К.: Наук. думка, 1987. – 280 с.

111. Интегральные микросхемы: Микросхемы для аналого-цифрового преобразования и средств мультимедиа. Выпуск 2 – М.: ДОДЭКА, 1996. – 384 с.

112. Румшинский Л.З. Элементы теории вероятностей. - М., 1960. - 155 с.

113. Новицкий П.В., Зограф И.А. Оценка погрешностей результатов измерений. – Л.: Энергоатомиздат, 1985. – 248 с.

114. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. – М.: Наука, 1964.

115. Богорад Г.З. и др. Цифровые регуляторы и измерители скорости. – М.: Энергия, 1966.

116. Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений. – М.: Физматгиз, 1959.

117. Завьялов Ю.С., Квасов Б.И., Мирошниченко В.Л. Методы сплайн-функций. – М.: Наука, 1980. – 352 с.

118. Орнатский П.П. Теоретические основы информационно-измерительной техники. – К.: Издательское объединение «Вища школа», 1976. – с. 432.

119. Лебедев В.Л. Случайные процессы в электрических и механических системах. – М.: Физматгиз, 1962.

120. Левитский Н.И. Колебания в механизмах: Учебн. пособие для вузов. – М.: Наука, 1988. – 336 с.

121. В.М.Сокол. Определение момента инерции ротора в процессе балансировки // Автоматизация и современные технологии. – 1995. – №7.
122. Г.Б. Иосилевич, П.А. Лебедев, В.С.Стреляев Прикладная механика: Для студентов вузов. – М.: Машиностроение, 1985. – 576 с.
123. Особенности балансировки сверхскоростных мотор-подшипников / А.Г.Шнайдер, Г.З.Шнайдер, В.М.Сокол, Р.В.Селезнева // Автоматизация и современные технологии. – 1995. – №6. – С. 27-29.
124. Грохольский А.Л. Основы авиационной метрологии: Учебное пособие. – К.: КНИГА, 1983. – 80 с.
125. Лассан В.Л. Измерение угловых скоростей. – М.: Машиностроение, 1969. – 28 с.
126. Кнорринг В.Г. Цифровые средства измерений с пространственными инкрементными шкалами. – Л.: ЛПИ, 1977.
127. Кухарчук В. В., Кучерук В.Ю., Поджаренко В.О. Оцінка статичних метрологічних характеристик опосередкованих вимірювань.// Вісник державного університету "Львівська Політехніка". Серія автоматика, вимірювання та керування, 2001, №420, С. 37-45.
128. Дунаев Б.Б. Точность измерений при контроле качества. – К.: Техніка, 1981. – 152 с.
129. Кузьмин И.В., Кедрус В.А. Основы теории информации и кодирования. – К.: издательское объединение «Вища школа», 1977. – 280 с.
130. Сиднеев И.М. О выборе параметров, определяющих состояние технического устройства при автоматическом контроле // Труды ВВИА им. проф. Н.Е. Жуковского. – М. – 1963. – вып. 1020.
131. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей и ее инженерные применения. – М.: Наука, 1988. – 480 с.