

Д. О. Галушак

## ПЕРЕВІРКА АДЕКВАТНОСТІ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ СИСТЕМИ «АВТОМОБІЛЬ З ДИЗЕЛЬНИМ ДВИГУНОМ – ДОРОГА – НАВКОЛИШНЄ СЕРЕДОВИЩЕ»

У статті наведено результати перевірки адекватності математичної моделі системи «Автомобіль з дизельним двигуном – дорога – навколишнє середовище».

**Ключові слова:** математична модель, перевірка адекватності, час руху.

**Вступ. Постановка проблеми.** На сьогодні досить широкого застосування набуло проведення наукових досліджень на математичних моделях. Це дозволяє провести більш широке дослідження та зберегти ресурс об'єкта експериментальних досліджень. Для підтвердження адекватності математичних моделей проводять натурні експерименти на реальних об'єктах. Адекватність математичної моделі перевіряють шляхом зіставлення розрахованих і отриманих експериментальним шляхом даних. Також експерименти проводять для отримання вихідних даних, які використовують для розрахунків у математичних моделях.

**Мета дослідження, постановка завдань.** Метою дослідження є перевірка адекватності математичної моделі системи «Автомобіль з дизельним двигуном – дорога – навколишнє середовище» [1]. В основу математичної моделі було покладено відоме рівняння руху автомобіля з теорії автомобіля [2]. Рівняння руху автомобіля має такий вигляд:

$$F_k = F_f + F_w \pm F_j \pm F_a, \quad (1)$$

де  $F_k$  – сила тяги на ведучих колесах автомобіля;  $F_f$  – сила опору кочення коліс;  $F_w$  – сила опору повітря;  $F_j$  – сила інерції автомобіля;  $F_a$  – сила опору підйому.

Для зручності розрахунків представимо рівняння руху автомобіля у вигляді суми моментів сил, що діють на нього. Для цього рівняння руху необхідно перемножити на радіус коліс.

$$M_{ek} = M_f + M_w \pm M_j \pm M_a, \quad (2)$$

де  $M_{ek}$  – ефективний крутний момент двигуна, приведений до ведучих коліс автомобіля;  $M_f$  – момент сили опору кочення коліс;  $M_w$  – момент сили опору повітря;  $M_j$  – момент сили інерції автомобіля;  $M_a$  – момент сили опору підйому.

Моменти сил, що діють на автомобіль розраховують за відомими рівняннями з теорії автомобіля [2], підставивши їх у формулу 2, отримуємо:

$$M_e \cdot i_n \cdot i_0 \cdot i_p \cdot \eta_{mp} = G_a \cdot (f \cdot \cos \alpha + \sin \alpha) \cdot r_k + F_w \cdot k_w \cdot V^2 \cdot r_k + m_a \cdot \delta_{ob} \cdot j \cdot r_k, \quad (3)$$

де  $i_n$ ,  $i_0$ ,  $i_p$  – передаточне число  $n$ -ої, головної та роздавальної передачі відповідно;  $\eta_{mp}$  – к. к. д. трансмісії;  $G_a$  – вага автомобіля, Н;  $f$  – коефіцієнт опору кочення;  $\alpha$  – кут повздовжнього нахилу дороги, град;  $r_k$  – динамічний радіус колеса, м;  $F_w$  – лобова площа автомобіля, м<sup>2</sup>;  $k_w$  – коефіцієнт опору повітря, кг/м<sup>3</sup>;  $V$  – швидкість руху автомобіля, м/с;  $m_a$  – маса автомобіля, кг;  $\delta_{ob}$  – коефіцієнт урахування впливу інерції обертових мас автомобіля;  $j$  – прискорення автомобіля, м/с<sup>2</sup>.

Необхідний крутний момент двигуна для подолання опору руху автомобіля визначають за формулою:

$$M_e = \frac{G_a \cdot (f \cdot \cos\alpha + \sin\alpha) \cdot r_k + F_w \cdot k_w \cdot V^2 \cdot r_k + m_a \cdot \delta_{об} \cdot j \cdot r_k}{i_n \cdot i_0 \cdot i_p \cdot \eta_{mp}}, \quad (4)$$

За умови рівномірного руху автомобіля, коли  $V_a = \text{const}$ , необхідний крутний момент двигуна для подолання опору руху автомобіля дорівнює:

$$M_e = M_{нав}. \quad (5)$$

Під час розгону автомобіля з місця або після ввімкнення чергової передачі зчеплення поступово вмикається, при цьому воно пробуксовує, а частота обертання колінчастого валу двигуна  $n_{кв}$  знижується. При зниженні  $n_{кв}$  через зчеплення передається, крім крутного моменту  $M_e$ , ще й момент інерції, що створюється за рахунок виділення кінетичної енергії рухомих мас двигуна, переважно маховика. Цей момент дорівнює:

$$M_{зч} = M_e + J_\delta \cdot \varepsilon, \quad (6)$$

де  $J_\delta$  – момент інерції двигуна,  $\text{кг} \cdot \text{м}^2$ ;  $\varepsilon$  – кутове сповільнення колінчастого валу двигуна, що залежить від швидкості ввімкнення зчеплення.

За допомогою математичної моделі [1] можна досліджувати зміну показників автомобілів у різних умовах експлуатації.

Для досягнення поставленої мети експериментальних досліджень визначались техніко-економічні показники автомобіля під час руху за магістральним циклом, а саме: швидкість руху автомобіля, час та витрата палива.

**Викладення основного матеріалу.** Математичну модель системи «Автомобіль з дизельним двигуном – дорога – навколишнє середовище» [1] було розроблено для проведення досліджень впливу на техніко-економічні та екологічні показники автомобіля під час використання альтернативних палив у якості палива для його двигуна.

Для перевірки адекватності математичної моделі під час проведення експериментального дослідження знімали такі показники:

- швидкість руху автомобіля, м/с;
- час руху автомобіля, с;
- пройдений автомобілем шлях, м;
- миттєва витрата палива, л/100 км.

Об'єктом експериментальних досліджень було обрано легковий автомобіль Volkswagen Passat B6, обладнаний дизельним двигуном 1.9 TDI (PD) із системою впорскування палива з насос-форсунками.

Характеристика об'єкта експериментальних досліджень наведена в табл. 1.

Таблиця 1

**Технічні характеристики об'єкта експериментальних досліджень**

Технічні характеристики автомобіля Volkswagen Passat B6		
1	Споряджена маса автомобіля	1422 кг
2	Повна маса автомобіля	2030 кг
3	Ширина автомобіля	1820 мм
4	Висота автомобіля	1472 мм

Двигун 1,9 TDI PD		
5	Об'єм двигуна	1896 см <sup>3</sup>
6	Кількість циліндрів	4
7	Ступінь стиснення	19
8	Кількість клапанів на циліндр	2
9	Потужність	77 кВт (105 к.с) при 4000 об/хв
10	Крутний момент	<b>250 Н·м при 1900 об/хв</b>
11	Тип палива	Дизельне з цетановим числом не менше 49, або біодизельне паливо
Трансмісія		
12	Механічна коробка передач	П'ятиступінчаста 0A4 (GQQ)
Експлуатаційні показники		
13	Максимальна швидкість	188 км/год
14	Час розгону (0 – 100 км/год)	12,1 с
15	Витрата палива (міський цикл)	7,2 л/100 км
16	Витрата палива (змішаний цикл)	5,6 л/100 км
17	Витрата палива (позаміський цикл)	4,7 л/100 км

Під час проведення експериментальних досліджень використовували літнє дизельне паливо згідно з ДСТУ 4840:2007 [3] та європейським стандартом EN 590:2004 [4].

Дослідження проводили за магістральним циклом для автомобілів повною масою до 3,5 т згідно з ГОСТ 20306-90 [5], схема якого наведена на рис. 1.

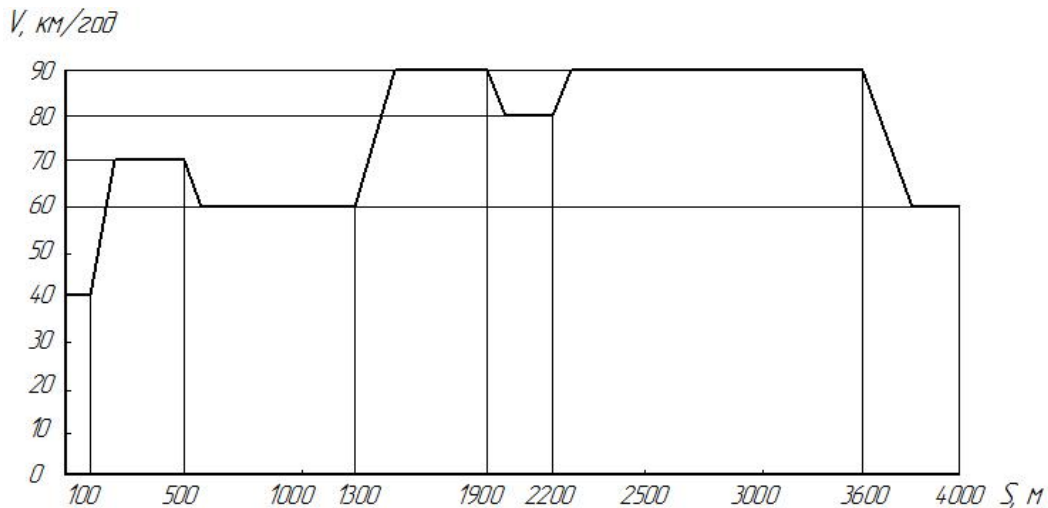


Рис. 1. Схема магістрального циклу на дорозі для автомобілів повною масою до 3,5 т згідно з ГОСТ 20306-90

Під час проведення експериментальних досліджень дотримувались усіх вимог до об'єкта експериментальних досліджень. Згідно з ГОСТ 20306-90 маса автомобіля складала 1726 кг.

Експериментальні дослідження проводили на ділянці автодороги М-12 протяжністю 4 км між населеними пунктами: с. Ксаверівка та с. Лукашівка Вінницької області (рис. 2).

Вимірювальна дорожня ділянка була прямолінійною горизонтальною з асфальтобетонним сухим покриттям. Випробувальні заїзди на дорозі проводили в протилежних напрямках руху по два рази в кожному напрямку.

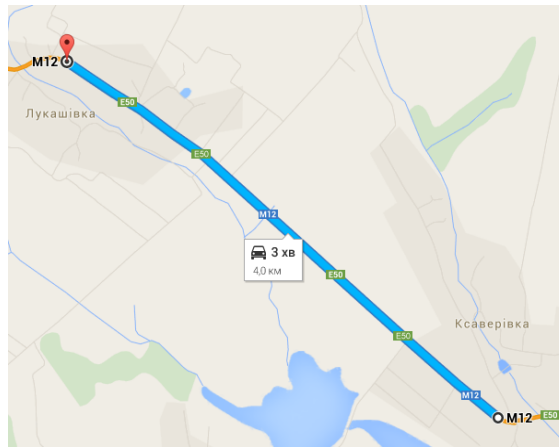


Рис. 2. Вимірювальна дорожня ділянка для визначення техніко-економічних показників автомобіля Volkswagen Passat B6 під час руху за магістральним циклом на дорозі згідно з ГОСТ 20306-90

Швидкість руху автомобіля та пройдений шлях визначали за штатними спідометром та одометром відповідно. Миттєву витрату палива визначали за показниками бортового комп'ютера автомобіля. Ці показники фіксували за допомогою цифрового фотоапарата CANON Digital IXUS 65, який було встановлено перед панеллю приборів автомобіля, як зображено на рис. 3.



Рис. 3. Установлення устаткування на автомобіль Volkswagen Passat B6 для проведення експериментальних досліджень

Із відзнятого відеоматеріалу, скриншот якого наведено на рис. 4, дані зводили в таблиці, після чого аналізували та узагальнювали.

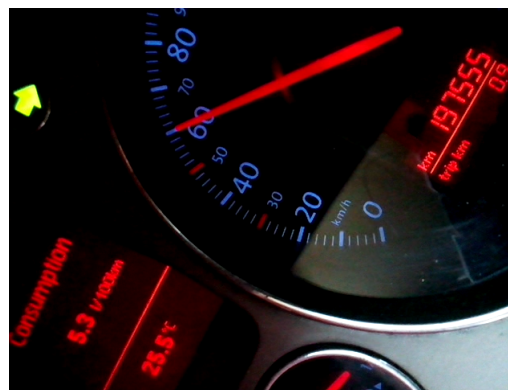


Рис. 4. Скриншот відео

За результатами експериментальних досліджень було побудовано графіки залежності

швидкості автомобіля та витрати палива від часу під час руху за магістральним циклом на дорозі, один із них наведено на рис. 5.

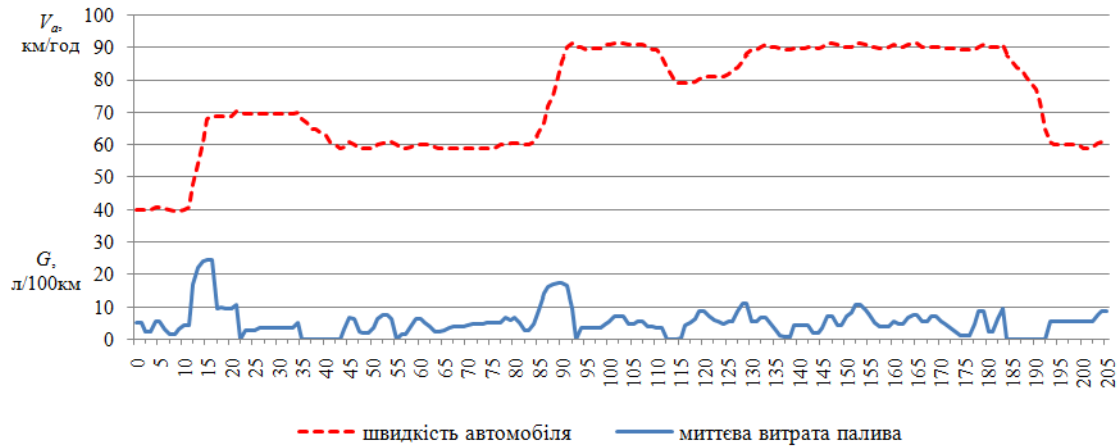


Рис. 5. Залежність швидкості автомобіля Volkswagen Passat B6 та витрати палива від часу під час руху за магістральним циклом на дорозі

Під час обробки результатів експериментальних досліджень розраховували: середнє арифметичне значення досліджуваного параметра та середню квадратичну похибку.

Середнє арифметичне значення досліджуваного параметра:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}, \quad (7)$$

де  $x_1, x_2, \dots, x_n$  – результати окремих вимірювань;  $n$  – число вимірювань.

Середню квадратичну похибку розраховують за формулою:

$$\sigma_x = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}. \quad (8)$$

Результати експериментальних досліджень наведені в табл. 2.

Таблиця 2

**Результати експериментальних досліджень**

№ п/п	Напрямок руху	Час руху $t$ , с	Витрата палива $G$ , л/маг.цикл
1	Прямий (с. Ксаверівка – с. Лукашівка)	205	0,226
2	Зворотній (с. Лукашівка – с. Ксаверівка)	201	0,202
3	Прямий	203	0,217
4	Зворотній	200	0,208
	$\bar{x}$	202,25	0,2132
	$\sigma_x$	±2,21	±0,0105

З табл. 2 видно, що точність проведення експериментальних досліджень достатньо висока, що свідчить про достовірність отриманих результатів.

За допомогою математичної моделі системи «Автомобіль з дизельним двигуном – дорога

– навколишнє середовище» було розраховано час руху автомобіля Volkswagen Passat B6 за магістральним циклом на дорозі. У табл. 3 наведено результати розрахунку за кожною позначкою шляху.

Таблиця 3

**Результати розрахунку часу руху автомобіля Volkswagen Passat B6 за магістральним циклом на дорозі**

Номер операції	Послідовність операції	Позначка шляху, м:	Час $t$ , с	Шлях $S$ , м
1	Рух зі швидкістю 40 км/год	0-100	9	100
2	Розгін до швидкості 70 км/год і рух із цією швидкістю	100-500	21,81	400
3	Сповільнення двигуном до швидкості 60 км/год, далі рух із цією швидкістю	500-700	11,3	200
4	Рух зі швидкістю 60 км/год	700-1300	36	600
5	Розгін до швидкості 90 км/год і рух із цією швидкістю	1300-1900	25,43	600
6	Сповільнення двигуном до швидкості 80 км/год, далі рух із цією швидкістю	1900-2200	13,17	300
7	Розгін до швидкості 90 км/год і рух із цією швидкістю	2200-3600	56,24	1400
8	Сповільнення двигуном до швидкості 60 км/год	3600-3800	9,78	200
9	Рух зі швидкістю 60 км/год	3800-4000	12	200
$\Sigma$			194,73	4000

Відхилення між розрахунковими та експериментальними результатами визначають за формулою:

$$\varepsilon = \frac{t_{роз} - t_{експ}}{t_{роз}} \cdot 100\%; \tag{9}$$

де  $t_{роз}$  і  $t_{експ}$  – час руху автомобіля Volkswagen Passat B6 за магістральним циклом на дорозі, отриманий розрахунковим та експериментальним шляхом відповідно.

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{205 - 194,73}{205} \cdot 100\% = 5\%; \\ \varepsilon_2 &= \frac{201 - 194,73}{201} \cdot 100\% = 3,1\%; \\ \varepsilon_3 &= \frac{203 - 194,73}{203} \cdot 100\% = 4,07\%; \\ \varepsilon_4 &= \frac{200 - 194,73}{200} \cdot 100\% = 2,6\%. \end{aligned}$$

Отже, різниця між значеннями часу руху автомобіля Volkswagen Passat B6 за магістральним циклом на дорозі отриманими розрахунковим та експериментальним шляхом склав 2,6...5%.

**Висновки.** Експериментальні дослідження підтвердили адекватність математичної моделі системи «Автомобіль з дизельним двигуном – дорога – навколишнє середовище» та показали достатній збіг аналітичних і експериментальних даних.

Отже, ця математична модель може бути застосована для дослідження зміни показників автомобіля під час використання альтернативних видів палива в якості палива для двигунів.

### СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Поляков А. П. Дослідження впливу на показники автомобіля переведення його двигуна на роботу на біодизельному паливі / А. П. Поляков, Д. О. Галуцак // Міжвузівський збірник "Наукові нотатки" Луцьк. – 2014. – № 46. – С. 431 – 438.
2. Умняшкин В. А. Теория автомобиля: учеб. пособие / В. А. Умняшкин, Н. М. Филькин, Р. С. Музафаров. – Ижевск: Изд-во ИжГТУ, 2006. – 272 с.
3. ДСТУ 4840:2007 Паливо дизельне підвищеної якості. Технічні умови. – [Чинний від 2008-01-01]. – К. : Держспоживстандарт України, 2007. – 12 с.
4. EN 590:2004 Automotive fuels - Diesel - Requirements and test methods (Автомобільні палива. Дизельне паливо. Вимоги та методи випробовування). – [Is valid since 2004-07-01]. – Brussels : European committee for standardization, 2004. – 11 p.
5. ГОСТ 20306-90 Автотранспортные средства. Топливная экономичность. Методы испытаний. [Действующий с 1992-01-01]. – М. : Государственный комитет СССР по управлению качеством продукции и стандартам, 1990. – 34 с.

**Галуцак Дмитро Олександрович** – аспірант кафедри автомобілів та транспортного менеджменту, e-mail: galuschak\_d@meta.ua.

Вінницький національний технічний університет.