УДК 658.012

Л.І. ТИМЧЕНКО, С.М. ГОРЕЙКО, Н.І. КОКРЯЦЬКА, І.Д. ІВАСЮК

ПЕРЕВІРКА АДЕКВАТНОСТІ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ПАРАЛЕЛЬНО-ІЄРАРХІЧНОГО ПЕРЕТВОРЕННЯ

Державний економіко-технологічний університет транспорту
вул. Лукашевича, 19, м. Київ, Україна,
тел./факс (044)465-42-75, E-mail: **www.detut.kiev.ua**

Анотація. У статті було розглянуто паралельно-ієрархічну мережу та розроблено для неї математичні моделі за допомогою G-перетворення. Сформульовано та доведено три теореми, які повністю розкривають суть G -перетворення та доводять, що при застосуванні G -перетворення інформація паралельно-ієрархічної мережі повністю зберігається. У першій теоремі розглянуто збереження інформації при застосуванні G -перетворення до стовпчикової матриці, причому розглянуто різних три випадки (для всіх різних елементів, для групи однакових елементів та для скінченого числа груп однакових елементів). У другій теоремі аналогічно розглядається прямокутна матриця, а у третій теоремі доводиться, що вхідний масив стовпчикових матриць повністю переходить у сукупність хвостових елементів. Було також показано, що у всіх випадках елементи G -перетворення виражаються через елементи вхідної матриці за допомогою єдиної загальної формули. При побудові G -перетворення також демонструється стиск інформації без втрати.

Аннотация. В статье была рассмотрена параллельно-иерархическая сеть и разработаны для нее математические модели с помощью G -преобразования. Сформулированы и доказаны три теоремы, которые полностью раскрывают суть G -преобразования и доказывают, что при применении G -преобразования информация параллельно иерархической сети полностью сохраняется. В первой теореме рассмотрено сохранение информации при применении G -преобразования к столбиковой матрице, причем рассмотрены разные три случая (для всех разных элементов, для группы одинаковых элементов и для конечного числа групп одинаковых элементов). Во второй теореме аналогично рассматривается прямоугольная матрица, а в третьей теореме доказывается, что входной массив столбиковых матриц полностью переходит в совокупность хвостовых элементов. Было также показано, что во всех случаях элементы G -преобразования выражаются через элементы входной матрицы с помощью единственной общей формулы. При построении G -преобразования также демонстрируется сжатие информации без потери.

Abstract. A parallel hieratical network was considered and mathematical models are developed for G -transformation in the article. Three theorems, which expose essence of G -transformation and prove that at application G -transformation information of parallel hieratical network is saved, are formulated and proved. In the first theorem which is save the information is considered application of G -transformation to the column matrix, the different are thus considered three cases (for all of different elements, for the group of identical elements and for the complete number of groups of identical elements). A rectangular matrix like examined in the second theorem and in the third theorem will be entrance array of column matrices fully passes to the aggregate of tail elements. It was also shown that in all of cases the elements of G -transformation are expressed through the elements of entrance matrix by the unique general formula. At the construction of G -transformation the compression of information is also demonstrated without losses.

Ключові слова: G -перетворення, паралельно-ієрархічна мережа.

ВСТУП

В останні часи поширення в області інформаційних мереж набула паралельно-ієрархічна мережа, яка використовується в області розпізнавання об’єктів, у системах штучного інтелекту тощо.

Базовим поняттям та основним інструментарієм є G-перетворення. За допомогою G-перетворення вхідна стовпчикова матриця перетворюється у стрічкову, а масив стовпчикових матриць перетворюється у масив стрічкових матриць. Після застосування G -перетворення декілька раз вхідний масив даних перетворюється у масив хвостових елементів, робота з якими значно простіша у вище згаданих напрямках.

Необхідно поставити питання з приводу збереження інформації при G -перетворенні, чи дійсно інформація передається повністю без втрат та появи надлишкової інформації?

Теорема 1. Сума елементів будь-якої стовпчикової матриці дорівнює сумі елементів G - перетворення цієї матриці.

Випадок 1. Матриця μ складається з елементів, які попарно відрізняються між собою.

1.Представлення стовпчикової матриці. Нехай маємо стовпчикову матрицю, яка складається зі скінченого числа n елементів,

$$\mu = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix}, \tag{1}$$

де, $a_1, a_2, \dots, a_n$ – елементи матриці.

Перенумерація матриці μ. Оскільки ми не використовуємо порядок розташування елементів матриці μ, то для зручності позначимо через a_1 – перший обраний елемент, a_2 – другий, і так далі, a_n – останній.

Отже, ми отримуємо матрицю μ, яка нічим зовні не відрізняється від початкової (1) , крім того, що відповідні елементи a_i розташовані в порядку обрання їх у G -перетворенні. Обрання може бути довільним.

2.Обрання елементів матриці μ. Обираємо перший елемент a_1 матриці μ та запишемо матрицю різниць кожного елемента з елементом a_1:

$$G(\mu) = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} a_1 \begin{pmatrix} a_1 - a_1 \\ a_2 - a_1 \\ \dots \\ a_n - a_1 \end{pmatrix}. \tag{2}$$

З отриманої матриці обираємо другий елемент $(a_2 - a_1)$ і записуємо матрицю різниць елементів отриманої матриці з елементом $(a_2 - a_1)$. На місцях елементів зі значенням 0 ставимо X :

$$G(\mu) = \begin{pmatrix} 0 \\ a_2 - a_1 \\ \dots \\ a_n - a_1 \end{pmatrix} (a_2 - a_1) \begin{pmatrix} X \\ 0 \\ \dots \\ a_n - a_2 \end{pmatrix} \tag{3}$$

Цю процедуру продовжуємо n разів. При останньому виборі будемо мати:

$$G(\mu) = \begin{pmatrix} X \\ X \\ \dots \\ a_n - a_{n-1} \end{pmatrix} (a_n - a_{n-1}) \begin{pmatrix} X \\ X \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix}. \tag{4}$$

Зауважимо, що елементи матриці μ в процесі побудови G -перетворення обирались довільним чином.

3.Побудова стрічкової матриці G - перетворення. Перший елемент G -перетворення утворюється шляхом множення величини першого обраного елемента (a_1) на кількість ненульових елементів (n). Другий елемент аналогічно є добутком величини другого обраного елемента ($a_2 - a_1$) на кількість ненульових елементів ($n-1$), вже крім елемента a_1, на місці якого стоїть 0. Продовжуємо процедуру n разів. Передостанній елемент стрічкової матриці G -перетворення буде $2*(a_{n-1}-a_{n-2})$, а останній – (a_n-a_{n-1}).

Зауважимо, що кількість ненульових елементів взята при умові, що матриця μ складалась з елементів, які попарно відрізнялись між собою за величиною. Випадок, коли матриця μ містить елементи однакові за величиною, потребує окремого доведення (Випадок 2 та 3).

Отже, стрічкова матриця G -перетворення має вигляд:

$$G(\mu)=\begin{pmatrix} na_1 & (n-1)(a_2-a_1) & (n-2)(a_3-a_2) & \dots & 2(a_{n-1}-a_{n-2}) & (a_n-a_{n-1}) \end{pmatrix} \quad (5)$$

Кожен елемент G -перетворення утворюється за рекурентною формулою:

$$g_i=(n-(i-1))(a_i-a_{i-1}) \quad (6)$$

4. Рівність сум. Покажемо, що сума елементів стовпчикової матриці μ дорівнює сумі елементів стрічкової матриці G -перетворення. Сума елементів стовпчикової матриці μ:

$$\Sigma_\mu=\sum_{i=1}^{n}a_i\,. \quad (7)$$

Сума елементів стрічкової матриці G -перетворення:

$$\Sigma_{G(\mu)}=na_1+(n-1)(a_2-a_1)+(n-2)(a_3-a_2)+\dots+2(a_{n-1}-a_{n-2})+(a_n-a_{n-1}) \quad (8)$$

Розкривши дужки та згрупувавши елементи a_i з однаковими індексами, отримаємо:

$$\Sigma_{G(\mu)}=(n-(n-1))a_1+((n-1)-(n-2))a_2+((n-2)-(n-3))a_3+\dots+$$

$$+(3-2)a_{n-2}+(2-1)a_{n-1}+a_n\,. \quad (9)$$

Звідси очевидно, що кожного елемента a_i рівно по одному. Отже,

$$\Sigma_{G(\mu)}=\sum_{i=1}^{n}a_i=\Sigma_\mu \quad (10)$$

Висновок: сума елементів G -перетворення метриці μ дорівнює сумі вхідних елементів матриці μ. Загальний випадок доведено.

Випадок 2. (Частинний). Матриця μ містить деяку кількість однакових елементів.

1. Представлення стовпчикової матриці. Нехай маємо стовпчикову матрицю μ, яка складається з n елементів і містить деяку кількість k однакових елементів ($1\le k\le n$).

Перенумерація елементів матриці μ. Оскільки порядок елементів матриці μ не використовується в процесі побудови G -перетворення, то перенумеруємо матрицю μ в порядку обрання елементів для G -перетворення. При цьому однакові елементи будуть обрані всі разом при першому обранні будь-якого з них.

Нехай перший з однакових елементів буде обраний на j -ому кроці ($1\le j\le n$), тоді k елементів $a_j, a_{j+1},\dots,a_{j+k-1}$ будуть однаковими ($a_j=a_{j+1}=\dots=a_{j+k-1}$). При цьому накладається умова $j+k-1\le n$.

Отже, матриця μ буде мати вигляд:

Ы

2. Обрання елементів. Обираємо перший елемент a_1 і записуємо матрицю різниць кожного елемента з ним:

$$G(\mu)=\begin{pmatrix} a_1 \\ \dots \\ a_j \\ \dots \\ a_{j+k-1} \\ a_{j+k} \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} a_1 \begin{pmatrix} 0 \\ \dots \\ a_j - a_1 \\ \dots \\ a_{j+k-1} - a_1 \\ a_{j+k} - a_1 \\ \dots \\ a_n - a_1 \end{pmatrix}. \qquad (11)$$

Дану процедуру продовжуємо $j-1$ раз. На j-ому кроці будемо мати:

$$G(\mu)=\begin{pmatrix} X \\ \dots \\ a_j - a_{j-1} \\ \dots \\ a_{j+k-1} - a_{j-1} \\ a_{j+k} - a_{j-1} \\ \dots \\ a_n - a_{j-1} \end{pmatrix} \left(a_j - a_{j-1}\right) \begin{pmatrix} X \\ \dots \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ a_{j+k} - a_j \\ \dots \\ a_n - a_j \end{pmatrix} \qquad (12)$$

Наступним кроком обираємо елемент $a_{j+k} - a_j = a_{j+k} - a_{j+k-1}$:

$$G(\mu)=\begin{pmatrix} X \\ \dots \\ X \\ \dots \\ X \\ a_{j+k} - a_{j+k-1} \\ \dots \\ a_n - a_{j+k-1} \end{pmatrix} \left(a_{j+k} - a_{j+k-1}\right) \begin{pmatrix} X \\ \dots \\ X \\ \dots \\ X \\ 0 \\ \dots \\ a_n - a_{j+k} \end{pmatrix}. \qquad (13)$$

На останньому кроці обираємо останній елемент:

$$G(\mu)=\begin{pmatrix} X \\ \dots \\ X \\ \dots \\ X \\ X \\ \dots \\ a_n - a_{n-1} \end{pmatrix} \left(a_n - a_{n-1}\right) \begin{pmatrix} X \\ \dots \\ X \\ \dots \\ X \\ X \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix}. \qquad (14)$$

3. Побудова G **-перетворення.** Перший елемент G -перетворення утворюється шляхом множення першого обраного елемента a_1 матриці μ на кількість ненульових елементів n.

Аналогічно утворюються всі елементи G -перетворення до j-ого, який утворений множенням елемента $a_j - a_{j-1}$ матриці μ, який стоїть на j-ому місці, на кількість ненульових елементів $n-(j-1)$.

Разом з обраним елементом, який стояв на j -ому місці, оберуться всі, елементи рівні йому за величиною. Тому кількість залишених елементів зменшиться не на 1 обраний елемент, а на k .

Наступним елементом G -перетворення буде добуток елемента $a_{j+k} - a_{j+k-1}$ матриці μ на залишену кількість $n-(j+k-1)$.

Останній елемент буде добутком $a_n - a_{n-1}$ на кількість $n-(n-1)$.

Отже, стрічкова матриця G -перетворення буде мати вигляд:

$$G(\mu) = \begin{pmatrix} na_1 & \ldots & (n-(j-1))(a_j - a_{j-1}) & (n-(j+k-1))(a_{j+k} - a_{j+k-1}) & \ldots & a_n - a_{n-1} \end{pmatrix}. \quad (15)$$

Кожен елемент G -перетворення утворюється за рекурентною формулою: $g_i = (n-(i-1))(a_i - a_{i-1})$, яка нічим не відрізняється від рекурентної формули елементів G -перетворення матриці з усіма попарно різними елементами.

4. Рівність сум.Сума елементів стовпчикової матриці μ: $\Sigma_\mu = \sum_{i=1}^{n} a_i$.

Сума елементів стрічкової матриці G -перетворення:

$$\Sigma_{G(\mu)} = \sum_{i=1}^{j} \sum_{i=j+k}^{n} (n-(i-1))(a_i - a_{i-1}). \quad (16)$$

У G -перетворенні відбулося скорочення елементів на кількість $k-1$.

Розглянемо їхню суму без скорочення (яка дорівнює сумі елементів матриці μ) і доведемо, що вона буде рівна сумі елементів щойно утвореного G -перетворення.

Розіб'ємо суму без скорочення на три суми:

$$\sum_{i=1}^{n} (n-(i-1))(a_i - a_{i-1}) = \sum_{i=1}^{j} \sum_{i=j+1}^{j+k-1} \sum_{i=j+k}^{n} (n-(i-1))(a_i - a_{i-1}) \quad (17)$$

Очевидно, що $\sum_{i=j+1}^{j+k-1} (n-(i-1))(a_i - a_{i-1}) = 0$, оскільки $a_j = a_{j+1} = \ldots = a_{j+k-1}$.

З чого робимо висновок, що:

$$\sum_{i=1}^{n} (n-(i-1))(a_i - a_{i-1}) = \sum_{i=1}^{j} \sum_{i=j+k}^{n} (n-(i-1))(a_i - a_{i-1}) = \sum_{i=1}^{n} a_i \quad (18)$$

Висновок: сума елементів G -перетворення, утвореного на базі матриці μ, яка містить в собі деяку кількість однакових елементів, теж дорівнює сумі елементів матриці μ, як і при всіх різних елементах. Частинний випадок 2 доведено.

Випадок 3 (Частинний). Матриця μ містить декілька груп однакових елементів.

1. Представлення стовпчикової матриці. Нехай маємо матрицю μ, яка містить деяку кількість m ($1 \le m \le n$) груп елементів, до складу кожної з яких входить відповідно $k_1, k_2, \ldots, k_m$ однакових між собою елементів.

Дані групи розмістимо в матриці компактно (елементи однієї групи знаходяться поряд) у порядку їхнього вибору для G -перетворення. Перші елементи груп поставимо відповідно на $j_1, j_2, \ldots, j_m$ ($1 \le j_i \le n$) місцях згідно порядку обрання. Справджуються нерівності $1 \le \sum_{i=1}^{m} (j_i + k_i - 1) \le n$ та $j_i + k_i \le j_{i+1}$ (де $j_{m+1} := n$). Отримуємо матрицю:

$$\mu = \begin{pmatrix} a_1 \\ \dots \\ a_{j_1} \\ \dots \\ a_{j_1+k_1} \\ \dots \\ a_{j_2} \\ \dots \\ a_{j_2+k_2} \\ \dots \\ a_{j_m} \\ \dots \\ a_{j_m+k_m} \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix}. \qquad (19)$$

2.Обрання елементів та побудова ***G*** **-перетворення.** При побудові *G* -перетворення однакові елементи будуть обиратися всі разом. Кожен елемент *G* -перетворення будується за тією ж рекурентною формулою $g_i = (n-(i-1))(a_i - a_{i-1})$.

3. Рівність сум.Сума елементів *G* -перетворення подається у вигляді:

$$\sum_{i=1}^{j_1} \sum_{i=j_1+k_1}^{j_2} \sum_{i=j_2+k_2}^{j_3} \dots \sum_{i=j_{m-1}+k_{m-1}}^{j_m} \sum_{i=j_m+k_m}^{n} (n-(i-1))(a_i - a_{i-1}) \qquad (20)$$

Дана сума являє собою суму всіх елементів *G* -перетворення без нульових, які в нього і не ввійшли, і відповідно дорівнює сумі вхідних елементів матриці μ: $\Sigma_{G(\mu)} = \Sigma_{\mu}$.

Висновок: сума елементів *G* -перетворення, побудованого на базі матриці, яка містить у собі деяку кількість груп однакових елементів, дорівнює сумі вхідних елементів матриці. Частинний випадок 3 доведено.

Загальний висновок: при застосуванні *G* -перетворення до будь-якої стовпчикової матриці сума елементів зберігається. Теорему доведено.

Теорема 2. Застосування *G* -перетворення до прямокутної матриці будь-якої розмірності не змінює суми елементів матриці (інформація повністю зберігається).

1. Подання прямокутної матриці. Нехай маємо матрицю M , яка складається з r елементарних стовпчикових матриць μ_i .Кількість стрічок кожної з матриць μ_i дорівнює n_i відповідно.Отже, загальна кількість стрічок прямокутної матриці M буде $n = \max(n_i)$.

Матриця (одна або декілька), яка матиме найбільшу кількість стрічок буде задавати стрічкові розміри матриці M .Всі інші стовпчикові матриці будуть „підстроюватись" під максимально велику за стрічками стовпчикову матрицю таким чином:

1) Перші елементи всіх стовпчикових матриць будуть розташовані на першій стрічці прямокутної матриці M ;
2) Аналогічно кожен наступний елемент кожної стовпчикової матриці μ_i буде розташований на відповідному місці прямокутної матриці M згідно свого розташування у своїй стовпчиковій матриці;
3) На місцях елементів $\left(a_{n-n_i}; a_n\right)$ для $n_i < n$, тобто там, де елементи відсутні, ставимо *X*.

Отже, маємо матрицю M розмірності $n \times r$.

2. Утворення наступної прямокутної матриці. Для кожної стовпчикової матриці μ_i прямокутної матриці M застосуємо перетворення $G(\mu_i)$ відповідно, яке буде мати стрічковий характер. Кожен i -ий стовпик матриці M перетвориться на i -ту стрічку нової матриці M_1 .

Отже, нова матриця M_1 буде мати r стрічок (матриця M складалась з r елементарних стовпчикових матриць, тобто мала r стовпчиків) та не більше n стовпчиків (кількість стовпчиків буде задавати максимально довге G -перетворення, яке утвориться з максимально довгої стовпчикової матриці, якщо не відбудеться скорочення елементів).

3. Рівність сум елементів матриць M та M_1. Кожна стрічка матриці M_1 є G -перетворенням відповідного стовпчика матриці M.

За теоремою 1, для будь-яких елементів сума вхідних елементів стовпчикової матриці дорівнює сумі вихідних елементів стрічкового G -перетворення: $\Sigma_{\mu_i} = \Sigma_{G(\mu_i)}$. Отже, сума елементів кожного стовпчика матриці M дорівнює сумі елементів відповідної стрічки матриці M_1.

Сума елементів матриці M (Σ_M) дорівнює сумі елементів кожного її стовпчика ($\Sigma_M = \Sigma_{\mu_i}$). Кожен стовпчик можна замінити відповідною стрічкою матриці M_1 ($\Sigma_{\mu_i} = \Sigma_{G(\mu_i)}$), а з даних стрічок і складається вся матриця M_1 ($\Sigma_{G(\mu_i)} = \Sigma_{M_1}$).

Висновок: отже, сума елементів вхідної матриці дорівнює сумі елементів матриці, яка складається з G -перетворень ($\Sigma_M = \Sigma_{M_1}$). G -перетворення не змінює суму елементів вхідної матриці. Теорему доведено.

Теорема 3. Сума елементів вхідного масиву стовпчикових матриць (або вхідної прямокутної матриці) дорівнює сумі хвостових елементів.

1. Процес утворення матриць. Матриця M_1 утворена з вхідної матриці M шляхом застосування G -перетворення до кожного її стовпчика. Суми елементів цих матриць співпадають (теорема 2).

Матриця M_2 утворена аналогічно з матриці M_1 шляхом застосування G -перетворення до кожного стовпчика.Специфікою матриці M_2 і наступних матриць є те, що перше G -перетворення ($G(\mu_1)$) записується у стрічку, починаючи з елемента a_{11} новоутвореної матриці M_2, а кожне наступне зсунуте на один елемент вправо, тобто починається відповідно з елементів a_{22}, a_{33} тощо.

Дана операція демонструє лише часовий зсув і, зрозуміло, ніяким чином не впливає на суму елементів матриці. Отже, $\Sigma_M = \Sigma_{M_1} = \Sigma_{M_2}$.

2. Відокремлення хвостових елементів. Оскільки кожна наступна стрічка матриці M_2 починається з елемента, який знаходиться правіше попереднього на один порядок, то зрозуміло, що перший стовпчик буде містити лише один елемент a_{11}. Елемент першого рядка першого стовпчику прямокутної матриці, якщо він є єдиним у першому стовпчику, називається хвостовим елементом.

Починаючи з матриці M_2 будемо відокремлювати хвостові елементи від решти елементів матриці. Матриця $M_2^{/}$ (матриця M_2 без елемента a_{11}) буде мати на один стовпчик менше і її перший стовпчик буде містити два елементи (a_{11}, a_{21}). Саме до стовпчиків такої матриці надалі і будемо застосовувати G -перетворення, оскільки застосувавши його до хвостових елементів, отримаємо ті ж самі хвостові елементи (операція не доречна).

3. Утворення масиву хвостових елементів. Від кожної матриці, починаючи з M_2, будемо відділяти рівно по одному хвостовому елементу, який буде не нульовим, оскільки всі елементи матриць утворені внаслідок застосування G -перетворення, яке не містить нульових елементів.На деякому кроці S отримаємо матрицю, яка буде складатись лише з одного елемента, який буде останнім хвостовим елементом.

Таким чином отримуємо ряд хвостових елементів, у який перейшла повністю задана прямокутна матриця.

4. Сума ряду хвостових елементів. Оскільки від матриці M_2 відокремлюємо один хвостовий елемент $a_{11}^{(1)}$, то, зрозуміло, що сума елементів матриці M_2 буде складатись з хвостового елементу та матриці $M_2^{/}$, яка складається з решти елементів матриці без хвостового ($\Sigma_{M_2} = a_{11}^{(1)} + \Sigma_{M_2^{/}}$).

За цим самим принципом $\Sigma_{M_2^{/}} = a_{11}^{(2)} + \Sigma_{M_3^{/}}$. Розпишемо таким самим чином всі матриці до останньої M_s .Підставивши всі ці вирази у загальний, отримаємо зв'язок вхідних елементів з хвостовими:

$$\Sigma_M = \Sigma_{M_1} = \Sigma_{M_2} = a_{11}^{(1)} + \Sigma_{M_2^{/}} = a_{11}^{(1)} + a_{11}^{(2)} + \Sigma_{M_3^{/}} = \ldots = \sum_{i=1}^{s} a_{11}^{(i)} \tag{21}$$

Загальний висновок: сума елементів прямокутної матриці (сума елементів вхідного масиву) дорівнює сумі хвостових елементів. *Інформація повністю зберігається.* Теорему доведено.

ВИСНОВОК

Даний результат дає можливість стверджувати, що застосування G -перетворення для масиву даних не порушує їхній інформаційний вміст, що дає можливість безперешкодного застосування G - перетворення у системах штучного інтелекту. Більше того цей результат є математичним підґрунтям функціонування паралельно-ієрархічних мереж.

Розглянуті теореми не лише доводять факт, що при використанні G -перетворення інформація не зникає і не з'являється, а й демонструють стискання інформації, що зменшує час та витрати при передачі інформації.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. М.В. Ковзель, Л.І. Тимченко, Ю.Ф. Кутаєв, С.В. Свєчніков, В.П. Кожем'яко, О.І. Стасюк, С.М. Білан, Л.В. Загоруйко Паралельно-ієрархічне перетворення і Q-обробка інформації для систем реального часу. Монографія. Кол. авторів, - Київ: "КУЕТТ", 2006. – 492с;
2. Горейко С.М., Тимченко Л.І., Герцій О.А. Рівність сум елементів стовпчикової матриці та її стрічкового G -перетворення // Збірник наукових праць КУЕТТ, Випуск 6, 2005;
3. Тимченко Л.І., Горейко С.М. Теоретичні підтвердження паралельно-ієрархічного перетворення в системах штучного інтелекту // Інформаційні технології і системи, Львів, Том 9, №1, 2006, с. 90-94;
4. Тимченко Л.І., Горейко С.М., Кокряцька Н.І., Фурдіяк Н.Є. Розробка математичних моделей паралельно-ієрархічного перетворення // Збірник наукових праць КУЕТТ, Випуск 11, 2007, с.160-163.

Надійшла до редакції 08.04.2008р.

ТИМЧЕНКО Л.І. – д.т.н., професор, завідувач кафедри телекомунікаційних технологій та автоматики Державного економіко-технологічного університету транспорту.

ГОРЕЙКО С.М. – асистент кафедри телекомунікаційних технологій та автоматики Державного економіко-технологічного університету транспорту.

ІВАСЮК І.Д. – завідувач відділенням освіти та науки Вінницької області.