

## ПАРАЛЕЛЬНІ ІТЕРАЦІЙНІ МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ СИСТЕМ ЛІНІЙНИХ АЛГЕБРАЇЧНИХ РІВНЯНЬ

Вінницький національний технічний університет

### *Анотація*

Наведено паралельний алгоритм релаксації для розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь, оцінено його часові характеристики при орієнтацію на оптичні цифрові технології реалізації.

**Ключові слова:** паралельний ітераційний алгоритм, система лінійних алгебраїчних рівнянь, швидкодія, оптичні технології.

### *Abstract*

A parallel relaxation algorithm for solving systems of linear algebraic equations is presented, its time characteristics are estimated when focusing on optical digital implementation technologies.

**Keywords:** parallel iterative algorithm, system of linear algebraic equations, speed, optical technologies.

### Вступ

Одним із основних напрямків підвищення продуктивності комп'ютерів, в тому числі і спецпроцесорів, є організація паралельних обчислень, основаних на перспективних оптичних прийомах подання інформації, можливостях і особливостях нових оптоелектронних перемикальних структур [1]. Новим вирішенням наукової задачі підвищення швидкодії паралельних спецпроцесорів є створення спеціальних лінійно-алгебраїчних паралельних процесорів з більш досконалыми структурно-функціональними та техніко-економічними характеристиками. Клас задач, що вирішується на даних обраних для цього спеціалізованих лінійно-алгебраїчних процесорах, важко вирішується з використанням традиційних алгоритмічних та структурних засобів.

Метою даної роботи є розгляд можливостей підвищення швидкодії процесорів для розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР) за рахунок застосування паралельних форм ітераційних методів релаксації, орієнтованих на природній паралелізм оптичних обчислень.

### Результати дослідження

Серед ітераційних методів для модифікації обрано метод релаксації, як один із найбільш придатних до розпаралелювання, оскільки він можливість виконувати дії одразу над усіма елементами вхідних матриць одночасно, використовуючи дані, отримані лише на попередній ітерації.

Метод релаксації в його найпростішій формі полягає в тому, що на кожному кроці перетворюють на нуль максимальну за модулем нев'язку шляхом зміни значення відповідної компоненти наближення. Процес закінчується, коли всі нев'язки перетвореної системи будуть дорівнювати нулю.

При побудові блок-схеми за методом релаксації необхідна така послідовність дій:

- подаємо значення матриці коефіцієнтів  $\mathbf{A}$ , вектора-стовпця вільних членів  $\mathbf{B}$  у вигляді наборів розрядних зрізів;
- присвоюємо вектору невідомих  $\mathbf{X}$  значення 0, а вектору нев'язок  $\mathbf{R}$  – значення вектора  $\mathbf{B}$ ;
- знаходимо максимальний елемент вектора нев'язок  $\mathbf{R} - \delta x$ ;
- формуємо наступний вектор нев'язок  $\mathbf{R}$  за формулою:  $\mathbf{R}^{(k)} = \mathbf{R}^{(k-1)} + \mathbf{A}^* \cdot \delta x$ , де  $\mathbf{A}^*$  - підготовлена матриця коефіцієнтів;
- збільшуємо відповідний елемент вектора розв'язків  $\mathbf{X}$ ;
- перевіряємо, чи досягнута необхідна точність обчислень. Якщо так, то виводимо результати; якщо ні, то повертаємось до пункту з формуванням максимального елемента вектора нев'язок.

До основних матричних операцій цього методу належать [2]: додавання матриць у формі з плаваючою комою, ділення елементів вектора на число в формі з плаваючою комою, пошук значення і положення максимального елемента вектора у формі з плаваючою комою та порівняння модуля вектора нев'язки з точністю.

Орієнтуючись на розрядно-зрізове подання вхідних, вихідних та проміжних даних, було оцінено швидкодію алгоритму паралельного розв'язання СЛАР методом релаксації, яка визначатиметься так:

$$V = \frac{8M^2 + 14P + 12M + 34}{4P + 4M + MP + 11} \frac{N^3 + 4N^3}{(8M^2 + 8MP + 38M + 18P + 121)\tau},$$

де  $M$  – розрядність мантиси чисел,  $P$  – розрядність порядку чисел,  $N$  – порядок СЛАР,  $\tau$  – час виконання елементарної логічної операції.

Було проведено комп'ютерне моделювання отриманих значень швидкодії розв'язання СЛАР при орієнтації на можливості сучасних оптичних обчислювальних технологій, де застосовуються матричні квантово-розмірні паралельні логічні елементи. Отримані середні оцінки обчислювальної швидкодії склали більше  $10^7$  МФлор для розв'язання СЛАР із 256 рівнянь.

### Висновки

Показано, що застосування паралельної форми метода релаксації для розв'язання СЛАР із одночасним формуванням всіх елементів нев'язок, орієнтованої на природній паралелізм оптичних цифрових обчислень, дозволяє досягти зростання швидкодії обчислень.

### СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Заболотна Н.І., Мусійчук І.В., Костюк С.В. Концепції та підходи до побудови спец процесорів для ітераційного розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь. *Оптико-електронні інформаційно-енергетичні технології*. 2008. №2(16). С.34-41.
2. Заболотна Н.І., Дроненко О.В. Моделювання паралельного блочного методу множення матриць у формі з плаваючою комою в оптоелектронному спецобчислювачі. *Оптико-електронні інформаційно-енергетичні технології*. 2009. №2(18). С.28-34.
3. Заболотна Н.І. Шолота В.В., Костюк С.В., Тіщенко А.М. Структурна організація спецпроцесора для паралельного розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь за методом релаксації. *Оптико-електронні інформаційно-енергетичні технології*. 2007. №2(14). С.138-144.

**Заболотна Наталія Іванівна** – професор кафедри біомедичної інженерії та оптико-електронних систем, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, E-mail: [natalia.zabolotna@gmail.com](mailto:natalia.zabolotna@gmail.com)

**Мінакова Юлія Сергіївна**— студентка групи 4КН-22б факультету інтелектуальних інформаційних технологій та автоматизації, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, e-mail: [minakovaa.julia@gmail.com](mailto:minakovaa.julia@gmail.com)

**Zabolotna Natalia I.** - Professor of the Department of Biomedical Engineering and Optoelectronic Systems, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, E-mail: [natalia.zabolotna@gmail.com](mailto:natalia.zabolotna@gmail.com)

**Minakova Yulia S.** – student of group 4KN-22b of the faculty of intelligent information technologies and automation, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, Vinnytsia, E-mail: [minakovaa.julia@gmail.com](mailto:minakovaa.julia@gmail.com)