

**І. Н. Дудар, д. т. н., проф.; В. Л. Дмитренко**

## ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОЦЕСУ ПРЕСУВАННЯ БЕТОННИХ СУМІШЕЙ

*На основі термогідродинамічної аналогії в статті пропонується визначити швидкість поширення тиску в бетонній суміші шляхом вирішення диференційного рівняння типу теплопровідності. Запропоновано характеризувати швидкість поширення тиску в бетонній суміші за допомогою коефіцієнта баропровідності. Виконана оцінка впливу властивості бетонної суміші на значення параметра баропровідності.*

**Ключові слова:** принцип збереження імпульсу, рідка фаза, теорія ущільнення ґрунтів, щільність води, коефіцієнт баропровідності.

На сьогоднішній день немає точного аналітичного рішення і математичного опису процесу пресування і відтискання вологи при фільтраційній консолідації бетонної суміші, що обробляється зовнішнім технологічним тиском. Відсутні дослідження з визначення динаміки поширення тиску в масиві бетонної суміші під дією ущільнюючого тиску, що важливо для вибору режимів пресування, тривалості й інтенсивності його прикладання.

При розробці теоретичних основ ущільнення бетонної суміші під дією зовнішнього тиску використані основні принципи теорій фільтраційної консолідації і гідродинаміки.

Базуючись на відомому принципі збереження імпульсу (теорема кількості руху), можна вивести рівняння рідкої фази, яка видаляється за допомогою тиску з бетонних сумішей [1]:

$$\frac{d}{dt} \iiint_v \bar{W} \rho dV = \iint_s \bar{P} dS + \iiint_v \bar{F} \rho dV . \quad (1)$$

Перетворюючи інтеграл поверхневих сил, взятий по поверхні, в потрібний інтеграл і враховуючи, що об'єм взятий довільно, отримаємо:

$$\frac{d(\bar{W} \rho)}{dt} = \operatorname{div} \bar{P} + \rho \bar{F} . \quad (2)$$

Масові сили можна визначити за формулою:

$$\bar{F} = \frac{\mu \bar{W}}{K_p} = \frac{\bar{W}}{\frac{K}{\mu} \rho} = \frac{\bar{W}}{\frac{K_\phi}{\rho} \rho} = \frac{\bar{W}}{K_\phi} . \quad (3)$$

Остаточно рівняння руху у векторній формі можна представити у вигляді:

$$\operatorname{div} \bar{P} + \frac{\rho \bar{W}}{K_\phi} = \frac{d(\bar{W} \rho)}{dt} , \quad (4)$$

де  $\mu$ ,  $K$  – в'язкість води і коефіцієнт теоретичної проникності;  $\rho$  – об'ємна маса рідкої фази;  $K_\phi$  – коефіцієнт фільтрації бетонної суміші.

Для елементарного шару  $dx$  на глибині  $x$  по товщині бетонної суміші зменшення кількості води приблизно рівне зменшенню пористості:

$$\iint_s \rho \bar{W} dS \approx - \frac{\partial(\rho \Pi)}{\partial t} , \quad (5)$$

або

$$\operatorname{div}(\rho \bar{W}) + \frac{\partial(\rho \Pi)}{\partial t} = 0 . \quad (6)$$

Відомо, що пористість пов'язана з коефіцієнтом пористості  $\varepsilon$  залежністю  $\Pi = \varepsilon / (1 + \varepsilon)$ , тоді

можна записати:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial t} = \frac{d\varepsilon}{(1 + \varepsilon)dt}. \quad (7)$$

З теорії ущільнення ґрунтів відомо, що

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = e_o \frac{\partial P}{\partial t}, \quad (8)$$

де  $e_o$  – коефіцієнт стиснення, що дорівнює:

$$e_o = (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)(P_2 - P_1). \quad (9)$$

Тоді отримаємо:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial t} = -\frac{e_o \partial P}{(1 + \varepsilon)dt} = -e_v \frac{\partial P}{\partial t}. \quad (10)$$

Якщо підставити отриманий вираз (10) в рівняння (6), то отримаємо:

$$\operatorname{div}(\rho \bar{W}) + \Pi \frac{\partial \rho}{\partial t} - \rho e_v \frac{\partial \bar{P}}{\partial t} = 0, \quad (11)$$

або

$$\operatorname{div}(\rho \bar{W}) + \left( \Pi \frac{\partial \rho}{\partial P} - \rho e_v \right) \frac{\partial \bar{P}}{\partial t} = 0. \quad (12)$$

В силу незначних змін щільності води під тиском можна представити вираз у вигляді:

$$\frac{\partial \rho}{\partial P} \approx \rho_0 \alpha_3. \quad (13)$$

Тоді остаточно отримаємо:

$$\operatorname{div}(\rho \bar{W}) + \rho_0 (\Pi \alpha_3 - e_v) \frac{\partial \bar{P}}{\partial t} = 0. \quad (14)$$

З рівняння (4), якщо знехтувати силами інерції, запишемо:

$$\rho \frac{\bar{W}}{K_\phi} + \operatorname{div} \bar{P} = 0, \quad (15)$$

звідки:

$$\operatorname{div}(\rho \bar{W}) = -\operatorname{div}(K_\phi \operatorname{div} \bar{P}) = 0. \quad (16)$$

Підставимо вираз (16) в (14):

$$-K_\phi \operatorname{div}(\operatorname{div} P) + \rho_0 (\Pi \alpha_{жс} - e_v) \frac{dP}{dt} = 0, \quad (17)$$

$$\nabla^2 P = \frac{\rho}{K_\phi} (\Pi \alpha_{жс} - e_v) \frac{\partial P}{\partial t}$$

або

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \nabla^2 P \frac{K_\phi}{\rho (\Pi \alpha_{жс} - e_v)} = \bar{a}_p \nabla^2 P. \quad (18)$$

В рівнянні (18) відносна стискаємість  $e_v$  бетонної суміші легко визначити експериментально,

знаючи її модуль деформації  $E_{св.н.}$ :

$$e_v = \frac{\Delta h \beta}{h(P_2 - P_1)} = \frac{\varepsilon_v \beta}{\Delta P} = \frac{\sigma_{сж} \beta}{E_{св.н} \Delta P} = \frac{\beta}{E_{св.н}}, \quad (19)$$

де  $\beta$  – коефіцієнт, що залежить від режиму пресування.

Рівняння пресування бетонної суміші (18) має вигляд аналогічний рівнянню руху ґрунтових вод, отриманому в [2] і рівнянню нерозривності при вакуумуванні бетонної суміші, виведеному в [3], проте має вирази, що відрізняються за формою і змістом для коефіцієнта  $\alpha_p$  при операторі Лапласа.

Коефіцієнт  $\alpha_p$  в рівнянні (18) назвемо коефіцієнтом баропровідності.

Доцільно на конкретному прикладі, задаючись властивостями бетонної суміші, визначити  $\alpha_p$ : коефіцієнтом фільтрації  $K_\phi=0,00063$  см/с; пористістю  $\Pi=0,2$ ; коефіцієнтом об'ємного стискання води  $\alpha_{жс}=4 \cdot 10^{-5}$  1/кгс/см<sup>2</sup>= $4 \cdot 10^{-4}$  1/МПа; модулем деформації бетонної суміші  $E_{св.н.} \approx 10,0$  МПа;  $\beta=0,71$  [6] – при стисканні середовища в умовах неможливості бокового розширення.

Абсолютне значення коефіцієнта баропровідності  $\alpha_p$  для даного випадку:

$$\alpha_p = \frac{K_\phi}{\rho \left| \Pi \alpha_{жс} - \frac{\beta}{E_{св.н}} \right|} = \frac{0,00063}{0,001 \left| 0,2 \cdot 4 \cdot 10^{-5} - \frac{0,71}{100} \right|} = 88,7 \text{ см}^2 / \text{с} = 0,89 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2 / \text{с}. \quad (20)$$

Величина параметра  $\alpha_p$  визначається переважно значеннями коефіцієнта фільтрації  $K_\phi$  і модулем деформації  $E_{св.н}$  бетонної суміші (рис. 1).

Тому для спрощення обчислень вираз для визначення з точністю до 1...1,5 % можна представити у вигляді:

$$\alpha_p = \frac{K_\phi}{\rho e_v} = \frac{K_\phi E_{св.н}}{\rho \beta}. \quad (21)$$

Знайдемо розподілення ефективних тисків в бетонній суміші необмеженої пластини товщиною  $\delta=60$  см, що зазнає одностороннього пресування тиском  $P=5,0$  МПа.

Для знаходження відносного стискання бетонної суміші використовуємо компресійні криві, побудовані для кожного конкретного значення складу бетонної суміші (В/Ц) у заданому діапазоні тиску (рис. 2) [6].

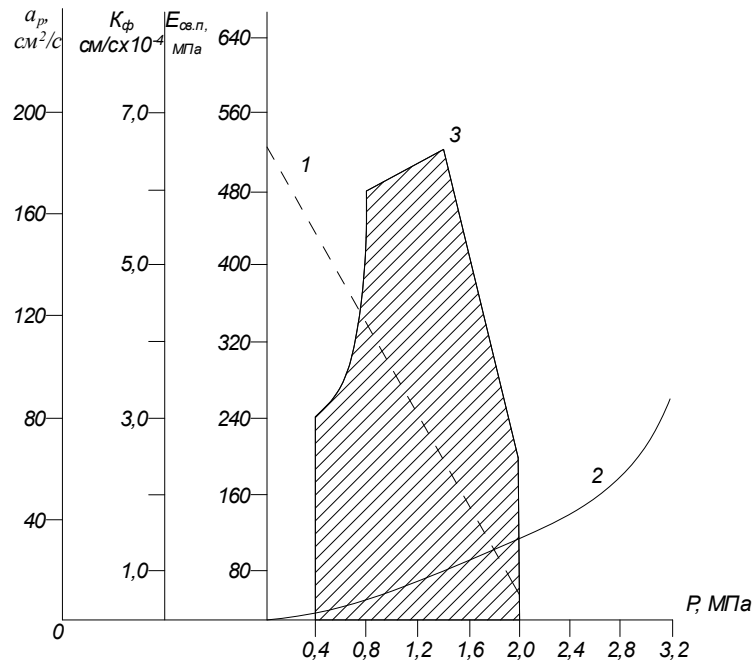


Рис. 1. Зміна коефіцієнта баропровідності в залежності від коефіцієнта фільтрації (1) і модуля деформації (2) бетонної суміші

Оскільки коефіцієнт фільтрації  $K_f$  і відносна стискаємість залежать від тиску пресування, тобто  $K_f=f(P)$ , то значення коефіцієнта баропровідності  $\alpha_p$  в процесі пресування також буде змінюватися.

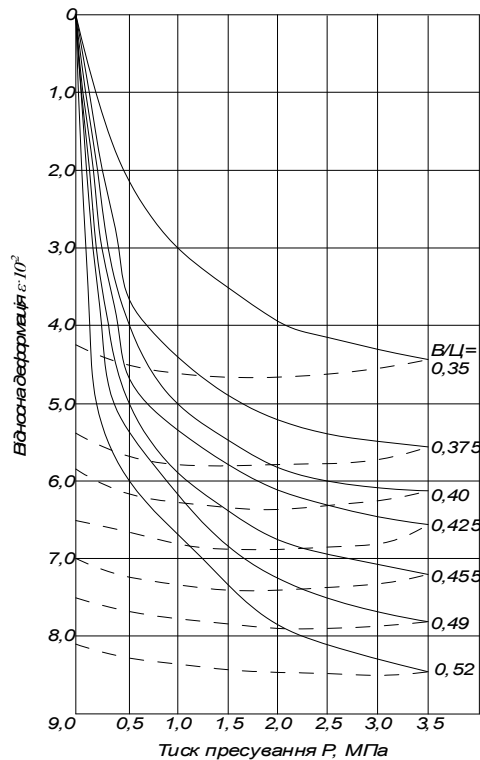


Рис. 2. Залежності відносної деформації стискання бетонної суміші від величини водоцементного відношення і тиску пресування

Більш точне рішення одномірної задачі пресування бетонної суміші можна отримати, якщо врахувати зміни в часі коефіцієнта баропровідності в рівнянні (18):

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\partial \left( \alpha_p \frac{\partial P}{\partial x} \right)}{\partial x} = \frac{1}{\beta_p} \frac{\partial}{\partial x} \left( K_\phi E_{cв.н} \frac{\partial P}{\partial x} \right). \quad (22)$$

Дослідження показали, що наближено закон зміни модуля пружності бетонної суміші в процесі пресування можна виразити рівнянням:

$$E_{cв.н} \approx 50 K_{c.н} \sqrt{P^3}, \quad (23)$$

де  $K_{c.н}$  – змінюється в залежності від величини тиску пресування і складу бетонної суміші.

Щодо умов пресування бетонної суміші коефіцієнт фільтрації може бути виражений залежністю [4]:

$$K_\phi = 0,03 \left( \frac{P_n}{h_c} \right)^{1/aP_n} \frac{m_{ocm}^2}{(1 - m_{ocm})^{3/2}}, \quad (24)$$

тут  $h_c$  – висота зразка;  $m_{ocm}$  – пористість бетонної суміші після ущільнення;  $a$  – коефіцієнт, що враховує склад бетонної суміші.

Визначаємо значення  $\alpha_p$  на початку пресування бетонної суміші В/Ц=0,375. За даними рис. 1 знайдемо значення  $e_v^H$  при зростанні тиску до 1,0 МПа:

$$e_v^H = \frac{\varepsilon_v^H}{\rho_v^H} \frac{0,043}{10} = 0,0043 \frac{1}{\text{кгс/см}^2} = 0,043 \text{ 1/МПа.}$$

В кінці пресування, тобто при зміні тиску з 1,0 до 3,0 МПа:

$$e_v^K = \frac{\varepsilon_v^K - \varepsilon_v^H}{P_K - P_H} = \frac{0,055 - 0,43}{[(30 - 10)]10^{-1}} = 0,006 \text{ 1/МПа.}$$

Обчислюємо значення коефіцієнта баропровідності на початку і в кінці пресування. Для цього задаємося коефіцієнтом фільтрації  $K_\phi=0,00063$  см/с і  $K_\phi^K=0,00005$  см/с відповідно на початку і в кінці пресування [4], тоді:

$$a_p^n = \frac{K_\phi^n}{\rho e_v^n} = \frac{0,00063}{0,001 \cdot 0,0043} = 146 \text{ см}^2 / \text{с},$$

$$a_p^K = \frac{K_\phi^K}{\rho e_v^K} = \frac{0,00005}{0,001 \cdot 0,0006} = 83 \text{ см}^2 / \text{с}.$$

Середнє значення коефіцієнта  $\alpha_p$  за період пресування дорівнює:

$$a_p^{cp} = \frac{a_p^n + a_p^K}{2} = 115 \text{ см}^2 / \text{с} = 115 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 / \text{с}.$$

Розрахунок швидкості поширення тиску пресування в масиві бетонної суміші можна визначити за методом кінцевих різниць.

Для стійкості явної апроксимації повинно бути налаштовано обмеження на крок за часом [5]:

$$\Delta\tau \leq \frac{\Delta x_i^2}{2a_p}.$$

Задаємося товщиною шару  $\Delta x_i=10$  см, тоді:

$$\Delta\tau = \frac{0,5\Delta x_i^2}{a_p} = \frac{0,5 \cdot 10^2}{115} = 0,434 \text{ с}.$$

Результати розрахунків показують, що впродовж всього процесу пресування бетонної суміші існує істотний перепад тиску по товщині плити. Поступово перепад тисків по шарам плити знижується (рис. 3).

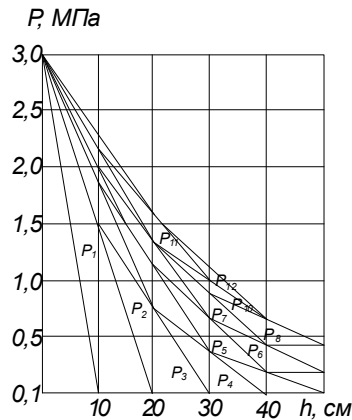


Рис. 3. Динаміка зміни тиску в бетонному зразку при односторонньому пресуванні тиском 3,0 МПа через інтервали часу 0,43 с.

На основі термогідродинамічної аналогії запропоновано визначати швидкість поширення тиску в бетонній суміші шляхом вирішення диференційного рівняння типу теплопровідності.

Запропоновано характеризувати швидкість поширення тиску в бетонній суміші за допомогою коефіцієнта баропровідності. Виконана оцінка впливу властивості бетонної суміші (рис. 2) на значення параметра баропровідності.

#### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Астарита Дж., Марруччи Дж. Основы гидромеханики неьютоновских жидкостей. – М.: Мир, 1978. – 312 с.
2. Щелкачев В.Н. Основные уравнения движения упругой жидкости в упругой пористой среде:// Доклады АН СССР, 1946. – Т. 52, – № 2.
3. Сторожук Н.А. Научно-технические основы технологии вакуумированных обычных и пропитанных полимерами бетонов. – Автореф. дис. доктора техн. наук / ДИСИ. – Днепро-петровск, 1982, – 35 с.
4. Ахвердов И.Н. Основы физики бетона. – М.: Стойиздат, 1981. – 484 с.
5. Годунов С.К., Рябенский В.С. Разностные схемы. – М.: Наука, 1977. – 439 с.
6. Крикунов О.И. Совершенствование технологии железобетонных напорных виброгидро-прессованных труб с целью повышения их качества. – Автореф. дис. доктора техн. наук / ДИСИ. – Днепропетровск, 1983. – 177с.

**Дудар Ігор Никифорович** – завідувач кафедри містобудування та архітектури;

**Дмитренко Вікторія Леонідівна** – аспірант кафедри містобудування та архітектури.

Вінницький національний технічний університет.