

Д. І. Родькін<sup>1</sup>  
С. М. Пересада<sup>1</sup>  
В. М. Пижов<sup>1</sup>  
О. І. Райчук<sup>1</sup>

## СПОСТЕРІГАЧ МЕХАНІЧНИХ КООРДИНАТ В СИСТЕМІ КООРДИНАТ СТАТОРА ДЛЯ НЕЯВНОПОЛЮСНИХ СИНХРОННИХ ДВИГУНІВ З ПОСТІЙНИМИ МАГНІТАМИ

<sup>1</sup>Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

*Запропоновано спостерігач кутової швидкості та кутового положення для неявнополюсних синхронних двигунів з постійними магнітами. Як базову модель використано модель в системі координат статора, а саме рівняння динаміки струмів та потокозчеплень. На основі рівнянь спроектовано спостерігач повного порядку. Для аналізу стійкості та проектування оцінювача швидкості здійснено перехід до динаміки похибок та введено нові змінні стану. Відповідно до аналізу стійкості з використанням другого методу Ляпунова доведено, що запропонований спостерігач є локально асимптотично стійким і гарантує експоненційну оцінку невідомих змінних, а саме кутової швидкості та положення. Під час синтезу спостерігача введено припущення, що швидкість є постійною, або такою, що повільно змінюється, але спостерігач може бути налаштований таким чином, щоби вплив непостійності швидкості на її оцінку був мінімальний. Положення визначається на основі оцінених значень потокозчеплень. В роботі наведено результати моделювання при роботі спостерігача в розімкненому та замкненому режимах. В розімкненому режимі спостерігач не впливає на роботу алгоритму керування. В замкненому режимі роботи спостерігач застосовується для оцінювання механічних координат, які потім використовуються замість виміряних для роботи системи векторного керування та перетворення координат. Перехідні процеси показали, що якість показників керування у разі бездавачевого керування швидкості наближається до випадку, коли механічні координати вимірюються. Тому запропонований спостерігач може бути використаний замість датчиків швидкості та положення для здешевлення електроприводів на базі неявнополюсних синхронних двигунів з постійними магнітами для середньо- або низькодинамічних застосувань, що не потребують роботи на низьких швидкостях.*

**Ключові слова:** бездавачеве керування, керування швидкістю, синхронний двигун, постійні магніти.

### Вступ

Необхідність встановлення датчика швидкості/положення для точної роботи синхронних двигунів з постійними магнітами (СДПМ) є одним з найзначніших недоліків, що не дозволяє використовувати їх у ширшому спектрі застосувань. Вартість датчиків механічних координат порівнянна з вартістю двигунів малої потужності. Також ці датчики чутливі до умов навколишнього середовища та вібрацій. Як наслідок, сьогодні існує велика кількість наукових публікацій щодо бездавачевого керування синхронними двигунами. Першим етапом для реалізації такого типу керування є проектування спостерігача швидкості та положення. Стійкість розроблених спостерігачів в статтях не завжди доводиться, що не дозволяє використовувати запропоновані рішення в промислових приводах. Тому проблема бездавачевого керування СДПМ залишається не повністю вирішеною.

Більшість наявних спостерігачів швидкості та положення можна розділити на три групи залежно від підходу, який використовується для їх проектування: спостерігачі стану [1], спостерігачі на основі інжекцій додаткових сигналів [2] та спостерігачі, що працюють в ковзному режимі [3]. Авторами роботи [4] запропонований спостерігач стану, в якому потокозчеплення оцінювались на основі їх похідних в рівняннях динаміки струмів. Для цього додатково були введені фільтри та

оцінювались початкові умови. Таким чином спостерігач складався з семи диференціальних рівнянь, що робить запропоноване в [4] рішення складним з погляду кількості обчислень.

*Метою роботи є синтез спостерігача швидкості та положення для неявнополосного СПДМ в системі координат статора, що потребує меншу кількість обчислювальних ресурсів в порівнянні з рішенням, запропонованим раніше.*

### Модель двигуна

Електрична частина моделі неявнополосного СПДМ в системі координат статора, є такою [5]:

$$\dot{i}_\alpha = (-Ri_\alpha + p_n \omega \Psi_\beta + u_\alpha) / L, \quad \dot{i}_\beta = (-Ri_\beta - p_n \omega \Psi_\alpha + u_\beta) / L; \quad (1)$$

$$\dot{\Psi}_\alpha = -p_n \omega \Psi_\beta, \quad \dot{\Psi}_\beta = p_n \omega \Psi_\alpha, \quad (2)$$

де  $\omega$  — кутова швидкість ротора;  $(i_\alpha \ i_\beta)^T$  — вектор струмів статора;  $(u_\alpha \ u_\beta)^T$  — вектор напруг статора;  $R$  — активний опір;  $L$  — індуктивність статора;  $\Psi_M$  — потік від постійних магнітів;  $(\Psi_\alpha \ \Psi_\beta)^T$  — вектор потокозчеплень, де  $\Psi_\alpha = \Psi_M \cos(p_n \theta)$ ;  $\Psi_\beta = \Psi_M \sin(p_n \theta)$ ;  $\theta$  — кутове положення ротора.

Для синтезу спостерігача введено такі припущення:

A.1. Струми і напруги статора є відомими.

A.2. Параметри двигуна відомі і постійні.

A.3. Швидкість двигуна постійна, або така, що повільно змінюється.

*Метою є синтез спостерігача кутової швидкості та положення, що гарантує виконання умови*

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\tilde{\omega}, \tilde{\theta}) = 0, \quad (3)$$

де  $\tilde{\omega} = \omega - \hat{\omega}$  — похибка оцінювання швидкості;  $\tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta}$  — похибка оцінювання положення;  $\hat{\omega}$ ,  $\hat{\theta}$  — оцінені значення швидкості та положення, відповідно.

### Синтез спостерігача та моделювання

Розглянемо спостерігач повного порядку такого вигляду:

$$\hat{\dot{i}}_\alpha = (-Ri_\alpha + u_\alpha + p_n \hat{\omega} \hat{\Psi}_\beta) / L + k_i \tilde{i}_\alpha, \quad \hat{\dot{i}}_\beta = (-Ri_\beta + u_\beta - p_n \hat{\omega} \hat{\Psi}_\alpha) / L + k_i \tilde{i}_\beta; \quad (4)$$

$$\hat{\dot{\Psi}}_\alpha = -p_n \hat{\omega} \hat{\Psi}_\beta - L(k_i \tilde{i}_\alpha + \gamma_1 p_n \hat{\omega} \tilde{i}_\beta), \quad \hat{\dot{\Psi}}_\beta = p_n \hat{\omega} \hat{\Psi}_\alpha - L(k_i \tilde{i}_\beta - \gamma_1 p_n \hat{\omega} \tilde{i}_\alpha),$$

де  $(\hat{i}_\alpha \ \hat{i}_\beta)^T$  — вектор оцінок струмів;  $(\hat{\Psi}_\alpha \ \hat{\Psi}_\beta)^T$  — вектор оцінок потокозчеплень;

$\tilde{i}_\alpha = i_\alpha - \hat{i}_\alpha$ ;  $\tilde{i}_\beta = i_\beta - \hat{i}_\beta$  — похибки оцінювання струмів вздовж осей  $\alpha$ ,  $\beta$ , відповідно;  $k_i > 0$  — коефіцієнт зворотного зв'язку спостерігача,  $\gamma_1$  — коефіцієнт налаштування.

Динаміка похибок спостерігача може бути знайдена шляхом віднімання (4) від моделі (1), (2). Для подальшого аналізу стійкості вводяться нові змінні стану

$$z_\alpha = \tilde{i}_\alpha + \tilde{\Psi}_\alpha / L; \quad z_\beta = \tilde{i}_\beta + \tilde{\Psi}_\beta / L, \quad (5)$$

де  $\tilde{\Psi}_\alpha = \Psi_\alpha - \hat{\Psi}_\alpha$ ;  $\tilde{\Psi}_\beta = \Psi_\beta - \hat{\Psi}_\beta$  — похибки оцінювання потокозчеплень вздовж осей  $\alpha$  та  $\beta$ , відповідно.

В матричній формі динаміка похибок оцінювання струмів є такою:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}(t)\mathbf{x} + \mathbf{W}(t)\tilde{\mathbf{p}} + \mathbf{c}(t), \quad (6)$$

де  $\mathbf{x} = (\tilde{i}_\alpha \ \tilde{i}_\beta)^T$  — вектор похибок оцінювання струмів;  $\mathbf{W}(t) = \begin{bmatrix} p_n \hat{\Psi}_\beta / L & 0 & p_n \hat{\omega} \\ -p_n \hat{\Psi}_\alpha / L & -p_n \hat{\omega} & 0 \end{bmatrix}$  — відо-

ма матриця регресор;  $\tilde{\mathbf{p}} = (\tilde{\omega} \ z_\alpha \ z_\beta)^T$  — вектор похибок оцінювання;

$\mathbf{c}(t) = (p_n \tilde{\omega} \tilde{\psi}_\beta / L \quad -p_n \tilde{\omega} \tilde{\psi}_\alpha / L)^T$  — вектор квадратичних похибок;  $\mathbf{A}(t) = \begin{bmatrix} -k_i & -p_n \hat{\omega} \\ p_n \hat{\omega} & -k_i \end{bmatrix}$  — матриця стійкості;  $\mathbf{\Lambda} = \text{diag}(\gamma_2 \quad \gamma_1 \quad \gamma_1)$  — матриця коефіцієнтів спостерігача.

Динаміка похибок змінних стану  $z_\alpha, z_\beta$  на основі перетворення (5) має вигляд

$$\dot{z}_\alpha = \gamma_1 p_n \hat{\omega} \tilde{i}_\beta; \quad \dot{z}_\beta = -\gamma_1 p_n \hat{\omega} \tilde{i}_\alpha. \quad (7)$$

Для подальшого аналізу пропонується частково лінеаризувати динаміку похибок (6) в околі положення рівноваги  $(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{p}}) = 0$  шляхом нехтування компонентою  $\mathbf{c}(t)$ . В цьому випадку тільки локальна стійкість може бути доведена.

Аналіз стійкості відбувається з використанням другого методу Ляпунова. Розглянемо функцію Ляпунова:

$$V = (\mathbf{x}^T \mathbf{P} \mathbf{x} + \tilde{\mathbf{p}}^T \mathbf{\Lambda}^{-1} \tilde{\mathbf{p}}) / 2 > 0. \quad (8)$$

Похідна від (8) — це

$$\dot{V} = \mathbf{x}^T (\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}) \mathbf{x} / 2 + \mathbf{x}^T \mathbf{W} \tilde{\mathbf{p}} + \tilde{\mathbf{p}}^T \mathbf{\Lambda}^{-1} \dot{\tilde{\mathbf{p}}}. \quad (9)$$

Похідна спрощується так:

$$\dot{V} = \mathbf{x}^T (\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}) \mathbf{x} / 2 \leq 0, \quad (10)$$

якщо динаміка похибок оцінювання є

$$\dot{\tilde{\mathbf{p}}} = -\mathbf{\Lambda} \mathbf{W}^T \mathbf{x}, \quad (11)$$

що відповідає динаміці  $z_\alpha, z_\beta$  в (7).

З умов виконання умов  $V > 0$ ;  $\dot{V} \leq 0$  випливає, що змінні  $\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{p}}$  є обмеженими. Матриця регресор  $\mathbf{W}(t)$  та її похідна  $\dot{\mathbf{W}}(t)$  також обмежені. Згідно з прямим застосуванням леми Барбалата [6]

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\mathbf{x}) = 0. \quad (12)$$

Якщо позитивна константа  $T$  існує, що матриця

$$\int_t^{t+T} \mathbf{W}^T(\tau) \mathbf{W}(\tau) d\tau > 0, \quad \forall t \geq 0, \quad (13)$$

то умови персистентності збудження виконуються і положення рівноваги  $(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{p}}) = 0$  є глобально експоненційно стійким для частково лінеаризованої системи (6), (11) з  $\mathbf{c}(t) = 0$ . Тоді, як наслідок, система (6), (11) є локально експоненційно стійкою. Динаміка оцінювання швидкості на основі (11) з урахуванням припущення А.3, тобто  $\dot{\omega} \approx 0$  є такою:

$$\dot{\hat{\omega}} = -\dot{\omega} = -\gamma_2 (-p_n \hat{\psi}_\beta \tilde{i}_\alpha + p_n \hat{\psi}_\alpha \tilde{i}_\beta) / L. \quad (14)$$

Положення може бути знайдено на основі оцінок потокозчеплень:

$$\hat{\theta} = p_n^{-1} \arctan(\hat{\psi}_\beta / \hat{\psi}_\alpha). \quad (15)$$

Таким чином, якщо припущення А.1— А.3 виконуються, то спостерігач (4), (14), (15) гарантує асимптотичну оцінку швидкості та положення.

### Результати моделювання

Траєкторія швидкості показана на рис. 1. Постійний номінальний момент навантаження прикладається з 0,6 с до 1,8 с. Результати моделювання наведено для неявнополюсного СДПМ з такими номінальними параметрами: потужність  $P_r = 2,2$  кВт, швидкість  $\omega_r = 157$  рад/с, активний опір  $R = 1,33$  Ом, індуктивність  $L = 33$  мГн, потокозчеплення  $\Psi_M = 0,615$  Вб, число пар полюсів  $p_n = 2$ ,

момент інерції  $J = 0,0138 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ . Коефіцієнти налаштування спостерігача такі:  $k_i = 500$ ;  $\gamma_1 = 5$ ;  $\gamma_2 = 4000$ .

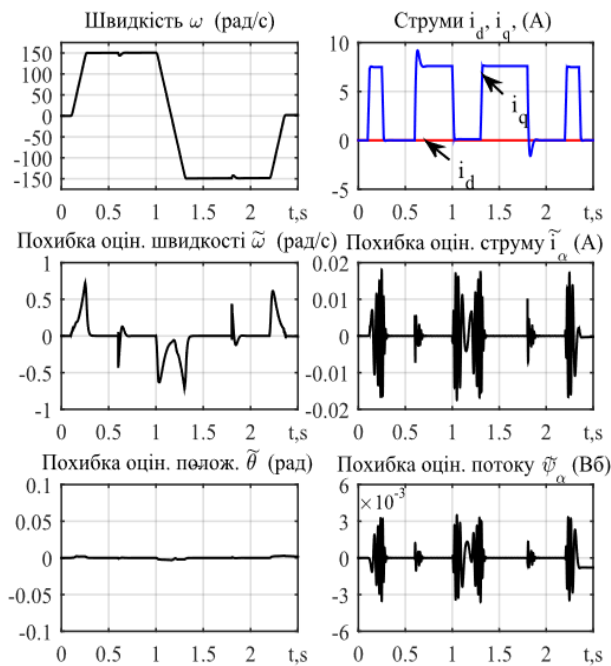


Рис. 1. Перехідні процеси оцінювання змінних у разі використання запропонованого спостерігача в розімкненому режимі

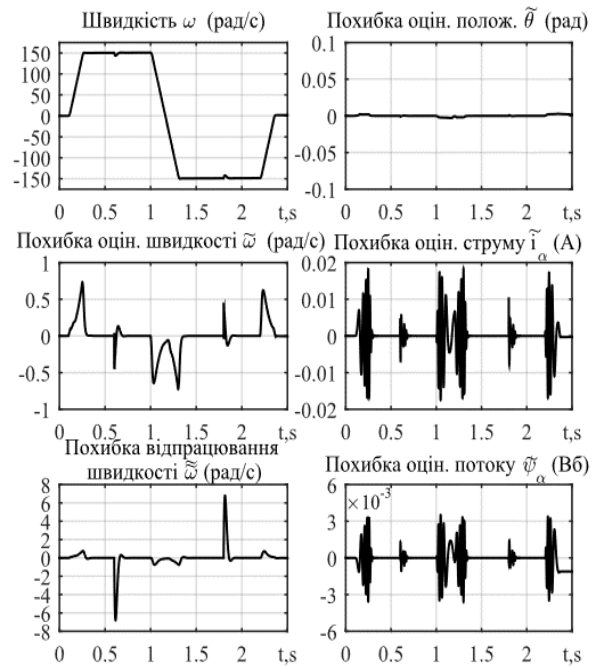


Рис. 2. Перехідні процеси оцінювання змінних у разі використання запропонованого спостерігача в замкнутому режимі

На рис. 1 показані перехідні процеси під час роботи спостерігача у розімкненому стані. В цьому режимі спостерігач не впливає на роботу системи керування. З вигляду перехідних процесів випливає, що похибка оцінювання положення є майже нульовою протягом всього тесту. Похибки оцінювання швидкості виникають коли  $\dot{\omega} \neq 0$ , але їх значення є порівняно малим и може бути зменшено за рахунок оптимального вибору коефіцієнтів налаштування. На рис. 2 показані перехідні процеси під час роботи спостерігача в замкнутому режимі з алгоритмом керування швидкості неявнополюсного СДПМ, який описано в роботі [7]. Тобто, в алгоритмі використовуються оцінені значення швидкості та положення замість вимірних. З рис. 2 випливає, що похибки оцінювання швидкості та положення не змінились, в порівнянні з випадком, коли спостерігач працював в розімкненому режимі.

## Висновки

Запропоновано новий спостерігач швидкості та положення для неявнополюсних СДПМ. Спостерігач гарантує локальну асимптотичну стійкість. Наведено результати моделювання у випадках роботи спостерігача в розімкненому та замкнутому режимах роботи. Спостерігач показує високу якість оцінювання невідомих змінних. Тому він може бути використаний для здешевлення електроприводів на базі неявнополюсних синхронних двигунів з постійними магнітами для середньо- або низькодинамічних застосувань, що не потребують роботи на низьких швидкостях.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

- [1] R. Ortega, L. Praly, A. Astolfi, J. Lee, and K. Nam, "Estimation of Rotor Position and Speed of Permanent Magnet Synchronous Motors With Guaranteed Stability," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 19, no. 3, pp. 601-614, May 2011.
- [2] M. Linke, R. Kennel, and J. Holtz, "Sensorless position control of permanent magnet synchronous machines without limitation at zero speed," in *IEEE 2002 28th Annual Conference of the Industrial Electronics Society*. IECON 02, 2002, pp. 674-679.
- [3] H. Kim, J. Son, and J. Lee, "A High-Speed Sliding-Mode Observer for the Sensorless Speed Control of a PMSM," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 58, no. 9, pp. 4069-4077, Sept. 2011. <https://doi.org/10.1109/TIE.2010.2098357>.
- [4] Peresada S., Rodkin D., and V. Pyzhov, "Sensorless Speed Control of the Surface Mounted Permanent Magnet Synchronous Motors," in *2021 IEEE 3rd Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering (UKRCON)*, pp. 379-384, August 2021.

- [5] S.-K. Sul, *Control of electric machine drive systems*. New York: John Wiley & Sons, 2011. ISBN: 0470590793.  
 [6] K. S. Narendra, and A. M. Annaswamy, *Stable adaptive systems*. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 1989.  
 [7] S. Peresada, Y. Nikonenko, and V. Reshetnyk, "Adaptive Speed Control and Self-Commissioning of the Surface Mounted Permanent Magnet Synchronous Motors," in *2019 IEEE 2nd Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering (UKRCON)*, 2019, pp. 388-394.

Рекомендована кафедрою електромеханічних систем автоматизації в промисловості і на транспорті ВНТУ

Стаття надійшла до редакції 25.10.2021

**Родькін Дмитро Ілліч** — аспірант кафедри автоматизації електромеханічних систем та електроприводу, e-mail: rodkin.dmytro1@gmail.com ;

**Пересада Сергій Михайлович** — д-р техн. наук, професор, завідувач кафедри автоматизації електромеханічних систем та електроприводу, e-mail: sergei.peresada@gmail.com ;

**Пижов Володимир Михайлович** — канд. техн. наук, доцент кафедри автоматизації електромеханічних систем та електроприводу;

**Райчук Олексій Іванович** — асистент кафедри автоматизації електромеханічних систем та електроприводу.

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», Київ

**D. I. Rodkin<sup>1</sup>**  
**S. M. Peresada<sup>1</sup>**  
**V. M. Pyzhov<sup>1</sup>**  
**O. I. Raichuk<sup>1</sup>**

## Mechanical Coordinates Observer in Stator Reference Frame for Surface Mounted Permanent Magnet Synchronous Motors

<sup>1</sup>National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute"

*An angular velocity and angular position observer for surface mounted permanent magnet synchronous motors has been proposed. A model in the stator reference frame, namely, the equation of dynamics of currents and flux linkages, was used as the basic model. Based on these equations, a full-order observer was designed. In order to analyze the stability and design the velocity estimation law, a transition to error dynamics was performed and new state variables were introduced. In accordance with the stability analysis using the second Lyapunov method, it was proved that the proposed observer is locally exponentially stable and guarantees an exponential estimate of the unknown variables, namely, the angular velocity and position. During the observer design, the assumption was made that the speed is constant, or changes slowly, but the observer can be tuned so that the effect of the impermanence of speed on its estimation is negligible. The position is determined on the basis of the estimated flux linkage values. The paper presents the simulation results when the observer works in the open- and close-loop. In the open-loop mode observer doesn't influence control system operation. In the close-loop mode the observer is used to estimate the mechanical coordinates, which are then used in the vector control system and coordinates transformations instead of the measured ones. Transients have shown that the control system performance in sensorless mode is close to condition when mechanical coordinates are measured. Therefore, the proposed observer can be used instead of speed and position sensors to reduce the cost of electric drives based on surface mounted permanent magnets synchronous motors for slow dynamics applications that do not require low speed operation.*

**Keywords:** sensorless control, speed control, synchronous motor, permanent magnets.

**Rodkin Dmytro I.** — Post-Graduate Student of the Chair of Electromechanical Systems Automation and Electrical Drives, e-mail: rodkin.dmytro1@gmail.com ;

**Peresada Serhii M.** — Dr. Sc. (Eng.), Professor, Head of the Chair of Electromechanical Systems Automation and Electrical Drives, e-mail: sergei.peresada@gmail.com;

**Pyzhov Volodymyr M.** — Cand. Sc (Eng.), Associate Professor of the Chair of Electromechanical Systems Automation and Electrical Drives;

**Raichuk Oleksii I.** — Assistant of the Chair of Electromechanical Systems Automation and Electrical Drives

Д. И. Родькин<sup>1</sup>  
С. М. Пересада<sup>1</sup>  
В. М. Пыжов<sup>1</sup>  
А. И. Райчук<sup>1</sup>

## Наблюдатель механических координат в системе координат статора для неявнополюсных синхронных двигателей с постоянными магнитами

<sup>1</sup>Национальный технический университет Украины  
«Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского»

*Предложен наблюдатель угловой скорости и углового положения для неявнополюсных синхронных двигателей с постоянными магнитами. В качестве базовой модели использована модель в системе координат статора, а именно уравнения динамики токов и потокосцеплений. На основе этих уравнений спроектирован наблюдатель полного порядка. Для анализа устойчивости и проектирования закона для оценки скорости осуществлен переход к динамике ошибок и введены новые переменные состояния. В соответствии с анализом устойчивости с использованием второго метода Ляпунова доказано, что предложенный наблюдатель является локально экспоненциально устойчивым и гарантирует экспоненциальную оценку неизвестных переменных, а именно угловой скорости и положения. Для синтеза наблюдателя введено предположение, что скорость является постоянной, или такой, которая медленно изменяется, однако наблюдатель может быть настроен таким образом, чтобы влияние непостоянства скорости на ее оценку было минимальным. Положение определяется на основе оцененных значений потокосцеплений. В работе приведены результаты моделирования в случаях работы наблюдателя в разомкнутом и замкнутом режимах. В разомкнутом режиме наблюдатель не влияет на работу системы управления. В замкнутом режиме наблюдатель используется для оценивания механических координат, которые потом используются для работы системы векторного управления и преобразования координат вместо измеренных. Переходные процессы показали, что качество показателей управления при бездатчиковом управлении приближается к варианту, когда механические координаты измеряются. Поэтому предложенный наблюдатель может быть использован вместо датчиков скорости и положения для удешевления электроприводов на базе неявнополюсных синхронных двигателей с постоянными магнитами для низко- или среднединамических применений, не требующих работы на низких скоростях.*

**Ключевые слова:** бездатчиковое управление, управление скоростью, синхронный двигатель, постоянные магниты.

*Родькин Дмитрий Ильич* — аспирант кафедры автоматизации электромеханических систем и электропривода, e-mail: rodkin.dmytro1@gmail.com ;

*Пересада Сергей Михайлович* — д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой автоматизации электромеханических систем и электропривода, e-mail: sergei.peresada@gmail.com ;

*Пыжов Владимир Михайлович* — канд. техн. наук, доцент кафедры автоматизации электромеханических систем и электропривода;

*Райчук Алексей Иванович* — ассистент кафедры автоматизации электромеханических систем и электропривода