

ПАРАМЕТРИЧНА ОБЛАСТЬ ВИЗНАЧЕННЯ ЧОТИРИВИМІРНИХ 2π -ПЕРІОДИЧНИХ ФУНКЦІЙ ЗА УМОВИ РІВНОСТІ НУЛЮ НА ПЕРІОДІ ЇХ ІНТЕГРАЛІВ (ДОПОВІДЬ №2)

Вінницький національний технічний університет

Анотація

В роботі розв'язана задача локалізації в багатовимірному просторі області визначення чотиривимірних 2π -періодичних функцій $u(\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2; \theta)$, побудованих над полями значень тригонометричних синуса або косинуса, за умови рівності нулю на періоді інтегралів таких функцій

$$\int_0^{2\pi} u(\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2; \theta) d\theta = 0,$$

що є необхідною декомпозицією під час розв'язування задач оптимізації режимів роботи окремих важливих систем в електротехніці та електроніці за критеріями, які виявляють себе математичними функціоналами або безпосередньо чотиривимірних 2π -періодичних функцій, або складних функцій, що від них залежать.

Ключові слова: електротехніка, електроніка, одновимірні та багатовимірні 2π -періодичні функції, чотиривимірний лінійний простір, структура простору, багатовимірна область визначення функції, впорядковані четвірки, координатний базис, функціональний простір, коефіцієнти та ряди Фур'є

Abstract

The paper solves the problem of localization in multidimensional space of the region of definition of four-dimensional 2π -periodic functions constructed over the fields of trigonometric sine or cosine values, under the condition that the integrals of such functions are equal to zero over the period which is a necessary decomposition when solving problems of optimizing the operating modes of certain important systems in electrical engineering and electronics according to criteria that are mathematical functionals of either directly four-dimensional 2π -periodic functions or complex functions that depend on them.

Keywords: electrical engineering, electronics, one-dimensional and multi-dimensional 2π -periodic functions, four-dimensional linear space, space structure, parametric domain of a function, ordered quads, coordinate basis, functional space, Fourier coefficients, Fourier series

Вступ

Введення замість одновимірних 2π -періодичних функцій $u(\alpha; \theta)$, що визначені над полями значень тригонометричних синуса або косинуса, споріднених чотиривимірних функцій $u(\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2; \theta)$, де розмірність визначається кількістю незалежних параметрів, що такі функції задають (рис. 1), створює за рахунок збільшення числа вимірів параметричної області їх визначення неабиякі переваги для технічних систем, в алгоритмі роботи яких ці функції знаходять своє застосування [1-15].

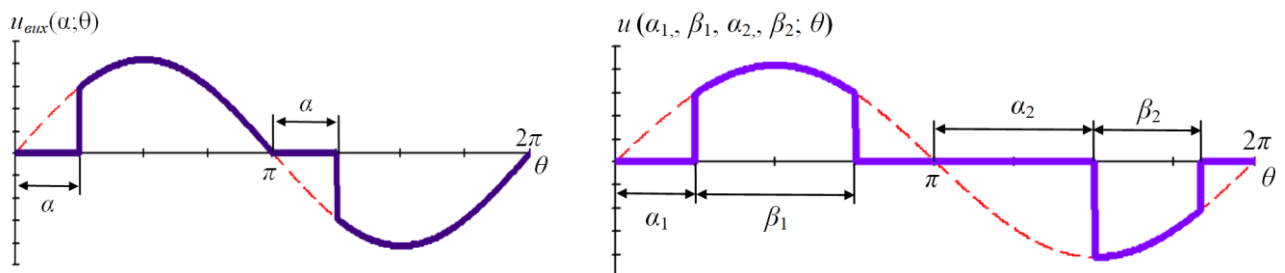


Рис. 1. Чотиривимірна $u(\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2; \theta)$ та одновимірна $u(\alpha; \theta)$ 2π -періодичні функції

Так для *одновимірних* 2π -періодичних функцій $u(\alpha; \theta)$ параметричною областю визначення відносно параметра $\alpha \in$ *одновимірний* закритий нерівністю $0 \leq \alpha \leq \pi$ простір, значення елементів з якого і задає система керування технічної засобу під час реалізації робочого режиму за заданих умов.

Параметрична область визначення *чотиривимірних* 2π -періодичних функцій $u(\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2; \theta)$ відносно незалежних параметрів $\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2$, сформованих за тим же принципом, має вже чотири виміри і утворює чотиривимірний структурований простір, елементами якого є впорядковані четвірки $(\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2)$. Цей простір також є закритим, але обмежений вже системою нерівностей:

$$\begin{cases} \alpha_1 + \beta_1 \leq \pi; \\ \alpha_2 + \beta_2 \leq \pi; \\ \alpha_1 \geq 0; \beta_1 \geq 0; \\ \alpha_2 \geq 0; \beta_2 \geq 0. \end{cases} \quad (1)$$

Перехід від одновимірних 2π -періодичних функцій $u(\alpha; \theta)$ до чотиривимірних $u(\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2; \theta)$ створює сприятливе підґрунтя для успішного розв'язування *оптимізаційних задач*.

В першу чергу, це стосується можливості забезпечення *оптимальних* режимів роботи технічних систем за тими критеріями, які математично є *функціоналами* або безпосередньо 2π -періодичних функцій, або складних функцій, залежних від зазначених. Інтегрування здійснюється за кутом θ (або за часом t , оскільки $\theta = \omega t$) і переважно на періоді. На відміну від інтегралів *одновимірних* функцій інтеграли (функціонали) від *чотиривимірних* 2π -періодичних функцій вже виявляють себе не як функції єдиної змінної α , а як функції чотирьох незалежних змінних $\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2$, що створює в чотиривимірному просторі їх визначення багатовиди робочих областей з можливими альтернативами для систем керування.

Тому локація та локалізація таких параметричних областей, дослідження їх структури і властивостей є хоча і недостатньою, але необхідною умовою розв'язування зазначеного класу задач.

Математичною інтерпретацією встановлення місцезнаходження в чотиривимірному просторі такої області значень, елементи $(\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2)$ якої задовольняють заданим критеріям оптимізації, є розв'язування систем рівнянь та нерівностей, де кожне з них виокремлює в просторі власну параметричну область, перетин яких і локалізує шукану.

Оскільки задача допускає можливість декомпозиції, автор вважає, що підхід послідовного розв'язування цієї задачі за її складовими є більш доцільним, тому бере його за основу.

Відтак найперше визначимо *всі* (за заданого кроку дискретизації) значення впорядкованих четвірок $(\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2)$ з параметричної області визначення *чотиривимірних* 2π -періодичних функцій $u(\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2; \theta)$, за яких *інтеграли на періоді за змінною θ (або за часом t) будуть дорівнювати нулю*.

Результат зазначеного дослідження наразі і є його метою. Незалежно від сподівань та очікувань.

Математична ідентифікація умови

Відповідно до накладеної на *чотиривимірні* 2π -періодичні функції $u(\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2; \theta)$, які побудовано над полями значень тригонометричних синуса або косинуса, умови їх *середні значення на періоді* мають дорівнювати нулю. Відтак нулю має дорівнювати і власне інтеграл *чотиривимірної* 2π -періодичної функції у разі інтегрування по періоду:

$$J_d(\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2) = \int_0^{2\pi} u(\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2; \theta) d\theta = 0. \quad (2)$$

Рівняння (2) в закритому системою нерівностей (1) чотиривимірному просторі $(\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2)$ параметричної області визначення 2π -періодичних функцій задає багатовид, на якому з-поміж чотирьох параметрів $\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2$ четвертий параметр стає залежним від інших трьох.

Математичною ідентифікацією *чотиривимірної* 2π -періодичної функції є співвідношення

$$u(\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2; \theta) = \{ \mathbf{1}(\theta - \alpha_1) - \mathbf{1}[\theta - (\alpha_1 + \beta_1)] + \mathbf{1}[\theta - (\pi + \alpha_2)] - \mathbf{1}[\theta - (\pi + \alpha_2 + \beta_2)] \} U_m \sin \theta, \quad (3)$$

де $\mathbf{1}(\theta)$ – одинична функція Хевісайда; U_m – амплітудне значення синусоїдної функції та її аргумент $\theta = \omega t = \frac{2\pi}{T} t$; $(\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2)$ – впорядковані четвірки, які є елементами лінійного (векторного) чотиривимірного простору з заданою в ньому структурою.

Підставивши (3) в (2) та провівши інтегрування, переписуємо умову (2) в елементарних тригонометричних функціях

$$\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2 + \cos(\alpha_2 + \beta_2) - \cos(\alpha_1 + \beta_1) = 0. \quad (4)$$

Всі розв'язки рівняння (4), які отримано на системі нерівностей (1), і визначатимуть в чотиривимірному просторі впорядкованих четвірок $(\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2)$ заявлену автором параметричну область визначення чотиривимірних 2π -періодичних функцій (3), які побудовано над полями значень тригонометричних синуса або косинуса, з накладеною на них умовою (2).

Математичне дослідження проведемо в програмному середовищі системи комп'ютерної математики Mathcad.

Параметрична область визначення чотиривимірних 2π -періодичних функцій за умови рівності нулю на періоді їх інтегралів

На рис. 2 наведено лістинг створеної в середовищі Mathcad фрагменту програми для знаходження на дискретній множині всіх розв'язків рівняння (4) та отримані в цій частині результати.

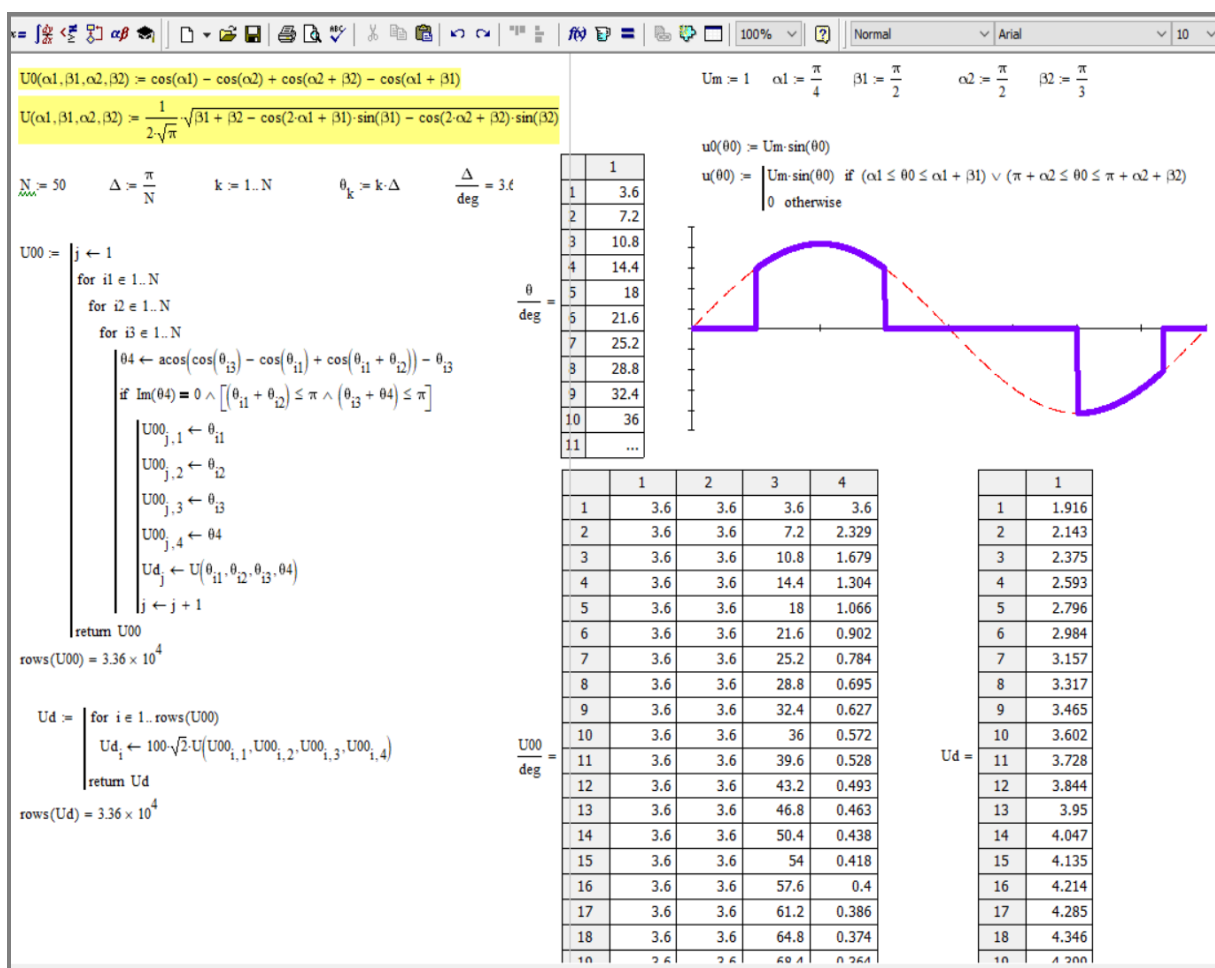


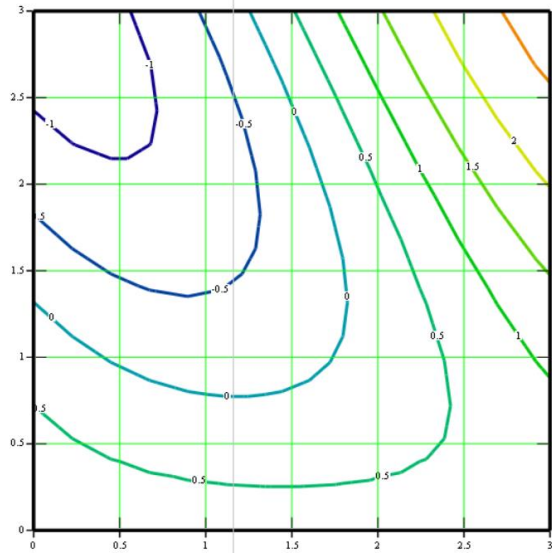
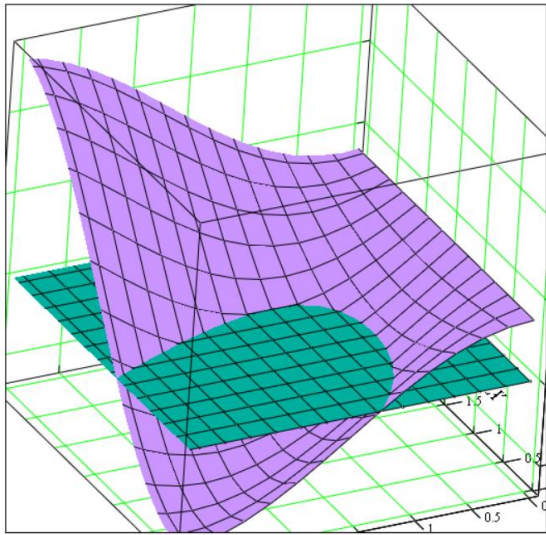
Рис. 2. Лістинг фрагменту програм в математичному середовищі Mathcad

Масив всіх дискретних значень впорядкованих четвірок з чотиривимірного простору параметричної області визначення досліджуваних чотиривимірних 2π -періодичних функцій, які є розв'язками рівняння (2) (або (4)), наведений на рис. 3. Зазначені в масиві впорядковані четвірки $(\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2)$ є елементами заявленої області визначення, за значень яких виконується умова (2).

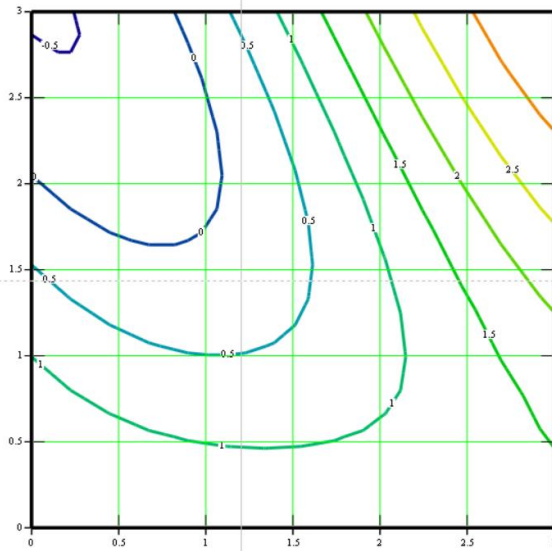
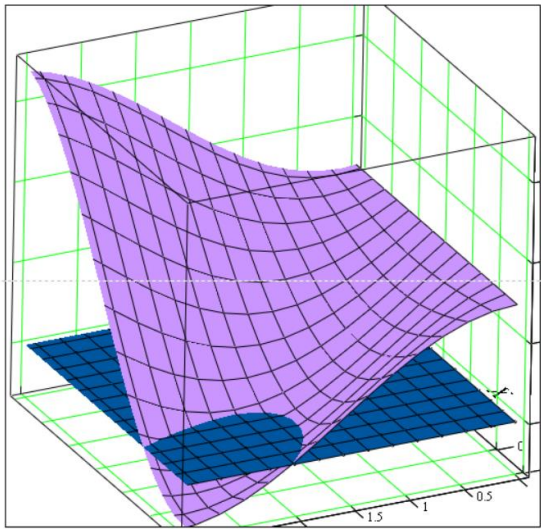
	α_1	β_1	α_2	β_2
	1	2	3	4
1	3.6	3.6	3.6	3.6
2	3.6	3.6	7.2	2.329
3	3.6	3.6	10.8	1.679
4	3.6	3.6	14.4	1.304
5	3.6	3.6	18	1.066
6	3.6	3.6	21.6	0.902
7	3.6	3.6	25.2	0.784
3393	10.8	165.6	10.8	165.6
3394	10.8	169.2	3.6	166.221
3395	10.8	169.2	7.2	164.761
3396	10.8	169.2	10.8	169.2
3397	14.4	3.6	3.6	7.733
3398	14.4	3.6	7.2	5.744
3399	14.4	3.6	10.8	4.456
3400	14.4	3.6	14.4	3.6
17746	68.4	36	104.4	45.54
17747	68.4	36	108	49.794
17748	68.4	36	111.6	58.443
17749	68.4	39.6	3.6	67.684
17750	68.4	39.6	7.2	64.441
17751	68.4	39.6	10.8	61.433
17752	68.4	39.6	14.4	58.656
17753	68.4	39.6	18	56.103
17754	68.4	39.6	21.6	53.767
33597	172.8	3.6	151.2	0.711
33598	172.8	3.6	154.8	0.808
33599	172.8	3.6	158.4	0.94
33600	172.8	3.6	162	1.131
33601	172.8	3.6	165.6	1.432
33602	172.8	3.6	169.2	1.989
33603	172.8	3.6	172.8	...

Рис. 3. Масив всіх дискретних значень впорядкованих четвірок параметричної області визначення чотиривимірних 2π -періодичних функцій, за значень яких виконується умова (2)

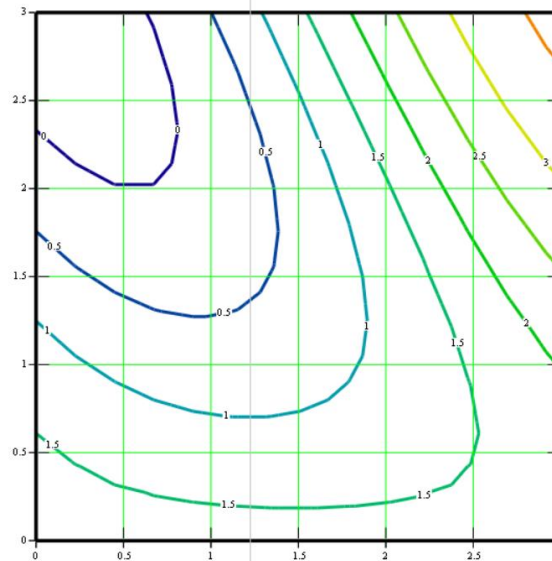
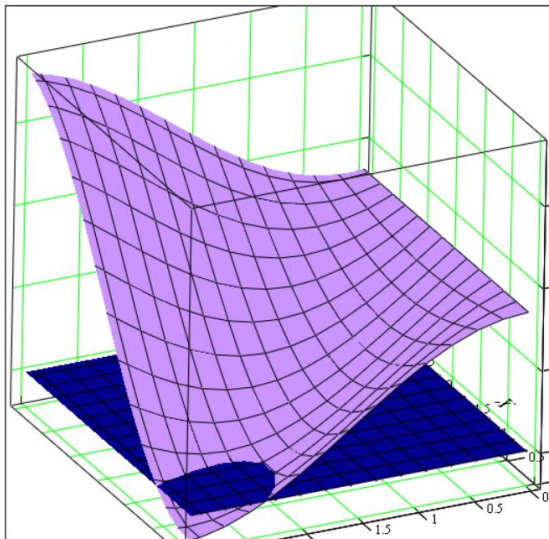
На рис. 4 побудовані поверхні графіків функціонала $J_d(\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2)$ за двох фіксованих значень незалежних змінних (α_1 та β_1), а також графіки нуль-площини, перетин з якою і визначає розв'язки рівняння (2) за заданих умов.



a) $J_d(\alpha_1=28,8^\circ; \beta_1=54^\circ; \alpha_2; \beta_2)$



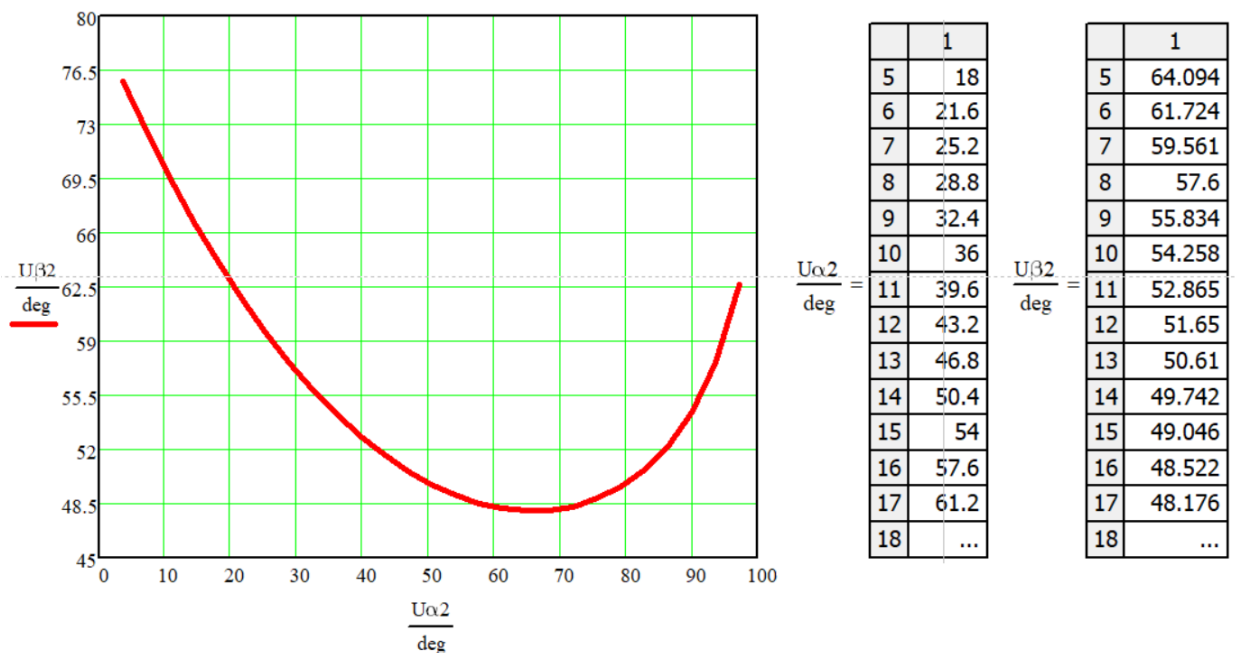
б) $J_d(\alpha_1=43,2^\circ; \beta_1=93,6^\circ; \alpha_2; \beta_2)$



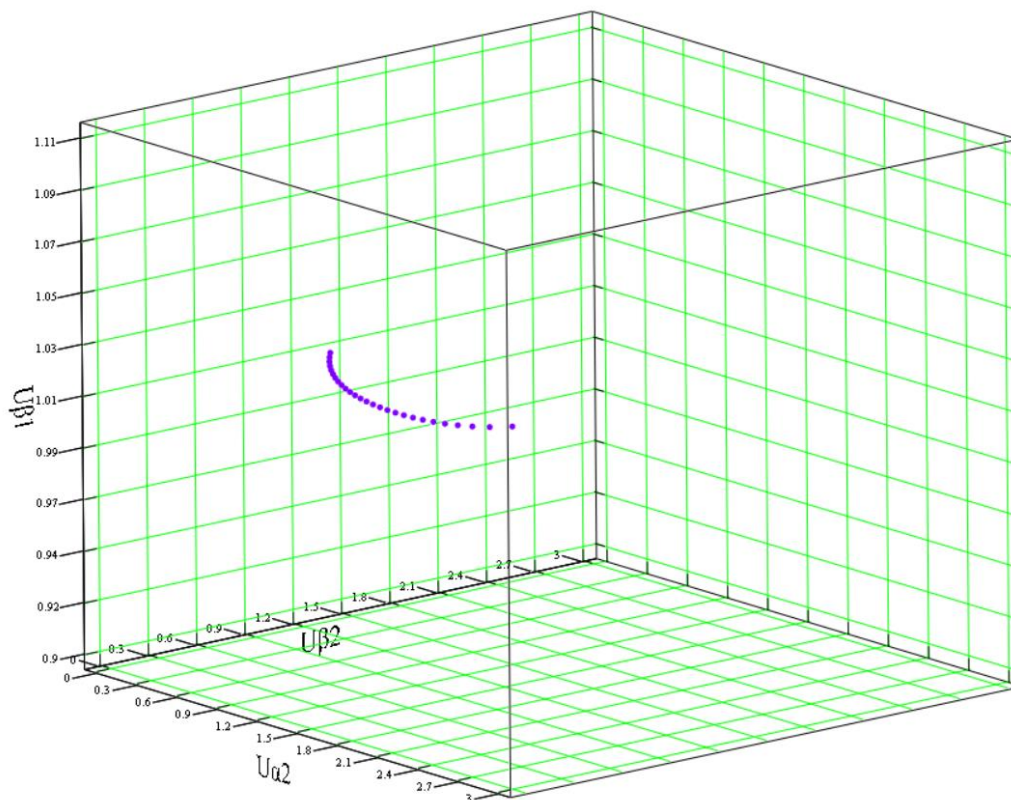
б) $J_d(\alpha_1=46,8^\circ; \beta_1=133,2^\circ; \alpha_2; \beta_2)$

Рис. 4. Поверхні графіків функціонала $J_d(\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2)$ за двох фіксованих значень незалежних змінних (α_1 та β_1)

Таким чином, проекція параметричної області визначення чотиривимірних 2π -періодичних функцій, для яких виконується умова (2), на координатну площину $(\alpha_2; \beta_2)$ за двох фіксованих значень незалежних змінних α_1 і β_1 , де $\alpha_1 = 28,8^\circ$; $\beta_1 = 54^\circ$, має вигляд, показаний на рис. 5, а.



а)



б)

Рис. 5. Проекція параметричної області визначення чотиривимірних 2π -періодичних функцій, для яких виконується умова (2), за двох фіксованих значень незалежних змінних α_1 і β_1 , де $\alpha_1 = 28,8^\circ$; $\beta_1 = 54^\circ$

На рис. 5, б показана ту саму ділянку області визначення, але вже в тривимірному підпросторі.

Фрагмент повної проекції параметричної області визначення чотиривимірних 2π -періодичних функцій $u(\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2; \theta)$, побудованих над полями значень тригонометричних синуса або косинуса, за умови рівності нулю на періоді інтегралів цих функцій

$$\int_0^{2\pi} u(\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2; \theta) d\theta = 0,$$

а відтак їх середніх значень за період, на тривимірний простір $(\beta_1, \alpha_2, \beta_2)$ показаний на рис. 6.

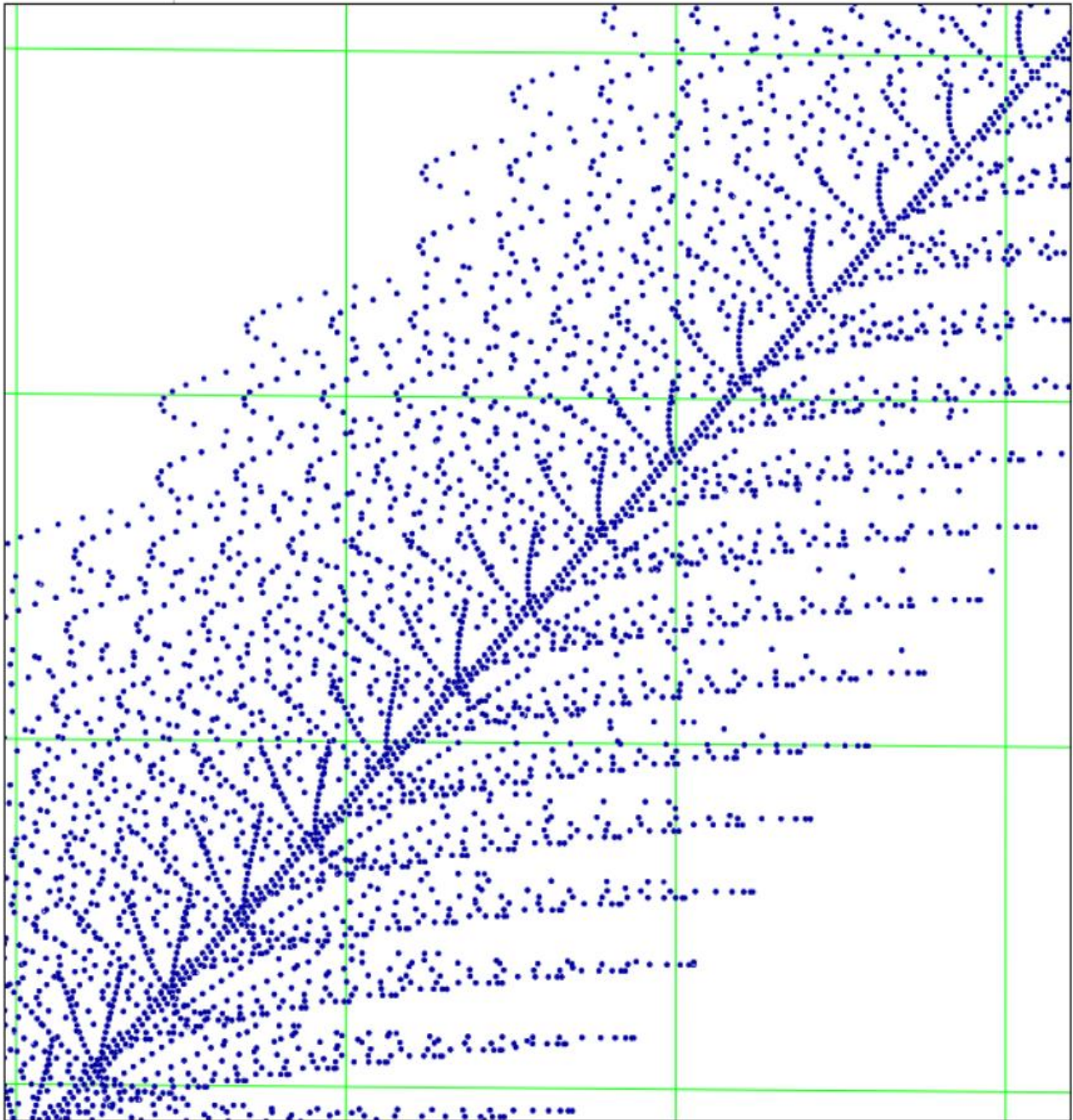


Рис. 6. Фрагмент проекції в тривимірний простір $(\beta_1, \alpha_2, \beta_2)$ параметричної області визначення чотиривимірних 2π -періодичних функцій $u(\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2; \theta)$, побудованих над полями значень тригонометричних синуса або косинуса, за умови рівності нулю на періоді їх інтегралів

Повне графічне відображення зазначеної проекції показано на рис. 7.

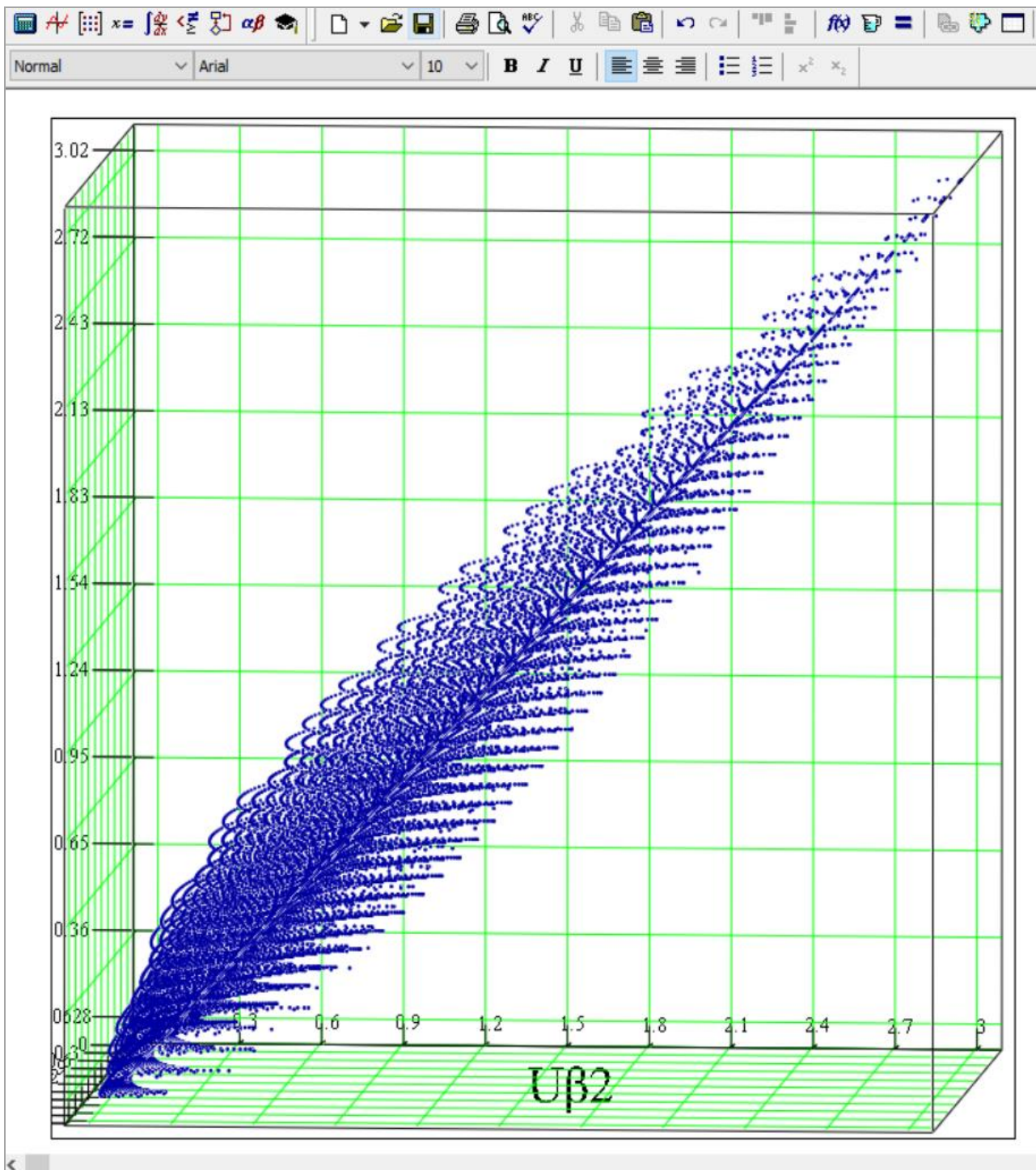


Рис. 7. Повне графічне відображення проєкції в тривимірний простір $(\beta_1, \alpha_2, \beta_2)$ параметричної області визначення чотиривимірних 2π -періодичних функцій $u(\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2; \theta)$, побудованих над полями значень тригонометричних синуса або косинуса, за умови рівності нулю на періоді їх інтегралів

Висновки

В роботі розв'язана задача локації і локалізації в чотиривимірному просторі параметричної області визначення чотиривимірних 2π -періодичних функцій $u(\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2; \theta)$, побудованих над полями значень тригонометричних синуса або косинуса, за умови рівності нулю на періоді інтегралів таких функцій

$$\int_0^{2\pi} u(\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2; \theta) d\theta = 0,$$

що є необхідною декомпозицією під час розв'язування задач оптимізації режимів роботи окремих важливих систем в електротехніці та електроніці за критеріями, які є математичними функціоналами або безпосередньо від заявлених чотирирівимірних 2π -періодичних функцій, або складних функцій, що від них залежать.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Електроніка і мікросхемотехніка. Силова електроніка. Том 4. Кн. 1 / В. І. Сенько, М. В. Панащенко, Є. В. Сенько, М. М. Юрченко, Л. І. Сенько, В. В. Ясинський. – Київ: «Каравела», 2012 р. – 640 с.
2. Електроніка і мікросхемотехніка. Силова електроніка. Том 4. Кн. 2 / В. І. Сенько, М. В. Панащенко, Є. В. Сенько, М. М. Юрченко, Л. І. Сенько, В. В. Ясинський. – Київ: «Каравела», 2013 р. – 316 с.
3. Robert W. Erickson, Dragan Maksimovic. Fundamentals of Power Electronics. – 2020.
4. Rashid M. Power electronics. Handbook. – 2017.
5. Sudipta Chakraborty, Marcelo G. Simões, William E. Kramer. Power Electronics for Renewable and Distributed Energy Systems. A Sourcebook of Topologies, Control and Integration. – 2020.
6. Промислова електроніка / В. С. Руденко, В. Я. Ромашко, В. В. Трифонюк. – Київ: Либідь, 1993 р. – 432 с.
7. ТОЕ. Перехідні процеси в лінійних колах. Синтез лінійних кіл. Електричні та магнітні нелінійні кола: підручник / Ю. О. Карпов, Ю. Г. Ведміцький, В. В. Кухарчук, С. Ш. Каців, за ред. проф. Ю. О. Карпова. – Херсон : ОЛДІ-ПЛЮС, 2019. – 456 с.
8. ТОЕ. Методи розрахунку нелінійних електричних і магнітних кіл в прикладах та задачах : навч. посібник / Ю. О. Карпов, Ю. Г. Ведміцький, В. В. Кухарчук. – Херсон : ОЛДІ-ПЛЮС, 2017. – 262 с.
9. Ведміцький Ю. Г. Узагальнені електричні схеми-аналоги неперервних динамічних систем довірного порядку / Ю. Г. Ведміцький // Вісник Інженерної академії України. — 2010. — Випуск 2. — С. 63-69.
10. Ведміцький Ю. Г. Тектологія динамічних систем і явище гіперсилової взаємодії в структурних рівняннях узагальненого електричного кола / Ю. Г. Ведміцький // Наукові праці Вінницького національного технічного університету. – 2018. – №2. – С. 1-11. – Режим доступу: <https://praci.vntu.edu.ua/index.php/praci/article/view/547/532>.
11. Ведміцький Ю. Г. Узагальнене електричне коло і фізичне явище гіпервалентної взаємодії / Ю. Г. Ведміцький // Вісник Інженерної академії України. — 2016. — Випуск 4. — С. 207-213.
12. Ведміцький Ю. Г. Узагальнене електричне коло з урахуванням фізичного явища гіпервалентної взаємодії / Ю. Г. Ведміцький // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. – Хмельницький. — №2(58). — 2017. — С. 29-36.
13. Ведміцький Ю. Г. Контроль моменту інерції на основі удосконаленої теорії електродинамічних аналогій : монографія / Ю. Г. Ведміцький, В. В. Кухарчук. — Вінниця : ВНТУ, 2015. — 196 с.
14. Ведміцький Ю. Г. Вимірювальне перетворення і контроль моменту інерції механічних та електромеханічних систем в процесі їх експлуатації. Теорія і практика / Ю. Г. Ведміцький // Вісник Хмельницького національного університету. — 2008. — №4(113). — С. 47-55.
15. Ведміцький Ю. Г. Елементи теорії електродинамічного моделювання вимірювального перетворення і контролю моменту інерції. Проблематика, динамічні аналогії та принцип дуальності / Ю. Г. Ведміцький, В. В. Кухарчук // Вісник Вінницького політехнічного інституту. — 2008. — №5 (80). — С. 25-30.

Юрій Григорович Ведміцький — канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри комп'ютеризованих електромеханічних систем і комплексів, ВНТУ, м. Вінниця, wjg@ukr.net

Yurii G. Vedmitskyi — Cand. Sc. (Eng.), Assistant Professor of Department of Theoretical Electrical Engineering and Electrical Measurements, Vinnitsia National Technical University, Vinnitsia, wjg4224@gmail.com