

---

---

## ОПТИЧНА І КВАНТОВА ЕЛЕКТРОНІКА В КОМП'ЮТЕРНИХ ТА ІНТЕЛЕКТУАЛЬНИХ ТЕХНОЛОГІЯХ

---

---

УДК 681.511.4

С. В. ЮХИМЧУК, Є. В. МИХАЛЕВСЬКИЙ

### ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ ЗМІНЕННЯ ПЕРВИННИХ ПАРАМЕТРІВ ОДНОГО КЛАСУ НЕЛІНІЙНИХ НЕСТАЦІОНАРНИХ СИСТЕМ НА ВИХІДНИЙ СИГНАЛ І ХАРАКТЕРИСТИКИ АВТОКОЛИВАНЬ

*Вінницький національний технічний університет  
95, Хмельницьке шосе, 21021, Вінниця, Україна*

**Анотація.** Розроблено математичну модель для дослідження одного класу нелінійних нестационарних систем у просторі приросту параметрів при впливі неконтрольованих параметричних збурень, що задаються гармонійними законами, а також здійснено оцінку параметрів автоколивального режиму даної системи керування, що розглядається.

#### ВСТУП

Як відомо, сучасні системи керування часто працюють з об'єктами, які змінюють свої параметри при зміні характеристик зовнішнього середовища. Одними із таких систем є системи керування літальним апаратом. Ці системи повинні надійно працювати при зміні параметрів літальних апаратів в широких межах при зміні висоти та швидкості польоту. При цьому слід враховувати, що під дією неконтрольованих параметричних збурень можуть змінюватися і параметри таких систем керування, що призводить до зміни їх показників якості [1, 2]. Частина систем керування рухом літальних апаратів є системами, що працюють в автоколивальному режимі і є самоналаштованими.

Зрозуміло що поведінка систем управління для нестационарних нелінійних об'єктів описуються нелінійними нестационарними рівняннями. Оскільки дослідження таких рівнянь в загальному вигляді є неможливим, то припускаючи, що коефіцієнти рівнянь і керуючі дії є функціями часу, що повільно змінюються, використовують метод гармонічної лінеаризації [3].

Один клас систем управління літальним апаратом був досліджений в роботах [2, 4, 5-7]. Але в них не розглядався вплив зовнішніх електромагнітних збурень, що не контролюються, на найчутливіший елемент структурної схеми системи управління. А тому є актуальною задачею оцінки впливу цього фактору на вихідний сигнал і характеристики автоколивань системи керування рульової машини літального апарату шляхом математичного моделювання в просторі приростів параметрів.

#### 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Розглянемо розв'язання задачі дослідження впливу змінення первинних параметрів на вихідний сигнал та характеристики автоколивань на прикладі системи керування рульової машини літального апарату (СУРМЛА) при впливі електромагнітних завад, яка працює в автоколивальному режимі. У цьому випадку, на відміну від результатів, отриманих в [5], первинні параметри змінюються за гармонійними законами.

Згідно з [4] структурна схема системи керування наведена на рис. 1, де  $W_1(p)$  – передаточна функція аперіодичної ланки,  $W_2(p)$  – передаточна функція підсилювача рульової машини,  $W_3(p)$  – передаточна функція літального апарату, а ланка з передаточною функцією  $W_4(p)$  описує датчик кутової швидкості (ДКШ), який конструктивно являє собою двоступеневий гіроскоп.

При цьому лінійна частина системи керування визначається передаточними функціями виду:

$$W_1(p) = \frac{k_1}{T_1 \cdot p + 1}, \quad (1)$$

де  $k_1$  – коефіцієнт підсилення аперіодичної ланки;  $T_1$  – постійна часу цієї ланки;

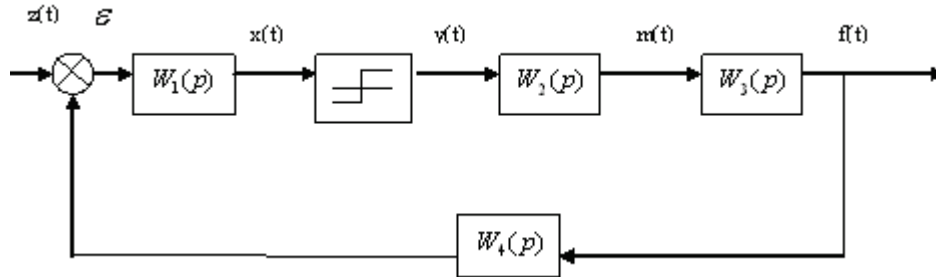


Рис. 1. Структурна схема керування рульової машини літального апарату

$$W_2(p) = \frac{k_2}{T_2 \cdot p + 1}, \quad (2)$$

де  $k_2$  – коефіцієнт підсилення підсилювача рульової машини;  $T_2$  – постійна часу підсилювача рульової машини;

$$W_3(p) = \frac{k_3}{T_3 \cdot p + 1}, \quad (3)$$

де  $k_3$  – коефіцієнт підсилення літального апарату;  $T_3$  – постійна часу каналу крену літального апарату;

$$W_4(p) = k_4, \quad (4)$$

де  $k_4$  – коефіцієнт підсилення ДКШ (датчик кутової швидкості).

Нелінійна частина системи являє собою ідеальний релейний елемент із вихідним сигналом  $y(t)$ , що задається співвідношенням:

$$y(t) = \begin{cases} b_0, & x(t) \geq 0, \\ -b_0, & x(t) < 0. \end{cases} \quad (5)$$

Найбільш чутливим елементом структурної схеми системи є релейний елемент, на який діють неконтрольовані параметричні збурення, які приводять до того, що номінальне значення вихідного сигналу реле  $b_0$  змінюється із плином часу. При цьому зміну значення параметра реле при впливі на нього електромагнітних завад можна апроксимувати співвідношенням вигляду [3]:

$$B(t) = b_0 \pm b \cdot \sin(\Omega \cdot t), b \ll b_0, \quad (6)$$

де  $b_0$  – номінальне значення вихідного сигналу ідеального реле.

## 2. РОЗВ'ЯЗОК ЗАДАЧІ

Розв'язувати поставлену задачу будемо за допомогою методу описуючих функцій, який було запропоновано у 1934 році Н. Н. Криловим та Н. М. Боголюбовим [8], а потім узагальнений для нестационарних ланок у роботі [3].

Для отримання чисельних результатів, знайдемо описуючу функцію для ланки зі статичною характеристикою виду (5) при законах зміни параметрів (6). При цьому, використовуючи результати роботи [3], описуючу функцію для даної релейної ланки можна визначити із виразу:

$$J(A, t, b, \omega, \Omega) = \frac{4}{\pi A} \int_0^{\frac{\pi}{2}} B(t) \cdot \sin(\omega t) d(\omega t). \quad (7)$$

Підставимо (6) в (7) і виконаємо інтегрування:

$$\begin{aligned} J(A, t, b, \omega, \Omega) &= \frac{4}{\pi A} \int_0^{\frac{\pi}{2}} [b_0 \pm b \sin(\Omega t)] \sin(\omega t) d(\omega t) = \frac{4}{\pi A} \left[ -b_0 \cos(\omega t) \right]_0^{\frac{\pi}{2}} \pm \\ &\pm \frac{b}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[ \cos\left(\omega t \left(\frac{\Omega}{\omega} - 1\right)\right) - \cos\left(\omega t \left(\frac{\Omega}{\omega} + 1\right)\right) \right] d(\omega t) = \frac{4b_0}{\pi A} \pm \frac{2b}{\pi A} \left[ \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} \left(\frac{\Omega}{\omega} - 1\right)\right)}{\frac{\Omega}{\omega} - 1} - \right. \\ &\left. \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} \left(\frac{\Omega}{\omega} + 1\right)\right)}{\frac{\Omega}{\omega} + 1} \right] = \frac{4b_0}{\pi A} \pm \frac{2b}{\pi A \left(\frac{\Omega^2}{\omega^2} - 1\right)} \cdot \left[ \left( \sin\left(\frac{\pi \Omega}{2\omega}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) - \cos\left(\frac{\pi \Omega}{2\omega}\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \right) \cdot \right. \\ &\left. \left(\frac{\Omega}{\omega} + 1\right) - \left( \sin\left(\frac{\pi \Omega}{2\omega}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(\frac{\pi \Omega}{2\omega}\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \right) \cdot \left(\frac{\Omega}{\omega} - 1\right) \right] = \frac{4b_0}{\pi A} \mp \frac{4b \cos\left(\frac{\pi \Omega}{2\omega}\right) \cdot \Omega}{\pi A \cdot \left(\frac{\Omega^2}{\omega^2} - 1\right) \cdot \omega}. \end{aligned}$$

Оскільки описуюча функція не залежить від часу, то остаточно отримаємо:

$$J(A, b, \omega, \Omega) = \frac{4b_0}{\pi A} \mp \frac{4b \Omega \omega \cos\left(\frac{\pi \Omega}{2\omega}\right)}{\pi A \cdot (\Omega^2 - \omega^2)}, \quad (8)$$

де  $A$  і  $\omega$  – відповідно амплітуда і частота автоколивань.

Згідно з [5] диференціальне рівняння в операторній формі, що зв'язує вхідний та вихідний сигнали системи керування, що розглядається, матиме вигляд:

$$\begin{aligned} &\left( 2T_1 T_2 T_3 p^3 + (2T_1 T_2 + T_1 T_3 + 2T_2 T_3) p^2 + (T_1 + 2T_2 + T_3) p + 1 + \right. \\ &\left. + k_1 k_2 k_3 k_4 J(A, b, \omega, \Omega) \right) f(p) = k_1 k_2 k_3 J(A, b, \omega, \Omega) \cdot z(p). \end{aligned} \quad (9)$$

Введемо заміну:

$$\begin{aligned} a_0 &= 2T_1 T_2 T_3; a_1 = 2T_1 T_2 + T_1 T_3 + 2T_2 T_3; a_2 = T_1 + 2T_2 + T_3; \\ a_3 &= 1 + k_1 k_2 k_3 k_4 J(A, b, \omega, \Omega). \end{aligned} \quad (10)$$

Тоді із даного диференціального рівняння (9) із врахуванням (10) нескладно отримати нестационарну передаточну функцію системи керування:

$$W_z(p) = \frac{k_1 k_2 k_3 J(A, b, \omega, \Omega)}{(a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3)}. \quad (11)$$

Визначимо числові значення вихідного сигналу  $f(t)$  після закінчення перехідного процесу при таких значеннях параметрів досліджуваної системи для різних значень  $b$ . Числові значення параметрів наведені в [4]:

$$T_1 = 0,005; T_2 = 0,05; T_3 = 0,5; k_1 = 0,1; k_2 = 1; k_3 = 5; k_4 = 0,2; b_0 = 90; \Omega = 60. \quad (12)$$

Підставимо ці дані в вираз (10), і розв'язавши дане диференціальне рівняння чисельними методами для різних значень параметра  $b$ , побудуємо табл.1.

Таблиця 1.-Значення вихідного сигналу  $f(t)$  після закінчення перехідного процесу при різних значеннях параметра  $b$

$f$	24.46621	24.46649	24.46677	24.46706	24.46734	24.46763	24.46791	24.46819
$b$	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3.5

Проаналізувавши табл. 1, бачимо, що при заданих наборах параметрів (12) і збільшенні параметра  $b$ , встановлене значення вихідного сигналу  $f(t)$  також збільшується.

Щоб оцінити вплив зміни параметрів релейного елемента на вихідний сигнал даної системи, перейдемо від опису (9) до опису динаміки розглядуваної системи у просторі приростів параметрів, використовуючи алгоритми, розроблені в роботі [3]. Для цього, використовуючи (9), запишемо рівняння динаміки відносно функцій чутливості вихідного сигналу системи до зміни вихідного сигналу  $V(t)$  релейної ланки:

$$\begin{aligned} & 2T_1T_2T_3 \frac{d^3}{dt^3} \left( \frac{\partial f}{\partial b} \right) + (2T_1T_2 + T_1T_3 + 2T_2T_3) \frac{d^2}{dt^2} \left( \frac{\partial f}{\partial b} \right) + (T_1 + 2T_2 + T_3) \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial f}{\partial b} \right) + \\ & + \frac{\partial f}{\partial b} + k_1k_2k_3k_4 J(A, b, \omega, \Omega) \left( \frac{\partial f}{\partial b} \right) + k_1k_2k_3k_4 \frac{\partial J(A, b, \omega, \Omega)}{\partial b} f(t) = \\ & = k_1k_2k_3 \frac{\partial J(A, b, \omega, \Omega)}{\partial b} \cdot z(t). \end{aligned} \quad (13)$$

Якщо ввести позначення  $\frac{\partial f}{\partial b} = U_b$ , то вираз (13) можна записати у вигляді:

$$\begin{aligned} & 2T_1T_2T_3 \frac{d^3U_b}{dt^3} + (2T_1T_2 + T_1T_3 + 2T_2T_3) \frac{d^2U_b}{dt^2} + (T_1 + 2T_2 + T_3) \frac{dU_b}{dt} + \\ & + U_b + k_1k_2k_3k_4 J(A, b, \omega, \Omega) U_b = k_1k_2k_3 \frac{\partial J(A, b, \omega, \Omega)}{\partial b} \cdot (z(t) - k_4 f(t)). \end{aligned} \quad (14)$$

Частинна похідна, що входить у (14) за умови (8), має вигляд:

$$\frac{\partial J(A, b, \omega, \Omega)}{\partial b} = \mp \frac{4\Omega\omega \cos\left(\frac{\pi\Omega}{2\omega}\right)}{\pi A \cdot (\Omega^2 - \omega^2)}. \quad (15)$$

Спільне розв'язання рівнянь (9), (14) з урахуванням (15) чисельними методами дозволяє побудувати графіки функцій чутливості, наведені на рис. 2 – 3, які отримані при значеннях параметрів (12), але для різних значень  $k_3$ .

Аналіз наведених графіків дозволяє зробити висновок, що існують такі значення параметра релейного елемента, для яких  $U_b = 0$ , тобто система є інваріантною до змін відповідного параметра. Причому із збільшенням часу перехідного процесу, величина  $U_b$  прямує до деякого постійного значення, що в свою чергу дозволяє зробити висновок про стійкість системи, що розглядається, при заданих наборах параметрів (12).

Далі визначимо параметри автоколивального режиму системи керування, що розглядається. Маючи нестационарну передаточну функцію (11) нескладно отримати характеристичне рівняння досліджуваної системи:

$$a_0 \lambda^3 + a_1 \lambda^2 + a_2 \lambda + a_3 = 0. \quad (17)$$

Оскільки система працює в автоколивальному режимі, то характеристичне рівняння буде мати уявні корені  $\lambda = \pm j\omega$ , які підставивши в рівняння (17), отримаємо:

$$-ja_0\omega^3 - a_1\omega^2 + ja_2\omega + a_3 = 0. \quad (18)$$

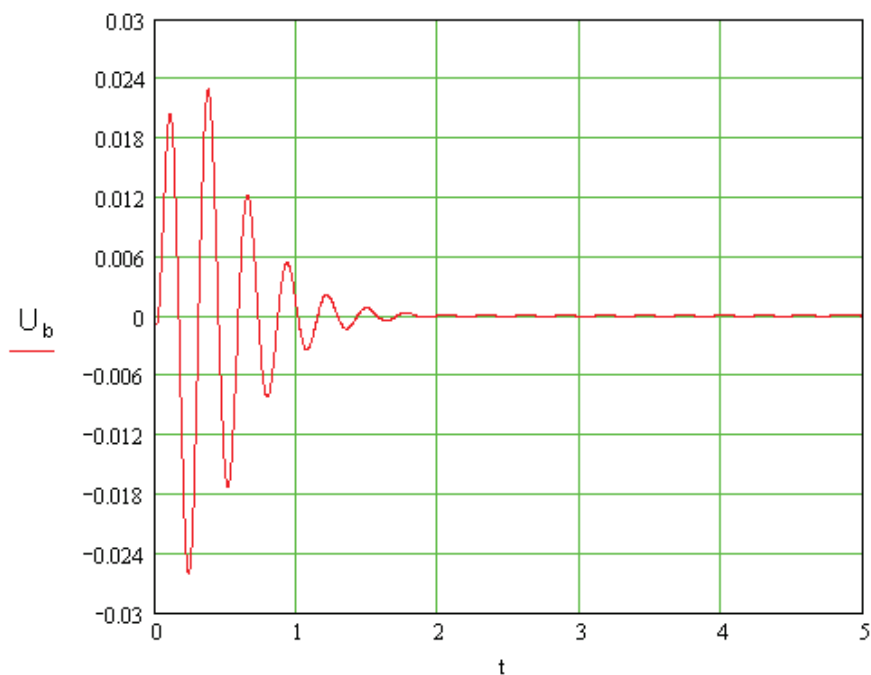


Рис.2. Графік зміни функції чутливості вихідного сигналу в залежності від зміни вихідного сигналу релейної ланки при  $k_3=5$ .

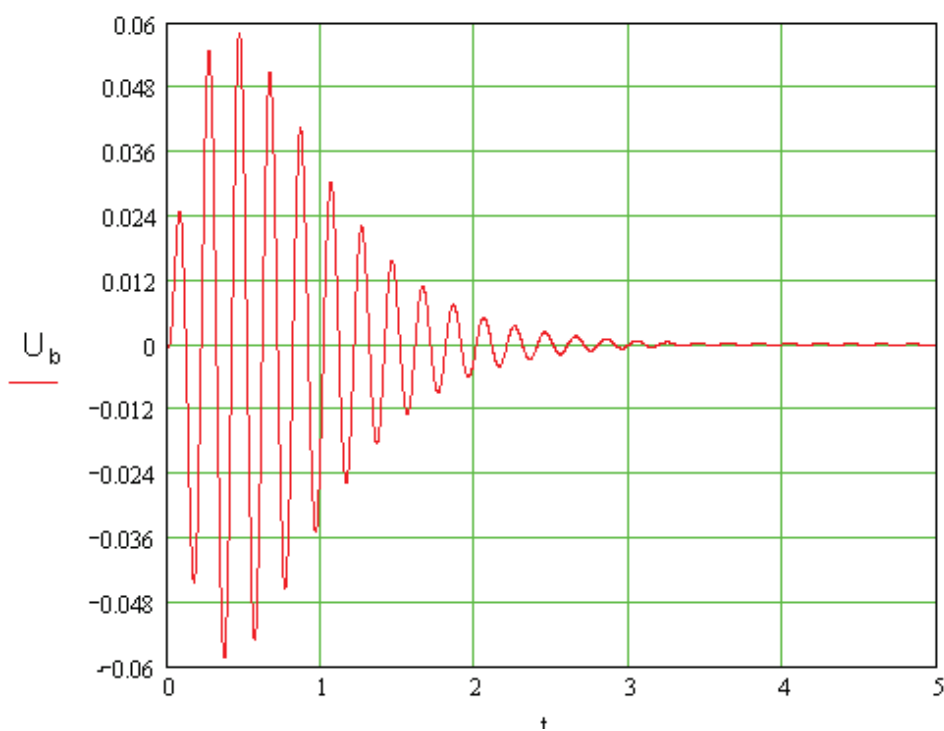


Рис.3. Графік зміни функції чутливості вихідного сигналу в залежності від зміни вихідного сигналу релейної ланки при  $k_3=10$ .

При цьому рівність (18) можна переписати таким чином:

$$\begin{cases} -a_0\omega^3 + a_2\omega = 0, \\ -a_1\omega^2 + a_3 = 0. \end{cases} \quad (20)$$

З першого рівняння системи (20) знайдемо, що  $\omega_1 = \sqrt{\frac{a_2}{a_0}}$  і  $\omega_2 = 0$ . Очевидно, що частота не може дорівнювати нулю, тому остаточно отримаємо:

$$\omega = \sqrt{\frac{T_1 + 2T_2 + T_3}{2T_1T_2T_3}}. \quad (20)$$

Визначимо амплітуду автоколивань з другого рівняння системи (20) підставивши значення  $a_1$  та  $a_3$  з (10):

$$A = \frac{\left( 4b_0(\Omega^2 - \omega^2) \mp 4b\Omega\omega \cos\left(\frac{\pi\Omega}{2\omega}\right) \right) \cdot k_1k_2k_3k_4}{\pi \cdot (a_1\omega^2 - 1) \cdot (\Omega^2 - \omega^2)}. \quad (21)$$

Визначимо числові значення параметрів автоколивань  $A$  і  $\omega$  при значеннях параметрів (12) системи для різних значень  $b$ . Підставимо ці дані в вирази (20) і (21), відповідно, отримаємо:

$$\begin{aligned} \omega &= 49,193c^{-1}, \\ A &= \frac{42481.755 \mp 399.376 \cdot b}{1419580.553}. \end{aligned} \quad (22)$$

Очевидно, що проаналізувавши вираз (20), можна зробити висновок, що частота автоколивань  $\omega$  даної системи керування залежить тільки від сталих елементів часу, що входять у структурну схему системи керування.

Результати розрахунків значень амплітуди автоколивань при різних значеннях параметра  $b$  наведені в табл.2. З табл. 2 і співвідношення (22) видно, що амплітуда автоколивань в даному випадку незначно зменшується із збільшенням параметра  $b$ .

Таблиця 2.

Значення амплітуди автоколивань при різних значеннях параметра  $b$

A	0.031051	0.03091	0.03077	0.030629	0.030488	0.030348	0.030207	0.030066
b	-4	-3,5	-3	-2,5	-2	-1,5	-1	-0,5
A	0.0288	0.028941	0.029082	0.029222	0.029363	0.029504	0.029644	0.029785
b	4	3.5	3	2,5	2	1,5	1	0,5

## ВИСНОВКИ

Шляхом математичного моделювання розв'язано задачу оцінки параметрів автоколивального режиму системи керування рульовою машиною літального апарату, а також здійснено її аналіз при впливі на неї неконтрольованих параметричних збурень, що задаються гармонійним законами. Отримана математична модель дозволяє в подальшому визначити загальні умови асимптотичної стійкості системи, що розглядається, тобто знайти область змінення первинних параметрів нелінійної частини системи, в якій властивість стійкості зберігається.

### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Черемных С. В. Стабилизируемость космических летательных аппаратов. – М.: Машиностроение, 1978. – 208 с.
2. Шаталов А. С., Топчеев Ю. И., Кондратьев С. В. Летательные аппараты как объекты управления. – М.: Машиностроение, 1972. – 240 с.
3. Юхимчук С. В. Математические модели оценки устойчивости нелинейных нестационарных систем. – Винница: УНІВЕРСУМ – Винница, 1997. – 141 с.
4. Козлов В. И. Самонастраивающиеся системы с релейными элементами. – М.: Энергия, 1974. – 88 с.
5. Юхимчук С. В., Хазін М. Б. Математичні моделі аналізу нестационарних релейних систем в просторі приростів параметрів. – Монографія. – Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2006. – 98 с.
6. Юхимчук С. В., Гільманов Р. Р. Розрахунок параметрів автоколивань одного класу нелінійних нестационарних систем // Вісник ВПІ. – 2000. – №6. – С.5—10.
7. Юхимчук С. В., Гільманов Р. Р. Моделювання впливу зміни характеристик одного класу нелінійних нестационарних систем на значення параметрів автоколивань // Вісник ВПІ. – 2002. – №3. – С.68—73.
8. Боголюбов Н. Н., Крилов Н. М. Применение новых методов нелинейной механики для исследования работы синхронных генераторов. – М.: ОНТИ, 1934. – С.44—99.

Надійшла до редакції 12.06.2008р.

**ЮХИМЧУК СЕРГІЙ ВАСИЛЬОВИЧ**, – д.т.н., професор, завідувач кафедри інтелектуальних систем, Вінницький національний технічний університет, Хмельницьке шосе, 95, Вінниця, 21021, Україна, тел.: (0432) 580656, E-mail: [uhim@vstu.vinnica.ua](mailto:uhim@vstu.vinnica.ua).

**МИХАЛЕВСЬКИЙ ЄВГЕНІЙ ВАЛЕРІЙОВИЧ**, – студент кафедри інтелектуальних систем, Вінницький національний технічний університет, Хмельницьке шосе, 95, Вінниця, 21021, Україна, тел.: (04338) 25299, E-mail: [mikhalevskiy@mail.ru](mailto:mikhalevskiy@mail.ru).