УДК 539.3

В. М. Михалевич
Б. Ю. Буняк

ГЕОМЕТРИЧНЕ ПЕРЕТВОРЕННЯ ГРАФІКУ ФУНКЦІЇ Y=COS(X) ІЗ ВИКОРИСТАННЯМ MAPLE – ОЛІМПІАДНА ЗАДАЧА

Вінницький національний технічний університет;

Анотація
Досліджено задачу олімпіадного типу: за допомогою геометричних перетворень графіка функції f(x)=cos(x) отримати графік, що має лише одну точку перетину із початковим графіком. Представлено покроковий пошук розв'язку цієї задачі з унаочненням кожного кроку за допомогою системи комп'ютерної математики Maple.
Ключові слова: геометричні перетворення, перетин графіків, покроковий пошук розв'язку, олімпіадна задача, Maple

Abstract
An Olympiad-type task is investigated: utilizing geometric transformations of the function graph f(x)=cos(x) to obtain a graph with only one intersection point with the original graph. A step-by-step solution search for this problem is presented, with visualization of each step using the Maple computer algebra system.
Keywords: geometric transformations, intersection of graphs, step-by-step solution search, olympic task, Maple.

Вступ

У сучасному інформаційному віці використання комп'ютерних систем для математичного моделювання, що, зокрема, включає побудову графіків функцій, є невід'ємною частиною наукового прогресу [1, 2, 3, 4, 5]. В літературі представлено результати багаторічних досліджень використання системи комп'ютерної математики Maple у ЗВО під час розв'язування типових задач з лінійного програмування [6, 7], математичного аналізу [8, 9], теорії чисел [10, 11, 12], генерування індивідуальних завдань [13, 14, 15, 16] а також з багатьох інших розділів та напрямків.

Одними із типових є задачі на геометричне перетворення графіків функцій. СКМ є зручним середовищем для ефективного унаочнення послідовності дій з розв'язування типових задач на геометричне перетворення функцій.

Метою цієї роботи є розробка та дослідження прийомів унаочнення за допомогою СКМ Maple способу розв'язування нестандартної задачі на геометричне перетворення графіків функцій.

Результати дослідження

Розглянемо задачу олімпіадного типу: за допомогою геометричних перетворень графіка функції f(x)=cos(x) отримати графік, що має лише одну точку перетину із початковим графіком.

Під геометричними перетвореннями графіка функції звичайно розуміють такі дії: переміщення (позиційні зміни), розширення (зміни розміру) та рефлексія (віддзеркалення відносно довільної осі).

Для початку розглянемо неповний розв'язок задачі.

Побудуємо графік функції f(x)=cos(x)

```
> f:=cos:
y=f(x);
plot([f(x)],x=-5..5);
```

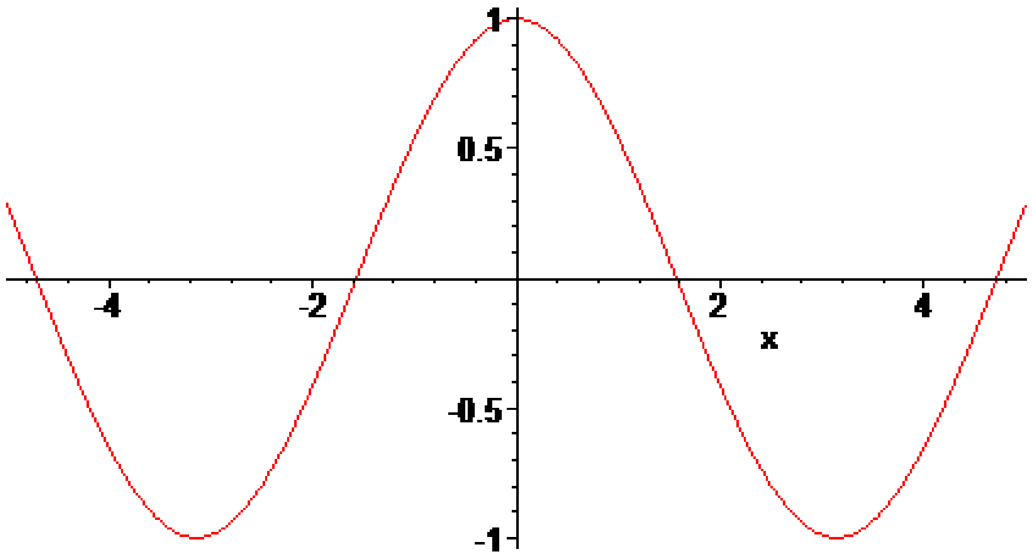

Рис. Графіки функцій *f(x)=cos(x)*   (1)

Здійснимо розширення графіка cos(x) в (-1.5) рази, що призведе до його стиснення по осі y. (зелена лінія)

```
> plot([f(x), -1.5*f(x)], x = -5..5);
```

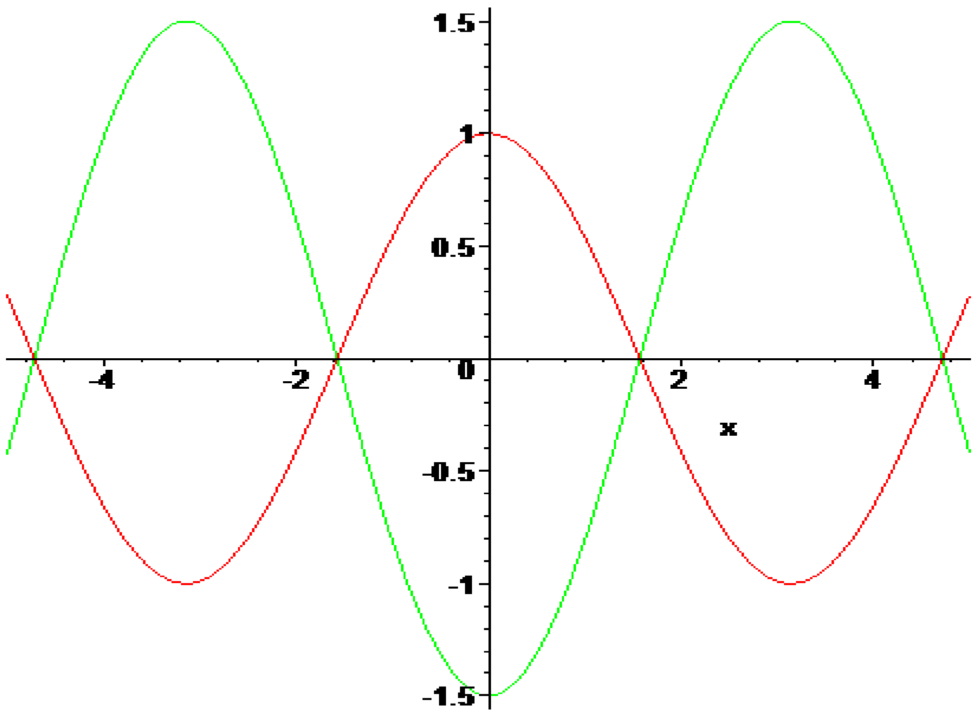

Рис. Графіки функцій f(x)=cos(x) та f(x)=-1.5cos(x)   (2)

Наступним кроком зсунемо графік функції f(x)=-1.5cos(x) на 2.5 вздовж осі y (чорна лінія)

```
> plot([f(x),f(x)+2.5,-1.5*f(x)+2.5], x = -
5..5,color=[red,green,black]);
```

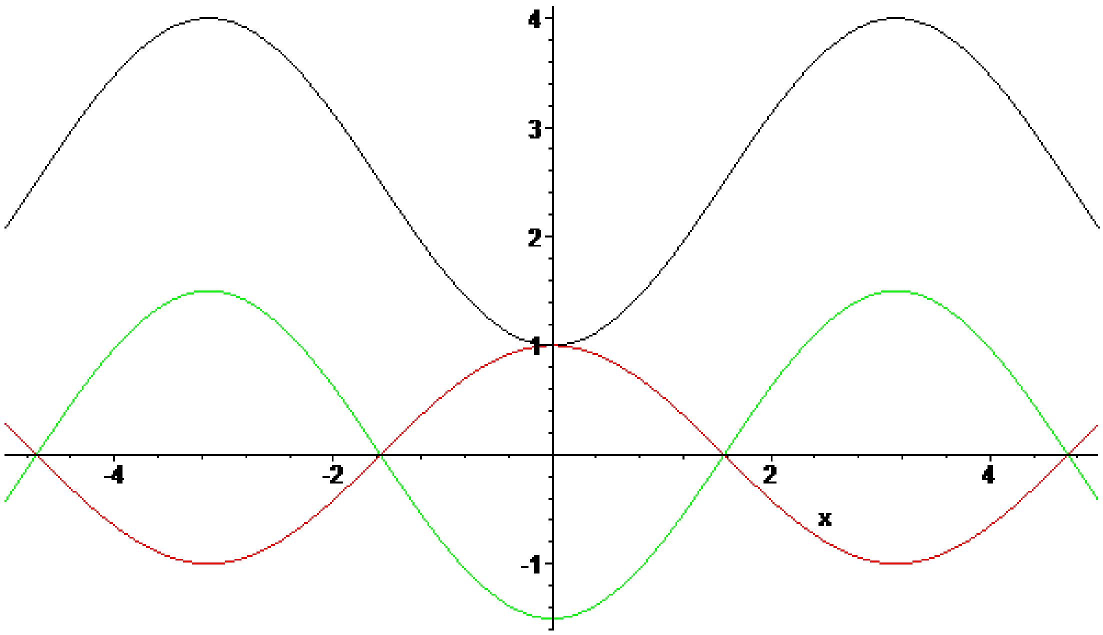

Рис. Графіки функцій *f(x)=cos(x)*, *f(x)=-1.5cos(x)* та *f(x)=-1.5cos(x)+2.5* (3)

Розглянемо цей графік у більшому діапазоні

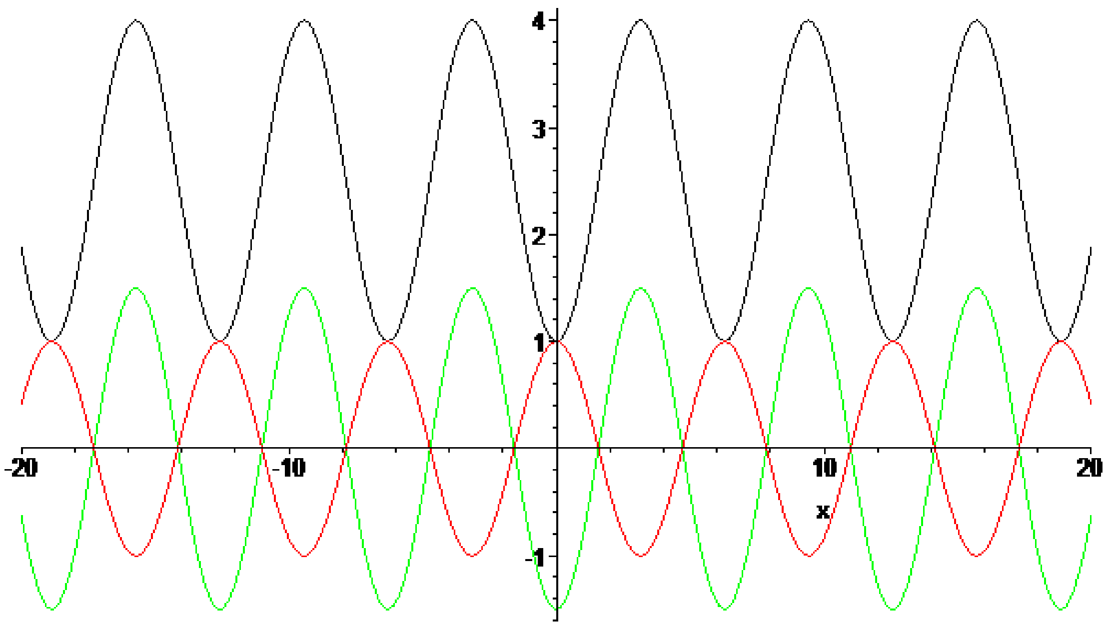

Рис. Графіки функцій *f(x)=cos(x)*, *f(x)=-1.5cos(x)* та *f(x)=-1.5cos(x)+2.5* (4)

Як бачимо, після здійснення цих операцій ми отримали нескінченну кількість точок перетину між початковим і кінцевим графіками функцій, що не є розв'язком задачі, оскільки повинна бути лише одна точка перетину.

Ключем для вирішення цієї задачі є використання ірраціональних чисел для розширення графіка по осі x. Таким чином, завдяки нескінченній кількості розрядів ірраціонального числа, графік ніколи не матиме того ж значення, що і у точці нуль.

Проведемо перевірку, взявши за основу $\sqrt{2}$, що є ірраціональним числом.

Побудуємо графік функції *f(x)=cos(x√2)*

```
> plot([f(x*sqrt(2))], x = -5..5);
```

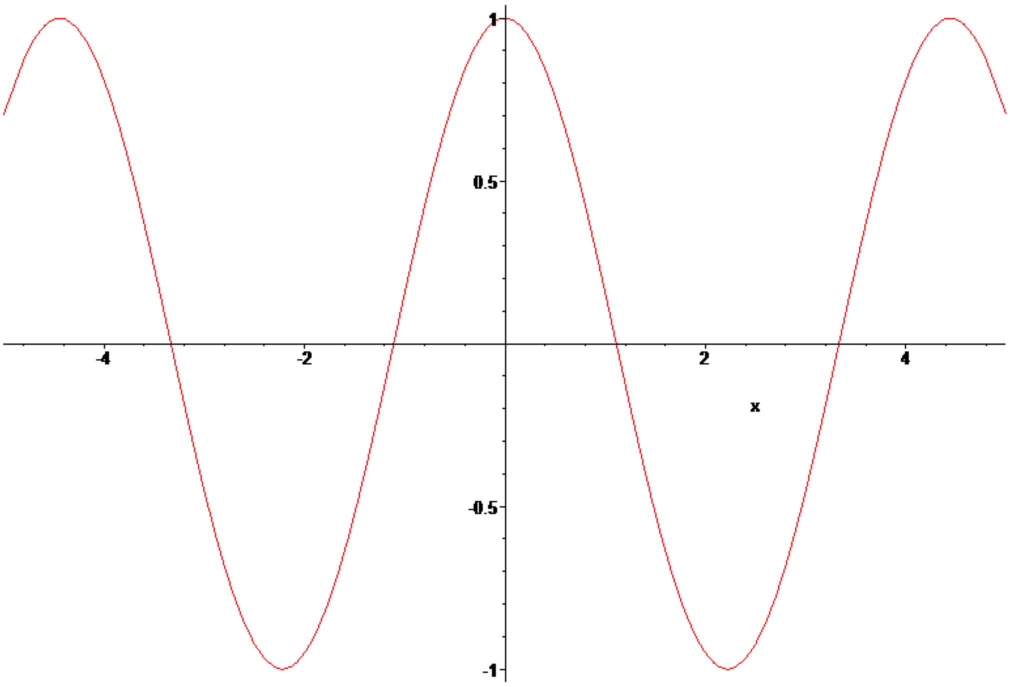

Рис. Графік функції *f(x)=cos(x√2)* (5)

Проведемо аналогічні до графіків (2) та (3) перетворення графіка функції *f(x)=cos(x√2)*

```
> plot([f(x*sqrt(2)), -1.5*f(x*sqrt(2))], x = -5..5,
color=[red,green]);
```

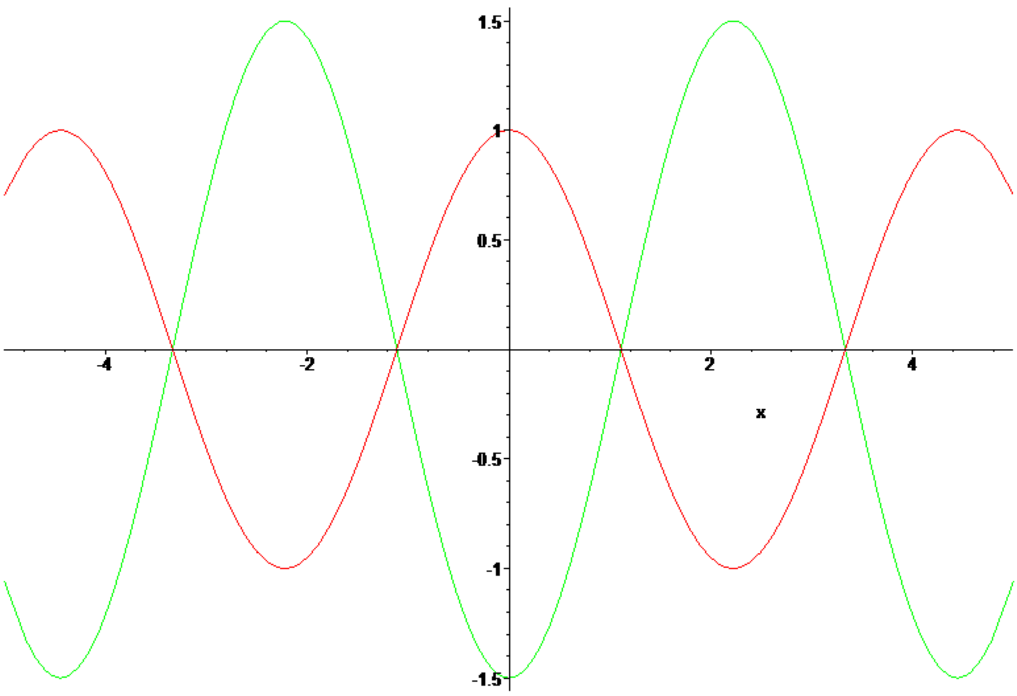

Рис. Графіки функцій *f(x)=cos(x√2)* та *f(x)=-1.5cos(x√2)* (6)

```
> plot([f(x*sqrt(2)), -1.5*f(x*sqrt(2)), -1.5*f(x*sqrt(2))+2.5], x = -5..5, color=[red,green]);
```

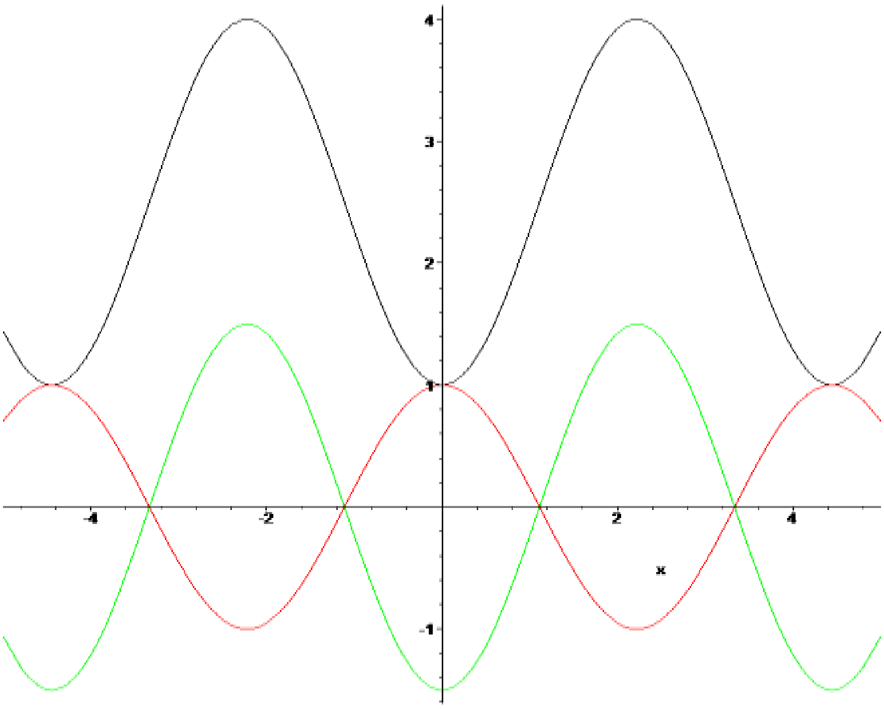

Рис. Графіки функцій *f(x)=cos(x√2)*, *f(x)=-1.5cos(x√2)* та *f(x)=-1.5cos(x√2) +2.5* (7)

Винесемо початковий графік cos(x) та кінцевий графік -1.5cos(x√2) +2.5

```
> plot([f(x), -1.5*f(x*sqrt(2))+2.5], x = -10..10, color=[red,blue]);
```

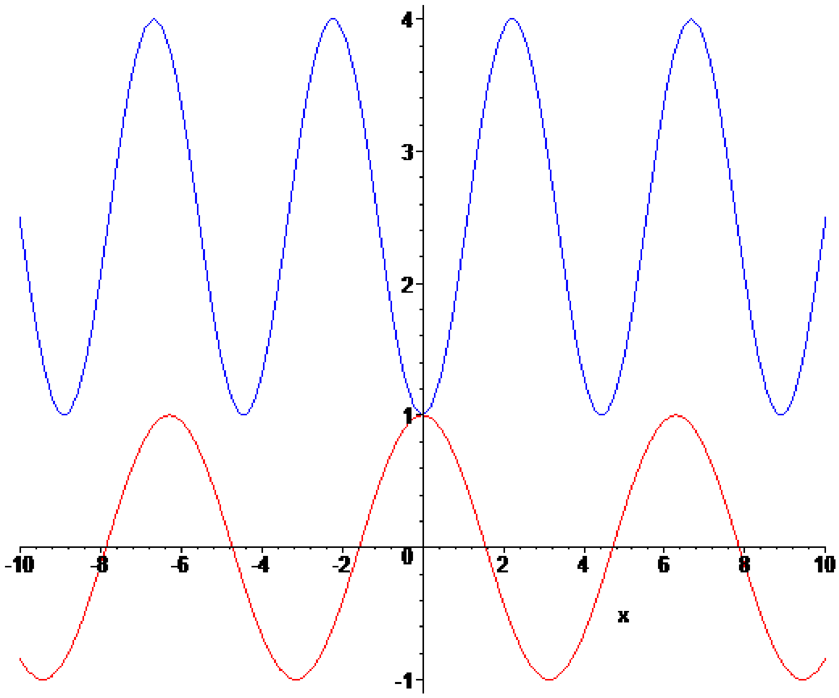

Рис. Графіки функцій *f(x)=cos(x)* та *f(x)=-1.5cos(x√2) +2.5* (8)

Для підтвердження правильності виконання задачі, перевіримо наявність перетинів, порівнявши кінцевий та початковий графіки функції на більшій області визначення:

```
> plot([f(x), -1.5*f(x*sqrt(2))+2.5], x = -30..30,
color=[red,blue]);
```

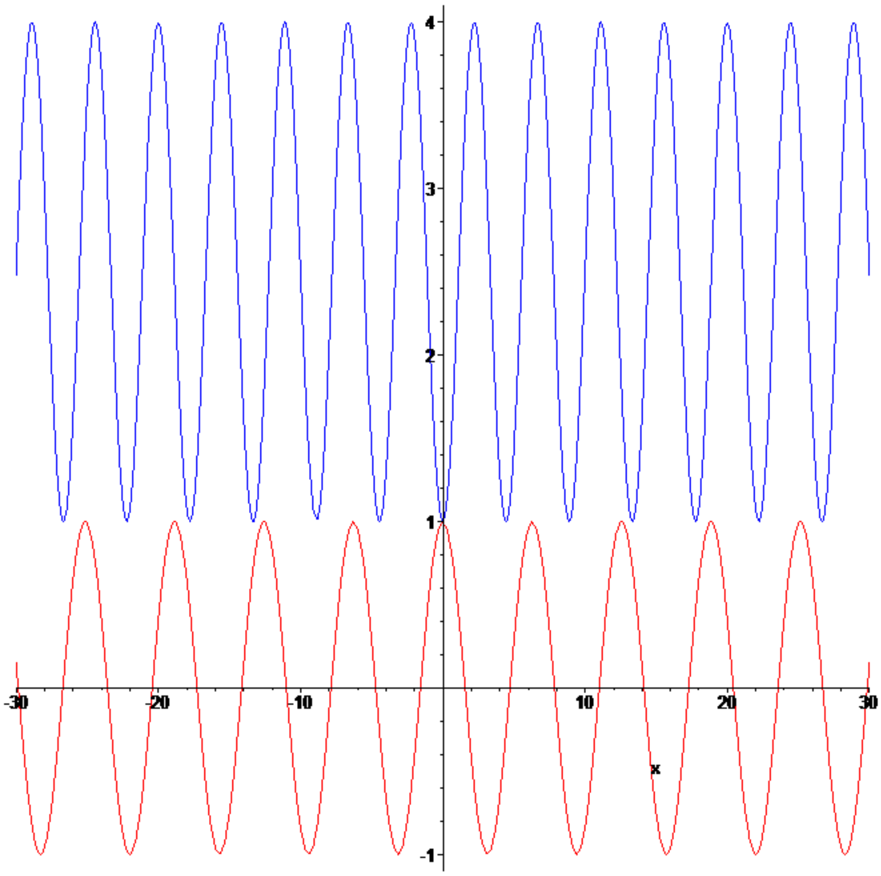

Рис. Графіки функцій *f(x)=cos(x), f(x)=-1.5cos(x√2)+2.5* (9)

В результаті проведених експериментів із побудовою графіків функцій за допомогою СКМ Maple, були дослідженні концепції можливого розв'язку задачі без використання ключа до розв'язку задачі, перетворення графіка (1) у (2) та (3), та із використанням ірраціональних чисел, як ключа до розв'язку задачі, побудова графіка (5) та його перетворення у (6) та (7), в результаті чого було отримано шуканий розв'язок задачі.

Висновки

Застосування СКМ надало можливість унаочнити, як стандартні прийоми розв'язання задач на геометричне перетворення графіків функції, так і ключову ідею розв'язання нестандартної задачі.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. В. М. Михалевич і В. О. Краєвський «Постановка та розв'язання задачі знаходження найменших та найбільших значень основних характеристик окремого класу дволанкового деформування» Вісник машинобудування та транспорту, № 10, Вип. 2 с. 40-47. DOI https://doi.org/10.31649/2413-4503-2019-10-2-40-47
2. Mikhalevich V. M. Maximum Accumulated Strain for Linear Two-Link Triangle-Like Deformation Trajectories / Volodymyr Markusovych Mikhalevich, Igor Vasilyevich Abramchuk // International Applied Mechanics. – 2021. – No. 57(6). – P. 720–736, https://doi.org/10.1007/s10778-022-01121-w.
3. Михалевич В. М. Моделювання напружено-деформованого та граничного станів поверхні циліндричних зразків при торцевому стисненні: монографія / В. М. Михалевич, Ю. В. Добранюк. – Вінниця: ВНТУ, 2013. – 180 с

4. Mikhalevich V. M. Modeling of plastic deformation in a cylindrical specimen under edge compression/ V. M. Mikhalevich, A. A. Lebedev and Yu. V. Dobranyuk // Strength of Materials. – Volume 43, Number 6 (2011), P. 591–603, DOI: 10.1007/s11223-011-9332-7.

5. Михалевич В. М. Модель пластичного деформування матеріалу на вільній поверхні циліндричних зразків під час вісесиметричного осадження. Частина 2. Визначення накопиченої деформації та інтенсивності логарифмічних деформацій на основі різних апроксимацій/ Михалевич В. М., Добранюк Ю. В. // Вісник Вінницького політехнічного університету. – 2010. – №3 – С. 99-102.

6. Михалевич В. М. Використання систем компютерної математики у процесі навчання лінійного програмування студентів ВНЗ: монографія / В. М. Михалевич, О. І. Тютюнник. – Вінниця: ВНТУ, 2016. – 279 с.

7. Михалевич В. М. Використання СКМ Maple для проектування навчальних задач із застосування симплекс-методу / В. М. Михалевич, О. І. Тютюнник, Я. В. Крупський // Вісник Вінницького політехнічного інституту. — 2017. — № 1. — С. 106–117.

8. Михалевич В. М. Ключові проблеми створення навчально-контролюючого комплексу з дисциплін математичного спрямування / В. М. Михалевич // Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання у підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми : [зб. наук. праць]. — Вип. 10 / редкол. : І. А. Зязюн (голова) та ін. — К.-Вінниця : ДОВ «Вінниця», 2006. — С. 391–397.

9. Михалевич В. М. Реалізації технології «живих сторінок» в Maple, MathCad, Excel / В. М. Михалевич // Вісник ВПІ. — 2004. — № 3. — С. 90–95.

10. Бедратюк Л. П. Використання системи комп'ютерної алгебри maple в класичних криптосистемах / Л. П. Бедратюк, Г. І. Бедратюк. // Вісник Хмельницького національного університету. – 2015. – №6. – С. 148–153.

11. Михалевич В. М. Навчальний Maple-тренажер з обчислень за розширеним алгоритмом Евкліда/ В. М. Михалевич, О. І. Тютюнник, О. Корінний // Матеріали Всеукраїнськьої науково-методичної конференції «Сучасні науково-методичні проблеми математики у вищій школі», 23 – 24 травня 2022 р. – К.: НУХТ, 2022р. – 133 с.. – С. 80-83. https://drive.google.com/file/d/1VlroDm7xDJuf9mjRYoWK2nsRX-cVqaSR/view

12. Михалевич В. М. Навчальний Maple-тренажер з обчислення функції Ейлера [Електронний ресурс] / В. М. Михалевич, Д. Б. Рогачевський, Д. Ю. Желнитський, Б. А. Балух // LI Науково-технічна конференція факультету інформаційних технологій та комп'ютерної інженерії, м. Вінниця. – 2022. − Режим доступу: https://conferences.vntu.edu.ua/index.php/all-fitki/all-fitki-2022/paper/view/15034/12681

13. Михалевич В. М. Комп`ютерна програма «Maple програма генерування індивідуальних завдань з теми «Порівняння першого степеня» / В. М. Михалевич, О. І. Тютюнник, А. А. Коломієць, Д. О. Пінчук, А. В. Фещук, Ю. В. Добранюк // Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір № 120820, Дата реєстрації авторського права 26.07.2023 бюлетень № 77 від 29.09.2023.

14. Михалевич В. М. Комп`ютерна програма «Maple програма генерування індивідуальних завдань з теми «Шифрувальні матриці» / В. М. Михалевич, О. І. Тютюнник, А. А. Коломієць, Д. О. Пінчук, А. Р. Магденко, Ю. В. Добранюк // Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір № 120822, Дата реєстрації авторського права 26.07.2023 бюлетень № 77 від 29.09.2023.

15. Михалевич В. М. Математична модель генерування завдань з невизначених інтегралів / В. М. Михалевич, Я. В. Крупський // Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання у підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми : [зб. наук. праць]. — Вип. 15 / редкол. : І. А. Зязюн (голова) та ін. — К.-Вінниця : ДОВ «Вінниця», 2007. — С. 193–197.

16. Михалевич В. М. Excel-VBA-Maple програма генерації задач з дисциплін математичного спрямування / В. М. Михалевич // Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія. — 2005. — № 2. — С. 74–83.

17.

Буняк Богдан Юрійович — студент факультету інформаційних технологій та комп'ютерної інженерії, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, e-mail: buniak.bohdan2016@gmail.com

Науковий керівник: ***Володимир Маркусович Михалевич*** — д-р техн. наук, професор, завідувач кафедри вищої математики, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, e-mail: mykhalevych@vntu.edu.ua

Bunyak Bohdan Y. — Department of Information Technologies and Computer Engineering, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, email : buniak.bohdan2016@gmail.com

Supervisor: ***Mykhalevych Volodymyr M.*** — Dr. Sc. (Eng.), Professor, Head of the Chair for Higher Mathematics, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, mykhalevych@vntu.edu.ua