

О. Л. Ляшук¹
Р. М. Рогатинський¹
І. Б. Гевко¹
Р. В. Хорошун¹
Г. Г. Кашканова²
О. П. Антонюк²

МОДЕЛЬ ПРОХОДЖЕННЯ ПОВОРОТУ АВТОМОБІЛЕМ

¹ Тернопільський національний технічний університет ім. І. Пулюя

² Вінницький національний технічний університет

Розглянуто модель повороту автомобіля, зокрема на Х-подібному перехресті із довільним кутом пересічення трас. Проаналізовано умови та обмеження, які накладаються при входженні автомобіля в поворот. Показано, що під час руху автомобіля від прямолінійних ділянок до криволінійних значний вплив мають кутові прискорення, які діють відносно його вертикальної осі і суттєво впливають на перерозподіл сил взаємодії коліс із дорожнім полотном та, відповідно, на стійкість і керованість автомобіля. Наведено аналіз траєкторій руху, які складаються зі спряжених прямолінійних та криволінійних ділянок і описуються рівняннями кола, параболи та гіперболічного косинуса. Показано, що вибір траєкторії за законом параболи та гіперболічного косинуса дещо зменшує радіус повороту автомобіля, проте суттєво знижує перепад кривини в зоні спряження і, відповідно, зменшує кутові прискорення та підвищує стійкість автомобіля крученню відносно вертикальної осі. Для плавного переходу від прямої траєкторії до криволінійної використано спеціальну логістичну залежність для спряження (зшивання) різних ділянок траси. Це дало змогу описати траєкторію руху автомобіля гладкою функцією, перша та друга похідні якої також є гладкими функціями. Для вибору траєкторії швидкісного проходження поворотів із незначною кривиною траси запропоновано залежність у виді полінома четвертого степеня, кривина якого в точці спряження дорівнює нулю, що забезпечує плавний перехід від прямолінійної до криволінійної ділянки та проходження повороту з мінімальними динамічними навантаженнями.

Розроблена модель дає змогу проектувати траєкторію проходження поворотів для різних видів перехрестя у режимі реального часу та може бути використана для побудови динамічних моделей руху автомобіля за заданими траєкторіями, а також для побудови симуляторів для безпілотних автомобілів.

Ключові слова: кривина траси, перехрестя, стійкість автомобіля на поворотах, керованість автомобіля.

Вступ

Керованість автомобіля та збереження його курсової стійкості забезпечується відповідністю вибраної траєкторії та режимів руху, топологією траси, станом дорожнього покриття, погодними умовами тощо. Важливим елементом розробки відповідних математичних моделей є вибір оптимальних траєкторій руху автомобіля, зокрема при проходженні поворотів, що напряму пов'язано із забезпеченням його стійкості та керованості. У відомих працях дослідження курсової стійкості проводиться для різних режимів руху автомобіля, при його гальмуванні, для прямолінійного та колового руху автомобіля, входження в повороти тощо [1–5]. Зокрема математична модель оцінки траєкторії руху автомобіля при гальмуванні розроблена в [1], питання входження в поворот та рух по круговій траєкторії розглянуто в [2], розкрито вплив масових та динамічних факторів на курсову стійкість легкового автомобіля [3], побудовано фазові портрети та траєкторії руху центру мас автомобіля [4].

Розробці математичного апарату, що описує круговий рух транспортного засобу по горизонтальній дорозі з описом поворотів, присвячена робота [5]. Поведінка слідування автомобіля і зміна смуги руху в транспортному потоці розкрито в роботі [6], розробка моделі слідування за автомобілями, що повертають транспортні засоби на перехрестях, наведена в [7]. Моделі прогнозування руху автомобіля на перехрестях на основі моделі намірів повороту та попередніх траєкторій розглянуті в [8]. Важливими є також розробки з підвищення курсової стійкості та керованості автомобіля шляхом використання системи ESP [9] та супутникової навігаційної системи [10] тощо.

Питанню розробки раціональних траєкторій автомобіля при зміні смуги руху та при обгоні, які забезпечують стійкість та керованість автомобіля, присвячені дослідження [11, 12]. Проте низка питань, що стосуються вибору оптимальних траєкторій при зміні напрямку руху, зокрема на поворотах, не розкрито. А тому розробка моделі проходження повороту автомобілем, зокрема побудова

раціональних траєкторій його руху при проходженні перехресть, які забезпечують стійкість автомобіля та його керованість на поворотах, є актуальною задачею.

Метою роботи є вибір раціональних траєкторій проходження повороту, які мінімізують кривину траси та, відповідно, відцентрові прискорення автомобіля, а також приріст кривини траєкторії та його кутові прискорення відносно вертикальної осі.

Результати дослідження

Одним із важливих моментів при входженні автомобіля в поворот є врахування не тільки прискорень та, відповідно, сил, що діють на центр мас автомобіля, але і кутових прискорень та моментів, прикладених до вертикальної осі автомобіля. Згідно з [1]

$$I_z d^2\varphi/dt^2 = \Sigma M_z, \quad (1)$$

де I_z – момент інерції автомобіля відносно вертикальної осі, яка проходить через центр мас; $d^2\varphi/dt^2$ – кутове прискорення автомобіля відносно вертикальної осі z ; ΣM_z – сума всіх моментів від поздовжніх та бокових реакцій полотна на колеса (осі) автомобіля.

Під час повороту передні та задні колеса проходять по різних траєкторіях із різною кривиною траси. Миттєвий кут повороту автомобіля пов'язаний з елементарними переміщеннями середин передньої ds_1 та задньої ds_2 осей залежностями [11]

$$d\varphi = k_1 ds_1 = k_2 ds_2 = \frac{ds_1 \sin(\theta - \delta_1 + \delta_2)}{A \cos \delta_2} = \frac{ds_2 \sin(\theta - \delta_1 + \delta_2)}{A \cos(\theta - \delta_1)}, \quad (2)$$

де k_1 та k_2 – кривини траєкторій руху переднього та заднього уявних коліс велосипедної моделі автомобіля; δ_1 та δ_2 – кути відведення, відповідно переднього та заднього коліс у цій моделі; θ – кут повороту уявного колеса, що зв'язаний із кутами повороту лівого та правого передніх коліс функціональним зв'язком; A – база автомобіля.

Із (2) випливає, що кривина траєкторії середини осі задніх коліс у заданий момент часу буде $k_2 = k_1 \cos(\theta - \delta_1) / \cos \delta_2$, що потрібно враховувати при виборі траєкторії повороту.

Оскільки водієм задається траєкторія переміщення передньої осі із кривиною k_1 , то в моделі саме вона визначатиме вибір траєкторії. Із (2) кутове прискорення автомобіля

$$d^2\varphi/dt^2 = v_1 \cdot dk_1/dt + k_1 \cdot d^2s_1/dt^2, \quad (3)$$

де v_1 – швидкість передньої осі автомобіля при криволінійній траєкторії його руху.

При переході автомобіля від прямолінійного руху з кривиною $k_{10} = 0$ до колового руху із кривиною $k_{1R} = 1/R$, де R – радіус повороту по серединній лінії смуги руху, відбувається стрибкоподібна зміна кривини траєкторії k_1 і, відповідно, кута повороту коліс θ , що призведе до суттєвого приросту кривини dk_1/dt . А це зі свого боку із врахуванням (1) призведе до різкого росту сумарного моменту ΣM_z і, відповідно, до перерозподілу сил взаємодії коліс із дорожнім полотном, що може спричинити втрату стійкості автомобіля та його керованості. А тому при входженні в поворот між прямолінійною та коловою ділянками має бути перехідна ділянка із плавною зміною кривини траєкторії руху.

Із врахуванням того, що $dk_1/dt = (dk_1/ds) \cdot (ds/dt)$, отримуємо обмеження щодо недопущення заносу автомобіля з його прокручуванням відносно вертикальної осі

$$v_1^2 \cdot dk_1/ds + k_1 \cdot dv_1/dt \leq M_z/I_z = k_M gA(m/I_z), \quad (4)$$

де k_M – дослідний коефіцієнт, який залежить від типу автомобіля, зчеплення коліс із дорожнім полотном тощо; g – прискорення земного тяжіння; A – колісна база автомобіля; m – маса автомобіля.

Крім цього, на вершині повороту на автомобіль діятимуть максимальні відцентрові сили, із врахуванням яких на його швидкість накладаються обмеження на дію відцентрових сил

$$v_C^2 \cdot k_C \leq k_g mg, \quad (5)$$

де v_C – поступальна швидкість центру ваги автомобіля; k_C – кривина траєкторії переміщення центру ваги автомобіля; k_g – динамічний коефіцієнт зчеплення коліс із дорожнім полотном.

Як впливає із (4) та (5), вибір траєкторії траси має суттєве значення для забезпечення стабільності руху та керованості автомобіля. Особливо важливим є вибір траєкторії проходження поворотів, зокрема на перехрестях, де кривина траси є суттєвою й ускладнює керованість автомобілем.

Розглянемо схему повороту автомобіля на перехресті (рис. 1). Розмістимо систему координат $Oxyz$ з початком в центрі O кола радіусом r_0 , яке обмежує проїжджу частину, а вісь Oy спрямуємо в сторону ділянки з мінімальною кривиною траєкторії повороту (до центру перехрестя). Відповідно, крива траєкторії руху автомобіля повністю лежатиме в зоні додатних значень функції $y = f(x)$, що її описує. Віддаль від початку координат O до центру перехрестя C позначимо $OC = c$. Траєкторія руху автомобіля перетинатиме вісь Ox в точках x_{\min} та x_{\max} , які обмежують область визначення моделі. Для X -подібного перехрестя, де дороги пересікаються під прямим кутом, $x_{\min} = -x_{\max} = -\sqrt{2}(r_0 + u/2) = -c + u/\sqrt{2}$, де u – ширина смуги руху. Відлік шляху автомобіля $s = s(t)$ проводимо від точки x_{\min} , де $s = 0$, яка розміщена від центра перехрестя на віддалі $L = 2r_0 + 1,5u$. В точці s_0 , яка відстає від центру перехрестя на віддаль l_0 , автомобіль змінює траєкторію проходження повороту з прямолінійної на криволінійну. Керованість автомобіля передбачає контроль зміни кута повороту коліс θ , кривини траєкторії k_1 , k_2 і k_C та інших параметрів від пройденого шляху, який є функцією від часу $s = s(t)$ і який для руху по прямолінійній траєкторії зв'язаний із біжучою віддаллю від автомобіля до центра перехрестя l_s залежністю $s(t) = L - l_s$.

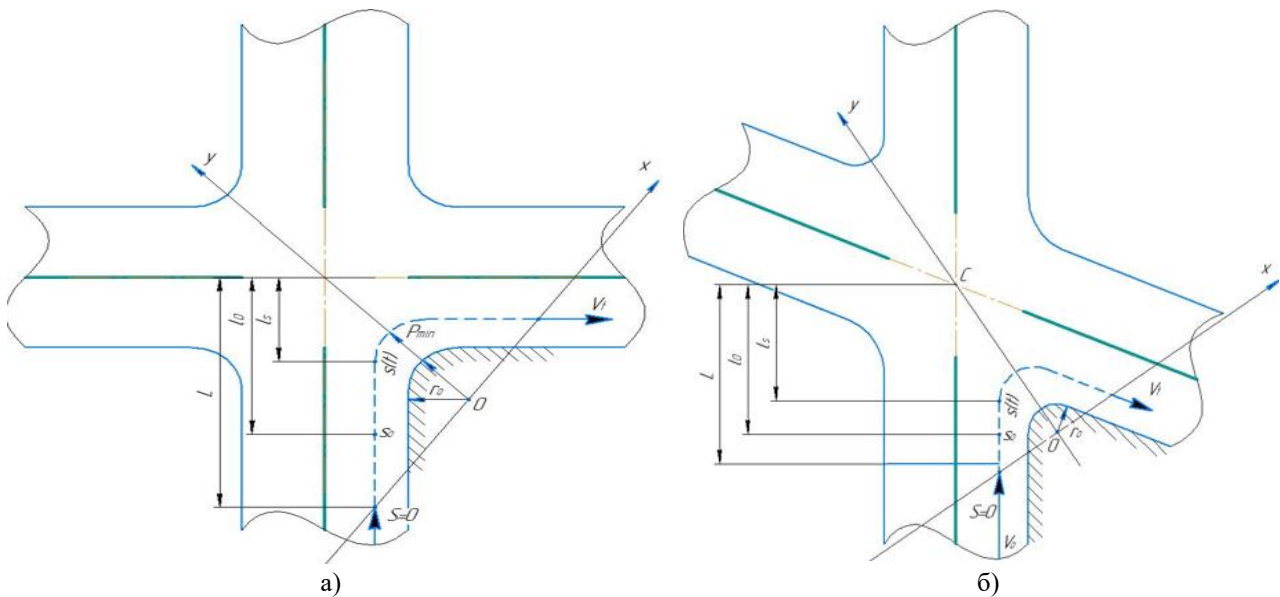


Рис. 1. Схема повороту автомобіля на перехресті: а – під прямим кутом; б – під довільним кутом

На прямих ділянках траєкторія до входу в поворот, тобто до точки s_0 з координатою x_1 , та після виходу з нього (із симетричною координатою x_2) описується рівнянням

$$y = f_0(x) = c - u/\sin \varphi - |x| \operatorname{ctg} \varphi, \quad (6)$$

де φ – половина кута між перехрещеними дорогами (кут між якими 2φ).

Проходження повороту на інтервалі $x_1 \leq x \leq x_2$ відбувається за симетричною відносно осі Oy кривою, яку для різних випадків апроксимуємо такими рівняннями: кола $y = f_1(x) = \sqrt{R^2 - x^2}$, для якого $R = r_0 + u/2$; параболи $y = f_2(x) = y_{\max} - ax^2$, де $y_{\max} = r_0 + u/2 = R$; гіперболічного косинуса $y = f_3(x) = y_{\max} + b - b \operatorname{ch}(x/b)$, а також многочленами вищих порядків.

Для перехрестя доріг під прямим кутом (рис. 1а) $\varphi = \pi/4$. У цьому разі координати початку та закінчення колової траєкторії будуть $x_{1,2} = \mp(r_0 + u/2)\cos\varphi$, $y_{1,2} = (r_0 + u/2)\sin\varphi$. Початок перебудови траєкторії знаходиться від центру перехрестя на віддалі $l_0 = (r_0 + u)/\operatorname{tg}\varphi$. У точках спряження траєкторій (із координатами x_1 та x_2) функція кривини траси має розрив від $k_d = 0$ (для прямої траєкторії) до $k_c = R$ (для колової траєкторії), що на практиці призводить до різкого приросту кривини dk_1/ds і, відповідно, ризику втрати стійкості автомобіля.

У рівнянні параболічної траєкторії параметр a визначається з умови дотику ліній $f_0(x)$ та $f_2(x)$, $a = \sin^3\varphi/[4\cos\varphi(1 - \sin\varphi)]$. Координати початку та завершення перебудови будуть $x_{1,2} = \mp \operatorname{tg}\varphi/(2a)$. Початок перебудови знаходиться від центру перехрестя на віддалі $l_0 = (|x_1| + 0.5u)/\sin\varphi$.

Параметри рівняння гіперболічного косинуса, яким описується траєкторія перебудови, визначається з умови спряження кривих $f_0(x)$ та $f_3(x)$. Зокрема, із умови рівності перших похідних функцій $f_0(x)$ та $f_3(x)$ параметр $v = |x_1|/\operatorname{arsh}(\operatorname{tg}\varphi)$, а координати точок спряження x_1 та x_2 шукаються із розв'язку рівняння $f_0(x) = f_3(x)$.

На рисунку 2 наведено графічне зображення залежності (6) ломаної лінії $y_d(x) = f_0(x)$, що описує пряму ділянку траси та залежностей $y_c(x) = f_1(x)$, $y_h(x) = f_3(x)$ та $y_p(x) = f_2(x)$, які відображають криволінійні ділянки траси, описані, відповідно, рівняннями кола, гіперболічного косинуса та параболи, графіки яких спряжені із прямолінійною ділянкою. Графіки побудовані для моделі перехрестя з прямим пересіченням доріг, в якій ширина смуги руху приймалася $u = 3$ м та радіус обочини, який обмежує проїжджу частину, також $r_0 = 3$ м, що за умовами руху наближається до радіуса мінімального розвороту легкового автомобіля. Траєкторії руху у всіх випадках прокладені по середині смуги руху (на віддалі $R = 4,5$ м від обочини дороги). На рисунку 3 наведено траєкторії трас за відповідними залежностями безпосередньо в зоні спряження, тобто в зоні входження автомобіля в поворот.

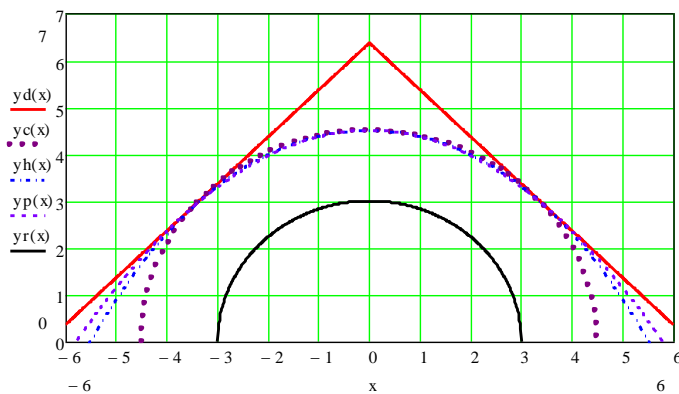


Рис. 2 Траєкторії трас, що описуються залежностями: ломаної прямої $y_d(x)$, кола $y_c(x)$, гіперболічного косинуса $y_h(x)$ та параболи $y_p(x)$, для проходження автомобілем повороту на прямому перехресті

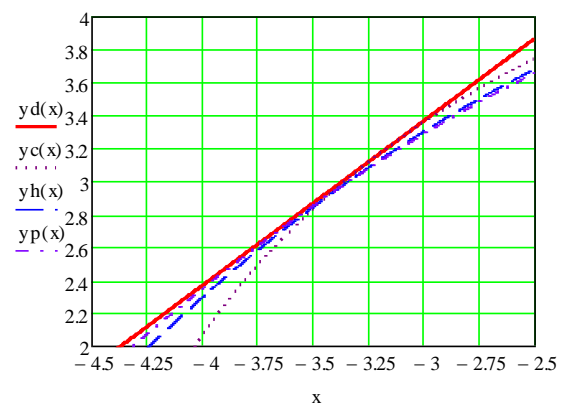


Рис. 3. Траєкторії трас, що описуються прямою $y_d(x)$ та кривими, відповідно, кола $y_c(x)$, гіперболічного косинуса $y_h(x)$ та параболи $y_p(x)$ у місці їх спряження

За результатами апробацій моделі проведено аналіз траєкторій кривих спряжених із прямолінійною ділянкою, який показує, що на вершині повороту ($x = 0$) максимальний радіус кривини спостерігається для колової траєкторії $R = R_d(x = 0) = 4,5$ м, у траєкторії по гіперболічному косинусу радіус кривини становить $R = R_p(x = 0) = 4$ м, у траєкторії по параболі, відповідно, $R = R_h(x = 0) = 3,73$ м.

Координати точки спряження, відповідно, становлять: для колової траєкторії – $x_{d1,2} = \mp 3,18$ м; для спряження із $x_{d1,2} = \mp 3,525$ м; для спряження з параболічною траєкторією $x_{d1,2} = \mp 3,73$ м. Розрив у значеннях кривин у точці спряження для переходу від прямолінійної до колової траєкторії становить $\Delta k_{dc} = 0,22 \text{ м}^{-1}$, до траєкторії за гіперболічним косинусом – $\Delta k_{dh} = 0,125 \text{ м}^{-1}$, до траєкторії за параголою – $\Delta k_{dp} = 0,19 \text{ м}^{-1}$.

Апроксимація траєкторії повороту спряженими відрізками, де криволінійна ділянка описується рівняннями $f_2(x)$ чи $f_3(x)$, порівняно з $f_1(x)$, зменшує різкий стрибок кривини і, відповідно, моменти сил, що діють на автомобіль відносно вертикальної осі, але не усуває їх. Для плавного переходу в місці спряження прямої траєкторії, що описується залежністю $f_0(x)$ з криволінійною за довільним законом $f_i(x)$, доцільно використати логістичну залежність виду

$$F(x) = \frac{f_0(x)e^{-\lambda_x p(x)} + f_i(x)e^{\lambda_x p(x)}}{e^{-\lambda_x p(x)} + e^{\lambda_x p(x)}}, \quad (7)$$

де λ_x – параметр згладжування спряження, $\lambda_x \gg 1$; $p(x)$ – функція вибору ділянки шляху, $p(x) = (x - x_1)(x_2 - x)$.

Графічно функція спряження прямої ділянки $y_d(x) = f_0(x)$ із коловою $y_c(x) = f_1(x)$ наведена на рисунку 4. Перевагою використання залежності (7) є те, що функція $F(x)$, її перша, друга та наступні похідні є неперервними та гладкими. При великих значеннях параметру ступеня згладжування, $\lambda_x \geq 10$, залежність (7) максимально наближена до $f_0(x)$ та $f_1(x)$ на відповідних ділянках, проте в зоні спряження спостерігатимуться суттєві значення приросту кривини dk_1/dt , що згідно з (4) може призвести до втрати стійкості. При малих значеннях λ_x плавність повороту буде порушена, що спричинятиме незручності при слідуванні за теоретичною траєкторією. Вказані недоліки можуть бути суттєвими при великих швидкостях входження в поворот.

Для швидкісних трас рекомендовано повороти проходити по траєкторії, що описується многочленом (поліномом) вищих степенів. Шукана функція має бути симетричною, неперервно диференційованою та мати в точці спряження з прямою ділянкою траєкторії нульову кривину. Цим вимогам відповідає многочлен виду

$$y_m = f_4(x) = R - a_m c^4 + a_m (c^2 - x^2)^4, \quad (8)$$

де a_1 та c – параметри моделі, що визначаються координатами точок спряження x_1 та x_2 ($x_2 = -x_1$), $a_m = \operatorname{tg} \varphi / (8x_2^3)$, $c = \sqrt{3}x_2$.

Координати точок спряження x_1 та x_2 визначаються із розв'язку рівняння $f_0(x) = f_4(x)$. Зшивання цих функцій залежністю (7) забезпечує плавне зростання, зокрема і в зоні спряження, кривини траєкторії від нуля до максимального значення у вершині повороту. Приклад траєкторії за залежністю (8) наведено на рисунку 5 для прямого перехрестя із шириною смуг руху $u = 3$ м та радіусом обочини, що обмежує проїжджу частину $r_0 = 3$ м. Для цих умов мінімальне значення радіуса кривини траєкторії у вершині повороту буде $R = R_m(x=0) = 3,24$ м, що менше ніж у попередніх випадках. Проте завдяки гладкості траєкторії в зоні спряження апроксимація повороту залежністю (1) доцільна для швидкісних трас зі значним радіусом поворотів.

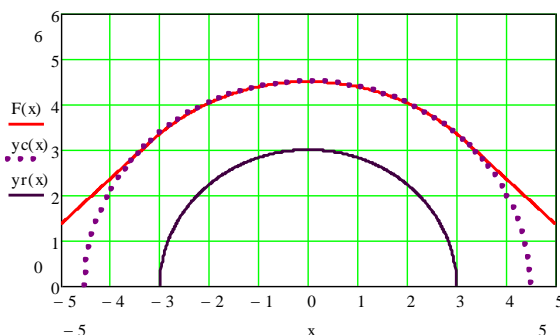


Рис. 4. Траєкторія трас, яка описується логістичною залежністю, що зшиває: лому прямою $y_d(x)$ та колою $y_c(x)$ із параметром згладжування $\lambda=8$

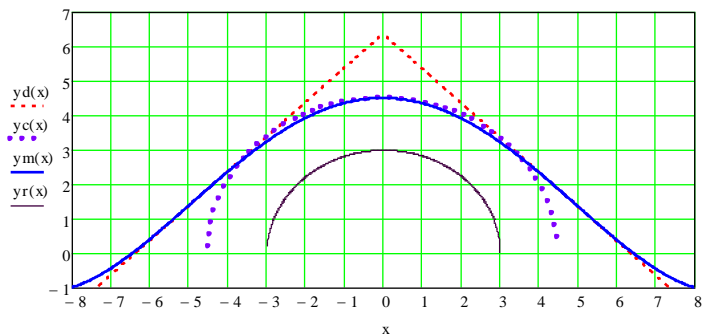


Рис. 5. Траєкторії трас, що описуються залежностями: ломаною прямою $y_d(x)$, кола $y_c(x)$, гіперболічного косинуса

У загальному, проходження повороту є оптимізаційною задачею, в якій вибір траєкторії повороту є елементом структурної оптимізації, а вибір параметрів рівняння траєкторії є двокритеріальною

задачею, в якій мінімізуються одночасно як кутові прискорення повороту автомобіля, так і відцентрові прискорення кругового руху.

За попереднім аналізом входження в поворот по кривій, що описується рівнянням гіперболічного косинуса, є більш сприятливим, порівняно з іншими варіантами, оскільки поєднує більшу плавність зміни кривини в зоні спряження із достатнім радіусом кривини для забезпечення стійкості автомобіля від дії відцентрових сил. За результатами досліджень напрацьовані рекомендації щодо раціональної траєкторії входження в поворот та вибору швидкісного режиму, який забезпечує стійкість та керованість автомобіля при проходженні повороту для різних видів перехрестя, зокрема і під непрямыми кутами.

Висновки

Встановлено, що на стійкість автомобіля та його керованість на поворотах мають суттєвий вплив не тільки відцентрове прискорення, але і зміна кривини траєкторії, яка може призвести до заносу автомобіля з його прокручуванням відносно вертикальної осі. А тому під час вибору траєкторій переходу від прямолінійного руху до криволінійного доцільно вибирати такі, які мінімізують приріст кривини в точках спряжень. Показано, що апроксимація траєкторії повороту спряженими прямолінійними та криволінійними відрізками, де криволінійна ділянка описується рівняннями параболи чи гіперболічного косинуса, має перевагу перед спряженням прямої із колом, оскільки зменшує різкий стрибок кривини і, відповідно, моменти сил, що діють на автомобіль відносно вертикальної осі, але не усуває їх. Входження в поворот по кривій, що описується рівнянням гіперболічного косинуса, є більш сприятливим, порівняно з іншими варіантами, оскільки поєднує більшу плавність зміни кривини в зоні спряження із достатнім радіусом кривини для забезпечення стійкості автомобіля від дії відцентрових сил. Показано, що плавний перехід у місці спряження прямої траєкторії з криволінійною забезпечує спеціальна логістична залежність (7), яка зшиває ці відрізки. Для швидкісних трас із невеликою кривизною повороту проходження криволінійної ділянки запропоновано робити за траєкторію, що описується многочленом четвертого степеня, основною перевагою якої є нульова кривина в зоні спряження, що забезпечує плавність проходження повороту автомобіля. За результатами досліджень напрацьовані рекомендації щодо раціональної траєкторії входження в поворот та вибору швидкісного режиму, який забезпечує стійкість та керованість автомобіля при проходженні повороту для різних видів перехрестя, зокрема і під непрямыми кутами.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

- [1] Кашканов А. А., Кашканов В. А., Кашканова А. А. Моделирование траектории руха автомобіля при дослідженні дорожньо-транспортних пригод. *Вісник машинобудування та транспорту*. Вінниця: ВНТУ, 2019. URL: <https://doi.org/10.31649/2413-4503-2019-9-1-53-65>.
- [2] Макаров В. А., Волохов. А. С., Куплінов А. В. До питання вибору математичної моделі для дослідження курсової стійкості руху легкового автомобіля. *Наукові нотатки: міжзுவ'язський збірник*. Луцьк, 2010. Вип. 28. С. 311–316.
- [3] *Розвиток математичної моделі криволінійного руху двовісного автомобіля* / Кальченко Б. І. та ін. *Вісник Нац. техн. ун-ту «ХПІ»*: зб. наук. пр. Сер.: Автомобіле- та тракторобудування. Харків: НТУ «ХПІ». 2017. № 13(1235). С. 45–50.
- [4] Вербицький В. Г., Макаров В. А., Костенко А. В. До питання визначення та аналізу показників курсової стійкості руху легкового автомобіля. *Вісник Автомобільно-дорожнього інституту*. 2009. № 2(9). С. 21–25.
- [5] Fedotov A. I., Tikhov-Tinnikov D. A., Ovchinnikova N. I., Lysenko A. V. Simulation of car movement along circular path, 2017. *IOP Conf. Ser.: Earth Environ. Sci.* 87 082018. DOI 10.1088/1755-1315/87/8/082018
- [6] Xiaohui Zhang, Jie Sun, Xiao Qi, Jian Sun. Simultaneous modeling of car-following and lane-changing behaviors using deep learning. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*. Volume 104, July 2019. P. 287–304.
- [7] Modeling Car-Following Behaviour of Turning Movements at Intersections with Consideration of Turning Radius / Fulu Wei et al. *Journal of Advanced Transportation*. 2020. Article ID 8884797, 9 pages. URL: <https://doi.org/10.1155/2020/8884797>
- [8] Vehicle Motion Prediction at Intersections Based on the Turning Intention and Prior Trajectories Model *IEEE/CAA / Ting Zhang et al. Journal of Automatica Sinica*. October 2021. Vol. 8. P. 1657–1666. DOI: 10.1109/JAS.2021.1003952
- [9] Мандрика В. Р., Шликова В. Г. Керованість і стійкість руху автомобіля В-класу з системою ESP. *Вісник Нац. техн. ун-ту «ХПІ»*: зб. наук. пр. Темат. вип.: Транспортне машинобудування. Харків: НТУ «ХПІ». 2013. № 31(1004). С. 60–65.
- [10] Довжик М. Я., Калнагуз О. М., Сіренко Ю. В. Криволінійний рух чотириколісної машини з використанням супутникової навігаційної системи. *Наукові горизонти*. 2020. № 7(92). С. 126–135.
- [11] Модель руху автомобіля при перебудові смугами / Р. М. Рогатинський та ін. *Науково-прикладні аспекти автомобільної і транспортно-дорожньої галузей*: матеріали VII міжнарод. наук.-прак. конф. (м. Луцьк, 14–16 черв. 2022 р.). Луцьк, 2022. С. 103–106.
- [12] Модель обгону автомобілем на прямій трасі / Р. М. Рогатинський та ін. *Підвищення надійності і ефективності машин, процесів і систем. Improving the reliability and efficiency of machines, processes and systems*: Матеріали V Міжнародної науково-практичної конференції, 19–21 квітня 2023 р. Кропивницький: ЦНТУ, 2023. С. 17–19.

Ляшук Олег Леонтійович – д-р техн. наук, професор, перший проректор, e-mail: oleglashuk@ukr.net

Рогатинський Роман Михайлович – д-р техн. наук, професор, професор кафедри автомобілів, e-mail: rogatynskiy@gmail.com

Гевко Іван Богданович – д-р техн. наук, професор, професор кафедри автомобілів, e-mail: gevkoivan1@ukr.net

Хорошун Роман Васильович – асистент кафедри автомобілів, e-mail: roman_086@ukr.net

Тернопільський національний технічний університет ім. І. Пулюя, м. Тернопіль

Кашканова Галина Григорівна – канд. пед. наук, доцент, доцент кафедри вищої математики, e-mail: g.kashkanova@vntu.edu.ua

Антонюк Олег Павлович – канд. техн. наук, старший викладач кафедри автомобілів та транспортного менеджменту, e-mail: antonuk@vntu.edu.ua

Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця

O. Lyashuk¹
R. Rogatynskiy¹
I. Hevko¹
R. Horoshyn¹
G. Kashkanova²
O. Antonyuk²

Model of passing a turn by a vehicle

¹Ternopil Ivan Puluj National Technical University

²Vinnitsia National Technical University

The car turning model is considered, in particular at an X-shaped intersection with an arbitrary intersection angle of the tracks. The conditions and restrictions that are imposed when the car enters a turn are analyzed. It is shown that, when the car moves from straight to curved sections, angular accelerations acting relative to its vertical axis have a significant influence on the redistribution of the forces of interaction between the wheels and the road surface and, accordingly, on the stability and controllability of the car. The analysis of motion trajectories, which consist of conjugate rectilinear and curvilinear sections and are described by the equations of a circle, a parabola, and a hyperbolic cosine, is provided. It is shown that choosing a trajectory according to the law of parabola and hyperbolic cosine slightly reduces the turning radius of the car, but significantly reduces the curvature gradient in the conjugation zone and, accordingly, reduces angular accelerations and increases the resistance of the car to rotation relative to the vertical axis. For a smooth transition from a straight path to a curved one, a special logistic dependency was used to connect (stitch) different sections of the route. This made it possible to describe the trajectory of the car by a smooth function, the first and second derivatives of which are also smooth functions. For the selection of the trajectory of passing turns with a slight curvature of the route, a dependence in the form of a fourth-degree polynomial, the curvature of which at the point of conjugation is equal to zero, is proposed, which ensures a smooth transition from a straight to a curved section and ensures passing a turn with minimal dynamic loads.

The developed model allows you to design the trajectory of turning for various types of intersections in real time and can be used to build dynamic models of car movement along given trajectories, as well as to build simulators for unmanned vehicles.

Key words: curve of the track, intersection, stability of the car in turns, car controllability.

Lyashuk Oleg – Dr. Sc. (Eng.), Professor, First Vice-Rector, e-mail: oleglashuk@ukr.net

Rogatynskiy Roman – Dr. Sc. (Eng.), Professor, Professor of the Department of Automobiles, e-mail: rogatynskiy@gmail.com

Hevko Ivan – Dr. Sc. (Eng.), Professor, Professor of the Department of Automobiles, e-mail: gevkoivan1@ukr.net

Horoshyn Roman – Assistant of the Department of Automobiles, e-mail: roman_086@ukr.net

Kashkanova Galyna – Ph. D. (Ped.), associate professor, associate professor of the Department of Higher Mathematics, e-mail: g.kashkanova@vntu.edu.ua

Antonyuk Oleg – Ph. D. (Eng.), Associate Professor of the Department of Automobiles and Transport Management, e-mail: antonuk@vntu.edu.ua