

Д. В. Голуб¹
В. В. Аулін¹
В. В. Біліченко²
А. С. Замуренко¹

РОЗРОБКА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ НАДІЙНОСТІ БАГАТОФУНКЦІОНАЛЬНИХ ТРАНСПОРТНИХ СИСТЕМ ДОСТАВКИ

¹Центральноукраїнський національний технічний університет

²Вінницький національний технічний університет

Побудована математична модель надійності багатофункціональних транспортних систем доставки у вигляді системи рівнянь, виконуваних системою функцій і загальною тривалістю їх функціонування. Наведено систему рівнянь, що описує принцип розрахунку надійності роботи багатофункціональної транспортної системи як учасника процесу перевезень вантажів і пасажирів та виділено основні і резервні, активні та пасивні функції її роботи, сумарне число яких може перевищувати число вирішуваних нею завдань за певний період часу. Дано аналіз зазначених функцій, сумарне число виконання яких багатофункціональною системою може перевищувати число вирішуваних нею завдань за даний період часу, а також можлива зворотна ситуація. Виявлено, що під час розгляду тривалості роботи транспортної системи за кожною виконуваною функцією неважливо знати періодичність надходження і кількість вирішуваних завдань в одиницю часу, а тому невизначеність цієї інформації не знижує достовірності способу оцінки надійності при функціональному резервуванні.

Дано ймовірність перебування системи в різних станах, наведено приклад графу станів, показано можливі двосторонні переходи між елементами. Отримано рівняння ймовірності активізації функцій двофункціональних транспортних систем та наведено їх схематичне зображення. Зроблено припущення щодо можливої повторної активізації однієї і тієї ж функції, через виникнення завдань перед двофункціональною транспортною системою і розв'язання їх у довільному порядку. Виявлено, що структуру системи формують два модулі для здійснення необхідних функцій і перемикач, призначений для активізації необхідної функції, описано можливі її відмови.

Представлено вирази для оцінки елементів матриці працездатних станів транспортних систем. Зроблено акцент щодо необхідності розробки шуканої математичної моделі не на ймовірності, а на статистичному трактуванні визначення середньої тривалості виконання конкретної функції за конкретний період часу.

Ключові слова: багатофункціональна транспортна система, математична модель, надійність, система рівнянь, логічні функції, працездатний стан.

Вступ

Оцінку рівня надійності транспортної системи починають із формулювання умови її працездатності. З цією метою використовують різні моделі: словесні (вербальні), графічні (структурні схеми надійності) та аналітичні (формули розрахунку). Словесний опис умов працездатності системи є найпростішим, однак переважно громіздким та недостатньо чітким. Графічна модель, якою є структурна схема надійності, є достатньо наочною. У багатьох випадках вона містить достатньо повну інформацію про логіку виникнення відмов у системі та їх наслідки, тобто відтворюються логічні зв'язки між подіями «відмова елемента» та «відмова системи» [1–5]. Водночас для складних багатофункціональних транспортних систем структурна схема надійності є переважно неповною, а інколи й неоднозначною, тому потребує аналітичного підкріплення, а саме: розробки математичної моделі надійності.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Невизначеність потоку задач, складність виділення основних і допоміжних функцій, невідповідність структури виконуваних функцій виду взаємозв'язків між елементами та ланцюгами транспортної системи, відсутність інформації про властивості перемикача є особливостями, які необхідно враховувати у процесі розробки моделі надійності транспортної системи, при функціональному резервуванні, яку можна використати для оцінки рівня надійності [5–10].

Врахування зазначених особливостей, які слід включити в модель, дає змогу розглядати тривалість роботи багатофункціональної системи за кожною з виконуваних функцій і загальну тривалість функціонування транспортної системи за певний період часу.

Метою роботи є побудова математичної моделі надійності багатофункціональних транспортних систем доставки вантажів і пасажирів.

Результати дослідження

Позначимо n через величину, яка є числом j -х функцій, виконуваних системою за даний період часу T . З використанням такого підходу принцип розрахунку надійності роботи багатофункціональної транспортної системи, як учасника процесу перевезень вантажів і пасажирів, описується системою рівнянь:

$$\begin{cases} P_{f_1(x)} = \int_0^T p_1(t)dt, \\ P_{f_2(x)} = \int_0^T p_2(t)dt, \\ \dots \dots \dots \dots \\ P_{f_j(x)} = \int_0^T p_j(t)dt, \\ \dots \dots \dots \dots \\ P_{f_n(x)} = \int_0^T p_n(t)dt, \end{cases} \quad (1)$$

де $P_{f_j(x)}$ – ймовірність безвідмовної роботи, виконаної системою j -ої функції за період часу T ; $p_j(t)$ – ймовірність вирішення системою завдань, здійснюючи j -ту функцію.

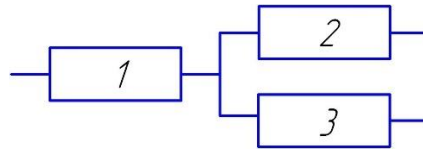
Надійність багатофункціональної транспортної системи на основі тривалості її роботи за кожною з виконуваних функцій виключає необхідність виділення основних і резервних функцій. Усі функції, виконувані багатофункціональною системою, пропонується вважати основними і розділяти на активні і пасивні функції. Активною вважається функція, яка виконується системою у теперішній момент часу. Функція буде пасивною, якщо алгоритм її виконання є частиною алгоритму роботи багатофункціональної транспортної системи, проте у теперішній момент часу у виконанні цієї функції немає необхідності.

Крім того, під час розгляду тривалості роботи транспортної системи за кожною виконуваною функцією неважливо знати періодичність надходження і кількість вирішуваних завдань за одиницю часу. Тому невизначеність цієї інформації не знижує достовірності способу оцінки надійності при функціональному резервуванні. Також відсутня необхідність побудови структурної схеми надійності багатофункціональної транспортної системи, що включає перемикач, за його наявності.

Вирішення системи рівнянь (1) вимагає введення низки формулювань. За даний період часу транспортній системі надходять у випадковому порядку різні завдання. Тип завдань визначається виробничою ситуацією, що склалася під час процесу перевезень вантажів і пасажирів. Багатофункціональна транспортна система призначена для вирішення цього потоку завдань і може виконувати n функцій, що відповідають завданням, які виникають. Вирішуючи завдання i -го типу, система виконує j -у функцію. Сумарне число активних і пасивних функцій, які виконуються багатофункціональною системою, може перевищувати число вирішуваних нею завдань за даний період часу. Також можлива зворотна ситуація. Водночас, функціонально система не може виконувати функцію, яка не передбачена проміжком $0 \leq j \leq n$.

При розрахунку надійності багатофункціональних транспортних систем система рівнянь (1) розв'язується так: нехай наявна двофункціональна система ($n = 2$). В процесі роботи перед двофункціональною системою виникає два типи завдань, що вирішуються кожна за своєю функцією.

Структуру системи формують два модулі для здійснення необхідних функцій і перемикач, призначений для активізації необхідної функції (рис. 1).



1 – перемикач; 2 – модуль для виконання логічної функції $f_1(t)$; 3 – модуль для виконання логічної функції $f_2(t)$

Рис. 1. Схема двофункціональної транспортної системи

Перемикач 1 працює постійно, модулі 2 і 3 включаються в роботу поперемінно. Інтенсивність відмови та інтенсивність відновлення модулів позначаються відповідно λ_j і μ_j . У процесі експлуатації транспортної системи можливі відмови модулів і перемикача. У разі відмови більше одного елемента насамперед відновлюються перемикач і модуль, що відповідає за активну функцію.

На рис. 2 приведений граф станів двофункціональної транспортної системи, яким представлені переходи з кожного можливого стану першої логічної функції $f_1(t)$ у відповідний стан другої логічної функції $f_2(t)$, а також зворотні переходи.

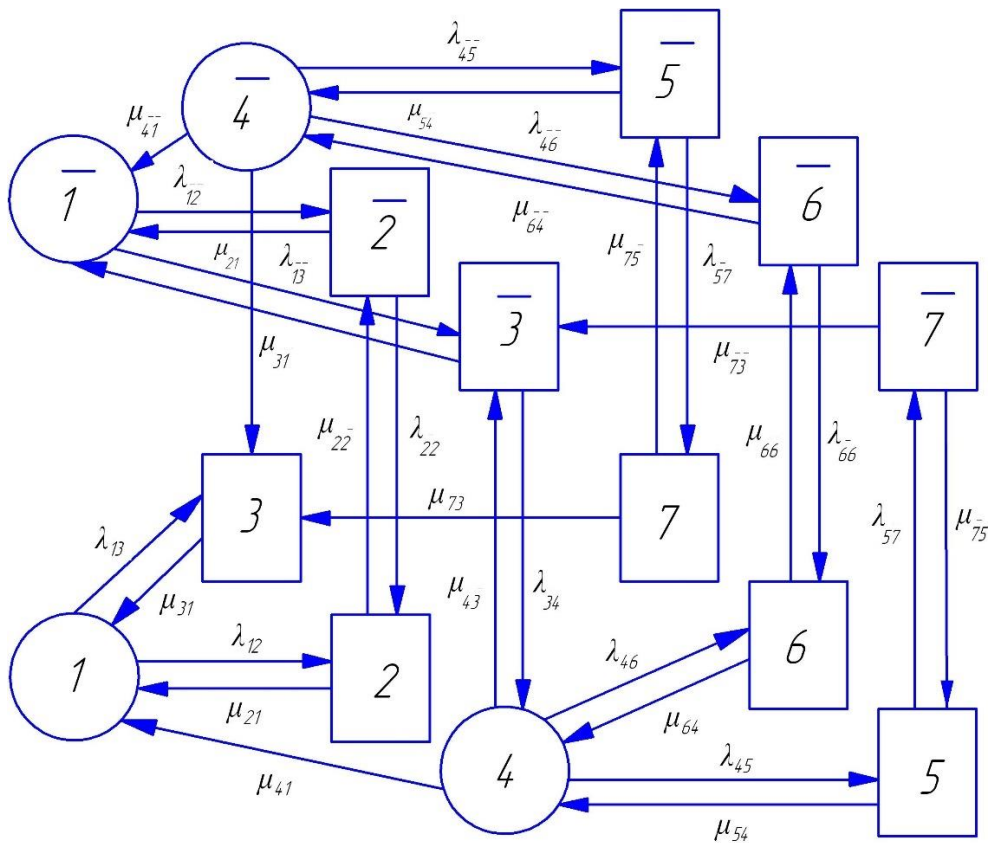


Рис. 2. Приклад графу станів двофункціональної транспортної системи

У разі активізації логічної функції $f_1(t)$ для графа наявними будуть такі стани: 1 – модулі 1–3 справні; 2 – відновлюється модуль 1, модуль 2 вимкнений з роботи, модуль 3 справний; 3 – відновлюється модуль 2, модуль 1 вимкнений з роботи, модуль 3 справний; 4 – модулі 1, 2 справні, модуль 3 відновлюється; 5 – відновлюється модуль 1, модуль 2 вимкнений з роботи, модуль 3 несправний; 6 – відновлюється модуль 2, модуль 1 вимкнений з роботи, модуль 3 несправний; 7 – несправні модулі 1, 2, відновлюється модуль 1, модуль 3 справний.

Стани, що позначаються тими ж номерами, але з межею, відповідають активній логічній функції $f_2(t)$. Між активним станом логічних функцій $f_1(t)$ і $f_2(t)$ можливі такі двосторонні переходи, позначені на графі $1 \leftrightarrow \bar{1}$, $2 \leftrightarrow \bar{2}$, $3 \leftrightarrow \bar{3}$, $4 \leftrightarrow \bar{4}$, $5 \leftrightarrow \bar{5}$, $6 \leftrightarrow \bar{6}$, $7 \leftrightarrow \bar{7}$.

Якщо припустити, що завдання виникають перед двофункціональною транспортною системою і розв'язуються в довільному порядку, то можлива повторна активізація однієї і тієї ж функції. Під час розв'язання системи рівнянь (1) для двофункціональних транспортних систем вимагається прийняти такі позначення: j – активний стан логічної функції $f_1(t)$, \bar{j} – активний стан логічної функції $f_2(t)$; $y_j(x+s), y_{\bar{j}}(x+s)$, – густина розподілу ймовірності активізації відповідно логічних функцій $f_1(t)$ і $f_2(t)$; s – тривалість активного стану логічних функцій $f_1(t)$; x – тривалість активного стану функції $f_2(t)$ попередньому активному стану функції $f_1(t)$; $b_j = y_j(0), b_{\bar{j}} = y_{\bar{j}}(0)$, або максимальна величина густини розподілу ймовірності активізації функцій.

Ймовірність перебування системи в станах j і \bar{j} обчислюються з виразів:

$$p_j = \int_0^{\infty} f_j(x+s)d(x+s); \tag{2}$$

$$p_{\bar{j}} = \int_0^{\infty} f_{\bar{j}}(x+s)d(x+s). \tag{3}$$

Приведені вирази можна використовувати для перетворення системи рівнянь (1). Стосовно двофункціональної транспортної системи, у якої густина розподілу ймовірності активізації функцій підкоряється експоненціальному закону, а його стани описуються графом (рис. 1), система рівнянь для випадку, коли активною є логічна функція $f_1(t)$, набуває вигляду:

$$\left\{ \begin{array}{l} f_1(x+s) = \int_0^{\infty} e^{(\lambda_1+\lambda_2) \cdot x} \cdot [\mu_1 \cdot f_2(x+s) + \mu_2 \cdot f_3(x+s) + \mu_3 \cdot f_4(x+s) + b_1] d(x+s); \\ f_2(x+s) = \int_0^{\infty} e^{-\mu_1 \cdot x} \cdot [\lambda_1 \cdot f_1(x+s) + b_2] d(x+s); \\ f_3(x+s) = \int_0^{\infty} e^{-\mu_2 \cdot x} \cdot [\lambda_2 \cdot f_1(x+s) + \mu_1 \cdot f_7(x+s) + b_4] d(x+s); \\ f_4(x+s) = \int_0^{\infty} e^{(\lambda_1-\lambda_2-\mu_3) \cdot x} \cdot [\mu_1 \cdot f_5(x+s) + \mu_2 \cdot f_6(x+s) + b_3] d(x+s); \\ f_5(x+s) = \int_0^{\infty} e^{-\mu_1 \cdot x} \cdot [\lambda_1 \cdot f_4(x+s) + b_7] d(x+s); \\ f_6(x+s) = \int_0^{\infty} e^{\mu_2 \cdot x} \cdot [\lambda_2 \cdot f_4(x+s) + b_6] d(x+s); \\ f_7(x+s) = \int_0^{\infty} e^{-\mu_1 \cdot x} \cdot b_5 d(x+s). \end{array} \right. \tag{4}$$

Аналогічно, з урахуванням верхньої частини графу станів (рис. 1), складається система рівнянь для випадку, коли активною є функція $f_2(t)$. У результаті проміжних ітерацій цих систем рівнянь впливає рівняння ймовірності активізації функцій двофункціональних транспортних систем:

$$p_j = \sum_{j=1}^7 b_j \cdot a_j \cdot \int_0^T T_{j,\bar{j}}^{cp}(x+s)d(x+s), \tag{5}$$

$$p_{\bar{j}} = \sum_{j=1}^7 b_j \cdot a_{\bar{j}} \cdot \int_0^T T_{\bar{j},j}^{cp}(x+s)d(x+s), \tag{6}$$

де $a_j, a_{\bar{j}}$ – елементи матриці стану двофункціональної транспортної системи; $T_{j,\bar{j}}^{cp}$ – середня тривалість виконання системою j -ої функції за даний період часу до переходу об'єкта до виконання подальшої функції, год; $T_{\bar{j},j}^{cp}$ – середня тривалість виконання системою j -ої функції за даний період часу до переходу об'єкта до виконання подальшої функції, год.

Нижче представлені вирази для оцінки елементів матриці працездатних станів $(1, 4, \bar{1}, \bar{4})$ даної транспортної системи:

$$a_1 = \frac{\lambda_1 \cdot \exp^{(\mu_1 \cdot x)}}{\lambda_n + \lambda_1 + \lambda_2}; \quad (7)$$

$$1 - \frac{1}{\lambda_n + \lambda_1 + \lambda_2} \cdot \left(\frac{\lambda_1 \mu_1}{\lambda_n + \mu_1} + \frac{\lambda_2 \cdot \mu_2}{\lambda_n + \lambda_2} \right)$$

$$a_4 = \frac{\lambda_1 \cdot \mu_2 \cdot \exp^{(-\mu_1 \cdot x)}}{\lambda_n + \lambda_1 + \lambda_2}; \quad (8)$$

$$1 - \frac{1}{\lambda_n + \lambda_1 + \lambda_2} \cdot \left(\frac{\lambda_1 \mu_1}{\lambda_n + \mu_1} + \frac{\lambda_2 \cdot \mu_2}{\lambda_n + \lambda_2} \right)$$

$$a_{\bar{1}} = \frac{\lambda_1 \cdot \exp^{(\mu_1 \cdot x)}}{\lambda_n + \lambda_1 + \lambda_2}; \quad (9)$$

$$1 - \frac{1}{\lambda_n + \lambda_1 + \lambda_3} \cdot \left(\frac{\lambda_1 \mu_1}{\lambda_n + \mu_1} + \frac{\lambda_2 \cdot \mu_2}{\lambda_n + \lambda_3} \right)$$

$$a_{\bar{4}} = \frac{\lambda_1 \cdot \mu_2 \cdot \exp^{(-\mu_1 \cdot x)}}{\lambda_n + \lambda_1 + \lambda_2}; \quad (10)$$

$$1 - \frac{1}{\lambda_n + \lambda_1 + \lambda_3} \cdot \left(\frac{\lambda_1 \mu_1}{\lambda_n + \mu_1} + \frac{\lambda_2 \cdot \mu_2}{\lambda_n + \lambda_3} \right)$$

Після деяких перетворень отримаємо остаточний вигляд системи рівнянь для двофункціональної системи:

$$\sum_{j=1}^7 b_j = \sum_{j=1}^7 b_{\bar{j}} = b, \quad (11)$$

$$\sum_{j=1}^7 p_j = b \cdot T_{1,2}, \quad (12)$$

$$\sum_{j=1}^7 p_j = b \cdot T_{2,1}, \quad (13)$$

де $T_{1,2}$, $T_{2,1}$ – загальна тривалість функціонування системи по j -ій і \bar{j} -й функціях відповідно за інтервал часу T , год.

Розрахунок показника надійності двофункціональної системи можна проводити за такою формулою:

$$P = \frac{\sum_{j=1}^7 b_{\bar{j}} \cdot \int_0^T (a_1 + a_4) \cdot T_{1,2}^{cp}(x+s) d(x+s) + \sum_{j=1}^7 b_j \cdot (a_{\bar{1}} + a_{\bar{4}}) \cdot T_{2,1}^{cp}(x+s) d(x+s)}{b(T_{1,2} + T_{2,1})}. \quad (14)$$

Використовувати формулу (14) для розрахунку надійності транспортної системи, в якій задіяні функціональні резерви, не можна. Це пов'язано насамперед з тим, що натепер закони розподілу тривалості виконання транспортних операцій $(x+s)$ не встановлені. Вимагається адаптувати запропонований підхід до специфіки перевезень вантажів і пасажирів автомобільним транспортом. Зазначене свідчить, що розробку шуканої математичної моделі необхідно базувати не на ймовірності, а на статистичному трактуванні визначення середньої тривалості виконання j -ої функції за даний період часу T .

Висновки

1. Побудовано математичну модель надійності багатофункціональних транспортних систем доставки вантажів і пасажирів.
2. Запропоновано систему рівнянь, що описує принцип розрахунку надійності роботи багатофункціональної транспортної системи, та виділено основні і резервні, активні та пасивні функції її роботи.
3. Отримано рівняння ймовірності активізації функцій двофункціональних транспортних систем та наведено їх схематичне зображення.
4. Показано формування структури системи двома модулями для здійснення необхідних функцій і перемикачем, призначеним для активізації необхідної функції, описано можливі її відмови.
5. Представлено вирази для оцінки елементів матриці працездатних станів транспортних систем.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

- [1] Oskarbski J., Jamroz K. Reliability and safety as an objective of intelligent transport systems in urban areas. *Journal of KONDiN*. 2015. № 2(34). P. 59–70.
- [2] Аулін В. В., Голуб Д. В., Лисенко С. В. та ін. Методологічні і теоретичні основи забезпечення та підвищення надійності функціонування автомобільних транспортних систем: монографія. Кропивницький: Вид-во ТОВ «КОД», 2017. 370 с.
- [3] Taylor&Francis Group. *Transportation Systems Reliability and Safety: book*. New York: Broken Sound Parkway, 2011. 230 p.
- [4] Аулін В. В., Голуб Д. В. Реалізація фізико-інформаційного підходу дослідження проблеми підвищення надійності та ефективності функціонування транспортних систем. *Вісник Харківського національного автомобільно-дорожнього університету*. Харків: ХНАДУ. 2018. Вип. 81. С. 3–10.
- [5] Tkhoruk Y., Kucher O., Holotiuik M. and others. Modeling of assessment of reliability transport systems. *Current Problems of Transport: Proceedings of the 1st International Scientific Conference*. May 28–29, 2019. P. 204–210.
- [6] Аулін В. В., Голуб Д. В., Біліченко В. В., Великодний Д. О. Методологія підходів до дослідження шляхів і сукупності факторів забезпечення належного рівня ефективності і надійності транспортних систем. *Вісник машинобудування та транспорту*. 2017. № 2. С. 4–14.
- [7] Suryani E., Hendrawan R. A., EAdipraja P. F. and other. Modelling Reliability of Transportation Systems to Reduce Traffic Congestion. *Journal of Physics: Conference Series*. 2019. Volume 1196. P. 1–6.
- [8] Голуб Д. В. Теоретична модель транспортної системи як сукупності взаємодіючих і взаємоперетворюючих елементів та підсистем. *Центральноукраїнський науковий вісник. Технічні науки*. 2022. Вип. 5(36). Ч. 2. С. 324–334.
- [9] Johnsen S. O., Hoem A., Jenssen G. and other. Experiences of main risks and mitigation in autonomous transport systems. *Journal of Physics: Conf.* 2019. Series 1357. P. 1–12.
- [10] Аулін В. В., Голуб Д. В. Методичні аспекти кількісної, якісної та часової оцінки параметрів надійності функціонування транспортних систем. *Вісник Житомирського державного технологічного університету. Серія: Технічні науки*. Житомир: ЖДТУ, 2018. Вип. 2(82). С. 3–10.

Голуб Дмитро Вадимович – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри експлуатації та ремонту машин, e-mail: Dimchik529@gmail.com

Аулін Віктор Васильович – д-р. техн. наук, професор, професор кафедри експлуатації та ремонту машин, e-mail: AulinVV@gmail.com

Замуренко Артем Сергійович – аспірант кафедри експлуатації та ремонту машин.

Центральноукраїнський національний технічний університет, м. Кропивницький

Біліченко Віктор Вікторович – д-р. техн. наук, професор, ректор, e-mail: bilichenko.v@gmail.com

Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця

D. Golub¹
V. Aulin¹
V. Bilichenko²
A. Zamurenko¹

Development of a mathematical model of the reliability of multifunctional transportation delivery systems

¹Central Ukrainian National Technical University

²Vinnitsa National Technical University

A mathematical model of the reliability of multi-functional transport delivery systems was built in the form of a system of equations of the functions performed by the system and the total duration of their operation. A system of equations describing the principle of calculating the reliability of the multi-functional transport system as a participant in the process of transportation of goods and passengers is given and the main and reserve, active and passive functions of its work are highlighted, the total number of which may exceed the number of tasks it solves in a given period of time. An analysis of the specified functions is given, the total number of which is performed by a multifunctional system may exceed the number of tasks solved by it in a given period of time, and the opposite situation is also possible. It was found that when considering the duration of the transport system for each performed function, it is not important to know the periodicity of receipt and the number of solved tasks per unit of time, and therefore the uncertainty of this information does not reduce the reliability of the reliability assessment method for functional redundancy.

The probability of the system being in different states is given, an example of a state graph is given, and possible two-way transitions between elements are shown. Equations of the probability of activation of the functions of dual-functional transport systems are obtained and their schematic representation is given. An assumption is made regarding the possible re-activation of the same function, due to the emergence of tasks before the dual-functional transport system and their solution in an arbitrary order. It was revealed that the structure of the system is formed by two modules for the implementation of the necessary functions and a switch designed to activate the necessary function, its possible failures are described.

Expressions for evaluating the elements of the matrix of serviceable states of transport systems are presented. Emphasis is placed on the need to develop the desired mathematical model, not on probability, but on the statistical interpretation of determining the average duration of a specific function for a specific period of time.

Key words: multifunctional transport system, mathematical model, reliability, system of equations, logical functions, operational state.

Golub Dmitro – Ph. D. (Eng.), Associate Professor, Associate Professor, Department of Operation and Repair of Machines, e-mail: Dimchik529@gmail.com.

Aulin Viktor – Dr. Sc. (Eng.), Professor, Department of Operation and Repair of Machines, e-mail: AulinVV@gmail.com

Bilichenko Viktor – Dr. Sc. (Eng.), Professor, Rector, e-mail: bilichenko.v@gmail.com

Zamurenko Artem – Postgraduate student of the Department of Operation and Repair of Machines.