

ВИЗНАЧЕННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ СМУГИ ПІД ЧАС ЗГИНАННЯ ІЗ ВРАХУВАННЯМ ЗМІЦНЕННЯ

Вінницький національний технічний університет

Анотація

Визначено напружено-деформований стан смуги під час згинання із врахуванням зміцнення. Використано степеневу апроксимацію кривої зміцнення. Показано, що радіус нейтральної поверхні не залежить від зміцнення.

Ключові слова: напружено-деформований стан, згинання, зміцнення.

Abstract

The stress-strain state of the strip during bending taking into account the strengthening is determined. The power approximation of the strengthening curve is used. It is shown that the radius of the neutral surface does not depend on the strengthening.

Keywords: stress-strain state, bending, strengthening.

Вступ

При проектуванні процесів обробки тиском необхідно оцінити деформівність матеріалу заготовки та визначити енергосилові параметри обладнання [1, 2]. Першим кроком при цьому є визначення напружено-деформованого стану заготовки на різних етапах обробки. Процес ротаційної витяжки можна розглянути, як процес згинання смуги змінної ширини [3, 4, 5, 6].

Метою роботи є визначення напружено-деформованого стану смуги під час згинання із врахуванням зміцнення.

Результати дослідження

При згинанні поперечною силою P на заготовку діють не лише момент M , але й перерізувальні сили Q , що викликають появу дотичних напружень у радіальних напрямках. Але впливом дотичних напружень на процес деформування через їх малість можна знехтувати [7]. Замінімо дію поперечної сили моментом M .

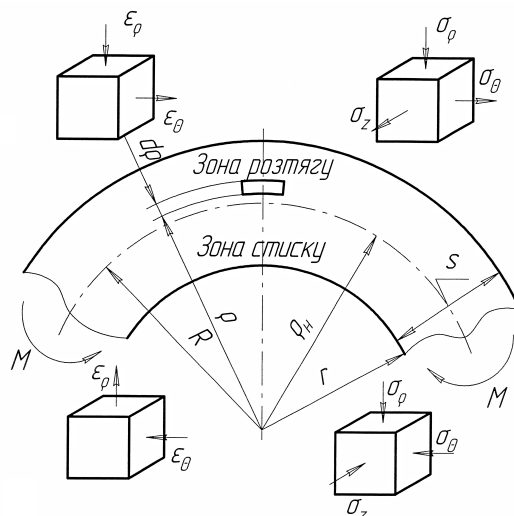


Рис. 1. Схема напружено-деформованого стану металу при згинанні широкої смуги

Напружений стан елемента у зоні згинання – об'ємний, деформований – плоский ($\varepsilon_z = 0$) (рис. 1) [70]. Рівняння рівноваги, якщо знехтувати тертям запишемо у вигляді

$$\rho \frac{d\sigma_\rho}{d\rho} + \sigma_\rho - \sigma_\theta = 0 \quad (1)$$

Маємо рівняння з двома невідомими. Доповнимо це рівняння енергетичною умовою пластичності

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} = \sigma_s. \quad (2)$$

При плоскій деформації

$$\sigma_z = \frac{\sigma_\rho + \sigma_\theta}{2}. \quad (3)$$

Тоді із врахуванням (3) умова пластичності (2) запишеться у вигляді

$$\sigma_\rho - \sigma_\theta = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_s. \quad (4)$$

Криву зміцнення подано у вигляді степеневі апроксимації

$$\sigma_s = \sigma_m + A \varepsilon_i^n, \quad (5)$$

де σ_m – границя текучості.

Для випадку плоского деформованого стану

$$\varepsilon_\theta = -\varepsilon_\rho; \quad (6)$$

$$\varepsilon_z = 0.$$

Тоді

$$\varepsilon_i = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varepsilon_\theta - \varepsilon_\rho)^2 + (\varepsilon_\rho - \varepsilon_z)^2 + (\varepsilon_z - \varepsilon_\theta)^2} = \frac{2}{\sqrt{3}} \varepsilon_\theta. \quad (7)$$

Як видно з рис. 1

$$\varepsilon_\theta = \frac{\rho - \rho_n}{\rho_n} = \frac{\rho}{\rho_n} - 1. \quad (8)$$

Враховуючи, що при $x \rightarrow 1$

$$\ln(x) = \ln(1 + (x - 1)) \approx x - 1$$

запишемо

$$\varepsilon_\theta \approx \ln\left(\frac{\rho}{\rho_n}\right). \quad (9)$$

Для зони розтягу (зовнішні волокна) для визначення розподілення напружень отримаємо такі рівняння:

$$\begin{cases} \rho \cdot \frac{\sigma_\rho}{d\rho} + \sigma_\rho - \sigma_\theta = 0; \sigma_\rho(R) = 0; \\ \sigma_\theta - \sigma_\rho = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \sigma_s; \sigma_z = \frac{\sigma_\rho + \sigma_\theta}{2}; \\ \sigma_s = \sigma_m + A \varepsilon_i^n; \varepsilon_i = \frac{2}{\sqrt{3}} \ln \frac{\rho}{\rho_n}. \end{cases} \quad (10)$$

Для зони стискання (внутрішні волокна)

$$\begin{cases} \rho \cdot \frac{\sigma_\rho}{d\rho} + \sigma_\rho - \sigma_\theta = 0; \sigma_\rho(r) = 0; \\ \sigma_\rho - \sigma_\theta = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \sigma_s; \sigma_z = \frac{\sigma_\rho + \sigma_\theta}{2}; \\ \sigma_s = \sigma_m + A \varepsilon_i^n; \varepsilon_i = \frac{2}{\sqrt{3}} \ln \frac{\rho_n}{\rho}. \end{cases} \quad (11)$$

Розв'язавши систему рівнянь (11) та (10), знайдемо розподілення напружень по товщині заготовки із врахуванням зміцнення:

для зони розтягу

$$\sigma_\rho = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \left[\sigma_m \cdot \ln\left(\frac{\rho}{R}\right) + \frac{2^n}{\sqrt{3}^n} \cdot \frac{A}{n+1} \left[\left(\ln\frac{\rho}{\rho_n}\right)^{n+1} - \left(\ln\frac{R}{\rho_n}\right)^{n+1} \right] \right]; \quad (12)$$

$$\sigma_\theta = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \left[\sigma_m + A \cdot \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \ln\frac{\rho}{\rho_n}\right)^n + \sigma_m \cdot \ln\frac{\rho}{R} + \frac{2^n}{\sqrt{3}^n} \cdot \frac{A}{n+1} \cdot \left[\left(\ln\frac{\rho}{\rho_n}\right)^{n+1} - \left(\ln\frac{R}{\rho_n}\right)^{n+1} \right] \right]; \quad (13)$$

$$\sigma_z = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot \left[\sigma_m + A \cdot \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \ln\frac{\rho}{\rho_n}\right)^n \right] + \sigma_m \cdot \ln\frac{\rho}{R} + \frac{2^n}{\sqrt{3}^n} \cdot \frac{A}{n+1} \cdot \left[\left(\ln\frac{\rho}{\rho_n}\right)^{n+1} - \left(\ln\frac{R}{\rho_n}\right)^{n+1} \right] \right], \quad (14)$$

для зони стиску

$$\sigma_\rho = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \left[\sigma_m \cdot \ln\left(\frac{r}{\rho}\right) + \frac{2^n}{\sqrt{3}^n} \cdot \frac{A}{n+1} \left[\left(\ln\frac{\rho_n}{\rho}\right)^{n+1} - \left(\ln\frac{\rho_n}{r}\right)^{n+1} \right] \right]; \quad (15)$$

$$\sigma_\theta = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \left[-\sigma_m - A \cdot \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \ln\frac{\rho_n}{\rho}\right)^n + \sigma_m \cdot \ln\frac{r}{\rho} + \frac{2^n}{\sqrt{3}^n} \cdot \frac{A}{n+1} \cdot \left[\left(\ln\frac{\rho_n}{\rho}\right)^{n+1} - \left(\ln\frac{\rho_n}{r}\right)^{n+1} \right] \right]; \quad (16)$$

$$\sigma_z = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \left[-\frac{1}{2} \cdot \left[\sigma_m + A \cdot \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \ln\frac{\rho_n}{\rho}\right)^n \right] + \sigma_m \cdot \ln\frac{r}{\rho} + \frac{2^n}{\sqrt{3}^n} \cdot \frac{A}{n+1} \cdot \left[\left(\ln\frac{\rho_n}{\rho}\right)^{n+1} - \left(\ln\frac{\rho_n}{r}\right)^{n+1} \right] \right]. \quad (17)$$

З формул (12) та (15) видно, що напруження σ_ρ зростають по абсолютній величині в міру прямування від поверхні заготовки.

На нейтральній поверхні при $\rho = \rho_n$ напруження σ_ρ , що визначаються для зон стиску та розтягу, рівні між собою. Якщо прирівняти ці напруження між собою отримаємо

$$\sigma_m \cdot \ln\left(\frac{\rho_n^2}{R \cdot r}\right) + \frac{2^n}{\sqrt{3}^n} \cdot \frac{A}{n+1} \left[\left(\ln\frac{\rho_n}{r}\right)^{n+1} - \left(\ln\frac{R}{\rho_n}\right)^{n+1} \right] = 0. \quad (18)$$

З цього виразу можна отримати формулу для визначення радіуса нейтральної поверхні

$$\rho_n = \sqrt{R \cdot r}. \quad (19)$$

яка перетворює і перший і другий доданки виразу (18) у нулі.

Вираз (19) є аналогічним виразу, що отриманий Е. А. Поповим [7] для визначення радіусу нейтральної поверхні без врахування зміцнення. Отже, можна зробити висновок, що радіус нейтральної поверхні не залежить від зміцнення.

Розподілення напружень по товщині заготовки розраховано з формул (12) та (15) і показано на рис. 2.

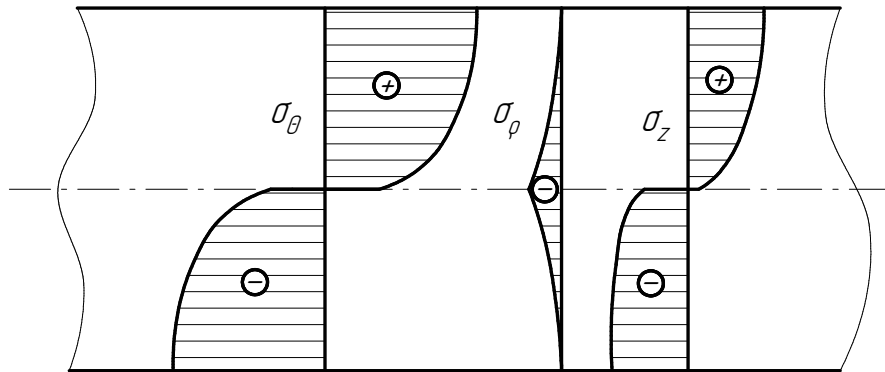


Рис. 2. Епюри напружень при згинанні із врахуванням зміцнення

Висновки

Визначено напружено-деформований стан смуги під час згинання із врахуванням зміцнення. Використано степеневу апроксимацію кривої зміцнення. Показано, що радіус нейтральної поверхні не залежить від зміцнення.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Краєвський В. О., Матвійчук В. А., Михалевич В. М., Старушок Н. Ю. Визначення енергосилових параметрів обладнання та технологічних можливостей процесу формування зовнішніх буртів методом ротаційної витяжки // Обработка металлов давлением: сборник научных трудов - Краматорск: ДГМА. – 2013. - №3(36). – С. 124-130.
2. Краєвський В. О., Матвійчук В. А., Михалевич В. М., Краєвський С. О. Визначення зусилля деформування при ротаційній витяжці із врахуванням дії пружних елементів // Обработка материалов давлением, №3(28) 2011, с. 108-113
3. Краєвський В. О., Михалевич В. М., Матвійчук В. А. Математична модель згинання смуги // Удосконалення процесів і обладнання обробки тиском в металургії і машинобудуванні (Донбаська державна машинобудівна академія). – Краматорськ: ДДМА. – 2006. – С. 103-108.
4. Краєвський В. О., Михалевич В. М., Добранюк Ю. В. Математична модель згинання смуги змінної товщини та ширини // В зб.: “Удосконалення процесів і обладнання обробки тиском в металургії і машинобудуванні”. Тематичний збірник наукових праць – Краматорськ, 2008. – С. 171-176.
5. Краєвський В. О., Найко Д. А., Антонюк Л. Е. Математичне моделювання початкової стадії процесу згинання. Відстань між матрицею і пуансоном сумірна з товщиною смуги // Збірник наукових праць Вінницького національного аграрного університету. Серія: Технічні науки. – Вінниця, 2013. – Випуск 12 (75). – С. 15-21.
6. Краєвський В. О., Краєвський С. О., Михалевич О. В. Математичне моделювання заключної стадії процесу згинання // Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія, №1(20) 2011, с. 58-66
7. Попов Е. А. Основы теории листовой штамповки. – М.: Машиностроение, 1977. – 278 с.

Краєвський Володимир Олександрович – к. т. н., доцент кафедри вищої математики, Вінницький національний технічний університет, e-mail: krayevskiy@vntu.edu.ua

Мартиненко Віталій Вікторович – студент групи ТЕ-216, факультет будівництва, цивільної та екологічної інженерії, Вінницький національний технічний університет

Василинич Анастасія Володимирівна – студент групи Б-216, факультет будівництва, цивільної та екологічної інженерії, Вінницький національний технічний університет

Kraievskiy Volodymyr O. – . Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Department of Higher Mathematics, Vinnytsia National Technical University, e-mail: krayevskiy@vntu.edu.ua

Martynenko Vitalii V. – Faculty of Civil and Environmental Engineering, Vinnytsia National Technical University

Vasylynch Anastasiia V. – Faculty of Civil and Environmental Engineering, Vinnytsia National Technical University