

УДК 620.91+621.311.24

Б. І. Мокін д.т.н., проф.; О. Б. Мокін, к.т.н.; О. А. Жуков, асп.**ВЕКТОРНІ ДІАГРАМИ ТА МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ВІТРОВОГО КОЛЕСА З ВЕРТИКАЛЬНОЮ ВІССЮ ОБЕРТАННЯ**

Побудовано векторні діаграми швидкостей повітряних потоків, що діють на лопаті вітрового колеса з вертикальною віссю обертання, та сил, створюваних цими потоками. Запропоновано математичні моделі, що зв'язують між собою ці швидкості і сили в процесі обертання вітрового колеса.

Ключові слова: вітрова електрична станція, вітровий двигун з вертикальною віссю обертання, швидкість вітру, кут повороту лопатей, кут атаки, аеродинамічна сила

Постановка задачі

В роботі [1] показано, що вітрові колеса з вертикальною віссю обертання можуть мати свою, досить значну область застосування при побудові вітрових електростанцій. Однак станом на сьогодні ні класична аеродинаміка [2], ні відомі авторам цієї статті публікації не дають відповіді на запитання, як побудувати прості й ефективні математичні моделі, за допомогою яких можна здійснити аналіз сил, що виникають при обертанні вітрового колеса з вертикальною віссю, без чого не можна ні стабілізувати, ні оптимізувати роботу вітрової електростанції з вітровим двигуном цього типу.

У цій роботі автори, відштовхуючись від загальних принципів аеродинаміки, дають свою відповідь на поставлене запитання.

Розв'язання задачі

Як відомо [2], кут атаки крила α_α визначається як кут між площиною крила та вектором швидкості вітрового потоку, який атакує це крило. Цілком очевидно, що цей кут не може перевищувати 90° , оскільки в разі такого перевищення крило втрачає підйомну силу. Аналогічну картину ми спостерігаємо, розглядаючи лопать вітрового колеса з горизонтальною віссю обертання, як це показано на рис. 1, взятому із роботи [3].

На цьому рисунку: ω – кутова швидкість обертання вітрового колеса навколо осі, V_B – швидкість вітрового потоку, R – радіус вітрового колеса, ωR – окружна швидкість лопаті, w_σ – швидкість результуючого вітрового потоку, що набігає на лопать, φ_σ – кут повороту лопаті відносно площини обертання вітрового колеса, α_α – кут атаки лопаті результуючим вітровим потоком, F_a – сила аеродинамічного тиску результуючого вітрового потоку на лопать, F_n – аеродинамічна підйомна сила, що діє на лопать, F_Σ – результуюча аеродинамічна сила, що діє на лопать, F_n – сила лобового вітрового тиску на лопать, F_m – сила тяги, яка створює обертовий момент.

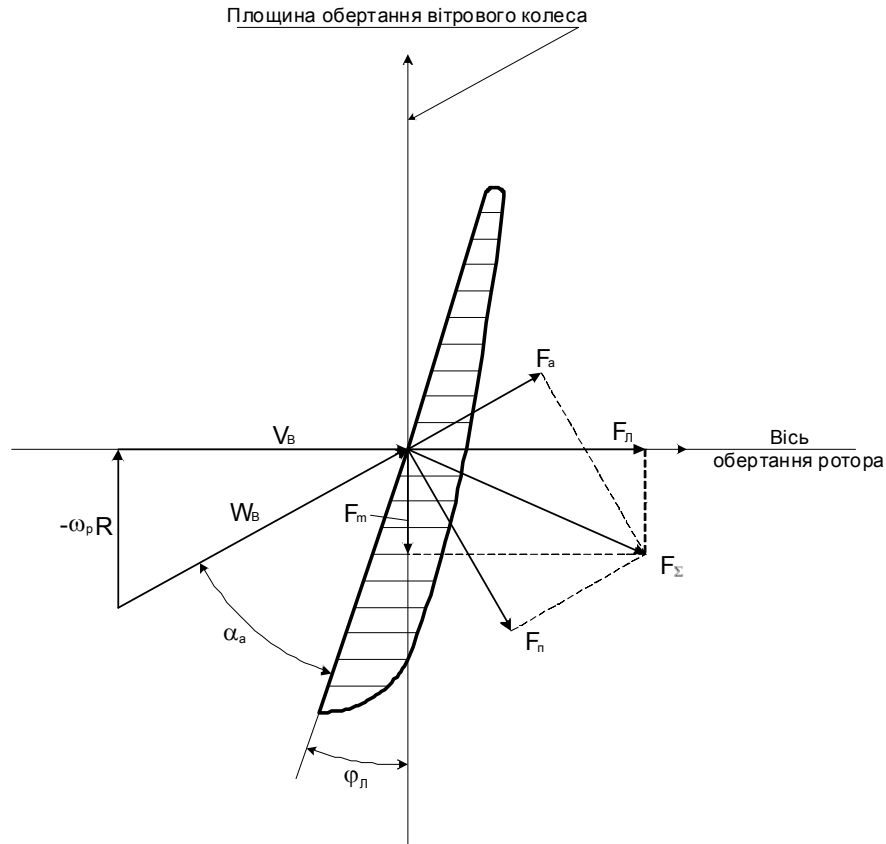


Рис. 1. Векторна діаграма сил та швидкостей для поперечного перерізу лопаті вітрового колеса з горизонтальною віссю обертання [3]

З рис. 1 видно, що, навіть коли вітрове колесо зупиниться і стане $\omega=0$, кут атаки залишиться меншим 90° , а зі збільшенням кутової швидкості обертання вітрового колеса він лише зменшуватиметься, але ніколи не стане меншим кута повороту лопаті, котрий більший за нуль.

Зовсім іншу картину ми спостерігаємо на векторній діаграмі швидкостей і сил, побудованій для вітрового колеса з вертикальною віссю обертання і трьома лопатями, рознесеними на кут $2\pi/3$, горизонтальний переріз якого приведено на рис. 2 для двох, зміщених по відношенню один до одного на 180° , положень вітрового колеса.

На цьому рисунку лише дві величини позначені символами, відмінними від тих, які використані на рис. 1: по-перше, сила F_Π , яка намагається у випадку горизонтальної осі обертання вітрового колеса зігнути опору, до верхівки якої кріпиться ця вісь, а у випадку вертикальної осі обертання вітрового колеса намагається зігнути саму вісь, позначена символом F_R , щоб підкреслити її спрямованість вздовж радіуса вітрового колеса; а по-друге, швидкість w_δ результуючого вітрового потоку, що набігає на лопать, позначена більш адекватним символом V_Σ . Усі інші символи і їх визначення на рис. 2 збігаються з аналогічними символами і їх визначеннями, приведеними на рис. 1.

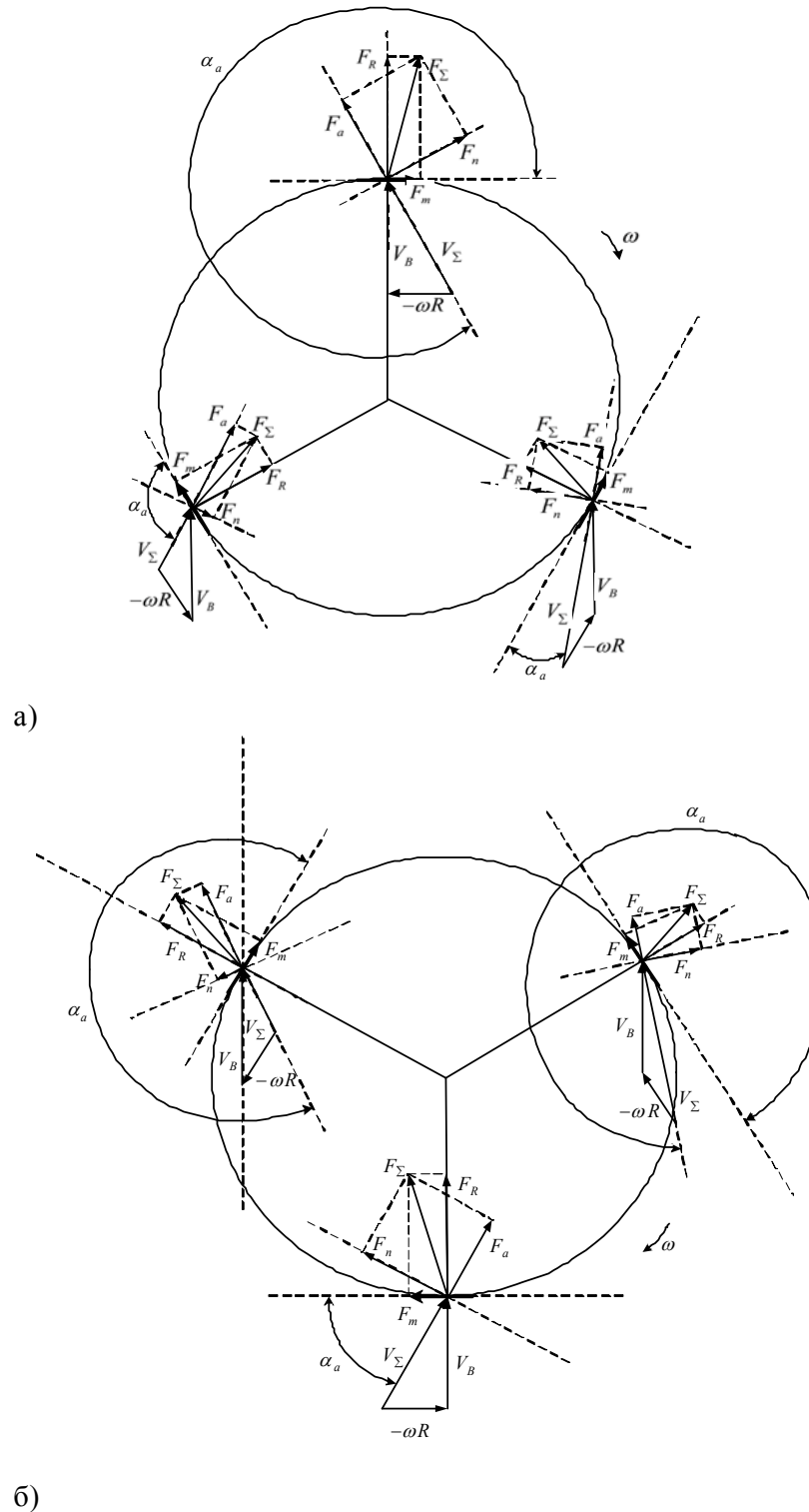


Рис. 2. Векторна діаграма швидкостей повітряних потоків, що діють на лопаті вітрового колеса з вертикальною віссю обертання, та сил, створюваних цими потоками, при $\phi_d = 0$

З наведеної на рис. 2 векторної діаграми бачимо, що кут атаки α_a результуючого вітрового потоку на лопать вітрового колеса з вертикальною віссю обертання за кожен повний оборот цього колеса отримує додатковий приріст у 360° . А це дає нам можливість на часових відрізках, в межах яких вектор швидкості вітру не змінює своєї направленості, при Наукові праці ВНТУ, 2008, № 2

побудові математичної моделі для усіх сил, що прикладені до вітрового колеса з трьома лопатями, зміщеними по відношенню одна до одної на кут $2\pi/3$, використати аналогію з трифазним генератором змінного струму, для фазних електрорушійних сил e_A, e_B, e_C якого справедливою є відома модель [4]:

$$\begin{aligned} e_A &= E_m \sin \omega t, \\ e_B &= E_m \sin(\omega t - 2\pi/3), \\ e_C &= E_m \sin(\omega t - 4\pi/3). \end{aligned} \quad (1)$$

Згідно з теоретичними основами електротехніки при круговому обертанні якірних обмоток трьох фаз в направленому постійному магнітному полі, створюваному магнітним потоком полюсів, в кожній із цих обмоток виникає електрорушійна сила, вектор якої відстає або випереджає вектори електрорушійних сил двох інших фаз на кут $2\pi/3$ і змінюється за законом синуса, як показано у виразі (1), в якому E_m – амплітудне значення фазної електрорушійної сили, а ω – кутова частота електромагнітного поля, значення якої при одній парі полюсів в генераторі збігається зі значенням кутової швидкості обертання ротора.

Випадок, коли вітер дме на усі три лопаті вітрового колеса з одного напрямку, якраз і є аналогом однієї пари полюсів електричного генератора, а вплив вектора окружної швидкості лопаті ωR на вектор сумарної швидкості V_Σ є аналогом впливу реакції якоря генератора. Тож маємо повну аналогію, а тому для сили F_Σ , яка створюється аеродинамічним тиском сумарного повітряного потоку, можемо записати математичну модель у вигляді (1), тобто:

$$\begin{aligned} F_{\Sigma 1} &= F_{\max} \sin(\omega t + \alpha_{an}), \\ F_{\Sigma 2} &= F_{\max} \sin(\omega t + \alpha_{an} - 2\pi/3), \\ F_{\Sigma 3} &= F_{\max} \sin(\omega t + \alpha_{an} - 4\pi/3) \end{aligned} \quad (2)$$

де α_{an} – значення кута атаки першої лопаті в момент початку відліку часу; $F_{\Sigma 1}, F_{\Sigma 2}, F_{\Sigma 3}$ – сумарна сила аеродинамічного тиску відповідно на першу, другу та третю лопаті, а F_{\max} – її амплітудне значення, яке можна знайти, наприклад, з першого рівняння системи (2) за умови, що

$$\omega t + \alpha_{an} = \pi/2. \quad (3)$$

Із векторної діаграми, наведеної на рис. 2, легко бачити, що для кожної лопаті у швидкісній системі координат –

$$F_\Sigma^2 = F_a^2 + F_n^2, \quad (4)$$

а в зв'язаній системі координат –

$$F_\Sigma^2 = F_R^2 + F_m^2. \quad (5)$$

Із усіх цих сил для конструкторів й експлуатаційників найважливішими є сила F_m , яка створює обертовий момент, та сила F_R , яка намагається зігнути вісь вітрового колеса і зруйнувати опорний підшипник.

Спираючись на теорію, викладену в роботі [2], та рис. 2, можна стверджувати, що значення сили F_R на лопаті 1 можна знайти з такого співвідношення:

$$F_{R1} = S_n (Pr V_\Sigma) \rho (Pr V_\Sigma) k_F^R = k_F^R S_n \rho V_\Sigma^2, \quad (6)$$

в якому S_n – площа перерізу лопаті (m^2), $Pr V_\Sigma$ – проекція вектора швидкості результуючого вітрового потоку на вісь, яка є продовженням радіусу вітрового колеса (m/c),

ρ – питома густина повітря ($\text{кг}/\text{м}^3$), V_6 – швидкість вітру ($\text{м}/\text{с}$), k_F^R – менший за одиницю коефіцієнт, який характеризує відмінність «коридору» руху потоку повітря, направлено на лопать, від труби з прямокутним перерізом, рівним перерізу цієї лопаті.

А на підставі тих самих міркувань, які висловлені вище стосовно сили F_{Σ} , для сили F_{R1} можна записати, що

$$F_{R1} = F_{\max}^R \sin(\omega t + \varphi_n), \quad (7)$$

де φ_n – початковий кут повороту вектора сили F_{R1} в момент часу $t=0$, узгоджений зі значенням початкового кута атаки α_{an} , а F_{\max}^R – амплітудне значення цієї сили, яке можна визначити з рівняння (7) за умови, що

$$\omega t + \varphi_n = \pi / 2. \quad (8)$$

По аналогії з виразом (2) для системи сил F_{R1}, F_{R2}, F_{R3} можна записати, що

$$\begin{aligned} F_{R1} &= F_{\max}^R \sin(\omega t + \varphi_n), \\ F_{R2} &= F_{\max}^R \sin(\omega t + \varphi_n - 2\pi / 3), \\ F_{R3} &= F_{\max}^R \sin(\omega t + \varphi_n - 4\pi / 3) \end{aligned} \quad (9)$$

Спираючись на теорію, викладену в роботі [2], та на рис. 2, можна стверджувати, що значення сили F_a на лопаті 1 можна знайти із такого співвідношення

$$F_{a1} = S_l \cos \angle(F_m, F_n) V_{\Sigma} \rho V_{\Sigma} k_F^a = k_F^a S_l \rho \frac{V_6^2}{\cos \angle(F_m, F_n)}, \quad (10)$$

в якому k_F^a – менший за одиницю коефіцієнт, який характеризує відмінність «коридору» руху потоку повітря, направлено на лопать, від труби з прямокутним перерізом, рівним перерізу цієї лопаті, $a \angle(F_m, F_n)$ – кут між відповідними осями швидкісної і зв'язаної систем координат.

За аналогією з виразом (2) для системи сил F_{a1}, F_{a2}, F_{a3} можна записати, що

$$\begin{aligned} F_{a1} &= F_{\max}^a \sin(\omega t + \psi_n), \\ F_{a2} &= F_{\max}^a \sin(\omega t + \psi_n - 2\pi / 3), \\ F_{a3} &= F_{\max}^a \sin(\omega t + \psi_n - 4\pi / 3), \end{aligned} \quad (11)$$

де ψ_n – початковий кут повороту вектора сили F_{a1} в момент часу $t=0$, узгоджений зі значенням початкового кута атаки α_{an} , а F_{\max}^a – амплітудне значення цієї сили, яке можна визначити з першого рівняння системи (11) за умови, що

$$\omega t + \psi_n = \pi / 2. \quad (12)$$

Ми побудували методику знаходження сил F_a, F_R , але, як уже було зазначено вище, нам потрібно знати сили F_m, F_R . Тож тепер перейдемо до побудови методики знаходження сили тяги F_m , яка створює обертовий момент вітрового колеса.

Із векторної діаграми, приведеної на рис. 2, витікає, що для лопаті 1 справедливою є така система двох рівнянь:

$$\begin{aligned} F_{m1} &= F_{n1} \cos \angle(F_m, F_n) - F_{a1} \sin \angle(F_m, F_n), \\ F_{R1} &= F_{n1} \sin \angle(F_m, F_n) + F_{a1} \cos \angle(F_m, F_n) \end{aligned} \quad (13)$$

з двома невідомими F_{m1}, F_{n1} , розв'язуючи яку, ми легко їх знайдемо.

Оскільки вектор сили F_{m1} відстає від вектора сили F_{R1} на кут $\pi/2$ (див. рис. 2), то можна записати, що

$$\begin{aligned}
 F_{m1} &= F_{\max}^m \sin(\omega t + \varphi_n - \pi/2), \\
 F_{m2} &= F_{\max}^m \sin(\omega t + \varphi_n - \pi/2 - 2\pi/3), \\
 F_{m3} &= F_{\max}^m \sin(\omega t + \varphi_n - \pi/2 - 4\pi/3)
 \end{aligned}
 \tag{14}$$

Розглядаючи систему (14), бачимо, що для знаходження F_{\max}^m необхідно використати умову

$$\omega t + \varphi_n - \pi/2 = \pi/2. \tag{15}$$

Залишилось з'ясувати лише одне питання: «Як, маючи систему рівнянь (14), визначити діюче значення тягової сили F_{m1} , що створює обертовий момент вітрового колеса в цілому?» Для цього знову повернемося до теоретичних основ електротехніки [4], де доведено, що діюче значення електрорушійної сили в колі змінного струму синусоїдної форми є в $\sqrt{2}$ раз меншим амплітудного. За аналогією для нашої задачі можна записати, що діюче значення F_m^o сили тяги можна знайти із співвідношення

$$F_m^o = \frac{1}{\sqrt{2}} F_{\max}^m, \tag{16}$$

а діюче значення $M_{об}^o$ обертового моменту – із співвідношення

$$M_{об}^o = F_m^o R, \tag{17}$$

в якому радіус вітрового колеса R є плечем, до якого прикладена сила F_m^o .

Звертаємо увагу на те, що наявність у вітрового колеса трьох лопатей не збільшує ефективне значення сили тяги, а лише забезпечує обертання точки її прикладення і синусоїдний характер зміни миттєвих значень на кожній із лопатей.

Висновки

1. Побудовано векторні діаграми швидкостей повітряних потоків, що діють на лопаті вітрового колеса з вертикальною віссю обертання, та сил, створюваних цими потоками, при рівному нулю кутові повороту лопаті відносно дотичної в точці спряження лопаті з ободом вітрового колеса.

2. Запропоновано новий підхід до побудови математичних моделей сил, які виникають на лопатях вітрового колеса з вертикальною віссю обертання під дією повітряних потоків, що ґрунтується на застосуванні аналогії з трифазною електричною системою змінного струму синусоїдного характеру.

3. Розроблено методику ідентифікації запропонованих математичних моделей для сил, які виникають на лопатях вітрового колеса з вертикальною віссю обертання.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Мокін Б.І., Мокін О.Б., Жуков О.А. До питання вибору вітрових двигунів і електричних генераторів вітрових електричних станцій // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2007. – №6. – С. 52 – 62.
2. Мхитарян А.М. Аэродинамика.– М.: Машиностроение, 1970. – 428 с.
3. Васьюк В.П. Керування нестационарними режимами роботи вітроустановок промислових вітроелектричних станцій: Автореф. дис... к-та техн. наук / Інститут електродинаміки НАН України. – Київ, 2003. – 17 с.
4. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. – М.: Высшая школа, 1978. – 528 с.

Мокін Борис Іванович – професор кафедри електромеханічних систем автоматизації в промисловості і на транспорті, ректор;

Мокін Олександр Борисович – доцент кафедри електромеханічних систем автоматизації в промисловості і на транспорті;

Жуков Олексій Анатолійович – аспірант кафедри електромеханічних систем автоматизації в промисловості і на транспорті

Вінницький національний технічний університет