

## МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ БУДІВЕЛЬНОГО ВИРОБНИЦТВА

УДК 697.11

МОДЕЛЮВАННЯ ТЕПЛОВИХ РЕЖИМІВ ВЕРТИКАЛЬНИХ КОЛЕКТОРІВ  
КОМБІНОВАНОЇ СИСТЕМИ ТЕПЛОХОЛОДОПОСТАЧАННЯ

І. А. Пономарчук

*Отримано рівняння, яке визначає розподілення температури в шарі ґрунту вертикального ґрунтового колектора комбінованої системи теплохолодопостачання. Це дозволяє дослідити кількість теплоти, що може передаватись вертикальним колектором при різних видах періодичного теплового навантаження.*

*Получено уравнение, которое характеризует распределение температуры в слое грунта вертикального ґрунтового колектора комбинированной системы теплохолодоснабжения. Это позволяет исследовать количество теплоты, передаваемой вертикальным колектором при разных видах периодической тепловой нагрузки.*

*Equation which characterizes temperature distribution in the bench of footing of the vertical ground catcher of the combined collection warmly and cold delivery is got.*

**Вступ. Постановка проблеми**

Головна тенденція сучасної техніки в системах теплопостачання полягає у зменшенні витрат первинної енергії без зниження і навіть з підвищенням віддачі теплової енергії до кінцевого споживача.

Актуальність роботи обумовлена тим, що споживання теплової енергії для потреб теплопостачання на сьогоднішній день відбувається у вигляді низькопотенційної теплоти, при споживанні високоякісного палива. Пряме перетворення електроенергії в теплову є ще менш ефективним.

З термодинамічної точки зору раціонально використовується паливо тільки на теплоелектростанціях, де високотемпературний теплоносій забезпечує отримання електроенергії, а низькопотенційний забезпечує теплопостачання споживачів. Але при певних обставинах використання теплоелектростанцій є нераціональним.

**Аналіз останніх досліджень**

При розсередженому розташуванні споживачів найбільш розповсюдженими є використання індивідуальних теплогенераторів і тому все більшого попиту набувають системи теплопостачання з використанням теплових насосів [2], які використовують як низькопотенційне джерело тепла ґрунту.

**Формулювання мети досліджень**

Метою є дослідження процесів, що характеризують роботу системи теплопостачання з тепловим насосом, яка може бути використана не тільки для теплопостачання, але і для холодопостачання систем кондиціонування повітря [1]. При цьому ґрунтовий колектор теплового насоса буде працювати в режимі періодичного нагрівання та охолодження.

Задачею дослідження є моделювання теплових режимів ґрунтових колекторів комбінованої системи теплохолодопостачання.

**Виклад основного матеріалу**

Як відомо кількість теплоти, яка проходить через циліндричну стінку, визначається, як [3]:

$$Q = \frac{2\pi\lambda L}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}(T_1 - T_2),$$

де  $\lambda$  – коефіцієнт теплопровідності матеріалу,  
 $L$  – довжина циліндра,  
 $R_1$  та  $R_2$  – відповідно внутрішній та зовнішній радіуси циліндра,  
 $T_1$  та  $T_2$  – відповідно температура внутрішньої та зовнішньої поверхні.  
 Це рівняння можна подати також в іншому вигляді

$$Q = \frac{\lambda F}{R_1 \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} (T_1 - T_2),$$

де  $F$  – площа внутрішньої поверхні циліндра.  
 Якщо ввести нову змінну, яка буде визначатись як

$$\delta = R_1 \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right),$$

то температура по товщині стінки буде змінюватися лінійно в залежності від  $\delta$ . При цьому температура внутрішньої поверхні циліндра при  $\delta=0$  буде змінюватись періодично за часом.

Диференціальне рівняння для такого випадку набуде вигляду:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 t}{\partial \delta^2}, \quad (1)$$

де  $a$  – температуропровідність матеріалу.  
 Це диференціальне рівняння повинні відповідати таким початковим та граничним умовам:

$$\begin{aligned} \tau = 0; & & t = 0; \\ \delta = 0; & & t_0 = u(\tau); \\ \delta \rightarrow \infty; & & t_\infty \neq \infty. \end{aligned}$$

Розв'язок диференціального рівняння буде мати вигляд:

$$t = U(\tau)Y(\delta). \quad (2)$$

Оскільки зміна температури внутрішньої поверхні циліндра здійснюється періодично, необхідною умовою є введення часу  $\tau$  і просторової складової  $\delta$  в аргумент тригонометричної функції, що досягається розв'язком для  $U(\tau)$  в вигляді експоненти з уявним показником.

При диференціюванні рівняння (2) та розділенні змінних, отримаємо:

$$\frac{U'(\tau)}{aU(\tau)} = \frac{Y''(\delta)}{Y(\delta)} = \pm ik^2. \quad (3)$$

Рівняння (3) можна показати у вигляді двох рівнянь:

$$\begin{aligned} U'(\tau) - (\pm ik^2)aU(\tau) &= 0; \\ Y''(\delta) - (\pm ik^2)Y(\delta) &= 0, \end{aligned}$$

розв'язуючи які отримаємо:

$$t = Ce^{\pm k^2 a \tau} e^{\pm k^2 \sqrt{\pm i} \delta}. \quad (4)$$

Розв'язок (4) може бути подано в чотирьох виглядах, два з яких неможливі з фізичної точки зору, два інших додаються для отримання розв'язку:

$$t = e^{-\sqrt{1/2k\delta}} \left[ C_1 e^{+i(k^2 a \tau - \sqrt{1/2k\delta})} + C_2 e^{-i(k^2 a \tau - \sqrt{1/2k\delta})} \right]. \quad (5)$$

Рівняння (5) може бути записано через тригонометричні функції.

$$t = e^{-\sqrt{1/2k\delta}} \left[ A \cos\left(k^2 a \tau - \sqrt{1/2k\delta}\right) + B \sin\left(k^2 a \tau - \sqrt{1/2k\delta}\right) \right]. \quad (6)$$

Якщо прийняти

$$\alpha = \operatorname{tg}^{-1} \frac{B}{A} \text{ та } C = \sqrt{A^2 + B^2},$$

тоді рівняння (6) набуде вигляду

$$t = C e^{-\sqrt{1/2k\delta}} \cos\left(k^2 a \tau - \sqrt{1/2k\delta} - \alpha\right). \quad (7)$$

Для визначення сталих  $A$ ,  $B$  і  $k$  подаємо функцію  $t_0 = u(\tau)$  рядом Фур'є

$$t_0 = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( a_n \cos \frac{2\pi n \tau}{\tau_0} + b_n \sin \frac{2\pi n \tau}{\tau_0} \right). \quad (8)$$

Для початкових умов  $\delta=0$  рівняння (5) прийме вигляд:

$$t_0 = A \cos k^2 a \tau + B \sin k^2 a \tau. \quad (9)$$

Аналізуючи рівняння (8) та (9), можна зробити висновок, що

$$\begin{aligned} A &= a_n; \\ B &= b_n; \\ k &= \sqrt{\frac{2\pi n}{a \tau_0}}. \end{aligned}$$

В зв'язку з тим, що температурні коливання в ґрунті будуть відбуватись періодично, можна зробити висновок, що температура в кожній точці також буде змінюватись періодично, коливаючись навколо певного середнього значення, яке буде відповідати стаціонарному розподіленню теплоти в твердому тілі нескінченного розміру і відповідно для цього випадку може бути використано розв'язок, який має вигляд [3]:

$$t = \frac{a_0}{2} \left( 1 - \operatorname{erf} \frac{\delta}{2\sqrt{a \tau}} \right). \quad (10)$$

Додаючи рівняння (7) та (10) отримаємо таке рівняння:

$$t = \frac{a_0}{2} \left( 1 - \operatorname{erf} \frac{\delta}{2\sqrt{a\tau}} \right) + \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\sqrt{n\pi/a\tau_0}\delta} \left[ a_n \cos \left( \frac{2\pi n\tau}{\tau_0} - \sqrt{\frac{n\pi}{a\tau_0}} \delta \right) + b_n \sin \left( \frac{2\pi n\tau}{\tau_0} - \sqrt{\frac{n\pi}{a\tau_0}} \delta \right) \right]. \quad (11)$$

Приймаючи до уваги, що ґрунтові колектори працюють зі значними за тривалістю температурними коливаннями, тобто зі значними  $\tau$ , то в цьому випадку складова  $\operatorname{erf} \frac{\delta}{2\sqrt{a\tau}}$  буде спрямовуватись до нуля і приймаючи

$$C_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \quad \text{та} \quad \alpha_n = \operatorname{tg}^{-1} \frac{b_n}{a_n}.$$

Рівняння (10) для тривалих теплових коливань буде мати вигляд:

$$t = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\sqrt{n\pi/a\tau_0}\delta} C_n \cos \left( \frac{2\pi n\tau}{\tau_0} - \sqrt{\frac{n\pi}{a\tau_0}} \delta - \alpha_n \right). \quad (12)$$

### Висновки

- Отримане рівняння визначає розподілення температури в шарі ґрунту вертикального ґрунтового колектора комбінованої системи теплохолодопостачання. Це дозволяє дослідити кількість теплоти, що може передаватись вертикальним колектором при різних видах періодичного теплового навантаження.

### Список використаної літератури

1. Пономарчук І. А. Комбінована система сонячного тепло- та холодопостачання / І. А. Пономарчук // Державний департамент інтелектуальної власності, 16 тр. 2005 р.: бюл. №5.
2. Тепловые насосы. / Д. Рей, Д. Макмайкл. – М.: Энергоиздат, 1982. – 224 с. : ил.
3. Кутателадзе С. С. Основы теории теплообмена. / С. С. Кутателадзе. – М.: Атомиздат, 1979. – 416 с.

**Пономарчук Ігор Анатолійович** – к.т.н., доцент кафедри теплогазопостачання Вінницького національного технічного університету.