

КОМПЛЕКСНЕ ЧИСЛО ТА ЙОГО ГРАФІЧНІ ІНТЕРПРЕТАЦІЇ

Вінницький національний технічний університет

Анотація

В ході роботи було обґрунтовано необхідність комплексних чисел та їх графічні інтерпретації для розвитку багатьох сфер діяльності, зокрема для розробки ігор.

Ключові слова: числова пряма, комплексне число, множина Жуліа, вектор.

Abstract

In the course of the work the necessity of complex numbers and their graphical interpretation for the development of many spheres, in particular for game development, was fixed.

Keywords: numerical line, complex number, Julia set, vector.

Вступ

В шкільному курсі алгебри вивчається поняття числова пряма. По суті, числова пряма - пряма, кожній точці якої відповідає певне число. Усі числа на цій прямій є дійсними. А що, якщо припустити, що числова пряма є абсцисою декартової системи координат. Тоді, що є ординатою?

Метою роботи є дослідження комплексного числа, як математичного поняття, та обґрунтування способів його інтерпретації.

Результати дослідження

Комплексна вісь, яка є ординатою в декартовій системі координат, що описує множину всіх чисел, є своєрідним “розширенням” для множини дійсних чисел [1]. Діаграма Венна, що ілюструє цю множину, зображена на рис. 1.

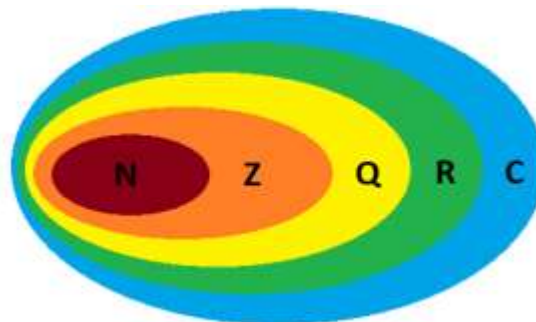


Рис. 1. Діаграма Венна, що ілюструє множину чисел

Але виникає справедливе питання - для чого потрібно розширювати множину чисел? Насправді комплексні числа активно застосовуються в різних сферах діяльності. Зокрема, в розробці ігор, комплексне число вважається вектором [2], початком якого є початок координат, а кінець - якась точка на координатній площині. Шляхом множення комплексних чисел змінюється напрям цього вектора, який задає напрям самого об'єкта.

Нехай вектор об'єкта, що повернутий на північ, задається числом $0 + i$. Тобто кінець вектора має координати $(0, 1)$. При піднесенні цього числа до квадрату, отримуємо число $-1 + 0i$, що означатиме поворот вектора, а отже і об'єкта на захід (див. Рис. 2).

$$(0 + i)^2 = i^2 = -1$$

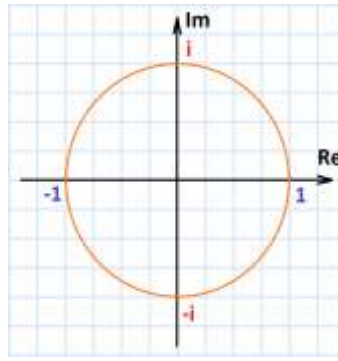


Рис. 2. Комплексне число, як вектор

Уявімо, квадрат на площині, який є множиною точок, кожна з яких задається комплексним числом. При піднесенні кожної точки цієї множини до квадрату, початкова фігура приймає таку форму (див. Рис. 3).

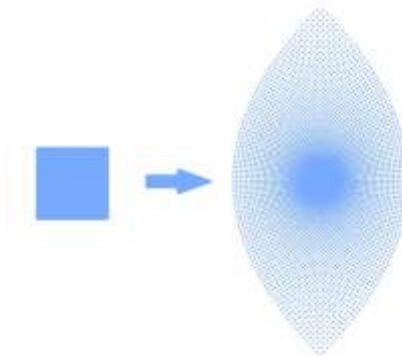


Рис. 3. Графічне перетворення множини комплексних точок

З рисунка видно, що деякі точки віддаляються від початку координат, а деякі навпаки – наближаються. І при багаторазовому піднесенні до квадрату ця ситуація буде повторюватися. Тобто деякі точки наближатимуться до нуля, а деякі прямуватимуть в нескінченність.

Цей процес можна описати таким виразом:

$$Z \rightarrow Z^2,$$

де Z – комплексне число.

А якщо цей вираз застосувати до множини точок, що утворюють одиничне коло (див. Рис.2) і точки за межами кола зафарбувати в різні кольори (залежно від швидкості зростання числа), то отримаємо найпростішу множину Жуліа (див. Рис. 4).



Рис. 4. Найпростіша множина Жуліа

Множина Жуліа раціонально відображає множину точок, які у динаміці є дещо нестабільними [3]. Наприклад, множина Жуліа, яка задається виразом

$$Z \rightarrow Z^2 + C,$$

залежно від значення змінної C , яка може бути як дійсною так і комплексною, може бути зображена по-різному (див. Рис. 5).

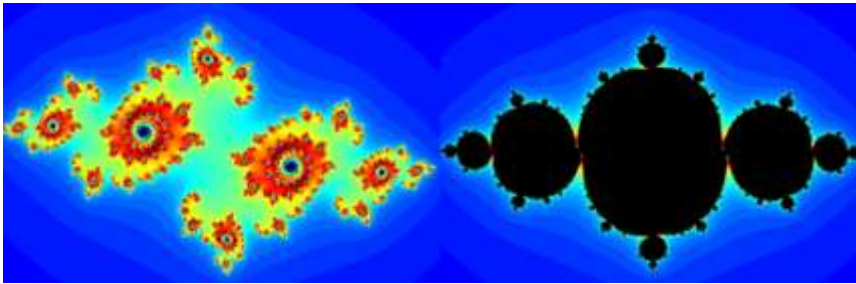


Рис. 5. Різні зображення множини Жуліа, залежно від значення змінної C

Висновки

Комплексні числа та їх графічні інтерпретації знайшли своє застосування в багатьох сферах. Але найбільше вони використовуються в ігровій індустрії для моделювання об'єктів, програмування їх поведінки.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Арнольд В. И. Геометрия комплексных чисел, кватернионов и спинов – Москва, 2002.
2. Паскаленко В. М. Комплексні числа [Електронний ресурс] / В. М. Паскаленко, І. В. Стрелковська, А. В. Шкуліпа. – 2004. – Режим доступу до ресурсу: http://www.dut.edu.ua/uploads/1_374_34237780.pdf.
3. Завіша В. В. АЛГОРИТМИ ПОБУДОВИ ОДНОВИМІРНИХ КОМПЛЕКСНИХ ВІДОБРАЖЕНЬ / №12. – 2013.

Куклій Данило Вячеславович – студент групи ІСП-19б, Факультет інформаційних технологій та комп'ютерної інженерії, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, e-mail: danylokukliy@gmail.com

Ушинський Юрій Ігорович – студент групи ІСП-19б, Факультет інформаційних технологій та комп'ютерної інженерії, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, e-mail: yura17th@gmail.com

Коломієць Альона Анатоліївна — к. пед. наук, доцент кафедри вищої математики, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, e-mail: alona.kolomiets.vnt@gmail.com

Kuklii Danylo Viacheslavovych – student of group 1SP-19b, Faculty of information technologies and computer engineering, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia

Ushynskiy Yurii Igorovych – student of group 1SP-19b, Faculty of information technologies and computer engineering, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia

Kolomiets Alona Anatoliivna - Cand. Sc. (Eng), Assistant Professor of Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia