

**ВПЛИВ ПРОЦЕНТА АРМУВАННЯ ТА КЛАСУ БЕТОНУ
НА МІЦНІСТЬ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТІВ**

О. А. Шкурупій, П. Б. Митрофанов

Стаття присвячена дослідженню міцності зігнутих залізобетонних елементів (ЗБЕ) у нормальних перерізах на основі деформаційної моделі (ДМ) з екстремальним критерієм міцності (ЕКМ). При цьому варіювались клас бетону в інтервалі від В 10 до В 120 та процент армування від 0,3 % до 30 %. ДМ із ЕКМ дає можливість окрім міцності ЗБЕ аналітично визначати характеристики бетону стиснутої зони нормального перерізу ЗБЕ в граничному стані, в тому числі і деформацію найбільш стиснутої фібри бетону (ε_{bu}). Паралельно, при дослідженнях, були одержані аналітичні значення ε_{bu} в залежності від зміни наведених вище факторів. Отримані результати ε_{bu} зіставлені з аналогічними експериментальними даними, наведеними в Eurocode-2. Наведені графіки залежностей міцності ЗБЕ (M_u) та ε_{bu} від зміни класу бетону та процента армування. Встановлено граничну межу переармування ЗБЕ.

Статья посвящена исследованию прочности изгибаемых железобетонных элементов (ЖБЭ) в нормальных сечениях на основе деформационной модели (ДМ) с экстремальным критерием прочности (ЭКП). При этом варьировался класс бетона в интервале от В 10 до В 120 и процент армирования от 0,3 % до 30 %. ДМ с ЭКП дает возможность кроме прочности ЖБЭ аналитически определять характеристики бетона сжатой зоны нормального сечения ЖБЭ в предельном состоянии, в том числе и деформацию наиболее сжатой фибры бетона ε_{bu} . Параллельно, при исследованиях, были получены аналитические значения ε_{bu} в зависимости от изменения указанных выше факторов. Полученные результаты ε_{bu} сопоставлены с аналогичными экспериментальными данными, приведенными в Eurocode-2. Приведены графики зависимостей прочности ЖБЭ (M_u) и ε_{bu} в зависимости от изменения класса бетона и процента армирования. Установлена предельная граница переармирования ЖБЭ.

The article is devoted to the investigation of durability of the bent reinforced concrete elements (RCE) in normal sections on the basis of deformation model (DM) with extreme strength criterion (ESC). Thus the class of concrete varied in the interval from B 10 to B 120 and the reinforcing percent varied from 0,3 % to 30 %. DM with ESC enables – except the durability of RCE – to determine analytically characteristics of concrete in the compressed zone of normal section of RCE within the limits of ultimate state, including deformation of a more compressed fibre of concrete – ε_{bu} . Alongside, with this investigation, analytical values ε_{bu} have been obtained depended upon the changes of the above-mentioned factors. The obtained results ε_{bu} have been compared to the analogical experimental data, mentioned in Eurocode-2. The charts of dependence of RCE (M_u) durability and ε_{bu} are presented here which depends upon changes of concrete class and reinforcement percent. The boundary limit of reinforcement modification of RCE has been found.

Постановка проблеми та аналіз останніх досліджень. Зараз у країнах колишнього СРСР проходить процес гармонізації нормативних документів для проектування бетонних і залізобетонних конструкцій та їх елементів з Eurocode-2 [1], в якому враховуються класи міцності бетону в діапазоні від C 12/15 до C 90/105. В діючих на Україні нормах і правилах для проектування залізобетонних конструкцій із важких й дрібнозернистих бетонів враховуються лише класи міцності бетонів в діапазоні від В 3,5 до В 60. У зіставленні з нормами [1] це відповідає класам міцності бетонів до C 50/60. В нормах [1] класи міцності бетонів сягають межі C 90/105. В діючих нормах і правилах [6] відсутні рекомендації щодо розрахунку міцності ЗБЕ із високоміцних бетонів, які працюють на різні види деформування. Тому дослідження цих питань, а також визначення фізико-механічних характеристик ЗБЕ для високоміцних бетонів є актуальною задачею.

Виділення нерозв'язаних раніше частин загальної проблеми, котрим присвячується означена стаття. Застосування ДМ в теорії залізобетону є кроком уперед, оскільки вона використовує повний набір рівнянь механіки деформівного твердого тіла (МДТТ): фізичних для бетону й арматури, геометричних та рівнянь рівноваги. В результаті ДМ дозволяє точніше визначати межу переармування, міцність переармованих ЗБЕ, враховувати характер повних діаграм роботи бетону й арматури та інші характеристики. Серед ДМ, що існують на цей час, необхідно відмітити ДМ із ЕКМ [2, 3], яка має суттєві переваги над існуючими ДМ і дає можливість розраховувати міцність ЗБЕ в нормальному перерізі при застосуванні широкого спектра класів бетону (від $B 10$ до $B 120$ і більше), в тому числі і в граничному стані [4]. Існуючі ДМ, окрім ДМ із ЕКМ, потребують експериментального визначення граничної деформації стиснутого бетону ε_{bu} . Для розрахунку міцності нормальних перерізів ЗБЕ необхідна додаткова умова міцності перерізу. Такою умовою може бути умова міцності бетону

$$\varepsilon_{bm} \leq \varepsilon_{bu} \quad (1)$$

та умова міцності по арматурі

$$\varepsilon_s \leq \varepsilon_{su}, \quad (2)$$

де $\varepsilon_{bm}, \varepsilon_s$ – деформації найбільш стиснутого волокна бетону та розтягнутої арматури ЗБЕ, що виникають від зовнішнього навантаження, $\varepsilon_{bu}, \varepsilon_{su}$ – граничні деформації найбільш стиснутого волокна бетону й розтягнутої арматури. Тому розробка методики розрахунку міцності стиснутих і зігнутих ЗБЕ, в тому числі з високоміцних бетонів, є актуальною задачею.

Метою роботи є теоретичне дослідження на основі ДМ із ЕКМ міцності зігнутих ЗБЕ у нормальному перерізі та характеристик бетону стиснутої зони в граничному стані, в тому числі і ε_{bu} з урахуванням впливу процента армування при одиничному та подвійному армуванні, класу міцності бетону, і порівняння отриманих результатів з аналогічними експериментальними значеннями ε_{bu} , які прийняті за основу в нормах [1].

Виклад основного матеріалу. Згідно з багатьма експериментами, наприклад [5], умова (2) частіше порушується в слабоармованих елементах із високоміцною напруженою дротовою й канатною арматурою. Тому виконання умови (2) можна забезпечити шляхом призначення кількості розтягнутої арматури не нижче відповідного мінімуму $\mu_{\min} \geq 0,25 - 0,3\%$, при якому вже проходить руйнування з роздавлюванням бетону стиснутої зони ЗБЕ, і тоді основне значення матиме умова (1). Такий підхід до виконання умови (2) використовувався в нормах (наприклад, п. 1.19 [6]), і його є сенс зберегти, тому що він суттєво спрощує забезпечення умови (2) при проектуванні залізобетонних конструкцій та їх елементів.

Залежно від того, як визначається величина ε_{bu} в умові (1), можуть бути ДМ досить різної точності. Так, у ДМ Eurocode-2 [1] величина ε_{bu} визначалась шляхом вимірювання деформацій ε_{bm} стиснутої грані в стадії руйнування дослідних залізобетонних балок і позакентрово стиснутих колон. На основі вказаних вимірів у [1] прийнято для бетонів низької та середньої міцності ($C 12/15 \dots C 50/60$ МПа) $\varepsilon_{bu} = \text{const} = 3,5\%$, а для високоміцних бетонів ($C 55/67 \dots C 90/105$ МПа) $\varepsilon_{bu} = 3,2 \dots 2,8\%$.

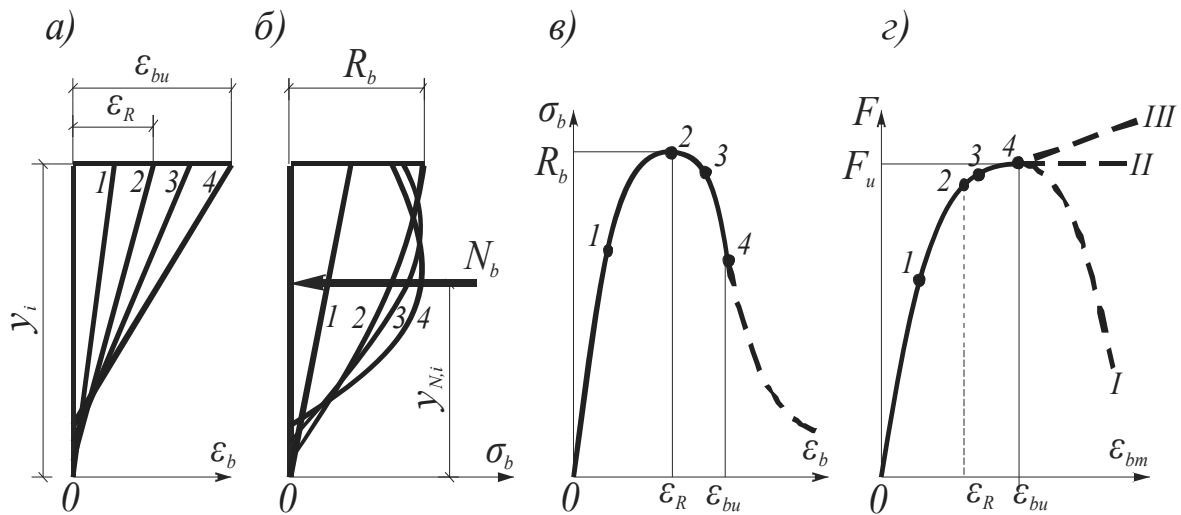


Рис. 1. Дограничні (1,2,3) і граничні (4) стани розвитку деформацій (а) та напружень (б) у стиснутій зоні бетону ЗБЕ. Відповідність станів 1, 2, 3, 4 на діаграмі стискання бетону (в) і кривій „зусилля в перерізі – деформація стиснутої грані бетону”. Пунктирні лінії I, II, III характеризують відповідно псевдопластичні, пластичні й пластичні тіла, що зміцнюються

Результатом перерозподілу напружень σ_b в стиснутій зоні бетону ЗБЕ в граничній стадії є екстремаль – екстремальний критерій міцності нормального перерізу ЗБЕ [3, 7]

$$F(\varepsilon_{bu}) = \max F(\varepsilon_{bm}), \tag{3}$$

що виражає досягнення строгого максимуму зусиллям F (М або N) перерізу як функцією деформації ε_{bm} стиснутої грані бетону ЗБЕ (рис. 1, з). Строгий максимум залежності „зусилля перерізу – деформація”, очевидно, може бути тільки при проявленні в стиснутій зоні ЗБЕ строгого максимуму і наявності низхідної гілки фізичного закону стиснутого бетону $\sigma_b - \varepsilon_b$ (рис. 1, в).

При заміні в ДМ критерію (1) на критерій (3) утворюється нова, більш довершена ДМ із ЕКМ, для якої не потрібно експериментально визначати ε_{bu} , тому що остання обчислюється із сукупності рівнянь МДТТ і критерію (3) як одна з невідомих величин задачі міцності нормального перерізу. При цьому як фізична залежність бетону використовується формула (4), що також прийнята в [1]. Вона порівняно проста та краще за інші відображає окреслення кривих $\sigma_b - \varepsilon_b$ для бетонів різної міцності на інтервалі $C = 15 \dots 105 \text{ МПа}$. У ДМ із ЕКМ гранична деформація ε_{bu} виявляється залежною не тільки від параметрів E_b, R_b, ε_R бетону, але й характеру НДС ЗБЕ, кількості арматури A_s та A_s' , форми перерізу, характеру діаграми арматури, попереднього напруження й інших факторів. Тому ε_{bu} взагалі не є критеріальною величиною, яка визначає стан руйнування тільки бетону, а є одним із параметрів граничного стану нормального перерізу ЗБЕ. Вона не може бути константою, оскільки це прийнято в нормах [1].

Дослідження обмежувалося задачею перевірки міцності нормального перерізу. Для визначення напружень, деформацій та інших характеристик перерізу ЗБЕ (рис. 2) використовуємо:

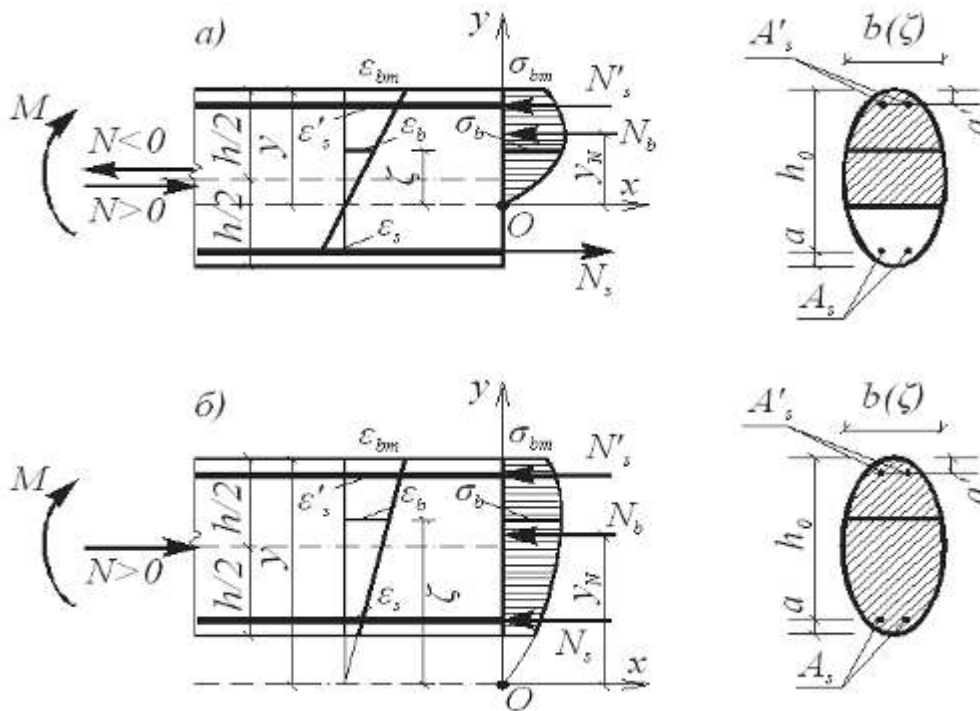


Рис. 2. Розрахункові схеми для розрахунку міцності у нормальному перерізі ЗБЕ

1. Фізичні залежності:

а) для бетону – ПДС подана у вигляді апроксимації рекомендованої ФІБ

$$\sigma_b = R_b(K\eta - \eta^2) / [1 + (K - 2)\eta], \quad (4)$$

де рівень деформації η та параметр деформативно-міцнісних (механічних) властивостей бетону K визначаються формулами

$$\eta = \varepsilon_b / \varepsilon_R, \quad K = 1,1 \cdot E_b \cdot \varepsilon_R / R_b, \quad (5)$$

де E_b – початковий модуль пружності бетону, що обчислювався за формулою $E_b = 12,7 \cdot \ln(B) - 11$ [8];

R_b, ε_R – напруження й деформація в максимумі кривої $\sigma_b - \varepsilon_b$ (рис. 1, а) $R_b = f_{ck,prism} = 0,8 \cdot B^{0,973}$ [8]. Деформація ε_R визначалась за формулою

$$\varepsilon_R = 70 \cdot 10^{-5} R_b^{0,31}; \quad (6)$$

б) для арматури аналітичні вирази діаграми розтягу (стиску) розділені на два відомих типи: з фізичною границею текучості σ_y і з умовною границею текучості $\sigma_{0,2}$ (рис. 3). На інтервалі BC , $\varepsilon_{yu} \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{su}$ (рис. 3, а) область зміцнення апроксимується параболою

$$\sigma_s = \frac{\sigma_{su}}{(1 - \varepsilon_{yu} / \varepsilon_{su})^2} - \left[\left(1 - \frac{\sigma_y}{\sigma_{su}} \right) \left(2 - \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_{su}} \right) \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_{su}} + \frac{\sigma_y}{\sigma_{su}} + \left(\frac{\varepsilon_{yu}}{\varepsilon_{su}} \right)^2 - 2 \frac{\varepsilon_{yu}}{\varepsilon_{su}} \right], \quad (7)$$

де ε_{yu} – деформація наприкінці площадки текучості (точка B);
 $\sigma_{su}, \varepsilon_{su}$ – напруження (границя міцності) і деформація в точці максимуму C діаграми;
 $\sigma_s - \varepsilon_s$ (рис. 3, а).

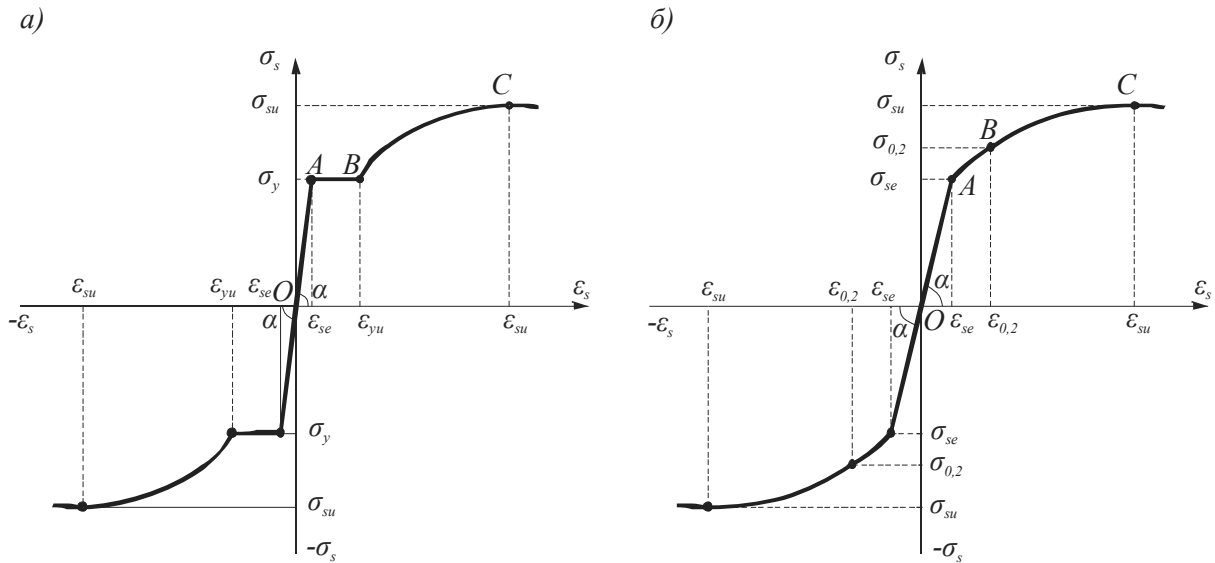


Рис. 3. Діаграми розтягу (стиску) арматурних сталей з фізичною(а) і умовною (б) границями текучості

Для арматури з умовною межею текучості застосовується лінійно-двопараболічна апроксимація діаграми розтягу (стиску)

$$\begin{cases} 0 \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{se}, & \sigma_s = E_s \varepsilon_s, \\ \varepsilon_{se} \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{0,2}, & \sigma_s = -\alpha \varepsilon_s^2 + \beta \varepsilon_s + \gamma, \\ \varepsilon_{0,2} \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{su}, & \sigma_s = -a \varepsilon_s^2 + b \varepsilon_s + c, \end{cases} \quad (8)$$

в якій

$$\begin{cases} \alpha = p - q, & \beta = 2p\varepsilon_{0,2} - q(\varepsilon_{se} + \varepsilon_{0,2}), & \gamma = \sigma_{0,2} - p\varepsilon_{0,2}^2 + q\varepsilon_{se}\varepsilon_{0,2}, \\ p = (\varepsilon_{0,2} - \varepsilon_{se}) / (\varepsilon_{0,2} - \varepsilon_{se})^2, & q = \sigma'_{0,2} / (\varepsilon_{0,2} - \varepsilon_{se}), \\ \sigma'_{0,2} = -2a\varepsilon_{0,2} + b, \end{cases} \quad (9)$$

$$a = (\sigma_{su} - \sigma_{0,2}) / (\varepsilon_{su} - \varepsilon_{0,2})^2, \quad b = 2a\varepsilon_{su}, \quad c = \sigma_{su} - a\varepsilon_{su}^2, \quad (10)$$

де вихідними параметрами арматури є: модуль пружності E_s , межа пропорційності σ_{se} , умовна межа текучості $\sigma_{0,2}$, межа міцності σ_{su} і відповідні їм деформації – $\varepsilon_{se}, \varepsilon_{0,2}, \varepsilon_{su}$ [4].

2. Геометричні залежності визначались на основі гіпотези плоских перерізів, що дозволяє виразити через деформацію ε_{bm} деформації стиснутої зони бетону ε_b на рівні волокон із координатою ζ , а також деформації розтягнутої й стиснутої арматури (рис. 2):

$$\varepsilon_b = \varepsilon_{bm} \cdot \zeta / y; \quad (11)$$

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{bm} \cdot (h_0 / y - 1); \quad (12)$$

$$\varepsilon'_s = \varepsilon_{bm} \cdot (1 - a' / y), \quad (13)$$

де y – висота стиснутої зони бетону,

a' – відстань від рівнодіючої в арматурі стиснутої зони бетону до найближчої грані перерізу,

h_0 – робоча висота перерізу. прийнявши позначення $\alpha = \varepsilon_{bm} / \varepsilon_R$, одержимо, що $\eta = \alpha \zeta / y$, де α – відносна деформація стиснутої грані бетону ЗБЕ в нормальному перерізі.

3. Рівняння рівноваги

$$\Sigma M_0 = 0; F [k_M \pm k_N (y - y'_c)] - \sigma_s A_s (h - y - a) - N_b y_N = 0, \quad (14)$$

$$\Sigma X = 0; \pm F k_N + \sigma_s A_s - \sigma'_s A'_s - N_b = 0, \quad (15)$$

k_M, k_N – вантажні коефіцієнти

$$N_b = \iint_{A_b} \sigma_b(\alpha, \zeta) dx d\zeta = \int_0^y \sigma_b(\alpha, \zeta) \left(\int_{b_1(\zeta)}^{b_2(\zeta)} dx \right) d\zeta = N_b(\alpha, y); \quad (16)$$

$$y_N = \left(\iint_{A_b} \sigma_b(\alpha, \zeta) \zeta dx d\zeta \right) / N_b = \left(\int_0^y \sigma_b(\alpha, \zeta) \zeta \left(\int_{b_1(\zeta)}^{b_2(\zeta)} dx \right) d\zeta \right) / N_b = y_N(\alpha, y) \quad (17)$$

де N_b – рівнодіюча бетону стиснутої зони;

y_N – відстань від нульової лінії деформацій до точки прикладання зусилля N_b .

Так, наприклад, у випадку чистого згину ($F = M, k_M = 1, k_N = 0$) рівняння (14) та (15) приймають вигляд:

$$\Sigma M_0 = 0; M - N_b \cdot y_N - \sigma'_s \cdot A'_s \cdot (y - a') - \sigma_s \cdot A_s (h_0 - y) = 0; \quad (14')$$

$$\Sigma X = 0; \sigma_s \cdot A_s - N_b - \sigma'_s \cdot A'_s = 0; \quad (15')$$

Використовуючи залежності (4)-(15), з урахуванням (16)-(17) отримаємо систему рівнянь з невідомими M, α, y .

$$\begin{cases} M - \sigma_s(\alpha, y) \cdot A_s (h_0 - y) - \sigma'_s(\alpha, y) \cdot A'_s (y - a') - N_b(\alpha, y) \cdot y_N(\alpha, y) = 0 & (18) \\ \sigma_s(\alpha, y) \cdot A_s - N_b(\alpha, y) - \sigma'_s(\alpha, y) \cdot A'_s = 0 & (19) \end{cases}$$

Для визначення невідомих M, α, y використовуємо рівняння (18), (19) і додаткову умову у вигляді ЕКМ нормального перерізу (3). У результаті отримаємо оптимізаційну задачу нелінійного математичного програмування на умовний екстремум з цільовою функцією (3) (екстремаллю [7]) при обмеженнях-рівностях (18), (19).

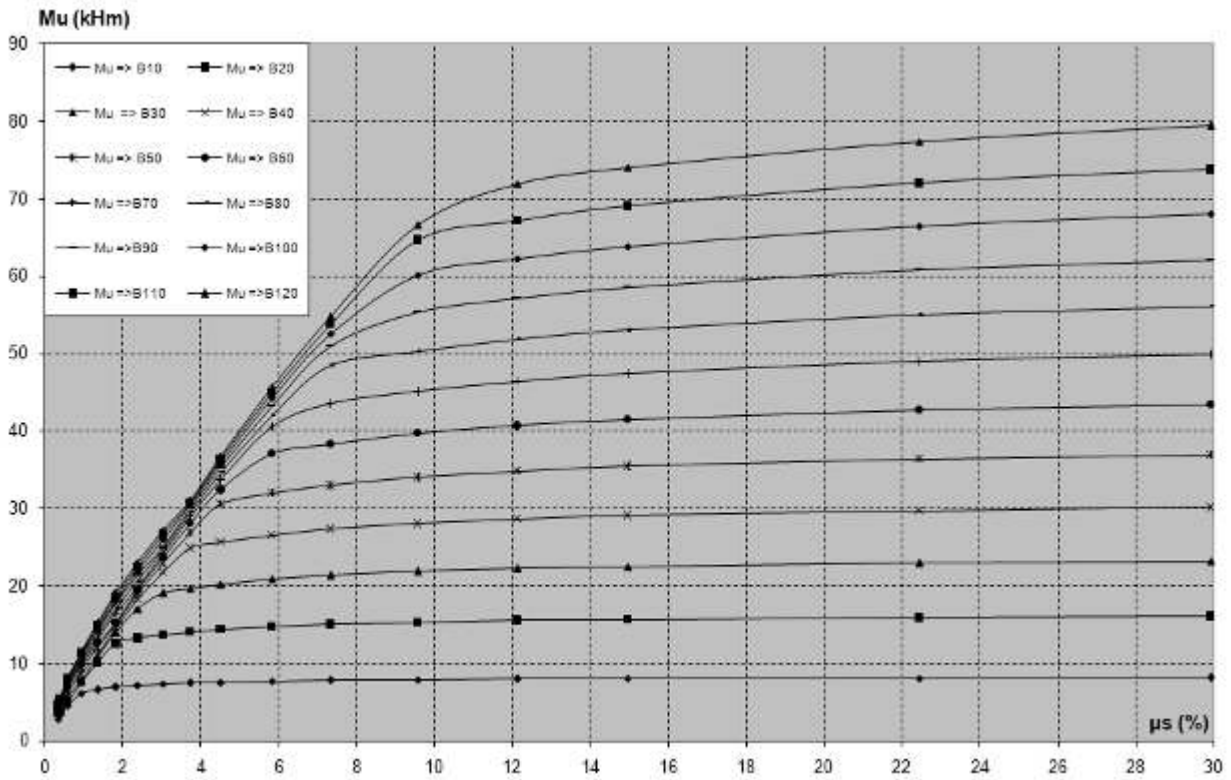


Рис. 4. Зміна міцності в нормальному перерізі M_u від μ_s

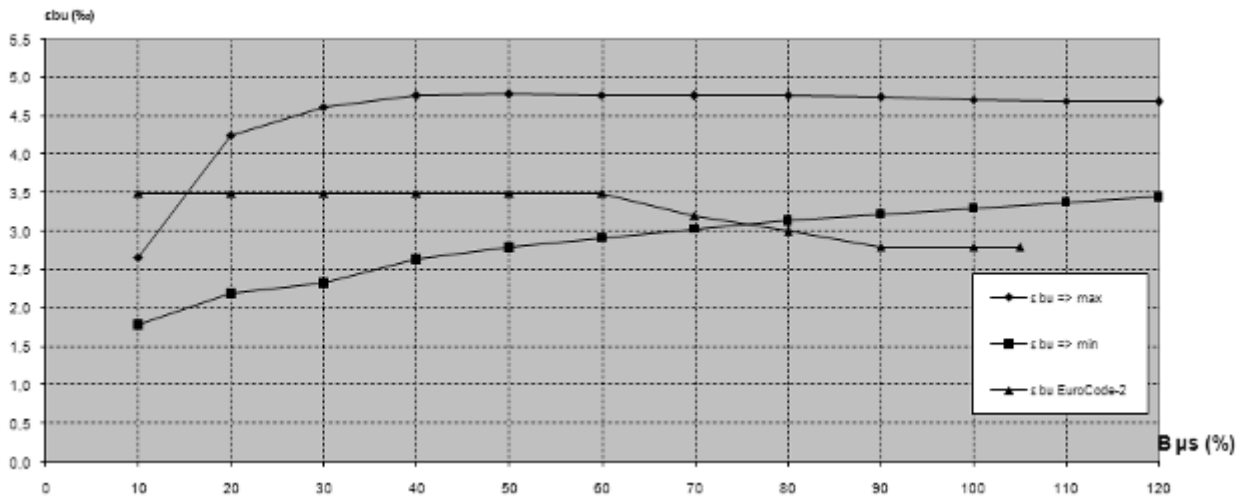


Рис. 5 Зміна деформацій в найбільш стиснутій фібрі бетону від класу бетону B і процента армування μ_s

На рисунках 4 і 5 показані, відповідно, криві залежностей міцності зігнутих ЗБЕ у нормальному перерізі та деформації ϵ_{bu} від класу міцності бетону B та процента армування, значення яких обчислені за методикою на основі ДМ із ЕКМ. При цьому форма поперечного перерізу ЗБЕ приймалась прямокутною з постійними розмірами в плані $0,12 \times 0,18$ м. Армування приймалось одинарним та подвійним без урахування попереднього напруження. Клас арматурної сталі приймався однаковим – А400С.

Висновки

- Клас бетону істотно впливає на міцність ЗБЕ, що згинаються. Переармування теж істотно впливає на міцність ЗБЕ, але лише до межі 15 %. Подальше збільшення процента армування в нормальному перерізі з бетонами малої і середньої міцності практично не впливає на міцність ЗБЕ. Для високоміцних бетонів подальше збільшення процента армування впливає на міцність

- ЗБЕ не більше ніж на 7 % (рис. 4);
- гранична деформація ε_{bu} є залежною не лише від параметрів E_b , R_b , ε_R бетону, але і характеру ПДС ЗБЕ, кількості арматури A_s і A_s' , форми перерізу, характеру діаграми арматури, попереднього напруження та інших чинників, що враховується лише у ДМ із ЕКМ. Тому ε_{bu} взагалі не є критеріальною величиною, яка визначає стан руйнування тільки бетону, а є одним з параметрів граничного стану нормального перерізу ЗБЕ і вона не може бути константою, так, як це прийнято в Eurocode-2;
 - зниження у Eurocode-2 граничних деформацій стиснутого бетону ε_{bu} для ЗБЕ із високоміцних бетонів напевно обумовлене підвищеною їх крихкістю та прийняте з метою забезпечення їх надійності. Це не узгоджується з експериментами і розрахунками за ДМ із ЕКМ. Урахування підвищеної крихкості таких ЗБЕ було б доречніше виконувати шляхом введення в розрахунки міцності підвищених коефіцієнтів надійності або понижених коефіцієнтів умов роботи, а не зниженням граничної деформації ε_{bu} так, як це прийнято у Eurocode-2.

Список літератури

1. Eurocode 2: Design of Concrete Structures. EN 1992 – 1.1: General Rules and Rules for buildings. – Brussels: CEN, 2004.–226 p.
2. Митрофанов В. П. Практическое применение деформационной модели с экстремальным критерием прочности железобетонных элементов / В. П. Митрофанов // Коммунальное хозяйство городов. Серия: архитектура и технические науки. Вып. 60. – К.: Техника. 2004. – С. 29–48.
3. Шкурупій О. А. Використання чисельних і оптимізаційних методів для розрахунку міцності нормальних перерізів залізобетонних елементів на основі деформаційної моделі з екстремальним критерієм / О. А. Шкурупій, Д. М. Лазарев // Коммунальное хозяйство городов : сб. науч. тр. – Вып. 76. – К.: Техника, 2007. – С. 71–79.
4. Митрофанов В. П. О методах определения предельной деформации бетона железобетонных элементов/ В.П. Митрофанов, А. А. Шкурупий, Д. Н. Лазарев //Науковий вісник будівництва: зб. наук. пр. – Х.: ХДТУБА, 2008. – Вип. 45.– С. 34–45.
5. Weiss W.J. An Experimental Investigation to Determine the Influence of Size on the Flexural Behavior of High Strength Reinforced Concrete Beams / W.J. Weiss, K. Guler, S.P. Shah // 5-th Int. Symp. on Utilization of HS/HP Concrete. 20-24 June 1999, Sandefjord, Norway. – Proceedings, Vol. 2. – pp. 709–718.
6. СНиП 2.03.01–84*. Бетонные и железобетонные конструкции / Госстрой СССР. – М.: ЦИТП Госстроя СССР, 1985.– 79 с.
7. Баженов В. А. Будівельна механіка. Комп'ютерні технології: Підручник / За заг.ред. д.т.н., проф. В.А. Баженова. – К.: Каравелла, 2009. – 696 с.
8. Шкурупій О. А. Аналітичне визначення початкового модуля пружності бетону / О. А. Шкурупій // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: збірник наукових праць. – Рівне: НУВГП, 2010. – Вип. 20. – С. 354–358.

Шкурупій Олександр Анатолійович – к.т.н., доцент, завідувач кафедри будівельної механіки Полтавського національного технічного університету ім. Ю. Кондратюка.

Митрофанов Павло Борисович, аспірант кафедри будівельної механіки Полтавського національного технічного університету ім. Ю. Кондратюка.