

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ РОБОТИ ГІДРОПРИВОДУ СТАБІЛОМЕТРА ПРИ ЦИКЛІЧНОМУ ОБ'ЄМНОМУ НАВАНТАЖЕННІ ЗРАЗКА ҐРУНТУ

Г.С. Ратушняк, О.Б. Волошин

*Розроблено математичну модель процесу тривісного циклічного навантаження зразка ґрунту в стабілометрі з гідроприводом із корекцією його динамічних характеристик. Одержано аналітичні залежності для визначення осьових деформацій зразка ґрунту під дією робочих органів установки. Виявлено закономірності руху штампів пристрою. Установлено характер перехресного зворотного зв'язку між сепаратними гідроприводами.*

### Вступ

Для визначення комплексу характеристик ґрунтів при імітації умов складного об'ємного навантаження використовуються установки тривісного навантаження ґрунтів (стабілометри). Широке розповсюдження набувають стабілометри з гідроприводом [1, 2, 3]. Але при випробуванні зразків при різних режимах і схемах навантажень не враховується взаємний вплив параметрів приводу установки та динамічних характеристик зразків ґрунту. Це призводить до невисокої точності результатів випробувань. Створення необхідних навантажень із певними амплітудами та частотами в тримірній системі керування потребує знання динаміки робочого процесу коливальної системи установки та визначення методів корекції динамічних характеристик гідроприводу стабілометра. Перспективними є стабілометри з електрогідролічним приводом із коректувальним зворотним зв'язком за динамічним тиском [4, 5].

### Постановка задачі

Задачею дослідження є розроблення математичної моделі процесу тривісного циклічного навантаження зразка ґрунту в стабілометрі з гідроприводом із корекцією його динамічних характеристик з метою одержання аналітичних залежностей для визначення осьових деформацій зразка ґрунту під дією робочих органів установки, виявлення закономірностей руху штампів стабілометра та установлення характеру перехресного зворотного зв'язку між сепаратними гідроприводами.

### Результати дослідження

Розглянемо процес тривісного циклічного навантаження зразка ґрунту штампом стабілометра з гідроприводом, який наведено для одноосного випробування в роботі [4]. Принципову схему робочої камери стабілометра й окремого сепаратного гідроприводу по одній із трьох вісей навантаження наведено на рис. 1. Робоча камера 1 містить п'ять підпружинених рухомих штампів, три подвійних гідроциліндри 2. Сепаратний гідропривод по кожній із вісей навантаження  $x, y, z$  містить: електрогідролічний підсилювач, який складається з основного каскаду 3 із золотником 4 та керівного каскаду 5 з клапаном 6; коректувальний пристрій 7; дроселі 8 та 9.

При створенні математичної моделі гідроприводу стабілометра приймаються такі припущення: хвильові процеси в трубопроводах відсутні; тиск, температура та в'язкість робочої рідини гідроприводу постійні; рухомі елементи та робоча камера абсолютно жорсткі; зразок ґрунту при циклічному навантаженні приймаємо в'язко пружним лінійно деформуємим тілом [6, 7]; тертям ґрунту по штампах та тангенційними напруженнями в зразку нехтуємо.

Математична модель робочого процесу циклічного гідроприводу стабілометра при навантаженні зразка ґрунту в робочій камері 1 має вигляд

$$M_i \frac{d^2 s_i}{dt^2} = p_{di} F_{ts} - F_{Ti} \cdot \text{sign} \frac{ds_i}{dt} - \alpha_{Ti} \frac{ds_i}{dt} - c(s_{0i} + s_i) + M_i g + p_{sti} F_{sti} - N_i, \quad (1)$$

$$G_{dri} \sqrt{p_{ni} - p_{di}} - G_{zli} \sqrt{p_{di} - p_{zli}} = F_{ts} \frac{ds_i}{dt} + F_{zoli} \frac{dl_{zoli}}{dt} + W_i \beta_i \frac{dp_{di}}{dt}, \quad (2)$$

де  $M_i$  – приведена маса рухомих елементів зі приєднаною масою ґрунту відповідної осі навантаження,  $i = x, y, z$  ;  
 $s_i$  – переміщення штампів по відповідній осі;  
 $P_{di}, P_{sti}$  – поточний тиск відповідно в динамічній і статичній порожнинах подвійних гідроциліндрів 2;  
 $F_{is}, F_{sti}$  – площі поршнів відповідно гідроциліндрів динамічного та статичного навантаження;  
 $\alpha_{Ti}$  – коефіцієнт в'язкого тертя в рухомих з'єднаннях гідроциліндрів;  
 $F_{Ti}$  – стала сили сухого тертя в рухомих з'єднаннях;  
 $s_{i0}, c$  – початкова деформація й сумарна жорсткість пружин упорів по відповідній осі;  
 $g$  – прискорення вільного падіння (для осей  $x, y$  дорівнює нулю);  
 $W_i$  – сумарний об'єм гідросистеми по відповідній осі навантаження;  
 $\beta_i$  – приведений коефіцієнт стисливості робочої рідини в гідросистемі;  
 $N_i$  – сила пружної реакції зразка ґрунту по відповідній осі навантаження;  
 $\rho$  – густина робочої рідини;  
 $P_{zli}, P_{ni}$  – відповідно зливний і поточний тиск у напірній гідролінії насосної установки;  
 $G_{dri}, G_{zli}$  – відповідно гідравлічна провідність дроселя 8 і основного каскаду 3 [4];  
 $F_{zoli}, l_{zoli}$  – відповідно площа торця і хід золотника 4.

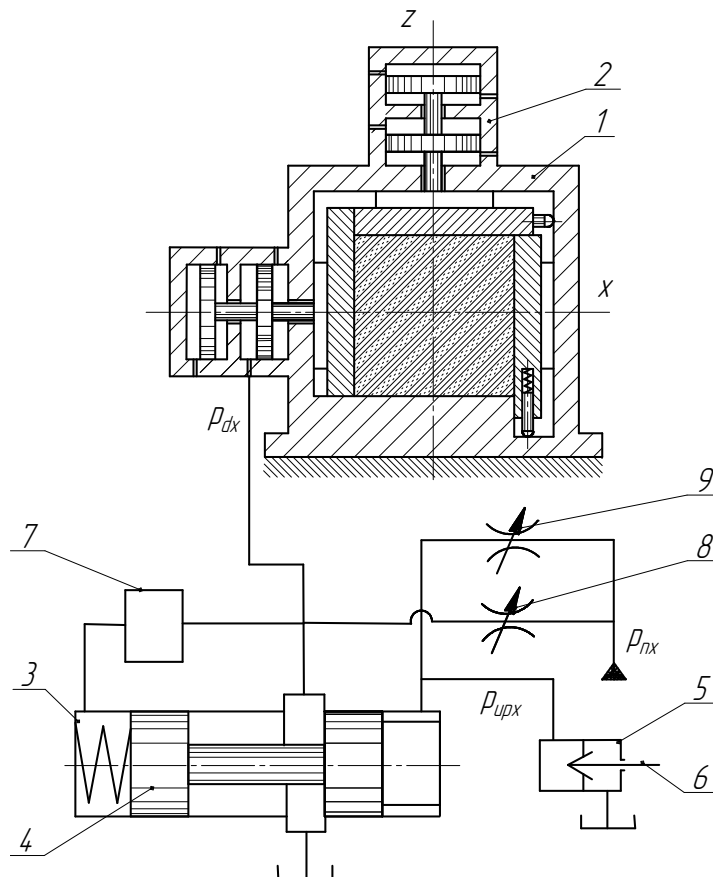


Рис. 1. Принципова схема стабілометра

Сили пружних реакцій зразка ґрунту по відповідних осях навантаження

$$N_x = K_x s_x + K_E (H_z s_y + H_y s_z) + N_{x0}, \quad (3)$$

$$N_y = K_y s_y + K_E (H_z s_x + H_x s_z) + N_{y0}, \quad (4)$$

$$N_z = K_z s_z + K_E (H_y s_x + H_x s_y) + N_{z0}, \quad (5)$$

де  $N_{i0}$  – початкові пружні реакції зразка ґрунту;  
 $K_i$  – коефіцієнти жорсткості зразка ґрунту по осях навантаження;

$$K_x = K_E \frac{H_z H_y}{H_x} \left( \frac{1}{\nu} - 1 \right), \quad (6)$$

$$K_y = K_E \frac{H_x H_z}{H_y} \left( \frac{1}{\nu} - 1 \right), \quad (7)$$

$$K_z = K_E \frac{H_x H_y}{H_z} \left( \frac{1}{\nu} - 1 \right), \quad (8)$$

де  $K_E = \frac{E\nu}{(1+\nu) \cdot (1-2\nu)}$  – коефіцієнт, який ураховує параметри зразка ґрунту: коефіцієнт Пуассона  $\nu$  та динамічний модуль пружності  $E$ ;  
 $H_x, H_y, H_z$  – вхідні розміри зразка по відповідних осях [4].

Лінеаризуємо систему рівнянь (1), (2) та зведемо її до трьох рівнянь відповідно до осей навантаження  $x, y, z$  в малих відхиленнях змінних  $s_i^*, l_{zoli}^*, p_{di}^*$  від рівноважного стану  $s_{i0}, l_{i0}, p_{di0}$  в момент часу  $t_0$  [4, 8]:

$$\begin{aligned} & \left[ (T_{mx}^2 p^2 + 2\xi_x T_{mx} p + 1) \cdot (T_{gx} p + 1) + T_{bx} p \right] \cdot s_x^* + k_{yx} (T_{gx} p + 1) \cdot s_y^* + k_{zx} (T_{gx} p + 1) \cdot s_z^* = \\ & = k_{ibx} (T_{zolx} p + 1) \cdot l_{zolx}, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} & \left[ (T_{my}^2 p^2 + 2\xi_y T_{my} p + 1) \cdot (T_{gy} p + 1) + T_{by} p \right] \cdot s_y^* + k_{xy} (T_{gy} p + 1) \cdot s_x^* + k_{zy} (T_{gy} p + 1) \cdot s_z^* = \\ & = k_{iby} (T_{zoly} p + 1) \cdot l_{zoly}, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} & \left[ (T_{mz}^2 p^2 + 2\xi_z T_{mz} p + 1) \cdot (T_{gz} p + 1) + T_{bz} p \right] \cdot s_z^* + k_{xz} (T_{gz} p + 1) \cdot s_x^* + k_{yz} (T_{gz} p + 1) \cdot s_y^* = \\ & = k_{ibz} (T_{zolz} p + 1) \cdot l_{zolz}, \end{aligned} \quad (11)$$

де  $T_i = \sqrt{\frac{M_i}{c - c_{gi} + K_i}}$  – механічна стала часу гідроприводу, яка враховує інерційність навантаження на шток гідроциліндра;  
 $c_{gi}$  – жорсткість "гідрравлічної пружини" гідроциліндра статичного навантаження [4];

$\xi_i = \frac{K_{Ti} + \alpha_{Ti}}{2\sqrt{M_i(c - c_{gi} + K_i)}}$  – коефіцієнт відносного демпфірування гідроприводу;

$T_{gi} = \frac{W_i \beta_i}{F_{ci}}$  – гідрравлічна стала часу гідроприводу, яка враховує стисливість рідини в гідросистемі;

$F_{ci} = k_{Qpn} + k_{Qpzi}$  – фактор стійкості гідроциліндра динамічного навантаження, який залежить від коефіцієнтів передачі дроселя  $k_{Qpn}$  та ковзання навантажувальної

характеристики золотника 4  $k_{Qpzl}$  [4, 9];

$$T_{bi} = \frac{F_{ts}^2}{F_{ci}(c - c_{gi} + K_i)}, T_{zoli} = \frac{F_{zoli}}{k_{Qli}} - \text{сталі часу [4];}$$

$k_{Qli}$  – коефіцієнт підсилення за витратою основного каскаду 3 [4];

$$k_{ni} = \frac{H_m K_E}{c - c_{gi} + K_i} - \text{коефіцієнт взаємного впливу сепаратних каналів, } n, m = x, y, z;$$

$$k_{bi} = \frac{F_{ts} k_{pi}}{c - c_{gi} + K_i} - \text{передавальний коефіцієнт гідроприводу за ходом золотника 4;}$$

$k_{pi}$  – коефіцієнт підсилення за тиском основного каскаду 3 [4].

З урахуванням виразів, які одержані в роботі [4], для визначення відповідно переміщень золотників  $L_{zoli}(p)$  та керівних тисків  $P_{upi}(p)$  в операторній формі:

$$L_{zoli}(p) = (P_{upi}(p) - P_{di}(p)) \cdot \frac{k_{li} \cdot (T_{pli} \cdot p + 1)}{T_{p2i} \cdot p + 1}, \quad (12)$$

$$P_{upi}(p) = \frac{k_{phi}}{T_{ki} \cdot p + 1} \cdot H_i(p) + \frac{T_{ki} \cdot p}{T_{ki} \cdot p + 1} \cdot P_{di}(p) \quad (13)$$

і виразів для знаходження тисків у напірних гідролініях гідроциліндрів динамічного навантаження, які одержані з рівнянь (9) – (11):

$$P_{dx}(p) = \frac{(T_{mx}^2 p^2 + 2\xi_x T_{mx} p + 1) \cdot X(p) + k_{yx} \cdot Y(p) + k_{zx} \cdot Z(p)}{F_{ts} \cdot k_{bx}}, \quad (14)$$

$$P_{dy}(p) = \frac{(T_{my}^2 p^2 + 2\xi_y T_{my} p + 1) \cdot Y(p) + k_{xy} \cdot X(p) + k_{zy} \cdot Z(p)}{F_{ts} \cdot k_{by}}, \quad (15)$$

$$P_{dz}(p) = \frac{(T_{mz}^2 p^2 + 2\xi_z T_{mz} p + 1) \cdot Z(p) + k_{xz} \cdot X(p) + k_{yz} \cdot Y(p)}{F_{ts} \cdot k_{bz}}, \quad (16)$$

де  $k_{li} = k_{Qpmi} \cdot \frac{F_{zoli}}{c_{pri} + c_{gdi}}$  – коефіцієнт, який залежить від коефіцієнту передачі дроселя

коректувального пристрою 7  $k_{Qpmi}$ , жорсткості пружини основного каскаду 3  $c_{pri}$ , коефіцієнту жорсткості "гідродинамічної пружини" основного каскаду 3  $c_{gdi}$  [4];

$$k_{bi} = \frac{1}{c - c_{gi} + K_i} - \text{коефіцієнт;}$$

$h_i$  – хід клапану 6 керівного каскаду 5;

$T_{pli}, T_{p2i} = T_{pli} \cdot k_{Qpmi}$  – сталі часу коректувального пристрою 7 [4];

$k_{phi}$  – коефіцієнт підсилення за тиском керівного каскаду 5 [4];

$$T_{ki} = \frac{F_{zoli}}{(c_{pri} + c_{gdi}) F_{cki}} - \text{стала часу;}$$

$F_{cki} = k_{Qpnki} + k_{Qpgli}$  – фактор стійкості основного каскаду 3, який залежить від коефіцієнту передачі дроселя 9  $k_{Qpnki}$  і коефіцієнту ковзання навантажувальної характеристики керівного каскаду 5  $k_{Qpgli}$  [4, 9],

система рівнянь (9) – (11) при нульових початкових умовах в операторній формі набуває вигляду:

$$(a_{11}p^5 + b_{11}p^4 + c_{11}p^3 + d_{11}p^2 + f_{11}p + k_{11}) \cdot X(p) + (c_{12}p^3 + d_{12}p^2 + f_{12}p + k_{12}) \cdot Y(p) + (c_{13}p^3 + d_{13}p^2 + f_{13}p + k_{13}) \cdot Z(p) = F_x(p), \quad (17)$$

$$(c_{21}p^3 + d_{21}p^2 + f_{21}p + k_{21}) \cdot X(p) + (a_{22}p^5 + b_{22}p^4 + c_{22}p^3 + d_{22}p^2 + f_{22}p + k_{22}) \cdot Y(p) + (c_{23}p^3 + d_{23}p^2 + f_{23}p + k_{23}) \cdot Z(p) = F_y(p), \quad (18)$$

$$(c_{31}p^3 + d_{31}p^2 + f_{31}p + k_{31}) \cdot X(p) + (c_{32}p^3 + d_{32}p^2 + f_{32}p + k_{32}) \cdot Y(p) + (a_{33}p^5 + b_{33}p^4 + c_{33}p^3 + d_{33}p^2 + f_{33}p + k_{33}) \cdot Z(p) = F_z(p), \quad (19)$$

де дія, що збурює,

$$F_i(p) = k_{u0i}(T_{zoli} \cdot p + 1) \cdot (T_{pli} \cdot p + 1) \cdot H_i(p), \quad (20)$$

де  $k_{u0i} = k_{tbi}k_{phi}$  – передавальний коефіцієнт гідроприводу за ходом клапану 6, або

$$p_{11}X(p) + p_{12}Y(p) + p_{13}Z(p) = F_x(p), \quad (21)$$

$$p_{21}X(p) + p_{22}Y(p) + p_{23}Z(p) = F_y(p), \quad (22)$$

$$p_{31}X(p) + p_{32}Y(p) + p_{33}Z(p) = F_z(p), \quad (23)$$

де

$$p_{nk} = a_{nk}p^5 + b_{nk}p^4 + c_{nk}p^3 + d_{nk}p^2 + f_{nk}p + k_{nk}, \quad n, k = 1, \dots, 3. \quad (24)$$

Визначник системи (21) – (23) має вигляд

$$D = \begin{vmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} \end{vmatrix}. \quad (25)$$

Переміщення штампів по осях в операторній формі:

$$X(p) = \frac{DX(p)}{D} = \frac{F_x(p) \cdot A_x(p) - F_y(p) \cdot B_x(p) + F_z(p) \cdot C_x(p)}{p_{11} \cdot A_x(p) - p_{21} \cdot B_x(p) + p_{31} \cdot C_x(p)}, \quad (26)$$

$$Y(p) = \frac{DY(p)}{D} = \frac{F_x(p) \cdot A_y(p) - F_y(p) \cdot B_y(p) + F_z(p) \cdot C_y(p)}{p_{12} \cdot A_y(p) - p_{22} \cdot B_y(p) + p_{32} \cdot C_y(p)}, \quad (27)$$

$$Z(p) = \frac{DZ(p)}{D} = \frac{F_x(p) \cdot A_z(p) - F_y(p) \cdot B_z(p) + F_z(p) \cdot C_z(p)}{p_{13} \cdot A_z(p) - p_{23} \cdot B_z(p) + p_{33} \cdot C_z(p)}, \quad (28)$$

де

$$A_x(p) = \begin{vmatrix} p_{22} & p_{23} \\ p_{32} & p_{33} \end{vmatrix}, \quad B_x(p) = \begin{vmatrix} p_{12} & p_{13} \\ p_{32} & p_{33} \end{vmatrix}, \quad C_x(p) = \begin{vmatrix} p_{12} & p_{13} \\ p_{22} & p_{23} \end{vmatrix}, \quad (29)$$

$$A_y(p) = \begin{vmatrix} p_{21} & p_{23} \\ p_{31} & p_{33} \end{vmatrix}, \quad B_y(p) = \begin{vmatrix} p_{11} & p_{13} \\ p_{31} & p_{33} \end{vmatrix}, \quad C_y(p) = \begin{vmatrix} p_{11} & p_{13} \\ p_{21} & p_{23} \end{vmatrix}, \quad (30)$$

$$A_z(p) = \begin{vmatrix} p_{21} & p_{22} \\ p_{31} & p_{32} \end{vmatrix}, \quad B_z(p) = \begin{vmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{31} & p_{32} \end{vmatrix}, \quad C_z(p) = \begin{vmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{vmatrix}. \quad (31)$$

Структурну схему сепаратного гідроприводу стабілометра по одній з осей навантаження на основі одержаних рівнянь (9) – (16) наведено на рис. 2 з урахуванням коефіцієнту  $k_{fi} = \frac{F_{is}}{M_i}$  [4].

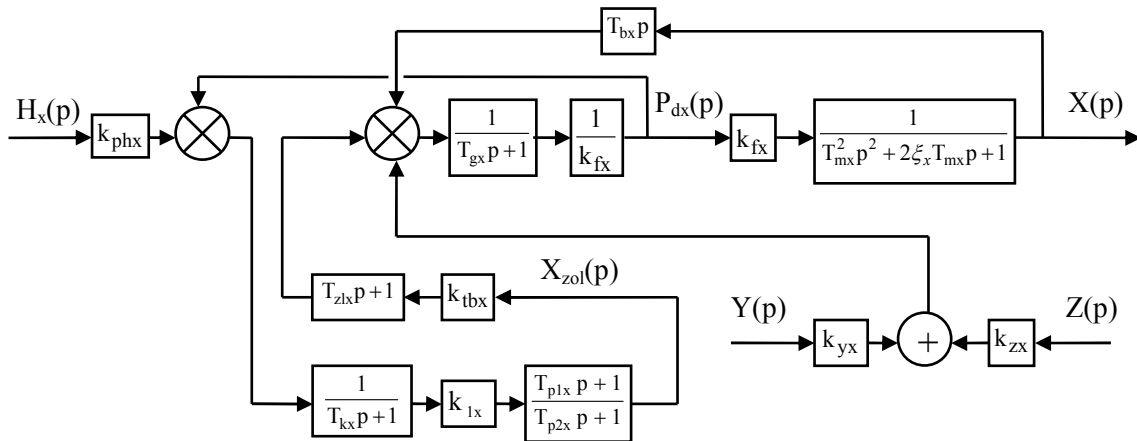


Рис. 2. Структурна схема сепаратного гідроприводу стабілометра по осі навантаження x

Зі структурної схеми видно характер перехресного зворотного зв'язку між сепаратними гідроприводами. Переміщення штампів по трьох осях взаємно зв'язані не тільки рівняннями узагальненого закону Гука для об'ємного стиснення, але й динамічними параметрами гідроприводу стабілометра.

У зв'язку з однотипністю окремих сепаратних гідроприводів по осях навантаження розглянемо переміщення штампа тільки по осі x. Операторне зображення переміщення  $X(p)$  складається із трьох доданків:

$$X(p) = X_1(p) - X_2(p) + X_3(p) = F_x(p) \frac{A_x(p)}{D} - F_y(p) \frac{B_x(p)}{D} + F_z(p) \frac{C_x(p)}{D}. \quad (32)$$

Після перетворень поліноми  $A_x(p)$ ,  $B_x(p)$ ,  $C_x(p)$ ,  $D(p)$  наведемо в стандартному вигляді:

$$A_x(p) = T_{1x}p^{10} + T_{2x}p^9 + T_{3x}p^8 + \dots + T_{10x}p + T_{11x}, \quad (33)$$

$$B_x(p) = T_{12x}p^8 + T_{13x}p^7 + T_{12x}p^6 + \dots + T_{19x}p + T_{20x}, \quad (34)$$

$$C_x(p) = T_{21x}p^8 + T_{22x}p^7 + T_{23x}p^6 + \dots + T_{28x}p + T_{29x}, \quad (35)$$

$$D(p) = T_1p^{15} + T_2p^{14} + T_3p^{13} + \dots + T_{15}p + T_{16}. \quad (36)$$

Розглянемо рівняння (32) для випадку, коли вхідна величина  $h_i(t)$  змінюється за гармонійним законом з амплітудою коливань  $A_{mi}$  і частотою  $\omega_i$ :

$$h_i(t) = A_{mi} \sin \omega_i t, \quad (37)$$

або в операторній формі:

$$H_i(p) = A_{mi} \frac{\omega_i}{p^2 + \omega_i^2}, \quad (38)$$

тоді доданки  $X_1(p)$ ,  $X_2(p)$ ,  $X_3(p)$  з урахуванням виразів (33) – (36) та (38) мають вигляд:

$$X_1(p) = \frac{k_{ux} \omega_x (T_{01x} p^{12} + T_{02x} p^{11} + T_{03x} p^{10} + \dots + T_{012x} p + T_{013x})}{(p^2 + \omega_x^2) \cdot (T_1 p^{15} + T_2 p^{14} + T_3 p^{13} + \dots + T_{15} p + T_{16})}, \quad (39)$$

$$X_2(p) = \frac{k_{uy} \omega_y (T_{01y} p^{10} + T_{02y} p^9 + T_{03y} p^8 + \dots + T_{010y} p + T_{011y})}{(p^2 + \omega_y^2) \cdot (T_1 p^{15} + T_2 p^{14} + T_3 p^{13} + \dots + T_{15} p + T_{16})}, \quad (40)$$

$$X_3(p) = \frac{k_{uz} \omega_z (T_{01z} p^{10} + T_{02z} p^9 + T_{03z} p^8 + \dots + T_{010z} p + T_{011z})}{(p^2 + \omega_z^2) \cdot (T_1 p^{15} + T_2 p^{14} + T_3 p^{13} + \dots + T_{15} p + T_{16})}, \quad (41)$$

де коефіцієнт  $k_{ui} = k_{u0i} A_{mi}$ .

Оригінали операторних зображень  $X_1(p)$ ,  $X_2(p)$ ,  $X_3(p)$  знайдемо за теоремою розкладення.

Функція  $X_1(p)$  за умови стійкості коливальної системи стабілометра має прості полюси:  $p_1 = -\alpha$ ,  $p_{2,3} = -\beta_1 \pm j\gamma_1$ ,  $p_{4,5} = -\beta_2 \pm j\gamma_2$ ,  $p_{6,7} = -\beta_3 \pm j\gamma_3$ ,  $p_{8,9} = -\beta_4 \pm j\gamma_4$ ,  $p_{10,11} = -\beta_5 \pm j\gamma_5$ ,  $p_{12,13} = -\beta_6 \pm j\gamma_6$ ,  $p_{14,15} = -\beta_7 \pm j\gamma_7$ ,  $p_{16,17} = \pm j\omega_x$ . Тоді

$$\begin{aligned} s_{x1}^* = & \frac{k_{ux1} \cdot (T_{01x} \alpha^{12} - T_{02x} \alpha^{11} + T_{03x} \alpha^{10} - T_{04x} \alpha^9 + \dots + T_{013x})}{((\beta_1 - \alpha)^2 + \gamma_1^2) \cdot ((\beta_2 - \alpha)^2 + \gamma_2^2) \cdot ((\beta_3 - \alpha)^2 + \gamma_3^2) \cdot \dots \cdot ((\beta_7 - \alpha)^2 + \gamma_7^2) \cdot (\alpha^2 + \omega_x^2)} \cdot e^{-\alpha t} + \\ & + \frac{k_{ux1}}{\sqrt{A_{1x}^2 + B_{1x}^2}} \cdot \left[ T_{01x} (\beta_1^2 + \gamma_1^2)^6 \cdot \sin(\gamma_1 t + 12\varphi_1 + \varphi_{1x}) + T_{02x} (\beta_1^2 + \gamma_1^2)^{11/2} \cdot \sin(\gamma_1 t + 11\varphi_1 + \varphi_{1x}) + \right. \\ & + T_{03x} (\beta_1^2 + \gamma_1^2)^5 \cdot \sin(\gamma_1 t + 10\varphi_1 + \varphi_{1x}) + T_{04x} (\beta_1^2 + \gamma_1^2)^{9/2} \cdot \sin(\gamma_1 t + 9\varphi_1 + \varphi_{1x}) + \\ & \left. + \dots + T_{012x} \sqrt{\beta_1^2 + \gamma_1^2} \cdot \sin(\gamma_1 t + \varphi_1 + \varphi_{1x}) + T_{013x} \cdot \sin(\gamma_1 t + \varphi_{1x}) \right] \cdot e^{-\beta_1 t} + \\ & + \frac{k_{ux1}}{\sqrt{A_{2x}^2 + B_{2x}^2}} \cdot \left[ T_{01x} (\beta_2^2 + \gamma_2^2)^6 \cdot \sin(\gamma_2 t + 12\varphi_2 + \varphi_{2x}) + T_{02x} (\beta_2^2 + \gamma_2^2)^{11/2} \cdot \sin(\gamma_2 t + 11\varphi_2 + \right. \\ & \left. + \varphi_{2x}) + \dots + T_{012x} \sqrt{\beta_2^2 + \gamma_2^2} \cdot \sin(\gamma_2 t + \varphi_2 + \varphi_{2x}) + T_{013x} \cdot \sin(\gamma_2 t + \varphi_{2x}) \right] \cdot e^{-\beta_2 t} + \\ & + \frac{k_{ux1}}{\sqrt{A_{3x}^2 + B_{3x}^2}} \cdot \left[ T_{01x} (\beta_3^2 + \gamma_3^2)^6 \cdot \sin(\gamma_3 t + 12\varphi_3 + \varphi_{3x}) + T_{02x} (\beta_3^2 + \gamma_3^2)^{11/2} \cdot \sin(\gamma_3 t + 11\varphi_3 + \right. \\ & \left. + \varphi_{3x}) + \dots + T_{012x} \sqrt{\beta_3^2 + \gamma_3^2} \cdot \sin(\gamma_3 t + \varphi_3 + \varphi_{3x}) + T_{013x} \cdot \sin(\gamma_3 t + \varphi_{3x}) \right] \cdot e^{-\beta_3 t} + \dots + \\ & + \frac{k_{ux1}}{\sqrt{A_{7x}^2 + B_{7x}^2}} \cdot \left[ T_{01x} (\beta_7^2 + \gamma_7^2)^6 \cdot \sin(\gamma_7 t + 12\varphi_7 + \varphi_{7x}) + T_{02x} (\beta_7^2 + \gamma_7^2)^{11/2} \cdot \sin(\gamma_7 t + 11\varphi_7 + \right. \\ & \left. + \varphi_{7x}) + \dots + T_{012x} \sqrt{\beta_7^2 + \gamma_7^2} \cdot \sin(\gamma_7 t + \varphi_7 + \varphi_{7x}) + T_{013x} \cdot \sin(\gamma_7 t + \varphi_{7x}) \right] \cdot e^{-\beta_7 t} + \end{aligned}$$

$$+ \frac{k_{ux1}}{\sqrt{A_{8x}^2 + B_{8x}^2}} \cdot [T_{013x} \cdot \sin(\omega_x t + \varphi_{8x}) + (-T_{02x} \omega_x^{11} + T_{04x} \omega_x^9 - T_{06x} \omega_x^7 + T_{08x} \omega_x^5 - T_{010x} \omega_x^3 + T_{012x} \omega_x) \cdot \cos(\omega_x t - \varphi_{8x})], \quad (42)$$

де

$$k_{ux1} = \frac{k_{ux} \omega_x}{T_1}, \quad (43)$$

$$\varphi_l = \arccos \frac{-\beta_l}{\sqrt{\beta_l^2 + \gamma_l^2}}, \quad l = 1, \dots, 7, \quad (44)$$

$$\varphi_{mx} = \arctg \frac{A_{mx}}{B_{mx}}, \quad m = 1, \dots, 7, \quad (45)$$

$$\varphi_{8x} = \arctg \frac{A_{8x}}{B_{8x}}, \quad (46)$$

$$A_{mx} = 17T_{17}(\beta_l^2 + \gamma_l^2)^8 \cdot \cos 16\varphi_l + 16T_{18}(\beta_l^2 + \gamma_l^2)^{15/2} \cdot \cos 15\varphi_l + 15T_{19}(\beta_l^2 + \gamma_l^2)^7 \cdot \cos 14\varphi_l + \dots + 2T_{32}\sqrt{\beta_l^2 + \gamma_l^2} \cdot \cos \varphi_l + T_{33}, \quad (47)$$

$$B_{mx} = 17T_{17}(\beta_l^2 + \gamma_l^2)^8 \cdot \sin 16\varphi_l + 16T_{18}(\beta_l^2 + \gamma_l^2)^{15/2} \cdot \sin 15\varphi_l + 15T_{19}(\beta_l^2 + \gamma_l^2)^7 \cdot \sin 14\varphi_l + \dots + 2T_{32}\sqrt{\beta_l^2 + \gamma_l^2} \cdot \sin \varphi_l, \quad (48)$$

$$A_{8x} = 17T_{17} \cdot \omega_x^{16} - 15T_{19} \cdot \omega_x^{14} + 13T_{21} \cdot \omega_x^{12} - 11T_{23} \cdot \omega_x^{10} + 9T_{25} \cdot \omega_x^8 - 7T_{27} \cdot \omega_x^6 + 5T_{29} \cdot \omega_x^4 - 3T_{31} \cdot \omega_x^2 + T_{33}, \quad (49)$$

$$B_{8x} = -16T_{18} \cdot \omega_x^{15} + 14T_{20} \cdot \omega_x^{13} - 12T_{22} \cdot \omega_x^{11} + 10T_{24} \cdot \omega_x^9 - 8T_{26} \cdot \omega_x^7 + 6T_{28} \cdot \omega_x^5 - 4T_{30} \cdot \omega_x^3 + 2T_{32} \cdot \omega_x, \quad (50)$$

де  $T_{17}, \dots, T_{33}$  – коефіцієнти характеристичного рівняння системи для доданку  $X_1(p)$ :

$$M_{x1}(p) = D \cdot (p^2 + \omega_x^2) = T_{17}p^{17} + T_{18}p^{16} + T_{19}p^{15} + \dots + T_{33}p + T_{34}. \quad (51)$$

Функція  $X_2(p)$  має такі ж самі полюси, що й функція  $X_1(p)$ , окрім  $p_{16,17} = \pm j\omega_y$ . Оригінал другого доданку  $X_2(p)$  має вигляд:

$$s_{x2}^* = \frac{k_{uy1} \cdot (T_{01y} \alpha^{10} - T_{02y} \alpha^9 + T_{03y} \alpha^8 - T_{04y} \alpha^7 + \dots + T_{011y})}{((\beta_1 - \alpha)^2 + \gamma_1^2) \cdot ((\beta_2 - \alpha)^2 + \gamma_2^2) \cdot ((\beta_3 - \alpha)^2 + \gamma_3^2) \cdot \dots \cdot ((\beta_7 - \alpha)^2 + \gamma_7^2) \cdot (\alpha^2 + \omega_y^2)} \cdot e^{-\alpha t} +$$

$$+ \frac{k_{uy1}}{\sqrt{A_{1y}^2 + B_{1y}^2}} \cdot [T_{01y}(\beta_1^2 + \gamma_1^2)^5 \cdot \sin(\gamma_1 t + 10\varphi_1 + \varphi_{1y}) + T_{02y}(\beta_1^2 + \gamma_1^2)^{9/2} \cdot \sin(\gamma_1 t + 9\varphi_1 + \varphi_{1y}) +$$

$$+ T_{03y}(\beta_1^2 + \gamma_1^2)^4 \cdot \sin(\gamma_1 t + 8\varphi_1 + \varphi_{1y}) + T_{04y}(\beta_1^2 + \gamma_1^2)^{7/2} \cdot \sin(\gamma_1 t + 7\varphi_1 + \varphi_{1y}) +$$

$$+ \dots + T_{010y}\sqrt{\beta_1^2 + \gamma_1^2} \cdot \sin(\gamma_1 t + \varphi_1 + \varphi_{1y}) + T_{011y} \cdot \sin(\gamma_1 t + \varphi_{1y})] \cdot e^{-\beta_1 t} +$$

$$+ \frac{k_{uy1}}{\sqrt{A_{2y}^2 + B_{2y}^2}} \cdot [T_{01y}(\beta_2^2 + \gamma_2^2)^5 \cdot \sin(\gamma_2 t + 10\varphi_2 + \varphi_{2y}) + T_{02y}(\beta_2^2 + \gamma_2^2)^{9/2} \cdot \sin(\gamma_2 t + 9\varphi_2 +$$

$$+ \varphi_{2y}) + \dots + T_{010y}\sqrt{\beta_2^2 + \gamma_2^2} \cdot \sin(\gamma_2 t + \varphi_2 + \varphi_{2y}) + T_{011y} \cdot \sin(\gamma_2 t + \varphi_{2y})] \cdot e^{-\beta_2 t} +$$



$$\begin{aligned}
 & + \frac{k_{uy1}}{\sqrt{A_{3y}^2 + B_{3y}^2}} \cdot \left[ T_{01y} (\beta_3^2 + \gamma_3^2)^5 \cdot \sin(\gamma_3 t + 10\varphi_3 + \varphi_{3y}) + T_{02y} (\beta_3^2 + \gamma_3^2)^{9/2} \cdot \sin(\gamma_3 t + 9\varphi_3 + \right. \\
 & \quad \left. + \varphi_{3y}) + \dots + T_{010y} \sqrt{\beta_3^2 + \gamma_3^2} \cdot \sin(\gamma_3 t + \varphi_3 + \varphi_{3y}) + T_{011y} \cdot \sin(\gamma_3 t + \varphi_{3y}) \right] \cdot e^{-\beta_3 t} + \dots + \\
 & + \frac{k_{uy1}}{\sqrt{A_{7y}^2 + B_{7y}^2}} \cdot \left[ T_{01y} (\beta_7^2 + \gamma_7^2)^5 \cdot \sin(\gamma_7 t + 10\varphi_7 + \varphi_{7y}) + T_{02y} (\beta_7^2 + \gamma_7^2)^{9/2} \cdot \sin(\gamma_7 t + 9\varphi_7 + \right. \\
 & \quad \left. + \varphi_{7y}) + \dots + T_{010y} \sqrt{\beta_7^2 + \gamma_7^2} \cdot \sin(\gamma_7 t + \varphi_7 + \varphi_{7y}) + T_{011y} \cdot \sin(\gamma_7 t + \varphi_{7y}) \right] \cdot e^{-\beta_7 t} + \\
 & + \frac{k_{uy1}}{\sqrt{A_{8y}^2 + B_{8y}^2}} \cdot \left[ T_{011y} \cdot \sin(\omega_y t + \varphi_{8y}) + (T_{02y} \omega_y^9 - T_{04y} \omega_y^7 + T_{06y} \omega_y^5 - T_{08y} \omega_y^3 + T_{010y} \omega_y) \times \right. \\
 & \quad \left. \times \cos(\omega_y t - \varphi_{8y}) \right], \tag{52}
 \end{aligned}$$

де

$$k_{uy1} = \frac{k_{uy} \omega_y}{T_1}, \tag{53}$$

$$\varphi_{my} = \operatorname{arctg} \frac{A_{my}}{B_{my}}, \tag{54}$$

$$\varphi_{8y} = \operatorname{arctg} \frac{A_{8y}}{B_{8y}}, \tag{55}$$

$$\begin{aligned}
 A_{my} = & 17T_{17y} (\beta_l^2 + \gamma_l^2)^8 \cdot \cos 16\varphi_l + 16T_{18y} (\beta_l^2 + \gamma_l^2)^{15/2} \cdot \cos 15\varphi_l + \\
 & + 15T_{19y} (\beta_l^2 + \gamma_l^2)^7 \cdot \cos 14\varphi_l + \dots + 2T_{32y} \sqrt{\beta_l^2 + \gamma_l^2} \cdot \cos \varphi_l + T_{33y}, \tag{56}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B_{my} = & 17T_{17y} (\beta_l^2 + \gamma_l^2)^8 \cdot \sin 16\varphi_l + 16T_{18y} (\beta_l^2 + \gamma_l^2)^{15/2} \cdot \sin 15\varphi_l + \\
 & + 15T_{19y} (\beta_l^2 + \gamma_l^2)^7 \cdot \sin 14\varphi_l + \dots + 2T_{32y} \sqrt{\beta_l^2 + \gamma_l^2} \cdot \sin \varphi_l, \tag{57}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A_{8y} = & 17T_{17y} \cdot \omega_y^{16} - 15T_{19y} \cdot \omega_y^{14} + 13T_{21y} \cdot \omega_y^{12} - 11T_{23y} \cdot \omega_y^{10} + 9T_{25y} \cdot \omega_y^8 - \\
 & - 7T_{27y} \cdot \omega_y^6 + 5T_{29y} \cdot \omega_y^4 - 3T_{31y} \cdot \omega_y^2 + T_{33y}, \tag{58}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B_{8y} = & -16T_{18y} \cdot \omega_y^{15} + 14T_{20y} \cdot \omega_y^{13} - 12T_{22y} \cdot \omega_y^{11} + 10T_{24y} \cdot \omega_y^9 - 8T_{26y} \cdot \omega_y^7 + \\
 & + 6T_{28y} \cdot \omega_y^5 - 4T_{30y} \cdot \omega_y^3 + 2T_{32y} \cdot \omega_y, \tag{59}
 \end{aligned}$$

де  $T_{17y}, \dots, T_{33y}$  – коефіцієнти характеристичного рівняння системи для доданку  $X_2(p)$ :

$$M_{x2}(p) = D \cdot (p^2 + \omega_y^2) = T_{17y} p^{17} + T_{18y} p^{16} + T_{19y} p^{15} + \dots + T_{33y} p + T_{34y}. \tag{60}$$

Функція  $X_3(p)$  також має такі ж самі полюси, що й функція  $X_1(p)$ , окрім  $p_{16,17} = \pm j\omega_z$ .

Оригінал третього доданку  $X_3(p)$  має вигляд:

$$\begin{aligned}
 s_{x3}^* = & \frac{k_{uz1} \cdot (T_{01z} \alpha^{10} - T_{02z} \alpha^9 + T_{03z} \alpha^8 - T_{04z} \alpha^7 + \dots + T_{011z})}{((\beta_1 - \alpha)^2 + \gamma_1^2) \cdot ((\beta_2 - \alpha)^2 + \gamma_2^2) \cdot ((\beta_3 - \alpha)^2 + \gamma_3^2) \cdot \dots \cdot ((\beta_7 - \alpha)^2 + \gamma_7^2) \cdot (\alpha^2 + \omega_y^2)} \cdot e^{-\alpha t} + \\
 & + \frac{k_{uz1}}{\sqrt{A_{1z}^2 + B_{1z}^2}} \cdot \left[ T_{01z} (\beta_1^2 + \gamma_1^2)^5 \cdot \sin(\gamma_1 t + 10\varphi_1 + \varphi_{1z}) + T_{02z} (\beta_1^2 + \gamma_1^2)^{9/2} \cdot \sin(\gamma_1 t + 9\varphi_1 + \varphi_{1z}) + \right.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + T_{03z}(\beta_1^2 + \gamma_1^2)^4 \cdot \sin(\gamma_1 t + 8\varphi_1 + \varphi_{1z}) + T_{04z}(\beta_1^2 + \gamma_1^2)^{7/2} \cdot \sin(\gamma_1 t + 7\varphi_1 + \varphi_{1z}) + \\
 & \quad + \dots + T_{010z} \sqrt{\beta_1^2 + \gamma_1^2} \cdot \sin(\gamma_1 t + \varphi_1 + \varphi_{1z}) + T_{011z} \cdot \sin(\gamma_1 t + \varphi_{1z}) \cdot e^{-\beta_1 t} + \\
 & + \frac{k_{uz1}}{\sqrt{A_{2z}^2 + B_{2z}^2}} \cdot \left[ T_{01z}(\beta_2^2 + \gamma_2^2)^5 \cdot \sin(\gamma_2 t + 10\varphi_2 + \varphi_{2z}) + T_{02z}(\beta_2^2 + \gamma_2^2)^{9/2} \cdot \sin(\gamma_2 t + 9\varphi_2 + \right. \\
 & \quad \left. + \varphi_{2z}) + \dots + T_{010z} \sqrt{\beta_2^2 + \gamma_2^2} \cdot \sin(\gamma_2 t + \varphi_2 + \varphi_{2z}) + T_{011z} \cdot \sin(\gamma_2 t + \varphi_{2z}) \right] \cdot e^{-\beta_2 t} + \\
 & + \frac{k_{uz1}}{\sqrt{A_{3z}^2 + B_{3z}^2}} \cdot \left[ T_{01z}(\beta_3^2 + \gamma_3^2)^5 \cdot \sin(\gamma_3 t + 10\varphi_3 + \varphi_{3z}) + T_{02z}(\beta_3^2 + \gamma_3^2)^{9/2} \cdot \sin(\gamma_3 t + 9\varphi_3 + \right. \\
 & \quad \left. + \varphi_{3z}) + \dots + T_{010z} \sqrt{\beta_3^2 + \gamma_3^2} \cdot \sin(\gamma_3 t + \varphi_3 + \varphi_{3z}) + T_{011z} \cdot \sin(\gamma_3 t + \varphi_{3z}) \right] \cdot e^{-\beta_3 t} + \dots + \\
 & + \frac{k_{uz1}}{\sqrt{A_{7z}^2 + B_{7z}^2}} \cdot \left[ T_{01z}(\beta_7^2 + \gamma_7^2)^5 \cdot \sin(\gamma_7 t + 10\varphi_7 + \varphi_{7z}) + T_{02z}(\beta_7^2 + \gamma_7^2)^{9/2} \cdot \sin(\gamma_7 t + 9\varphi_7 + \right. \\
 & \quad \left. + \varphi_{7z}) + \dots + T_{010z} \sqrt{\beta_7^2 + \gamma_7^2} \cdot \sin(\gamma_7 t + \varphi_7 + \varphi_{7z}) + T_{011z} \cdot \sin(\gamma_7 t + \varphi_{7z}) \right] \cdot e^{-\beta_7 t} + \\
 & + \frac{k_{uz1}}{\sqrt{A_{8z}^2 + B_{8z}^2}} \cdot [T_{011z} \cdot \sin(\omega_z t + \varphi_{8z}) + (T_{02z}\omega_z^9 - T_{04z}\omega_z^7 + T_{06z}\omega_z^5 - T_{08z}\omega_z^3 + T_{010z}\omega_z) \times \\
 & \quad \times \cos(\omega_z t - \varphi_{8z})],
 \end{aligned} \tag{61}$$

де

$$k_{uz1} = \frac{k_{uz}\omega_z}{T_1}, \tag{62}$$

$$\varphi_{mz} = \operatorname{arctg} \frac{A_{mz}}{B_{mz}}, \tag{63}$$

$$\varphi_{8z} = \operatorname{arctg} \frac{A_{8z}}{B_{8z}}, \tag{64}$$

$$\begin{aligned}
 A_{mz} = & 17T_{17z}(\beta_l^2 + \gamma_l^2)^8 \cdot \cos 16\varphi_l + 16T_{18z}(\beta_l^2 + \gamma_l^2)^{15/2} \cdot \cos 15\varphi_l + \\
 & + 15T_{19z}(\beta_l^2 + \gamma_l^2)^7 \cdot \cos 14\varphi_l + \dots + 2T_{32z} \sqrt{\beta_l^2 + \gamma_l^2} \cdot \cos \varphi_l + T_{33z},
 \end{aligned} \tag{65}$$

$$\begin{aligned}
 B_{mz} = & 17T_{17z}(\beta_l^2 + \gamma_l^2)^8 \cdot \sin 16\varphi_l + 16T_{18z}(\beta_l^2 + \gamma_l^2)^{15/2} \cdot \sin 15\varphi_l + \\
 & + 15T_{19z}(\beta_l^2 + \gamma_l^2)^7 \cdot \sin 14\varphi_l + \dots + 2T_{32z} \sqrt{\beta_l^2 + \gamma_l^2} \cdot \sin \varphi_l,
 \end{aligned} \tag{66}$$

$$\begin{aligned}
 A_{8z} = & 17T_{17z} \cdot \omega_z^{16} - 15T_{19z} \cdot \omega_z^{14} + 13T_{21z} \cdot \omega_z^{12} - 11T_{23z} \cdot \omega_z^{10} + 9T_{25z} \cdot \omega_z^8 - \\
 & - 7T_{27z} \cdot \omega_z^6 + 5T_{29z} \cdot \omega_z^4 - 3T_{31z} \cdot \omega_z^2 + T_{33z},
 \end{aligned} \tag{67}$$

$$\begin{aligned}
 B_{8z} = & -16T_{18z} \cdot \omega_z^{15} + 14T_{20z} \cdot \omega_z^{13} - 12T_{22z} \cdot \omega_z^{11} + 10T_{24z} \cdot \omega_z^9 - 8T_{26z} \cdot \omega_z^7 + \\
 & + 6T_{28z} \cdot \omega_z^5 - 4T_{30z} \cdot \omega_z^3 + 2T_{32z} \cdot \omega_z,
 \end{aligned} \tag{68}$$

де  $T_{17z}, \dots, T_{33z}$  – коефіцієнти характеристичного рівняння системи для доданку  $X_3(p)$ :

$$M_{x3}(p) = D \cdot (p^2 + \omega_z^2) = T_{17z}p^{17} + T_{18z}p^{16} + T_{19z}p^{15} + \dots + T_{33z}p + T_{34z}. \tag{69}$$

З одержаних рівнянь (42), (52), (61) видно, що полюс  $p_1$  характеризує вільний аперіодичний загасальний рух,  $p_2, \dots, p_{15}$  – коливний рух із частотою коливань  $\gamma_l$  і амплітудою, яка загасає за експонентою. Полюси  $p_{16}, p_{17}$  характеризують вимушені коливання з круговою частотою  $\omega_l$ . Наявність перехресних зворотних зв'язків поміж трьома сепаратними

гідроприводами призводить до того, що при різних частотах вхідних сигналів вихідний сигнал кожного з каналів керування має полігармонійний характер. При відсутності резонансу амплітуда вихідного сигналу (переміщення штампа) з основною частотою більше амплітуди додаткових частот, які утворені від дії двох інших зв'язаних каналів керування. Одержана аналітична модель дозволяє дослідити частотні характеристики гідроприводу стабілометра для конкретних числових значень динамічних і конструктивних параметрів, визначити точність, швидкодію, стійкість та якість робочого процесу циклічного навантаження зразків із різними характеристиками при різних режимах та схемах випробувань.

#### Висновки

- Розроблено математичну модель процесу тривісного циклічного навантаження зразка ґрунту в стабілометрі з гідроприводом із корекцією його динамічних характеристик. Одержано аналітичні залежності для визначення осьових деформацій зразка ґрунту під дією робочих органів установки. Виявлено закономірності руху штампів стабілометра. Установлено характер перехресного зворотного зв'язку між сепаратними гідроприводами.
- Математична модель дозволяє на проектній стадії отримати достовірну інформацію про основні показники та процеси, які характеризують роботу стабілометра, підібрати найбільш доцільне співвідношення параметрів установки для досягнення необхідних режимів навантаження зразків. Математична модель надає можливість до початку випробувань визначити та скорегувати траєкторії навантаження зразка ґрунту, не порушуючи його структури. Це дозволить підвищити точність результатів випробувань зразків ґрунтів при динамічних навантаженнях.

#### Список літератури

1. Режим доступу: [http://www.игэран\\_лаборатория\\_анализа\\_геологического\\_риска.htm](http://www.игэран_лаборатория_анализа_геологического_риска.htm).
2. Режим доступу: [http://www.ooo\\_геотек\\_продукция\\_стабилометр.htm](http://www.ooo_геотек_продукция_стабилометр.htm).
3. Режим доступу: [http://www.geotechnical\\_testing\\_equipment.htm](http://www.geotechnical_testing_equipment.htm).
4. Ратушняк Г.С. Гідропривод стабілометра з корекцією його динамічних властивостей / Г.С. Ратушняк, О.Б. Волошин // Сучасні технології, матеріали і конструкції в будівництві. – Вінниця: УНІВЕРСУМ – Вінниця. – 2007. – № 4. – С. 98 – 109.
5. Пат. 23911U Україна, МПК G 01 N 3 / 10, E 02 D 1 / 02. Прилад тривісного стиснення / Г.С. Ратушняк, О. Б. Волошин; заявник та патентовласник Вінницький національний технічний університет. – № u200701215; заявл. 05.02.07; опубл. 11.06.07, Бюл. №8.
6. Бугров А. К. Исследование грунтов в условиях трехосного сжатия. / А.К. Бугров, Р.М. Нарбут, В. П. Сипидин. [2-е изд., перераб. и доп.] – Л.: Стройиздат. Ленингр. отд-ние, 1987. – 184 с.
7. Иванов П. Л. Грунты и основания гидротехнических сооружений. Механика грунтов: [учеб. для гидротехн. спец. вузов] / П. Л. Иванов. [2-е изд., перераб. и доп.] – М.: Высш. шк., 1991. – 447 с.
8. Гамынин Н. С. Гидравлический привод систем управления / Н. С. Гамынин. – М.: Машиностроение, 1972. – 376 с.
9. Крутов В. И. Основы теории автоматического регулирования: [учеб. для машиностроительных спец. вузов] / [В. И. Крутов, Ф. М. Данилов, П. К. Кузьмик и др.]; под ред. В. И. Крутова. [2-е изд., перераб. и доп.] – М.: Машиностроение, 1984. – 368 с.

**Ратушняк Георгій Сергійович** – к.т.н., професор, зав. кафедри теплогазопостачання, директор інституту будівництва, теплоенергетики та газопостачання Вінницького національного технічного університету.

**Волошин Олександр Борисович** – старший викладач кафедри теплогазопостачання Вінницького національного технічного університету.