

**Клеона Ірина Анатоліївна**, асистент кафедри вищої математики,  
Вінницький національний технічний університет, 21000, м. Вінниця,  
Хмельницьке шосе, 95, т. (067)9832099, e-mail: [paceka08@gmail.com](mailto:paceka08@gmail.com)  
<https://orcid.org/0000-0001-8408-6515>

### **Застосування програми Maple при вивченні вищої математики під час дистанційного навчання для майбутніх фахівців галузі автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології в технічному ЗВО.**

**Анотація.** Вимушена необхідність тимчасової відмови від традиційної (звичайної) форми проведення навчальних занять внаслідок несприятливої епідеміологічної обстановки привела всіх нас до переходу на дистанційну форму навчання. У сучасних умовах актуальною є інтеграція інформаційних технологій та вищої математики у ЗВО. Наслідок цієї інтеграції – розширення уявлень студентів про можливості математичного апарату.

Однією з проблем систематичного використання інформаційних технологій у навчанні вищої математики є дефіцит часу, для цього було запропоновано використання інформаційні технології під час дистанційного навчання. Тому актуально розглядати можливості різних видів програмних продуктів, що застосовуються при дистанційному навчанні, що дозволяють більш ефективно та якісно здійснювати освітній процес при віддаленому вивченні математичних дисциплін. Для дисциплін математичного циклу часто буває необхідно отримати наочне уявлення про досліджувані об'єкти та процеси, тому мультимедійні можливості застосовуваного програмного забезпечення мають велике практичне значення з погляду візуалізації навчального матеріалу при інтерактивній дистанційній роботі зі студентами.

В статті розглядається актуальність використання математичних пакетів у освітньому процесі. Універсальні математичні пакети надають нові широкі можливості для вдосконалення освіти на всіх, без винятків, його етапів.

Для виконання завдання при вивченні вищої математики під час дистанційного навчання було запропоновано зробити процес навчання вищої математики більш інтерактивним та ефективним, посилено підготовку студентів в області алгоритмізації і програмування, спростити та прискорити час на виконання завдання використовуючи аналітичні можливості систем комп'ютерного математики. Для рішення завдань було застосовано комп'ютерний математичний пакет Maple під час дистанційного навчання з майбутніми фахівцями галузі автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології, які навчаються на першому курсі.

Для ефективною роботи студентів, в умовах дистанційної освіти, запропоновано авторський навчальний Maple-тренажер з тем вищої математики а саме: «Векторна алгебра та аналітична геометрія», який надає можливість не лише перевірити кінцевий результат, а й побачити кожен крок пошуку, а це в

свою чергу активізує самостійну роботу студентів та формує практичні математичні компетентності з вищої математики.

*Ключові слова:* дистанційне навчання; вища математика; система комп'ютерної математики; програма Maple; навчальний Maple-тренажер, технічний ЗВО.

**Клієра Ірина Анатоліївна**, Assistant of the Department of Higher Mathematics, Vinnytsia National Technical University, 21000, Vinnytsia, Khmelnytske Shosse, 95, tel. (067) 9832099, e-mail: paceka08@gmail.com [https // orcid.org / 0000- 0001-8408-6515](https://orcid.org/0000-0001-8408-6515)

**Application of the Maple program in the study of higher mathematics during distance learning for future specialists in the field of automation and computer-integrated technologies in technical institution of higher education.**

**Abstract.** The forced need to temporarily abandon the traditional (usual) form of training due to the unfavorable epidemiological situation has led us all to move to distance learning. In modern conditions, the integration of information technology and higher mathematics in the Free Economic Zone is important. The consequence of this integration is the expansion of students' ideas about the possibilities of the mathematical apparatus.

One of the problems of systematic use of information technology in the teaching of higher mathematics is the lack of time, for which the use of information technology during distance learning was proposed. Therefore, it is important to consider the possibilities of different types of software products used in distance learning, which allow more efficient and high-quality educational process in the remote study of mathematical disciplines. For disciplines of the mathematical cycle it is often necessary to get a clear idea of the studied objects and processes, so the multimedia capabilities of the software used are of great practical importance in terms of visualization of educational material in interactive distance work with students.

The article considers the relevance of the use of mathematical packages in the educational process. Universal mathematical packages provide new ample opportunities to improve education at all stages, without exception.

To complete the task of studying higher mathematics during distance learning, it was proposed to make the process of higher mathematics learning more interactive and efficient, increased training of students in algorithms and programming, simplify and speed up time to complete the task using analytical capabilities of computer mathematics systems. To solve the problems, the Maple computer mathematics package was used during distance learning with future specialists in the field of automation and computer-integrated technologies, which are students in the first year.

For effective work of students, in the conditions of distance education, the author's educational Maple-simulator on the subjects of higher mathematics is offered, namely: "Vector algebra and analytical geometry" which gives the chance not only to check final result, but also to see each step of search. in turn, activates the

independent work of students and forms practical mathematical competencies in higher mathematics.

**Keywords:** *distance Learning; higher mathematics; computer mathematics system; Maple program; educational Maple-simulator, technical institution of higher education.*

**Постановка проблеми.** Введення нових освітніх стандартів у технічних ЗВО вимагає формування та розробки нових підходів та принципово нових критеріїв якості освіти. Все більшого розвитку набувають нові освітні технології, засновані на ефективному використанні у навчальному процесі технічних ЗВО сучасних засобів та методів передачі знань. У зв'язку з стрімким розвитком інформаційних технологій виникає потреба нових підходів впровадження інформаційних технологій у вищу професійну освіту спрямованих на зміну всієї освітньої системи з її орієнтацією на підготовку та виховання фахівця з якостями, здатного до вирішення нестандартних проблем за умов інформаційного суспільства. В рамках технічних спеціальностей у ЗВО однією з базових дисциплін предметної підготовки студентів є курс вищою математики [1].

Традиційна аудиторна освіта вже не відповідає всім вимогам, які йому пред'являє суспільство. Електронна модель навчання, або дистанційне навчання, має певну перевагу над традиційною — вона більш гнучка. Студент не відвідує університет щодня, займатися можна в будь-якому зручному місці та у будь-який час, завжди є можливість повернутися до архіву повідомлень у форумі та чаті або архіві занять, матеріал більш структурований і як правило, його простіше сприймати.

Дистанційне навчання надає студентам нові можливості по вивченню дисциплін, оскільки можна не тільки будь-коли переглянути необхідний матеріал у режимі онлайн, але й пройти тестування, перевірити свої знання з окремої теми або предмету в цілому, ознайомитись з додатковими джерелами, які точно відповідають пройденим темам.

Проблема використання інформаційно-комунікаційних технологій при викладання курсу вищої математики у технічних ЗВО під час дистанційного навчання для майбутніх фахівців галузі автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології тягне за собою внесення змін до структуру і зміст освіти, поява нових форм і методики навчання. Студентам потрібні такі методи навчання, які б полегшували та прискорювали передачу знань, навчали їх прийомам самостійної діяльності, використовували б наявні на технічні засоби: ноутбук, планшет, смартфон.

**Аналіз актуальних досліджень.** В умовах дистанційної освіти набуває нових рис організація дослідницької діяльності студентів шляхом посилення ролі самостійної роботи. Також не варто забувати і про підготовку майбутніх фахівців з вищою технічною освітою до керівництва дослідницькою діяльністю в процесі навчання вищої математики, що вимагає створення ресурсів для самостійної роботи з високим ступенем інтерактивності [2].

Загальні питання використання інформаційних технологій, зокрема СКМ у навчанні математики в середній і вищій школах досліджені в роботах В. Ю. Бикова, М. І. Жалдака, В. І. Клочка, В. М. Михалевича, С. А. Ракова, Ю. С. Рамського, О. В. Співаковського, С. О. Семерікова, Ю. В. Триуса.

Однією з умов вдосконалення математичної освіти в ЗВО є активне використання систем комп'ютерної математики (СКМ). Щороку збільшується кількість наукових та навчально-методичних праць, які присвячені питанням використання СКМ у процесі навчання вищої математики. Також при підготовці та створенні методичних посібників і рекомендацій з проблем використання СКМ у навчанні вищої математики та для проектування навчальних задач і програмних засобів навчального призначення основні результати можуть бути використані викладачами ЗВО для розроблення навчально-методичного забезпечення навчальної діяльності студентів [3].

В сучасних умовах без використання СКМ підвищення ефективності навчання просто неможливо. Застосування систем комп'ютерної математики і комп'ютерних технологій щодо дисциплін вищої математики є одним із видів педагогічних технологій. Найбільш затребуваним останнім часом є математично пакет програми Maple який є лідером у символній математиці [4].

**Мета статті** - є застосування програми Maple при вивченні одного з розділів вищої математики для розв'язування задач під час дистанційного навчання, яка дає можливість ефективно і швидко досягнути певний результат.

**Виклад основного матеріалу.** Одним із важливих результатів застосування інформаційних комп'ютерних технологій (ІКТ) у сфері освіти є дистанційне навчання. Найбільш ефективним дистанційне навчання стало з появою комп'ютерних засобів навчання та мереж телекомунікацій. Головною особливістю цього етапу розвитку дистанційного навчання є використання інтерактивних навчальних програм та наявність оперативного зворотного зв'язку між студентом та викладачем. З цього часу дистанційне навчання стає важливим напрямком в інноваційній діяльності ЗВО, набуваючи найрізноманітніших організаційних форм від підрозділів ЗВО до консорціумів університетів.

Важливо готувати майбутніх фахівців галузі автоматизація та комп'ютерно- інтегровані технології, які вміють застосовувати математичні методи і володіють навичками використання інформаційних технологій у своїй майбутній професійній діяльності. Сучасне виробництво сьогодні неможливе без автоматизації і комп'ютерно-інтегрованих технологій. Кожне виробниче підприємство зацікавлене в інтенсивному впровадженні новітніх інформаційних технологій, сучасних систем управління у виробничий процес та підготовці висококваліфікованих спеціалістів, які здатні це реалізувати.

Вимушене дистанційне навчання, що спричинила пандемія, стало єдиною формою навчання, а з іншого боку викликом для всіх учасників освітнього процесу. Організувати якісне навчання з використанням цифрових технологій, надихати й мотивувати студентів, давати раду технічним

проблемам – це вимоги часу, нові умови життя, нові та єдині засоби взаємодії і нарешті – новий стиль мислення.

В даний час життєві реалії сприяють бурхливому розвитку форм і методів дистанційної освіти. Цьому сприяють фактори, спричинені причинами різного характеру:

- використання глобальної інформаційної мережі Інтернет у всіх сферах людської діяльності;
- наявність у переважній кількості студентів технічної можливості перманентно перебувати в режимі онлайн і мати безперешкодний доступ до необхідним мережевим ресурсам;
- перенесення основної частини внутрішньо навчального інформування, спілкування та взаємодії студентів у соціальних мережах;
- необхідність обов'язкового використання в навчальному процесі інтерактивних форм навчання, таких як кейси, проекти, круглі столи, ділові ігри, що вимагають регулярної, у тому числі і віддаленої, взаємодії учасників;
- наявність у навчальних планах напрямків навчання компетенцій, пов'язаних із розвитком у здібностей, що навчаються, до самоорганізації та самоосвіти;
- виділення близько 70% навчальних годин з навчальних дисциплін на самостійну роботу студентів;
- застосування систем комп'ютерної математики і комп'ютерних технологій щодо дисциплін вищої математики є одним із видів педагогічних технологій, таких як MathCad, MathLab, Mathematica, Maple та інших.

Таким чином, проблема розвитку наявних та розробки нових методик, що дозволяють повноцінно та ефективно здійснювати освітній процес у дистанційної форми з використанням інформаційних технологій, є дуже актуальною.

Специфіка дистанційного навчання накладає свій відбиток на використовувані технології. Насамперед, це пов'язано з роллю викладача у навчальному процесі. Якщо раніше в традиційній системі освіти викладач займав центральне місце як інтерпретатор знань, тепер же, в умовах інформатизації, це місце все більше належить студенту, що самостійно набуває знання з різних джерел. У цих умовах викладач виступає як координатор, допомагаючи студенту здобувати знання та застосовувати їх на практиці. Предметом турботи викладача є вибір методів та технологій для реалізації своєї діяльності. І головну роль тут грають методи активного та розвиваючого навчання.

Вирішенню цієї проблеми значною мірою сприяє наявність великого спектру програмного забезпечення, що дозволяє організувати віддалене проведення занять, в тому числі і в інтерактивній формі, із застосуванням засобів мультимедіа, візуалізації теоретичного навчального матеріалу та результатів виконання навчальних завдань, а також за допомогою інформаційних технологій. Дані засоби мають особливо велике значення при викладанні математичних дисциплін, яких характерний великий рівень абстракції матеріалу, що викладається. Для нього якісного сприйняття

студентам необхідно мати досить серйозне образне мислення, що дозволяє вибудовувати ланцюжки взаємозв'язків між об'єктами, що вивчаються. та поняттями, а також між логічними посилками та наслідками при проведенні доказів та вибудовуванні послідовності викладок під час вирішення завдань. Сучасні інформаційні технології дозволяють запропонувати різні способи дослідження досліджуваних процесів та допомагають учням у освоєнні дисципліни за рахунок підвищення наочності освітнього контенту Крім того, мультимедійні можливості застосовуються в процесі навчання програм та додатків значно полегшують процес візуалізації необхідної графічної інформації, наприклад, при геометричних побудовах.

З'явилося дуже багато математичних пакетів, або по-іншому, систем комп'ютерної математики (СКМ), таких як MathCad, MathLab, Mathematica, Maple і ін. СКМ – сукупність теоретичних, апаратних та програмних засобів, що у сукупності забезпечують ефективне автоматичне та діалогове виконання за допомогою комп'ютерів усіх видів математичних обчислень з високим ступенем їхньої візуалізації [5].

СКМ надають змогу збагатити науки математичного спрямування, розширити їх застосування, суттєво вплинути на математичну діяльність. Тому, головним чином, змістом математичної освіти стане не опанування певних алгоритмів розв'язання задач (вони, до речі, досить ефективно розв'язуються за допомогою комп'ютера), а математична компетентність, розуміння, застосування математичних методів дослідження. Все це повинно враховуватись при розробці методичних систем навчання математично спрямованих дисциплін у вищій школі [6]. На даному етапі розвитку технологій освіти в нашій країні саме застосування сучасних комп'ютерних методів та систем залишає бажати кращого. Частково це пов'язано з об'єктивними причинами (дорожняча обладнання, програмних продуктів і ін.)

Яскравим прикладом є програма Maple, яка створювалася та розвивалася впродовж багатьох років як СКМ. Але, починаючи з версії Maple 6, в обчислювальне середовище системи імплантовано пакет NAG (Numeric Algorithms Group) – відомого серед фахівців з чисельних методів як пакет високоефективних матричних обчислень [7].

Пакет Maple широко поширений в університетах ведучих наукових держав, у дослідницьких центрах та компаніях. Програма постійно розвивається, вбираючи в себе нові розділи математики, купуючи нові функції і забезпечуючи найкращу середа для дослідницької роботи. Один з основних напрямків розвитку цієї системи - підвищення потужності і достовірності аналітичних (символьних) обчислень. Цей напрямок представлено в Maple найбільш широко. Вже сьогодні Maple може виконувати найскладніші аналітичні обчислення, які нерідко не під силу навіть досвідченим математикам.

Цілі використання комп'ютерного математичного пакета Maple при навчанні програмування та моделювання у профільному курсі вищої математики у технічному ЗВО:

- зробити процес навчання математики більше наочним, інтерактивним та цікавим, отже, ефективнішим;
- досягти більше тісного відповідності принципів структурного програмування логіки математичного мислення для розвитку алгоритмічного мислення та якісного засвоєння основ програмування у ЗВО;
- посилити підготовку студентів в області алгоритмізації і програмування;
- розвинути системне мислення студентів та, тим самим, їх творчі та дослідні здібності, використовуючи аналітичні можливості комп'ютерного математичного пакету Maple і графічну інтерпретацію результатів програмування;
- навчити студентів створювати авторські програмні продукти на основі комп'ютерного математичного пакету Maple, технологій моделювання і проектного методу, активізуючи творчу і пізнавальну діяльність;
- сформулювати досвід побудови комп'ютерних моделей з використанням Maple.

За останнє десятиліття деякий розвиток рівня штучного інтелекту отримали СКМ Mathematica та Maple. У СКМ Maple розвинулися вже існуючі засоби розпізнавання за шаблоном, зокрема `match`, `patmatch`, з'явилися функції розпізнавання неперервності функції на відрізку – `iscont`, `discount`, які на даний момент відсутні в інших системах. Але в іншому ці системи за рівнем інтелекту вхідних мов залишилися практично на тому ж рівні, що і в 2000 році.

В. М. Михалевич показав, що інтегральне середовище Excel-VBA-Maple є зручним засобом для створення блоку генерування завдань з типових задач вищої математики. Найбільш ефективною визнано ідеологію програмної реалізації блоку генерування, згідно з якою з середовища VBA здійснюється керування виконанням всіх необхідних математичних дій за допомогою Maple-функцій, перетворення результату до потрібного вигляду та розміщення на робочих листах Excel для подальшого друкування. Саме за такою технологією згенеровано сотні задач з різних розділів вищої математики, зокрема лінійного програмування [8].

Тому зі студентами першого курсу галузі автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології Вінницького національного технічного університету було перевірено робочу гіпотезу – організацію навчального процесу під час дистанційного навчання у відповідності до запропонованої методики використання СКМ Maple як середовища для розробки програмного засобу навчального призначення. Дана методика охоплює: створення та використання низки навчальних задач нового типу, навчальних Maple-тренажерів, унаочнення абстрактних фундаментальних знань з урахуванням забезпеченості студентів можливістю здійснення перетворювальної діяльності з моделями об'єктів вивчення та низки інших прийомів унаочнення навчального матеріалу з окремих тем вищої математики.

Для ефективної роботи студентів, в умовах дистанційної освіти, запропоновано авторський навчальний Maple-тренажер з однієї із тем вищої

математики, а саме: «Векторна алгебра та аналітична геометрія», який надає можливість не лише перевірити кінцевий результат, а й побачити кожен крок пошуку, а це в свою чергу активізує самостійну роботу студентів та формує практичні математичні компетентності з вищої математики. Спробували вирішити деякі задачі, було запропоновано і в подальшому знайдено рішення задач за допомогою Maple- тренажера. Для цього їм достатньо лиш було вказати початкові дані і за допомогою команд спробувати вирішити це завдання. Застосування тренажера надає можливість звірити свої отримані значення з вірною відповіддю.

Спочатку, щоб покращити і полегшити роботу для подальшої роботи, так як заняття в нас проходили в дистанційному форматі через Google Meet я ознайомила студентів з деякими командами, які нам знадобляться для вирішення задач з даної теми. Наприклад, для визначення вектору в Maple використовується команда **vector([x1, x2, ..., xn])**, де в квадратних дужках через кому вказуються координати вектору. Наприклад:

```
> x := vector ([1,1,1]);
      x := [1, 1, 1]
```

Координату вже означеного вектору  $x$  можна отримати в рядку виведення, якщо ввести команду **x[i]**, де  $i$  - номер координати. Наприклад, першу координату заданого в попередньому прикладі вектору можна вивести так:

```
> x [1];
      1
```

Вектор можна перетворити в список, і навпаки, за допомогою команди **convert (vector, list)** або **convert (list, vector)**.

Додати два вектори  $a$  та  $b$  можна за допомогою двох команд:

1) **evalm (a + b);**

2) **matadd (a, b).**

Команда **add** дозволяє обчислювати лінійну комбінацію векторів  $a$  та  $b$ :  $\alpha a + \beta b$ , де  $\alpha, \beta$  - скалярні величини, якщо використовувати формат: **matadd (a, b, alpha, beta)**.

Після того як студенти ознайомилися з командами, розібрали алгоритм дій, ми спробували розв'язати деякі задачі. Крім того, студентам було запропоновано самостійно опрацювати одне з завдань типового розрахунку по заданій темі за допомогою програм Maple.

**Задача 1.** Знайти векторний добуток  $c=[a,b]$ , а потім скалярний добуток  $(a,c)$ , де  $a=(2, -2,1)$ ,  $b=(2,3,6)$ .

```
> restart; with (linalg):
> a := ([2, -2,1]); b := ([2,3,6]);
      a := [2, -2,1]
      b := [2,3,6]
> c := crossprod (a, b);
      c := [ -15, -10,10]
> dotprod (a, c);
```

0



Виконання такого завдання часто призводить до громіздких обчислень. Вирішення даної задачі з використанням навчального Maple-тренажера дозволить швидко та без помилок виконати завдання. Також студенти зможуть продемонструвати розуміння алгоритму розв'язання задачі та знання необхідних команд.

Продемонструємо результат роботи даного тренажера на прикладі.

### **Задача 2**

Дано  $A(1;1;-1)$ ,  $B(2;3;1)$ ,  $C(3;2;1)$ ,  $D(5;9;-8)$  точки, потрібно знайти:

- 1) кут між прямими  $AB$  та  $AD$
- 2) Площу грані  $ABC$
- 3) Об'єм піраміди  $ABCD$
- 4) Рівняння прямої  $AC$
- 5) Рівняння площини  $ABC$
- 6) Рівняння висоти до грані  $ABC$
- 7) Кут між ребром  $BC$  та  $ABC$
- 8) Відстань від точки  $D$  до площини  $ABC$

### **Розв'язування**

$x := 'x' : y := 'y' : z := 'z' :$

Маємо точки з координатами

$$A = (1, 1, -1)$$

$$B = (2, 3, 1)$$

$$C = (3, 2, 1)$$

$$D = (5, 9, -8)$$

Знайдемо вектори  $AB$ ,  $AC$ ,  $AD$

$$AB = (1, 2, 2)$$

$$AC = (2, 1, 2)$$

$$AD = (4, 8, -7)$$

Довжина ребра  $AB$ ,  $AC$ ,  $AD$

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

$$|AB| = \sqrt{9}$$

$$|AC| = \sqrt{9}$$

$$|AD| = \sqrt{129}$$

1. Кут між  $AB$  та  $AD$

$$\cos(\angle AB AD) = \frac{AB \cdot AD}{|AB| |AD|}$$

$$\cos(\angle AB AD) = \frac{2}{3}$$

$$\cos(\angle AB AC) = 0.6666666667$$

2. Площа грані  $ABC$

$$S = \frac{1}{2} |AB \times AC|$$

$$|AB \times AC| = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$|AB \times AC| = 2i + 2j - 3k$$

$$S = \frac{\sqrt{17}}{2}$$

3. Об'єм піраміди

Об'єм піраміди обрахуємо за формулою:

$$V = \frac{1}{6} |a b c|$$

$$V = \begin{vmatrix} \frac{1}{6} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{vmatrix}$$

---

$$S = \frac{\sqrt{17}}{2}$$

3. Об'єм піраміди

Об'єм піраміди обрахуємо за формулою:

$$V = \frac{1}{6} |abc|$$

$$V = \begin{vmatrix} \frac{1}{6} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{6} & \frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{4}{3} & \frac{-7}{6} \end{vmatrix}$$

$$\frac{15}{2}$$

4. Рівняння прямої AC

$$\frac{x-x_A}{x_C-x_A} = \frac{y-y_A}{y_C-y_A} = \frac{z-z_A}{z_C-z_A}$$

$$\frac{x-1}{2-1} = \frac{y-1}{2-1} = \frac{z+1}{2+1}$$

5. Рівняння площини ABC

$$\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ x_3-x_1 & y_3-y_1 & z_3-z_1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} x-1 & y-1 & z+1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 0$$

$$2x - 7 - 3z + 2y = 0$$

Вектор нормалі даної площини має вигляд

$$N = (2, 2, -3)$$

6. Рівняння висоти опущеної на грань ABC

Напрямним вектором цієї висоти є вектор нормалі площини ABC, а тому можемо записати канонічне рівняння даної висоти

$$\frac{x-x_4}{n_1} = \frac{y-y_4}{n_2} = \frac{z-z_4}{n_3}$$

7. Кут між ребром BC та гранню ABC

Кут між ребром BC та гранню ABC, обчислимо як кут між вектором BC та вектором нормалі гран

$$\begin{bmatrix} x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \\ x - 1 & y - 1 & z + 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix} = 0$$

$$2x - 7 - 3z + 2y = 0$$

Вектор нормалі даної площини має вигляд

$$N = (2, 2, -3)$$

6. Рівняння висоти опущеної на грань ABC

Напрямним вектором цієї висоти є вектор нормалі площини ABC, а тому можемо записати канонічне рівняння даної висоти

$$\frac{x - x_4}{n_1} = \frac{y - y_4}{n_2} = \frac{z - z_4}{n_3}$$

7. Кут між ребром BC та гранню ABC

Кут між ребром BC та гранню ABC, обчислимо як кут між вектором BC та вектором нормалі грані ABC

$$\sin(\gamma) = \frac{BC \cdot N}{|BC| |N|}$$

$$\sin(\gamma) = \frac{2\sqrt{2} \sqrt{17}}{17}$$

$$\sin(\gamma) = 0.6859943403$$

$\gamma$

8. Довжину висоти з вершини D на грань ABC

Формула відстані від точки до площини має вигляд

$$d(D, ABC) = \frac{|Ax_d + By_d + Cz_d + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

$$d(D, ABC) = \frac{45\sqrt{17}}{17}$$

[ >

За наявності тренажера під час дистанційного навчання самостійна робота студента стає більш ефективною. Студент має змогу самостійно розв'язувати приклади, а тренажер використовувати в якості перевірки своїх кроків і в разі помилки, без допомоги викладача, локалізувати їх [9].

Основним критерієм результативності використання Maple у процесі навчання вищої математики ми вважали відмінність результатів виконання контрольних робіт студентів під час дистанційного навчання та звичайного навчання, яке проводилося в аудиторіях. Певною оцінкою ефективності запропонованої методики використання системи Maple у навчанні студентів ЗВО можуть слугувати результати опитування, що проводилось за допомогою спеціально розроблених анкет. Із отриманих результатів випливає, що переважна більшість студентів вважають доцільним використання СКМ не тільки для кращого опанування навчальним матеріалом дисциплін

математичного спрямування (75%), а й для подальшого використання в навчанні (71%).

94 % студентів вважають, що використання СКМ у навчанні різних розділів математики доцільно насамперед для автоматизації рутинних обчислень. Для 45% студентів є важливою можливістю експериментувати із умовою задачі та аналізувати зміни в покроковому ході розв'язання. Серед недоліків використання СКМ у навчанні переважали такі відповіді: не люблю працювати з комп'ютером (4%), не сподобалось працювати з СКМ Maple (4%), відсутність віконного інтерфейсу (23%).

Аналіз рішень запропонованих завдань показує, що студентам необхідно розуміння алгоритму розв'язання задач та особливостей відповідних математичних команд. Програмні команди призначені для певних операцій, але не для всього різноманіття математичних завдань. Тому думка, що, звертаючись до математичних пакетів, студент може знати і розуміти математику, неспроможна.

**Висновки.** Сучасні інформаційні технології надають великі можливості подальшого розвитку дистанційної освіти. Наскільки затребуваним, повноцінним та ефективним стане дистанційне навчання у рамках системи вищої освіти – покаже час. Експериментальна перевірка підтвердила ефективність контролю навчальних досягнень студентів за допомогою програми Maple.

Можна сказати, що пакет програм Maple простий і зручний у використанні, не вимагає з боку викладача особливих зусиль для оволодіння впровадження у навчальний процес. Подальші дослідження мають стосуватися формування алгоритмів створення нових завдань для перевірки глибини знань та для швидкого та ефективного застосування. Запропонований алгоритм розв'язування задач за допомогою програми Maple дає можливість ефективно і швидко вирішити запропоноване завдання, а також дає можливість студенту покращити свій результат. Перспективним є впровадження алгоритму в науково – педагогічну практику, а також для подальших вирішення задач по іншим темам з вищої математики.

#### ***Література:***

1. Тютюнник О. І. (2013). Принципи вибору систем комп'ютерної математики для створення програмних засобів навчального призначення. *Вісник Луганського національного університету імені Тараса Шевченка*, 21 (280), 134–139.
2. Петрук В.А. & Клеопа І.А. (2021) Дистанційне навчання вищої математики студентів технічного університету. *Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання у підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми*, 60, 290–299.
3. Тютюнник О.І. (2014). Використання систем комп'ютерної математики у процесі навчання лінійного програмування майбутніх менеджерів - адміністраторів. [Дис... к-та наук: 13.00.10]. [http:// https://lib.iitta.gov.ua/8199/](http://https://lib.iitta.gov.ua/8199/).
4. Жалдак М. І. (2011). Використання комп'ютера в навчальному процесі має бути педагогічно виваженим і доцільним. *Комп'ютер у школі та сім'ї*, 3, 3–12.

5. Триус Ю. В. (2012). Інноваційні інформаційні технології у навчанні математичних дисциплін. *Інформатизація вищого навчального закладу*. Львів : Видавництво Львівської політехніки, 76–81.

6. Крупський Я.В. & Клеопа І.А. & Тютюнник О.І. (2021). Адаптація системи Maple для вивчення теми екстремуму функції двох змінних в умовах дистанційного навчання. *Сучасні інформаційні технології та інноваційні методи навчання в підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми*, 61, 20-24

7. Ключко В. І. (1997). Застосування нових інформаційних технологій навчання при вивченні курсу вищої математики в технічному вузі. Вінниця.

8. Михалевич В. М. (2005). Excel-VBA-Maple програма генерації задач з дисциплін математичного спрямування *Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія*, 2, 74–83.

9. Крупський Я.В. & Клеопа І.А. & Дубова Н.Б. (2018). Застосування системи MAPLE студентам іноземного відділення при викладанні «Диференційного числення». *Журнал «Педагогіка безпеки»*, 2, 102-109.

#### **References:**

1. Tiutiunyk O. I. (2013). Pryntsypy vyboru system kompiuternoї matematyky dlia stvorennia prohramnykh zasobiv navchalnoho pryznachennia [Principles of choosing computer mathematics systems for creating educational software] *Visnyk Luhanskoho natsionalnoho universytetu imeni Tarasa Shevchenka - Bulletin of Taras Shevchenko National University of Luhansk*, 21 (280), 134–139. (in Ukrainian).

2. Petruk V.A. & Klieopa I.A. (2021) Dystantsiine navchannia vyshchoї matematyky studentiv tekhnichnoho universytetu [Distance learning of higher mathematics for students of technical university] *Suchasni informatsiini tekhnolohii ta innovatsiini metodyky navchannia u pidhotovtsi fakhivtsiv: metodolohiia, teoriia, dosvid, problemy - Modern information technologies and innovative teaching methods in training: methodology, theory, experience, problems*, 60, 290-299. (in Ukrainian).

3. Tiutiunyk O.I. (2014). Vykorystannia system kompiuternoї matematyky u protsesi navchannia liniinoho prohramuvannia maibutnykh menedzheriv – administratoriv [Use of computer mathematics systems in the process of learning linear programming for future managers – administrators]. *Candidate's thesis*. <https://lib.iitta.gov.ua/8199/>. (in Ukrainian).

4. Zhaldak M. I. (2011). Vykorystannia kompiutera v navchalnomu protsesi maie buty pedahohichno vyvazhenym i dotsilnym [The use of computers in the educational process should be pedagogically balanced and appropriate] *Kompiuter u shkoli ta simi - Computer at school and family*, 3, 3–12. (in Ukrainian).

5. Tryus Yu. V. (2012). Innovatsiini informatsiini tekhnolohii u navchanni matematychnykh dystsyplin [Innovative information technologies in teaching mathematical disciplines] *Informatyzatsiia vyshchoho navchalnoho zakladu - Informatization of higher education*, (pp.76–81). Lviv : Vydavnytstvo Lvivskoi politekhniki. (in Ukrainian).

6. Krupskiy Ya.V. & Klieopa I.A. & Tiutiunyk O.I. (2021). Adaptatsiia systemy Maple dlia vyvchennia temy ekstremumu funktsii dvokh zminnykh v umovakh dystantsiinoho navchannia [Adaptation of the Maple system to study the extremum of the function of two variables in distance learning] *Suchasni informatsiini tekhnolohii ta innovatsiini metody navchannia v pidhotovtsi fakhivtsiv: metodolohiia, teoriia, dosvid, problemy - Modern information technologies and innovative teaching methods in the training of specialists: methodology, theory, experience, problems*, 61, 20-24. (in Ukrainian).

7. Klochko V. I. (1997). Zastosuvannia novykh informatsiinykh tekhnolohii navchannia pry vyvchenni kursu vyshchoї matematyky v tekhnichnomu vuzi [Application of new information technologies of training at studying of a course of higher mathematics in technical high school]. Vinnytsia. (in Ukrainian).

8. Mykhalevych V. M. (2005). Excel-VBA-Maple prohrama heneratsii zadach z dystsyplin matematychnoho spriamuvannia [Excel-VBA-Maple program for generating problems in

mathematical disciplines] Informatsiini tekhnolohii ta kompiuterna inzheneriia - Information Technology and Computer Engineering, 2, 74–83. (in Ukrainian).

9. Krupskyi Ya.V. & Klieopa I.A. & Dubova N.B. (2018). Zastosuvannia systemy MAPLE studentam inozemnoho viddilennia pry vykladanni «Dyfyrentsiinoho chyslennia» [Application of the MAPLE system to foreign students in the teaching of "Differential calculus"] Zhurnal «Pedahohika bezpeky» - Security «Pedagogy Magazine» , 2, 102-109. (in Ukrainian).